

《人工智能原理与算法》第9章作业

姓名：谷绍伟 学号：202418020428007

假设有如下公理：

1. $0 \leq 3$
2. $7 \leq 9$
3. $\forall x \quad x \leq x$
4. $\forall x \quad x \leq x + 0$
5. $\forall x \quad x + 0 \leq x$
6. $\forall x, y \quad x + y \leq y + x$
7. $\forall w, x, y, z \quad w \leq y \wedge x \leq z \Rightarrow w + x \leq y + z$
8. $\forall x, y, z \quad x \leq y \wedge y \leq z \Rightarrow x \leq z$

请分别用反向链接和前向链接证明 $7 \leq 3 + 9$ （注意：只用上述公理，不要用其他的数学知识），只需要给出关键步骤。

反向链接证明：

- 如果取 $y = 7 + 0$, $x = 7$, $z = 3 + 9$, 则根据公理 4., 有 $7 \leq 7 + 0$, 只需要证明 $7 + 0 \leq 3 + 9$. 即可根据公理 8. 得到 $7 \leq 3 + 9$.
- 对 $7 + 0 \leq 3 + 9$ 进行分解, 根据公理 6., 有 $7 + 0 \leq 0 + 7$. 只需证明 $0 + 7 \leq 3 + 9$.
- 对 $0 + 7 \leq 3 + 9$ 进行分解, 根据公理 7., 若取 $w = 0$, $x = 7$, $y = 3$, $z = 9$, 只要有 $0 \leq 3$ 和 $7 \leq 9$, 即可根据公理 7. 得到 $0 + 7 \leq 3 + 9$.
- 根据公理 1. 和公理 2., 得到 $0 \leq 3$ 和 $7 \leq 9$. 因此, $0 + 7 \leq 3 + 9$ 成立, 原式得证。

前向链接证明：

- 根据公理 1.、2. 和公理 7., 用 0 替换 w , 7 替换 x , 3 替换 y , 9 替换 z , 得到 $0 + 7 \leq 3 + 9$.

- 根据公理 6., $0 + 7 \leq 7 + 0$ 。
- 根据公理 8., 用 $7 + 0$ 替换 x , $7 + 0$ 替换 y , $3 + 9$ 替换 z , 得到 $7 + 0 \leq 3 + 9$ 。
- 根据公理 4., $7 \leq 7 + 0$ 。
- 根据公理 8., 用 7 替换 x , $7 + 0$ 替换 y , $3 + 9$ 替换 z , 得到 $7 \leq 3 + 9$ 。得证。