Pre-Pràctica 6: Nombres aleatoris 2. 22-23

Objectius: Métodes de Montecarlo (cru, sampleig d'importància), nombres aleatoris

— Nom del programa principal P6-22-23.f90.

Precisió de reals: double precision. Fes servir les routines de la Pre-pràctica 5.

Totes les sortides de dades a P6-22-23-res.dat.

1) Integrals Montecarlo 1D.

a) Fes servir el mètode de Montecarlo cru per a calcular les següents integrals definides,

$$I_{1} = \int_{-\pi}^{\pi} \sqrt{\pi^{2} + x^{2}} dx = \pi^{2} (\sqrt{2} + \log(1 + \sqrt{2}))$$

$$I_{2} = \int_{-\pi}^{2\pi} (x + 3x^{2} \sin(x) - x^{3}) \cos^{2}(x) \sin(x) dx = \frac{1}{576} \pi (1992\pi^{2} - 1169)$$

Per a cadascuna de les integrals, calcula el valor de la integral i el seu error corresponent utilitzant $N=2500,5000,7500,\ldots,150000$ sumands.

Escriu al fitxer de dades 5 columnes: N, I_1 , σ_{I_1} , I_2 i σ_{I_2} . Genera una figura, **P6-22-23-fig1.png** que mostri la convergència dels càlculs dibuixant l'error real comès comparat amb l'error estimat.

- b) Genera 1050000 de nombres distribuïts segons $p(x)=(5/4)\ e^{-|x|}\ \sin^2(x)\ /\ (1-e^{-\pi})$ amb $x\in [-\pi,\pi]$.
- c) Genera 1050000 nombres gaussians amb valor mitjà igual a zero i variància 1.
- d) Amb els nombres aleatoris generats a b) i c), calcula, fent servir N=5000,10000, $15000,\ldots,1050000$, les integrals següents i escriu: N, els seus valors i errors estimats al fitxer de dades.

$$I_{3} = \int_{-\pi}^{\pi} e^{-|x|} x^{2} \sin^{2}(x) dx,$$

$$I_{4} = \int_{-\pi}^{\pi} e^{-x^{2}/2} \cos^{2}(x) (\pi + 4x^{2}) dx,$$

$$I_{5} = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^{2}} \sin^{2}(x) x^{4} dx.$$

Nota: Per I_3 i I_4 utilitza nombres d'1b), per I_5 , d'1c).

2) Integral Montecarlo multidimensional.

Fent servir els nombres aleatoris generats a 1c) calcula la següent integral utilitzant per a cada càlcul $N=1500,3000,4500,\ldots,210000$ sumands. Escriu al fitxer de dades el nombre de sumands, N, el valor d' I_6 i l'error estimat amb el mètode de Montecarlo. Fes una figura mostrant la convergència del resultat, incloent com a títol el resultat final amb el seu error, $\bf P6-22-23-fig2.png$.

$$I_{6} = \int_{-\infty}^{\infty} dx_{1} \int_{-\infty}^{\infty} dx_{2} \int_{-\infty}^{\infty} dx_{3} \int_{-\infty}^{\infty} dx_{4} \int_{-\infty}^{\infty} dx_{5} g(x_{1}, x_{2}, x_{3}, x_{4}, x_{5}) e^{-(x_{1}^{2} + x_{2}^{2} + x_{3}^{2} + x_{4}^{2} + x_{5}^{2})}$$
amb
$$g(x_{1}, x_{2}, x_{3}, x_{4}, x_{5}) = e^{x_{1} \cos(x_{2} + 2x_{3})} (\pi x_{3}^{2} x_{4}^{2} x_{5}^{2} + \cos^{2}(2x_{3} + x_{4}) x_{5} \sin(x_{5}))$$

Entregable: P6-22-23.f90, P6-22-23-fig1.png, P6-22-23-fig2.png, P6-22-23-res.dat