

# Pràctica 3: Òrbites de Kepler. 22-23

Objectius: [derivades](#), [Newton-Raphson](#), [bisecció](#), [external](#)

— Nom del programa **P3-22-23.f90**.

Precisió de reals: **double precision**. Utilitza les subroutines desenvolupades a la prepràctica. Tots els resultats a: **P3-22-23-res.dat**, afegeix una línia descriptiva separant els diferents resultats. Deixa dues línies en blanc per separar els blocs i utilitza “index” a gnuplot.

Johannes Kepler va determinar matemàticament les òrbites que fan els cossos al voltant del Sol amb les següents expressions

$$x(E) = a(\cos(E) - \epsilon) \quad y(E) = a\sqrt{1 - \epsilon^2} \sin(E),$$

on  $a$  és el semieix major de la trajectòria el·líptica,  $\epsilon$  la seva excentricitat y  $E$  és la anomalia excèntrica.

- 1) Genera una taula amb 120 punts equiespaiats de  $E$ ,  $E \in [0, 2\pi]$ , per al cometa Hale-Bopp amb  $a = 189.857 U.A.$ ,  $\epsilon = 0.995086$ . Calcula per aquests punts la distància a l'origen de coordenades  $D(E) = \sqrt{x^2 + y^2}$  i la seva derivada numèrica fent servir la subrutina de la prepràctica. Escriu els resultats en un fitxer de tres columnes  $E, D(E), D'(E)$ . Fes una gràfica **P3-22-23-fig1.png** amb la distància i la seva derivada en funció de  $E$ .

- 2) Programa un algorisme de bisecció que trobi les arrels de la funció

$$F(E) = \sin(2E)(1 - \epsilon^2) - (\cos(E)(2 - \epsilon^2) - \epsilon) \sin(E)$$

per al interval de  $E \in [0.2, 6.1]$  amb una precisió de **1.d-9**. Les arrels de  $F(E)$  ens donen els valors extrems de la funció distància. Escriu en el fitxer dos columnes amb el valor  $E_{\max}$  trobat així com la distància màxima a l'origen,  $D(E_{\max})$ .

- 3) Kepler també va trobar que la excentricidad anòmala es pot escriure en funció del temps com

$$E = \frac{2\pi}{T_H} t - \epsilon \sin(E)$$

Programa el mètode de Newton-Raphson (amb  $E_0 = \pi/6$ ) amb precisió **1.d-11** per trobar 100 valors de la anomalia excèntrica durant una volta del cometa al voltant del Sol, (fes 100 valors equiespaiats de  $t$ ,  $t \in [0, T_H]$ ). El període del cometa és  $T_H = 2526.5$  anys. Escriu al fitxer de resultats els valors de  $t, E, x(E), y(E)$ . Fes una gràfica **P3-22-23-fig2.png**,  $(x(E), y(E))$ , de la trajectòria del Hale-Bopp.

EXTRA) Estudia la convergència del mètode de Newton-Raphson en el temps  $t = 3T_H/5$  començant amb els valors  $E_0 = 0.4, 1.7, 2.3, 3.6, 6.1$  amb una precisió semblant. Escriu al fitxer dues columnes amb  $E_0$ , iteracions

pista:  $\Rightarrow$  **COMMON** per a passar  $t$  a la function que calculi la derivada de l'expressió.

Entregable: **P3-22-23.f90, P3-22-23-res.dat, P3-22-23-fig1.png, P3-22-23-fig2.png, scripts gnu-plot**