

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение

высшего образования

**«Дальневосточный федеральный университет»**

**(ДВФУ)**

|  |  |
| --- | --- |
|  | **ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ И КОМПЬЮТЕРНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ** |

**ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №2**

По курсу «Теория вероятностей и математическая статистика»

Студент группы Б9123-01.03.02ии

Моттуева Уруйдана Михайловна

г. Владивосток

2025

Ход работы:

1. Выбор распределения

Номер распределения определяется как по модулю 6, следовательно, номер распределения равен 1. Это соответствует равномерному распределению .

1. Равномерное распределение — это один из видов вероятностных распределений, при котором все значения случайной величины в заданном интервале [*a*,*b*] равновероятны. Это означает, что вероятность попадания случайной величины в любой подинтервал фиксированной длины внутри [*a*,*b*] одинакова.

Равномерное распределение имеет плотность:

Моменты этого распределения:

* Математическое ожидание:
* Дисперсия:

1. Оценка параметров равномерного распределения методом моментов

Метод моментов заключается в приравнивании теоретических моментов к выборочным. Выборочные моменты равны:

* Выборочное среднее:
* Выборочная дисперсия:

Из выражений для математического ожидания и дисперсии получаем систему уравнений:

Решая эту систему, находим оценку параметров:

1. Оценка параметров равномерного распределения методом максимального правдоподобия

Функция правдоподобия для выборки из :

Следовательно, для максимального аргумента *L* нужно минимизировать , и в результате оптимальные оценки параметров равномерного распределения методом максимального правдоподобия равны:

1. Генерируем 2 выборки из равномерного распределения на 100 и 10000 элементов на языке python и получаем результат оценки параметров.
2. from scipy.stats import uniform
3. import numpy as np
4. import pandas as pd
5. import matplotlib.pyplot as plt
6. a, b = 5, 15
7. np.random.seed(13)
8. sample\_100 = np.random.uniform(a, b, 100)
9. sample\_10000 = np.random.uniform(a, b, 10000)
10. def method\_M(sample):
11. mean = np.mean(sample)
12. variance = np.var(sample, ddof=0)
13. ans\_a = mean - np.sqrt(3 \* variance)
14. ans\_b = mean + np.sqrt(3 \* variance)
15. return ans\_a, ans\_b
16. def method\_MP(sample):
17. ans\_a = np.min(sample)
18. ans\_b = np.max(sample)
19. return ans\_a, ans\_b
20. def method\_fit(sample):
21. loc, scale = uniform.fit(sample, floc=np.min(sample))
22. ans\_a = loc
23. ans\_b = loc + scale
24. return ans\_a, ans\_b
25. mm\_a\_100, mm\_b\_100 = method\_M(sample\_100)
26. ml\_a\_100, ml\_b\_100 = method\_MP(sample\_100)
27. fit\_a\_100, fit\_b\_100 = method\_fit(sample\_100)
28. mm\_a\_10000, mm\_b\_10000 = method\_M(sample\_10000)
29. ml\_a\_10000, ml\_b\_10000 = method\_MP(sample\_10000)
30. fit\_a\_10000, fit\_b\_10000 = method\_fit(sample\_10000)
31. data = [
32. ["Истинные параметры", f"a={a}, b={b}", f"a={a}, b={b}"],
33. ["Оценка ММ (a, b)", f"{mm\_a\_100:.3f}, {mm\_b\_100:.3f}", f"{mm\_a\_10000:.3f}, {mm\_b\_10000:.3f}"],
34. ["Оценка ММП (a, b)", f"{ml\_a\_100:.3f}, {ml\_b\_100:.3f}", f"{ml\_a\_10000:.3f}, {ml\_b\_10000:.3f}"],
35. ["Оценка fit (a, b)", f"{fit\_a\_100:.3f}, {fit\_b\_100:.3f}", f"{fit\_a\_10000:.3f}, {fit\_b\_10000:.3f}"]
36. ]
37. columns = ["", "n=100", "n=10000"]
38. fig, ax = plt.subplots(figsize=(8, 3))
39. ax.axis('tight')
40. ax.axis('off')
41. table = ax.table(cellText=data, colLabels=columns, loc='center', cellLoc='center')
42. table.auto\_set\_font\_size(False)
43. table.set\_fontsize(10)
44. table.scale(1.2, 1.5)
45. plt.title("Сравнение оценок параметров распределения $U(a, b)$", fontsize=14, pad=20)
46. plt.show()

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | n = 100 | n = 10000 |
| Истинные параметры | a = 5, b = 15 | a = 5, b = 15 |
| Оценка ММ(a, b) | 4.486, 15.017 | 5.046, 15.050 |
| Оценка ММП(a, b) | 5.000, 14.849 | 5.000, 15.000 |
| Оценка fit(a, b) | 5.000, 14.849 | 5.000, 15.00 |

<https://colab.research.google.com/drive/1ZaJ-rDOka7qFhJNxM3yAzF53cX_lWj9j?usp=sharing> – ссылка на колаб с полным кодом программы