

# 《人工智能原理与算法》第12章作业

姓名：谷绍伟 学号：202418020428007

1. 对于下面的每个断言，或者证明其为真，或者给出一个反例。

- if  $P(a|b, c) = P(b|a, c)$ , then  $P(a|c) = P(b|c)$ ;
- if  $P(a|b, c) = P(a)$ , then  $P(b|c) = P(b)$ ;
- if  $P(a|b) = P(a)$ , then  $P(a|b, c) = P(a|c)$ ;

答：

a. 第一个断言为真：

根据乘积法则： $P(a \wedge b) = P(a|b)P(b)$ ，可以得到  $P(a|b, c)P(b, c) = P(a \wedge (b, c)) = P(b|a, c)$ ，则有  $P(b, c) = P(a, c)$ ，两侧分别用乘法公式展开，所以  $P(a|c) = P(b|c)$ 。

b. 第二个断言为假：

假设  $P(a|b, c) = P(a)$ ，则有  $P(a \wedge b, c) = P(a)P(b, c)$ ，说明  $a$  与  $b, c$  是独立的，但是这并不意味着  $b$  与  $c$  是独立的，所以  $P(b|c) \neq P(b)$ 。

反例：取  $a$  和  $b$  为独立抛  $n$  次硬币的结果， $c = b$ 。

c. 第三个断言为假：

$P(a|b) = P(a)$  说明  $a$  与  $b$  是独立的，但是这并不意味着  $a$  在条件  $c$  下与  $b$  是独立的，所以  $P(a|b, c) \neq P(a|c)$ 。

反例：取  $a$  和  $b$  为独立抛 2 次硬币的结果， $c = b$ 。

2. 证明乘法规则的条件化版本：

$$P(X, Y|e) = P(X|Y, e)P(Y|e)$$

答：

根据条件概率：

$$P(X, Y|e) = \frac{P(X, Y, e)}{P(e)} \quad (1)$$

$$P(X|Y, e) = \frac{P(X, Y, e)}{P(Y, e)} \quad (2)$$

$$P(Y|e) = \frac{P(Y, e)}{P(e)} \quad (3)$$

将 (2) 和 (3) 相乘，得到：

$$P(X|Y, e)P(Y|e) = \frac{P(X, Y, e)}{P(Y, e)} \cdot \frac{P(Y, e)}{P(e)} = \frac{P(X, Y, e)}{P(e)} \quad (4)$$

将 (1) 和 (4) 相比较，得到：

$$P(X, Y|e) = P(X|Y, e)P(Y|e)$$