

(№ 2252) Обозначим через ДЕЛ(n, m) утверждение «натуральное число n делится без остатка на натуральное число m ». Для какого наименьшего натурального числа A формула

$$(\neg \text{ДЕЛ}(x, 19) \vee \neg \text{ДЕЛ}(x, 15)) \rightarrow \neg \text{ДЕЛ}(x, A)$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной x)?

(№ 5106) Обозначим через ДЕЛ(n, m) утверждение «натуральное число n делится без остатка на натуральное число m ». Для какого наименьшего натурального числа A формула

$$(\text{ДЕЛ}(x, 12) \rightarrow \neg \text{ДЕЛ}(x, 90)) \vee (x + 2A \geq 512)$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной x)?

(№ 5667) (А. Кабанов) Обозначим через ДЕЛ(n, m) утверждение «натуральное число n делится без остатка на натуральное число m »; и пусть на числовой прямой дан отрезок $B = [70; 80]$. Для какого наибольшего натурального числа A формула

$$\text{ДЕЛ}(x, A) \vee ((x \in B) \rightarrow \neg \text{ДЕЛ}(x, 18))$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной x ?

285

15.py - C:/Users/axelo/OneDrive/Рабочий стол/15.py (3.12.5)

File Edit Format Run Options Window Help

```
def f(x):
    return ((x%19!=0) or (x%15!=0)) <= (x%a!=0)

for a in range(1,10000):
    if all(f(x)==1 for x in range(1,1000000)):
        print(a)
```

166

15.py - C:/Users/axelo/OneDrive/Рабочий стол/15.py (3.12.5)

File Edit Format Run Options Window Help

```
def f(x):
    return ((x%12==0) <= (x%90!=0)) or (x+2*a>=512)

for a in range(1,1000):
    if all(f(x)==1 for x in range(1,1000000)):
        print(a)
```

72

15.py - C:/Users/axelo/OneDrive/Рабочий стол/15.py (3.12.5)

File Edit Format Run Options Window Help

```
def f(x):
    return (x%a==0) or ((70<=x<=80) <= (x%18!=0))

for a in range(10000,1,-1):
    if all(f(x)==1 for x in range(1,1000000)):
        print(a)
```

коммент

$A \leq t + 3$

раскоммент

$A \leq t + 4$

(№ 3827) Обозначим через ДЕЛ(n, m) утверждение «натуральное число n делится без остатка на натуральное число m ». Сколько существует натуральных значений A на отрезке $[1; 1000]$, при которых формула

$$\text{ДЕЛ}(A, 35) \wedge (\text{ДЕЛ}(730, x) \rightarrow (\neg \text{ДЕЛ}(A, x) \rightarrow \neg \text{ДЕЛ}(110, x)))$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной x)?

10

```
def f(x):  
    return (a%35==0) and ((730%x==0)<=((a%x!=0) <= (110%x!=0)))  
  
for a in range(1,1001):  
    if all(f(x)==1 for x in range(1,1_000_000)):  
        print(a)
```

4

14

(№ 379) Обозначим через $m \& n$ поразрядную конъюнкцию неотрицательных целых чисел m и n . Так, например, $14 \& 5 = 1110_2 \& 0101_2 = 0100_2 = 4$. Для какого наименьшего неотрицательного целого числа A формула

$$(x \& 29 \neq 0) \rightarrow ((x \& 12 = 0) \rightarrow (x \& A \neq 0))$$

тождественно истинна (т.е. принимает значение 1 при любом неотрицательном целом значении переменной x)?

```
17
19
15.py - C:/Users/axelo/OneDrive/Рабочий стол/15.py (3.12.5)
File Edit Format Run Options Window Help

def f(x):
    return (x&29!=0) <= ((x&12==0) <= (x&a!=0))

for a in range(1,1000):
    if all(f(x)==1 for x in range(1,1000000)):
        print(a)
```

(№ 7258) Обозначим через $m \& n$ поразрядную конъюнкцию неотрицательных целых чисел m и n . Например, $14 \& 5 = 1110_2 \& 0101_2 = 0100_2 = 4$. Для какого наименьшего натурального числа A формула

$$((x \& 673 \neq 0) \vee (x \& 189 \neq 0)) \rightarrow (x \& A > 0)$$

тождественно истинно (то есть принимает значение 1 при любом неотрицательном значении переменной X)?

```
= RESTART: C:/Users/axelo/OneDrive/Рабочий стол/15.py
701
703
15.py - C:/Users/axelo/OneDrive/Рабочий стол/15.py (3.12.5)
File Edit Format Run Options Window Help

def f(x):
    return ((x&673!=0) or (x&189!=0)) <= (x&a>0)

>>
>> for a in range(1,1000):
    if all(f(x)==1 for x in range(1,10**6)):
        print(a)
```

(№ 1055) Укажите наименьшее целое значение А, при котором выражение

$$(xy < 3A) \vee (x \geq 31) \vee (x < 5y)$$

истинно для любых целых положительных значений х и у.

1 ... + ∞

(№ 6749) (ЕГЭ-2023) Для какого наибольшего целого неотрицательного А выражение

$$(x + 2 \cdot y > A) \vee (y < x) \vee (x < 30)$$

тождественно истинно, т.е. принимает значение 1 при любых целых неотрицательных значениях переменных х и у?

0 ... + ∞

(№ 6566) (А. Богданов) Для какого наименьшего целого неотрицательного А выражение

$$(x \geq 27) \vee (2x < 3y) \vee (A > (x+2)(y-3))$$

тождественно истинно, т.е. принимает значение 1 при любых целых неотрицательных значениях переменных х и у?

61

15.py - C:/Users/axelo/OneDrive/Рабочий стол/15.py (3.12.5)

File Edit Format Run Options Window Help

```
def f(x,y):  
    return (x*y<3*a) or (x>=31) or (x<5*y)  
  
for a in range(1,1000):  
    if all(f(x,y)==1 for x in range(1,1000) for y in range(1,1000)):  
        print(a)
```

89

88

15.py - C:/Users/axelo/OneDrive/Рабочий стол/15.py (3.12.5)

File Edit Format Run Options Window Help

```
def f(x,y):  
    return (x+2*y>a) or (y<x) or (x<30)  
  
for a in range(1000,1,-1):  
    if all(f(x,y)==1 for x in range(0,1000) for y in range(0,1000)):  
        print(a)
```

393

394

15.py - C:/Users/axelo/OneDrive/Рабочий стол/15.py (3.12.5)

File Edit Format Run Options Window Help

```
def f(x,y):  
    return (x>=27) or (2*x<3*y) or (a>(x+2)*(y-3))  
  
for a in range(1,1000):  
    if all(f(x,y)==1 for x in range(0,1000) for y in range(0,1000)):  
        print(a)
```


(№ 6222) (А. Богданов) Обозначим через $\text{ПОЗ}(n,m)$ функцию, которая возвращает истину, если результат разности $(n-m)$ положительное число или ложь в противном случае. Для какого наибольшего целого неотрицательного A выражение

$$\neg \text{ПОЗ}(x+y, 73) \vee \neg \text{ПОЗ}(37, x-y) \vee \text{ПОЗ}(y, A)$$

тождественно истинно, т.е. принимает значение 1 при любых целых неотрицательных x и y ?

18



17

```
15.py - C:/Users/axelo/OneDrive/Рабочий стол/15.py (3.12.5)
File Edit Format Run Options Window Help

def poz(n,m):
    return n-m>0

def f(x,y):
    return not poz(x+y,73) or not poz(37,x-y) or poz(y,a)

for a in range(1000,1,-1):
    if all(f(x,y)==1 for x in range(0,1000) for y in range(0,1000)):
        print(a)
```

№ 14353 (Уровень: Средний)  

(Л. Шастин) Обозначим через $\text{ТРЕУГ}(n, m, k)$ утверждение «существует невырожденный треугольник с длинами сторон n, m и k ».

Для какого наибольшего натурального числа A формула

$$\text{ТРЕУГ}(A, 7, x) \rightarrow ((\text{МАКС}(x + 5, 14) \leq 27) \equiv \neg \text{ТРЕУГ}(36, 21, x))$$

тождественно истинна (т.е. принимает значение 1) при любом натуральном значении переменной x ?

Примечание. $\text{МАКС}(a, b) = a$, если $a > b$, и $\text{МАКС}(a, b) = b$, если $a \leq b$.

```
15.py - C:/Users/axelo/OneDrive/Рабочий стол/15.py (3.12.5)
File Edit Format Run Options Window Help

def tr(n,m,k):
    return n+m>k and n+k>m and m+k>n

def f(x):
    return tr(a,7,x) <= ((max(x+5,14)<=27) == (not tr(36,21,x)))

for a in range(1000,1,-1):
    if all(f(x)==1 for x in range(1,10**6)):
        print(a)
```

№ 927 Джобс 08.02.2021 (Уровень: Сложный)  

Обозначим через $\text{ДЕЛ}(n, m)$ утверждение «натуральное число n делится без остатка на натуральное число m ». Сколько существует целых положительных значений A , таких что формула $\text{ДЕЛ}(A, 5) \wedge (\neg \text{ДЕЛ}(2020, A) \rightarrow (\text{ДЕЛ}(x, 1718) \rightarrow \text{ДЕЛ}(2023, A)))$ тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом натуральном x ?

```
5
10
20
505
1010
2020
>
def f(x):
    return (a%5==0) and ((2020%a!=0)<=((x%1718==0)<=(2023%a==0)))

for a in range(1,100000):
    if all(f(x)==1 for x in range(1,10**7)):
        print(a)
```


(№ 361) На числовой прямой даны два отрезка: $P=[2,20]$ и $Q=[15,25]$. Какова минимальная длина отрезка A , такого, что формула

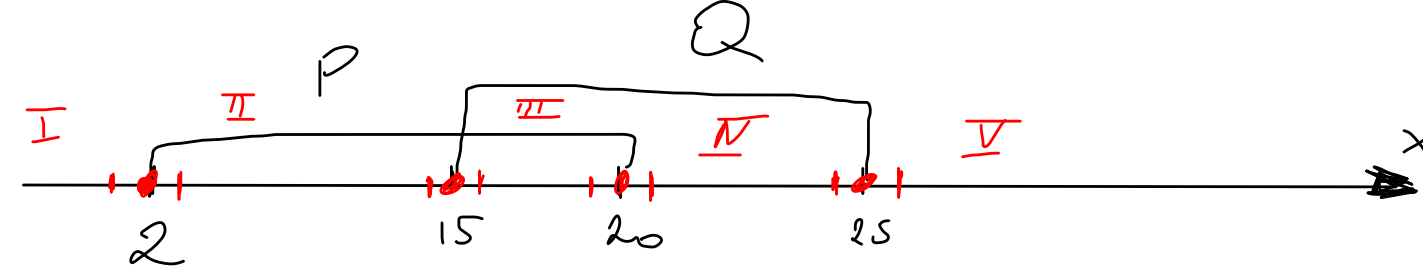
$$((x \notin A) \rightarrow (x \notin P)) \vee (x \in Q)$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной x ?

$$(\neg A \rightarrow \neg P) \vee Q = A \vee \neg(P \wedge \neg Q) = \neg(P \wedge \neg Q) \vee A$$

$$(P \wedge \neg Q) \rightarrow A$$

Если $x \in P$ и $x \notin Q$, то x должен $\in A$
 $[2; 15]$



12.99999

```
15.py - C:/Users/axelo/OneDrive/Рабочий стол/15.py (3.12.5)
File Edit Format Run Options Window Help

def f(x):
    P = 2<=x<=20
    Q = 15<=x<=25
    A = a1<=x<=a2
    return ((not A) <= (not P)) or Q

ox = [dx for x in (2,15,20,25) for dx in (x,x+0.00001,x-0.00001)]

m = []
for a1 in ox:
    for a2 in ox:
        if a2>=a1 and all(f(x)==1 for x in ox):
            m.append(a2-a1)
print(min(m))
```

(№ 377) На числовой прямой даны два отрезка: $P=[10,29]$ и $Q=[13,18]$. наибольшую возможную длину такого отрезка A , что формула

$$((x \in A) \rightarrow (x \in P)) \vee (x \in Q)$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной x .

19

```
15.py - C:/Users/axelo/OneDrive/Рабочий стол/15.py (3.12.5)
File Edit Format Run Options Window Help

def f(x):
    P = 10<=x<=29
    Q = 13<=x<=18
    A = a1<=x<=a2
    return (A <= P) or Q

ox = [dx for x in (10,29,13,18) for dx in (x,x-0.00001,x+0.00001)]

m = []
for a1 in ox:
    for a2 in ox:
        if a2>=a1 and all(f(x)==1 for x in ox):
            m.append(a2-a1)
print(max(m))
```


(№ 6472) На числовой прямой даны три отрезка: $P = [135; 218]$, $Q = [174; 308]$ и $R = [246; 382]$. Укажите наименьшую возможную длину такого отрезка A , что формула

$$(\neg((x \in Q) \rightarrow ((x \in P) \vee (x \in R)))) \rightarrow (\neg(x \in A) \rightarrow \neg(x \in Q))$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной x ?

(№ 8180) (ЕГКР-2025) На числовой прямой даны два отрезка: $B = [36; 75]$ и $C = [60; 110]$. Укажите наименьшую возможную длину такого отрезка A , что логическое выражение

$$\neg(x \in A) \rightarrow ((x \in B) \equiv (x \in C))$$

принимает значение 1 при любом значении переменной x .

27.999799999999993

15.py - C:/Users/axelo/OneDrive/Рабочий стол/15.py (3.12.5)

File Edit Format Run Options Window Help

```
def f(x):
    P = 135<=x<=218
    Q = 174<=x<=308
    R = 246<=x<=382
    A = a1<=x<=a2
    return (not(Q <= (P or R))) <= ((not A) <= (not Q))

ox = [dx for x in (135,218,174,308,246,382) for dx in (x,x+0.0001,x-0.0001)]

m = []

for a1 in ox:
    for a2 in ox:
        if a2>=a1 and all(f(x)==1 for x in ox):
            m.append(a2-a1)
print(min(m))
```

74

15.py - C:/Users/axelo/OneDrive/Рабочий стол/15.py (3.12.5)

File Edit Format Run Options Window Help

```
def f(x):
    B = 36<=x<=75
    C = 60<=x<=110
    A = a1<=x<=a2
    return (not A) <= (B==C)

ox = [dx for x in (36,75,60,110) for dx in (x,x+0.0001, x-0.0001)]

m = []

for a1 in ox:
    for a2 in ox:
        if a2>=a1 and all(f(x)==1 for x in ox):
            m.append(a2-a1)
print(min(m))
```

(№ 380) Элементами множеств A, P, Q являются натуральные числа, причём $P = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20\}$, $Q = \{3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30\}$. Известно, что выражение

$$((x \in P) \rightarrow (x \in A)) \vee ((x \notin A) \rightarrow (x \notin Q))$$

истинно (т.е. принимает значение 1 при любом значении переменной x).
Определите наименьшее возможное количество элементов в множестве A.

```
{18, 12, 6}

15.py - C:/Users/axelo/OneDrive/Рабочий стол/15.py (3.12.5)
File Edit Format Run Options Window Help

a = set()

def f(x):
    P = x in {2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20}
    Q = x in {3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30}
    A = x in a
    return (P <= A) or ((not A) <= (not Q))

for x in range(1, 1000):
    if f(x) == 0:
        a.add(x)
print(a)
```

(№ 3434) Элементами множеств A, P и Q являются натуральные числа, причём $P = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20\}$ и $Q = \{5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50\}$. Известно, что выражение

$$((x \in A) \rightarrow (x \in P)) \vee (\neg(x \in Q) \rightarrow \neg(x \in A))$$

истинно (т.е. принимает значение 1 при любом значении переменной x).
Определите наибольшее возможное количество элементов в множестве A.

```
18 {2, 4, 5, 6, 8, 10, 12, 14, 15, 16, 18, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50}

15.py - C:/Users/axelo/OneDrive/Рабочий стол/15.py (3.12.5)
File Edit Format Run Options Window Help

a = set(range(1, 1000))

def f(x):
    P = x in {2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20}
    Q = x in {5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50}
    A = x in a
    return (A <= P) or ((not Q) <= (not A))

for x in range(1, 1000):
    if f(x) == 0:
        a.remove(x)
print(len(a), a)
```


№ 2081 (Уровень: Средний) ✎ ✖

Пусть P – множество всех 8-битовых цепочек, начинающихся с 11, Q – множество всех 8-битовых цепочек, оканчивающихся на 0, а A – некоторое множество произвольных 8-битовых цепочек. Сколько элементов содержит минимальное множество A , при котором для любой 8-битовой цепочки x истинно выражение

$$\neg(x \in A) \rightarrow ((x \in P) \vee \neg(x \in Q))$$

$$B = \{-42, -10, -8, 2, 16\}, C = \{-10, -4, 2, 15, 23\}.$$

Известно, что выражение

$$((x \in A) \rightarrow (x \in B)) \vee (x \in C)$$

истинно (т. е. принимает значение 1) при любом значении переменной x . Определите наибольшую возможную сумму элементов множества A .

56
~~{2, 15, 16, 23, -42, -10, -8, -4}~~

15.py - C:/Users/axelo/OneDrive/Рабочий стол/15.py (3.12.5)

File Edit Format Run Options Window Help

```
a = set(range(-1000,1000))
```

```
def f(x):  
    B = x in {-42,-10,-8,2,16}  
    C = x in {-10,-4,2,15,23}  
    A = x in a  
    return (A <= B) or C
```

```
for x in range(-1000,1000):  
    if f(x)==0:  
        a.remove(x)  
print(a)
```

96

15.py - C:/Users/axelo/OneDrive/Рабочий стол/15.py (3.12.5)

File Edit Format Run Options Window Help

```
from itertools import *
```

```
a = set()
```

```
def f(x):  
    P = x[0]+x[1]=='11'  
    Q = x[-1]=='0'  
    A = x in a  
    return (not A) <= (P or (not Q))
```

```
for x in product('01',repeat=8):  
    if f(x)==0:  
        a.add(x)  
print(len(a))
```