

《人工智能原理与算法》第10章作业

姓名：谷绍伟 学号：202418020428007

将下面的描述逻辑表达式转换为一阶逻辑：

一个男人的集合，这样的男人至少有三个儿子且至多有两个女儿，儿子都失业了并与医生结了婚，女儿都是物理系或数学系的教授。

答：

先定义如下谓词：

- $Man(x)$ ：表示“ x 是男人”；
- $Son(x, y)$ ：表示“ x 是 y 的儿子”；
- $Daughter(x, y)$ ：表示“ x 是 y 的女儿”；
- $Unemployed(x)$ ：表示“ x 处于失业状态”；
- $Married(x, y)$ ：表示“ x 与 y 结婚”；
- $Doctor(x)$ ：表示“ x 是医生”；
- $Professor(x)$ ：表示“ x 是教授”；
- $Physics(x)$ ：表示“ x 属于物理系”；
- $Math(x)$ ：表示“ x 属于数学系”。

对各部分进行一阶逻辑转换：

- “男人至少有三个儿子”： $\forall x(Man(x) \rightarrow \exists y_1 \exists y_2 \exists y_3(Son(y_1, x) \wedge Son(y_2, x) \wedge Son(y_3, x) \wedge y_1 \neq y_2 \wedge y_1 \neq y_3 \wedge y_2 \neq y_3))$ ；
- “男人至多有两个女儿”： $\forall x(Man(x) \rightarrow \forall z_1 \forall z_2 \forall z_3((Daughter(z_1, x) \wedge Daughter(z_2, x) \wedge Daughter(z_3, x)) \rightarrow (z_1 = z_2 \vee z_1 = z_3 \vee z_2 = z_3)))$ ；
- “儿子都失业了并与医生结了婚”： $\forall x \forall y(Man(x) \wedge Son(y, x) \rightarrow (Unemployed(y) \wedge \exists z(Married(y, z) \wedge Doctor(z))))$ ；
- “女儿都是物理系或数学系的教授”： $\forall x \forall y(Man(x) \wedge Daughter(y, x) \rightarrow (Professor(y) \wedge (Physics(y) \vee Math(y))))$ ；

将以上各部分整合为完整的一阶逻辑表达式，如下：

$$\begin{aligned} & \forall x(Man(x) \rightarrow \\ & (\exists y_1 \exists y_2 \exists y_3 (Son(y_1, x) \wedge Son(y_2, x) \wedge Son(y_3, x) \wedge y_1 \neq y_2 \wedge y_1 \neq y_3 \wedge y_2 \neq y_3) \\ & \wedge \forall z_1 \forall z_2 \forall z_3 ((Daughter(z_1, x) \wedge Daughter(z_2, x) \wedge Daughter(z_3, x)) \rightarrow (z_1 = z_2 \vee z_1 = z_3 \vee z_2 = z_3)) \\ & \wedge \forall y (Man(x) \wedge Son(y, x) \rightarrow (Unemployed(y) \wedge \exists z (Married(y, z) \wedge Doctor(z)))) \\ & \wedge \forall y (Man(x) \wedge Daughter(y, x) \rightarrow (Professor(y) \wedge (Physics(y) \vee Math(y))))) \end{aligned}$$