Pre-Pràctica 3: Zeros de funcions. Derivada. 22-23

Objectius: derivades, Newton-Raphson, bisecció,external

— Nom del programa principal **P3Pre-22-23.f90**.
Precisió de reals: **double precision**.
Tots els outputs amb 12 xifres significatives, p.ex. format(e20.12)
Tots els resultats a: **P3-22-23.res.dat**, afegeix una línia descriptiva separant els diferents resultats (començant la linia amb #). Deixa dues linies en blanc per separar els blocs i utilitza "index" a gnuplot.

El dia de la pràctica haureu de fer servir parts del codi que desenvolupeu a continuació.

1) Escriu dues subrutines, **NewtonRap(x0,eps,fun,niter,xarrel)** i **Bisection(A,B,eps,fun,niter,xarrel)** que trobin una arrel de la funció $f(x)$ que retorna la subroutina **fun(x,fu,dfu)**.

   Els inputs de les subroutines són:

   - **x0**, double precision, punt inicial de Newton Raphson.
   - **A**, **B** double precision, punts inicials de bisecció.
   - **eps**, double precision, precisió desitjada.
   - **fun(x,fu,dfu)**, subroutina que retorna el valor de $f(x)$ i $f'(x)$, respectivament. Definida com a external.

   Els outputs,

   - **niter**, integer, nombre d'iteracions per aconseguir la precisió.
   - **xarrel**, double precision, valor de l'arrel

2) Per a testejar les subrutines Bisection i NewtonRap:

   a) Considera el polinomi de grau 3 amb $E \in [0, 2\pi]$.

   $$\mathrm{P}(E) = \frac{175}{66} + \frac{50}{33}E - \frac{233}{66}E^2 + E^3 \tag{0.3}$$

   Representa gràficament la funció $F(E) = \sinh(E)\mathrm{P}(E)$ i la seva derivada a l'interval considerat, **P3-22-23-fig1.png**.

   b) Mitjançant la subrutina de bisecció troba les tres arrels d'$F(E)$, fent servir la informació visual de la representació gràfica, amb una precisió de **1.d-12**.

   c) A continuació estudia la convergència del mètode de Newton-Raphson per trobar les arrels reals començant des de 9 punts diferents, $E_0 = 0.1, 0.2, 0.65, 0.7, 1.3, 2.4, 2.6, 3.9$ i 5.3 amb una precisió **1d-12**. Escriu en un fitxer **P3-22-23-res.dat** el valor E_0 i el nombre d'iteracions necessàries per assolir la precisió. Fes una gràfica que il.lustri la convergència del mètode pels valors $E_0 = 0.2, 0.7, 1.3$, p.ex. mostra con varia el valor aproximat de l'arrel per a cada iteració del mètode, **P3-22-23-fig2.png**.

3) Considera la següent fórmula a dos punts per a calcular la derivada primera d'una funció dins de l'interval $[a, b]$,

$$\begin{aligned} \text{si } x \in (a,b) \qquad & f'(x) = \frac{f(x+h) - f(x-h)}{2h} \\ \text{si } x = a \qquad & f'(a) = \frac{f(a+h) - f(a)}{h} \\ \text{si } x = b \qquad & f'(b) = \frac{f(b) - f(b-h)}{h}\,. \end{aligned} \tag{0.4}$$

Construeix una subrutina **derfun(ndat,x,fu,dfu)** que rebi dos vectors, un amb els valors de la variable equiespaiats $(x_{k+1} - x_k = h)$, x_k, **x(ndat)**, i l'altre amb els valors corresponents de la funció $f(x_k)$, **fu(ndat)**, i retorni un vector amb la derivada calculada numèricament $f'(x_k)$, **dfu(ndat)**.

4) Per a testejar la subrutina **derfun**.

Genera dues taules amb 34 i 420 punts de la funció $F(E)$ amb $0 \in [0, 2\pi]$, calcula numèricament la seva derivada amb la subrutina de l'apartat anterior, escriu en dos fitxers: **P3-22-23-res3-n34.dat** i **P3-22-23-res3-n420.dat**: E, $F(E)$, $F'_{\text{approx}}(E)$, $F'(E)$. Fes una gràfica **P3-22-23-fig3.png** comparant les derivades aproximades amb 34 i 420 punts amb el resultat exacte.

Entregable: P3-22-23.f90, P3-22-23-res.dat, P3-22-23-res3-n34.dat, P3-22-23-res3-n420.dat, P3-22-23-fig1.png, P3-22-23-fig2.png, P3-22-23-fig3.png+scripts gnuplot