**Московский Государственный Университет им. М.В. Ломоносова**

**Факультет Вычислительной Математики и Кибернетики**

**Кафедра Суперкомпьютеров и Квантовой Информатики**



**Практикум**

**Отчёт**

**Решение СЛАУ методом отражений с параллельной реализацией**

Работу выполнил

**Косарев И.М.**

Москва 2018

**Постановка задачи и формат данных**

**Задача:** Реализовать параллельное решение СЛАУ методом отражений

**Компиляция и запуск:**

mpicxx main.cpp -o householder

mpirun -np <n> householder <file>

mpirun -np <n> householder <matrix size>

Доступна генерация и считывание из файла.

**Формат файла-матрицы**:

Количество строк, столбцов и элементы матрицы построчно.

Столбцов строго столько же, сколько строк.

Система должна иметь единственное решение.

**Описание алгоритма**

Идея метода заключается в разложении матрицы коэффициентов на произведение самосопряженной матрицы и верхнетреугольной.

В процессе преобразования матрица последовательно умножается на (n - 1) матриц, постепенно преобразующих её к верхнетреугольной засчёт становления столбцов коллинеарными к столбцам единичной матрицы. Это возможно, так как для любых двух векторов vecA и vecB существует vecW, такой что матрица U = E - 2 \* vecW \* vecW при умножении на vecA даст vecA', коллинеарный вектору vecB.

Мы последовательно строим матрицы преобразования для iго столбца нашей матрицы и iго столбца единичной матрицы

U = E — (vecA\_i — vecE\_i) \* (vecA\_i — vecE\_i) / (1 + ( vecA\_i, vecE\_i));

Получив верхнетреугольную матрицу, можем применять стандартный обратный ход.

Для распараллеливания удобно делить матрицу по столбцам, чтобы после распространения преобразования одновременно обновлять столбцы в рамках своего процесса.

При прямом ходе в процессе итерации по столбцам тот процесс, на котором хранится текущий столбец, рассчитывает vecW и рассылает его, после чего параллельно производится изменение всех столбцов.

При обратном ходе итерация по столбцом происходит, соответственно, в обратном направлении. Предварительно всем процессам рассылается вектор значений правого столбца.

Вначале вычисляется последний элемент вектора решения, в дальнейшем для вычисления соответствующего элемента решения процесс, содержащий соответствующий столбец, получает сумму произведений всех более правых элементов данной строки, умноженных на соответствующие элементы вектора решения, вычитает её из правого столбца и делит на соответствующий вычисляемому элементу решения элемент столбца.

Таким образом, в итоге мы получаем все элементы вектора решений.

**Результаты выполнения**

Размер матрицы 1000:



Размер матрицы 2000:



Размер матрицы 4000:



**Выводы**

Распараллеливание задачи поиска решения СЛАУ методом отражений достаточно имеет заметную эффективность.

Также можно заметить, что эффективность, особенно на большом числе процессоров, повышается с увеличением размера матриц, причём с коэффициентом около 1,5.