

# Pre-Pràctica 7: Pèndol simple. 22-23

Objectius: [Resolució de EDOs](#), [Mètode d'Euler](#), [Euler modificat](#), [convergència](#)

— Nom del programa **P7-22-23.f90**. Totes les sortides de dades dels apartats (a,b,c,d,e), separades convenientment: **P7-22-23-res.dat**.

Considera la dinàmica d'un pèndol simple de massa 510 gr i longitud  $\ell = 45\text{cm}$ , que ve descrita per l'equació diferencial,

$$\ell\ddot{\phi} = -g \sin \phi \quad (0.18)$$

amb  $g = 1.62 \text{ ms}^{-2}$  (està situat a la Lluna). Considera  $t \in (0, 6T_N)$ , amb  $T_N = 2\pi/\omega_N$  i  $\omega_N = \sqrt{g/\ell}$ . Treballa en **double precision**.

Programa mètodes d'Euler normal i millorat per calcular  $\phi(t)$  i  $\dot{\phi}(t)$ .

- Petites oscil·lacions.** Estudia la dinàmica del pèndol per a  $\phi(0) = 0.03 \text{ rad}$  amb  $\dot{\phi}(0) = 0 \text{ rad/s}$ . Fes una figura **P7-22-23-fig2.png** amb  $\dot{\phi}(t)$  vs.  $t$ , comparant els dos mètodes amb la predicció obtinguda aproximant  $\sin \phi \simeq \phi$ . Discuteix la diferència entre la freqüència numèrica i l'obtinguda amb l'aproximació anterior de manera analítica. Fes servir 1300 passos de temps.
- Oscil·lacions grans.** Estudia la dinàmica del pèndol per  $\phi(0) = \pi - 0.03 \text{ rad}$  amb  $\dot{\phi}(0) = 0 \text{ rad/s}$ . Fes una figura **P7-22-23-fig1.png** amb  $\dot{\phi}(t)$  vs.  $t$ , comparant els dos mètodes. Interpreta el resultat. Genera una figura **P7-22-23-fig3.png** comparant les trajectòries a l'espai fàsic,  $(\phi, \dot{\phi})$ . Fes servir 1800 passos de temps. Observes alguna diferència qualitativa entre els dos casos?
- Energia.** Calcula l'energia cinètica,  $K(t) = (1/2)m(\dot{\phi}(t))^2\ell^2$ , l'energia potencial  $V(t) = -mg\ell \cos(\phi(t))$  i total  $E_{\text{total}}(t) = K(t) + V(t)$  del pèndol (fes dues funcions, **Ecine**( $\phi$ ) i **Epoten**( $\phi$ )). Pels casos  $\phi(0) = 1$  i  $\pi - 0.035 \text{ rad}$ , amb  $\dot{\phi}(0) = 0 \text{ rad/s}$  estudia l'evolució d' $K(t)$  i  $V(t)$ . Genera una figura **P7-22-23-fig4.png** comparant l'evolució de l'energia potencial i total calculades amb els dos mètodes. Fes servir 2500 passos de temps.

Pels apartats d) i e) fes servir només el mètode d'Euler millorat.

- Transició.** Considera la dinàmica a partir de  $\phi(0) = 0$  amb  $\dot{\phi}(0) = 2\sqrt{g/\ell} \pm 0.05 \text{ rad/s}$ . Compara la dinàmica del dos casos i fes una figura mostrant les trajectòries a l'espai fàsic **P7-22-23-fig5.png**. A què es correspon la transició observada? Fes servir 2100 passos de temps i un  $t \in (0, 7T_N)$ .
- Convergència del mètode.** Estudiar l'evolució de l'error és un aspecte rellevant en qualsevol mètode numèric. Per  $\phi(0) = 2.1 \text{ rad}$  i  $\dot{\phi}(0) = 0.1 \text{ rad/s}$  i  $t \in [0, 12T_N]$  estudia l'evolució de l'energia total del sistema com a funció del temps fent servir 400, 1100, 2000 i 16000 passos de temps. Genera una figura **P7-22-23-fig6.png** amb la comparació. És raonable fer servir 1000/2000 passos pels càlculs dels apartats a), b), c) i d)?

Entregable: [P7-22-23.f90](#), [P7-22-23-fig1.png](#), [P7-22-23-fig2.png](#), [P7-22-23-fig3.png](#), [P7-22-23-fig4.png](#), [P7-22-23-fig5.png](#), [P7-22-23-fig6.png](#), [scripts de gnuplot](#)