Análisis de algoritmmos
Tarea 1

Karla Adriana Esquivel Guzmán
Luis Pablo Mayo Vega

30 de agosto de 2017
Facultad de Ciencias UNAM

Ejercicios

1.

2.

(a) n^2
Sabemos que la computadora con la que contamos realiza 10^{10} operaciones por segundo y que el algoritmo toma tiempo n^2. Entonces, para una entrada de tamaño $\sqrt{10^{10}}$, el algoritmo se ejecutaría en exactamente 1 segundo.
Como una hora tiene 3600 segundos, buscamos una entrada n que tome $10^{10} \times 3600$ operaciones.

$$x = 10^{10} \times 3600 = 36 \times 10^{12}$$
$$a = \sqrt{10^{10}} = 100,000$$
$$b = \sqrt{3600} = 60$$
$$n = a \times b = 6,000,000$$
$$n^2 = 36 \times 10^{12} = x$$

$\therefore n = 6,000,000$

(b) n^3
Siguiendo el mismo método que en *(a)*, la entrada de tamaño $\sqrt[3]{10^{10}}$ le tomaría 1 segundo

para ejecutarse y el factor de tiempo también estaría determinado por $\sqrt[3]{3600}$

$$
\begin{gathered}
x = 36 \times 10^{12} \\
a = \sqrt[3]{10^{10}} \approx 2154v \\
b = \sqrt{3600} \approx 15 \\
n = a \times b \approx 32310 \\
n^3 \approx 34 \times 10^{12}
\end{gathered}
$$

Como aún hay una diferencia notable entre la n^3 con esta entrada y el número total de operaciones posibles en una hora, podemos aproximarla más con un algoritmo como el siguiente.

```
def aproxima_n(i, x):
    t = 3600^(1/3)
    b = (i*t)^3
    while x > b:
        b  = (i*t)^3
        if b > x:
            return (i-1)*t
        i+=1
```

donde $i = \sqrt[3]{10^{10}}$, $x = 36 \times 10^{12}$ y obtenemos como resultado $n = 33019$

(c) $100n^2$
De manera análoga a (a) pero le dividimos la constante 100

$$
\begin{gathered}
x = 36 \times 10^{12} \\
a = \frac{\sqrt{10^{10}}}{10} = 10,000 \\
b = \sqrt{3600} = 60 \\
n = a \times b = 600,000 \\
100n^2 = 36 \times 10^{12} = x
\end{gathered}
$$

(d) $nlogn$

$$x = 36 \times 10^{12}$$
$$nlogn = x \implies logn = \frac{x}{n}$$
$$\implies 2^{\frac{x}{n}} = n$$

n es casi tan grande como x ...

(e) 2^n
Aplicando leyes de exponentes y logaritmos:

$$x = 36 \times 10^{12} = 2^n$$
$$\implies \log(10^{10} \times 3600) = n$$
$$n = 45$$
$$\therefore n = 45$$

(f) 2^{2^n}
Considerando que $log(36 \times 10^{12}) = 45$ debemos encontrar una n tal que $2^n \leq 45$

$$x = 36 \times 10^{12}$$
$$\log(45) \approx 5 \implies 2^{2^5} \approx x$$
$$\therefore n = 5$$

3.

4.

5.

6.