

# 《人工智能原理与算法》第4章作业

姓名：谷绍伟      学号：202418020428007

生成大量的八数码问题和八皇后问题并用以下算法分别求解：爬山法（最陡上升和首选爬山法），随机重启爬山法，模拟退火算法。计算搜索耗散和问题的解决率，对结果进行评估。

## 1 八皇后问题

### 1.1 问题定义

八皇后问题的求解是经典的搜索问题，要求在  $8 \times 8$  的国际象棋棋盘上放置 8 个皇后，使得每个皇后不能攻击其他皇后。皇后可以攻击同一行、同一列以及同一对角线上的其他皇后。本题中为了简化状态数量，在随机初始化时要求每列随机放置一个皇后，并且限制每个皇后仅能在其所在的列上进行移动。

### 1.2 算法实现

在对问题进行限制后，对于一个棋盘，一共有 56 种后继状态。选择棋盘上相互攻击的皇后对数为启发函数，当启发函数值为 0 时，问题达到最优解。

使用**最陡爬山法**求解时，每次从所有后继状态中选择攻击对数最小的后继，若棋盘上互相攻击的皇后对数为 0 或找不到比当前更优的后继时，求解过程结束。

使用**首选爬山法**时，若找到比当前攻击对数小的后继，即接受该后继，若棋盘上互相攻击的皇后对数为 0 或找不到比当前更优的后继时，求解过程结束。

使用**随机重启爬山法**时，若无法找到比当前更小的后继，则进行一次随机重启，设置最大随机重启次数为 5，分别使用最陡和首选爬山法进行测试。

使用**模拟退火算法**时，若随机扰动后的结果优于当前结果，则接受，否则以一定概率接受，每个温度下设置循环次数为 1 次，设置初始温度为 5，最低温度为 0.001，冷却系数为 0.99。

### 1.3 结果分析

随机生成 1000 个样本，分别使用五种算法进行测试，得到的结果如图 1。结果如表 1所示。

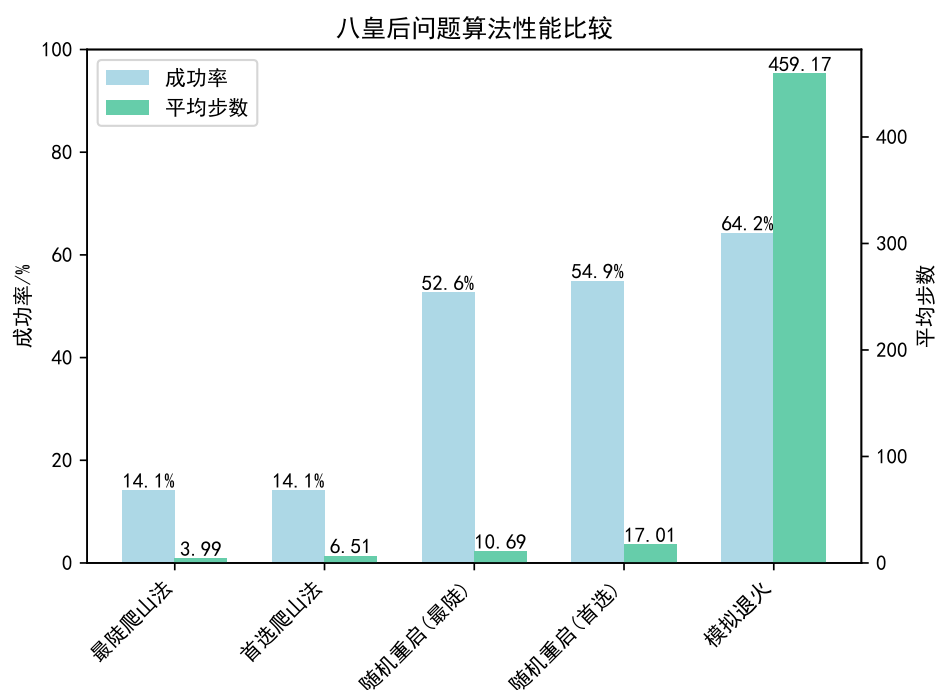


Figure 1: 八皇后问题算法性能比较

Table 1: 八皇后问题求解结果

算法	问题解决数	平均搜索耗散	耗时/s
最陡爬山法	141	3.99	11.59
首选爬山法	141	6.51	7.74
随机重启爬山法 (最陡)	526	10.69	49.40
随机重启爬山法 (首选)	549	17.01	31.74
模拟退火算法	642	459.17	32.03

根据结果，最陡爬山法和首选爬山法的问题解决率相差不大，但首选爬山法在平均搜索耗散上表现更好。随机重启爬山法可以结合最陡上升和首选爬上，问题解决率更高，但随机重启带来了较大的搜索耗散。模拟退火算法在问题解决率上表现最好，但由于模拟退火算法会以一定概率接受比当前差的结果，因此搜索耗散明显增大。

在模拟退火算法中，如果将冷却系数修改为 0.999，则问题解决率达到 99.4%，但搜索耗散会达到 2508.03，可见冷却足够慢时，模拟退火算法容易找到全局最优解。

## 2 八数码问题

### 2.1 问题定义

八数码问题要求在一个  $3 \times 3$  的棋盘上，将数字 1-8 和空格（用 0 表示）重新排列，使得每个数字出现在目标未知。如图 2，定义右侧状态为目标状态。进行排列时，相邻的数字可以移动到空格位置。

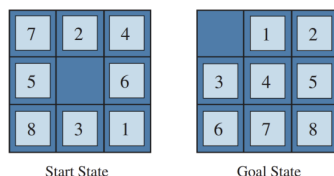


Figure 2: 八数码问题

### 2.2 算法实现

选择与目标状态相比不在位的棋子数为启发函数进行求解。可知对于任何一种状态，最多有四个后继状态（空格位于棋盘中央时），由于不同初始情况对应不同的棋盘情况，因此八数码问题不适合用随机重启爬山法求解。

用最陡爬山法求解时，在后继状态中选择错位数最小的状态；用首选爬山法时，选择第一个小于当前错位数的后继状态；用模拟退火算法时，随机扰动后若错位数更小则接受，否则以一定概率接受，设置初始温度为 5，最低温度为 0.001，冷却系数为 0.999，每个温度下循环次数为 30。

### 2.3 结果分析

随机生成 1000 个样本，分别使用三种算法进行测试，得到的结果如图 3。

由于八数码问题的平均的完成步数更长且很可能需要“下山”，因此最逗爬山法和首选爬山法的问题解决率接近于 0，若将样本扩大到 10000 个，两种算法的成功解决个数为 2 个和 1 个，平均搜索步数为 2 和 4，但由于每个状态的后继状态很少，这两种算法测试 10000 个样本的耗时均小于 1s。

模拟退火算法在八数码问题上有相对较好的解决率，但平均搜索步数和搜索时长均较大。

进一步设置不同的模拟退火算法参数，得到的结果如表 2 所示，可见每个温度下搜索轮数较多、冷却足够慢时，模拟退火算法有较好的解决率，但会导致搜索时间较长。

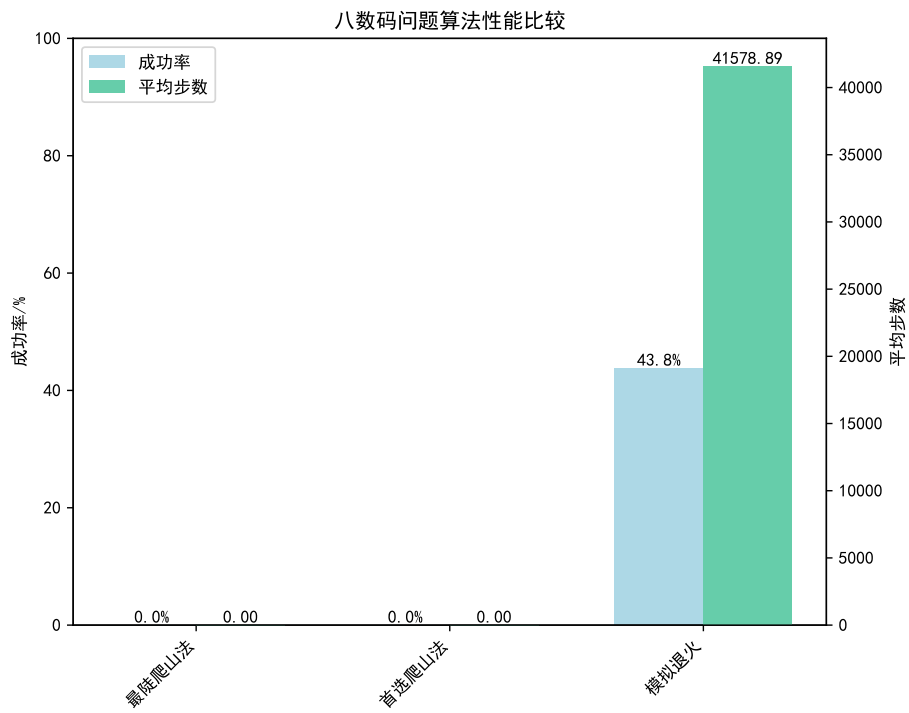


Figure 3: 八数码问题算法性能比较

Table 2: 八数码问题模拟退火算法比较

起始温度	最低温度	冷却系数	搜索轮数	问题解决数	平均搜索耗散	耗时/s
5	0.001	0.999	30	438	41578.89	1328
5	0.001	0.999	60	494	61942.98	2394
1	0.001	0.999	60	464	12514.26	1890
5	0.001	0.99	30	87	4240.39	188
5	0.0001	0.99	30	73	4270.94	241