

## Attersee\*

Aufgabennummer: B\_524

Technologieeinsatz:

möglich ☐

erforderlich ☒

- a) Der zeitliche Verlauf der Temperatur des Attersees kann modellhaft durch die Funktion  $f$  beschrieben werden (siehe nachstehende Abbildung).

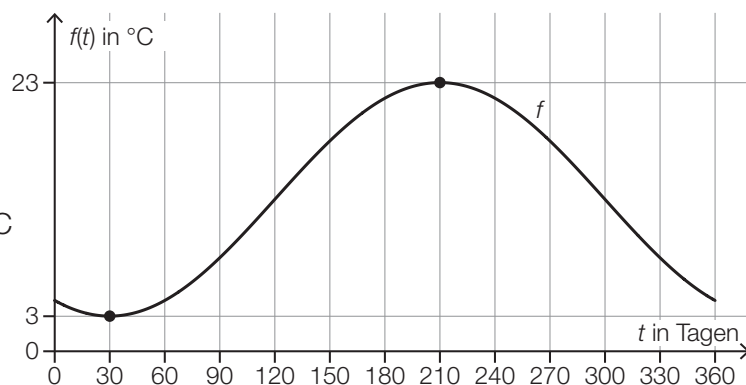
$$f(t) = a \cdot \sin\left(b \cdot t - \frac{2 \cdot \pi}{3}\right) + c$$

mit  $0 \leq t \leq 360$

$t$  ... Zeit in Tagen

$f(t)$  ... Temperatur zur Zeit  $t$  in °C

$a, b, c$  ... Parameter



- 1) Ermitteln Sie mithilfe der obigen Abbildung den Parameter  $b$ .
- 2) Ordnen Sie den beiden Größen jeweils den zutreffenden Zahlenwert aus A bis D zu.

|   |  |
|---|--|
| Amplitude von $f$   |  |
| linearer Mittelwert (Integralmittelwert) von $f$ im Intervall $[30; 210]$ |  |

|   |    |
|---|----|
| A | 10 |
| B | 12 |
| C | 13 |
| D | 23 |

Zur Zeit  $t = 120$  betrug die tatsächlich gemessene Temperatur 12 °C.

- 3) Geben Sie den Betrag des absoluten Fehlers an, der entsteht, wenn man statt der tatsächlich gemessenen Temperatur den Funktionswert an der Stelle  $t = 120$  verwendet.

Zur Überprüfung der Qualität der Modellfunktion  $f$  werden 1 000 Messwerte  $y_i$  der Temperatur zu verschiedenen Zeiten  $t_i$  erhoben.

Für jeden dieser Messpunkte  $(t_i | y_i)$  wird die Differenz des Messwerts  $y_i$  zum Funktionswert  $f(t_i)$  ermittelt. Diese Differenzen werden jeweils quadriert und danach aufsummiert. Die so erhaltene Summe wird mit  $s$  bezeichnet.

4) Vervollständigen Sie die nachstehende Formel zur Berechnung von  $s$ .

$$s = \sum_{i=1}^{1000} \boxed{\phantom{000000}}$$

b) Der pH-Wert von Wasser wird mithilfe der Konzentration  $c$  der Wasserstoffionen berechnet.

Auf der nachstehenden logarithmischen Skala ist die Konzentration  $c_1$  einer Wasserprobe aus dem Attersee eingetragen.



1) Lesen Sie den Wert von  $c_1$  ab.

$$c_1 = \underline{\hspace{2cm}} \text{ mol/L}$$

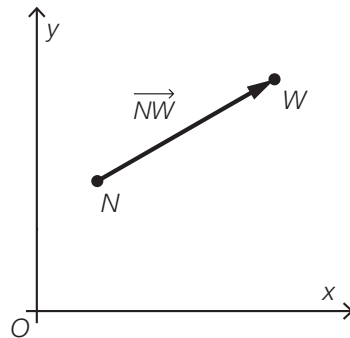
Für den Zusammenhang zwischen der Konzentration  $c$  und dem pH-Wert gilt:  $\text{pH} = -\lg(c)$ .

Eine andere Wasserprobe wird untersucht. Das Messgerät zeigt dabei einen pH-Wert von 8,0 an. Aufgrund der Messungenauigkeit muss der tatsächliche pH-Wert der Wasserprobe zwischen 7,9 und 8,1 liegen. Die Konzentration, die einem pH-Wert von 8,0 entspricht, wird mit  $c_2$  bezeichnet.

2) Berechnen Sie, um wie viel Prozent die Konzentration der Wasserprobe höchstens unter bzw. über der Konzentration  $c_2$  liegt.

- c) Die beiden Orte Nußdorf und Weyregg liegen auf einander gegenüberliegenden Ufern des Attersees.

Die Schiffsanlegestellen Nußdorf ( $N$ ) und Weyregg ( $W$ ) sind im nachstehenden Koordinatensystem dargestellt.



Die Entfernung zwischen den Punkten  $N$  und  $W$  beträgt 3,5 km.

Die Gerade durch die Punkte  $N$  und  $W$  hat den Richtungsvektor  $\vec{v} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}$ .

- 1) Ermitteln Sie den Vektor  $\vec{NW}$ .

## Möglicher Lösungsweg

a1)  $\frac{T}{2} = 180 \Rightarrow b = \frac{2 \cdot \pi}{360} = \frac{\pi}{180}$

a2)

|   |   |
|---|---|
| Amplitude von $f$   | A |
| linearer Mittelwert (Integralmittelwert) von $f$ im Intervall $[30; 210]$ | C |

|   |    |
|---|----|
| A | 10 |
| B | 12 |
| C | 13 |
| D | 23 |

a3)  $|f(120) - 12| = 13 - 12 = 1$

Der Betrag des absoluten Fehlers beträgt 1 °C.

a4)  $s = \sum_{i=1}^{1000} (y_i - f(t_i))^2 \quad \text{oder} \quad \sum_{i=1}^{1000} (f(t_i) - y_i)^2$

b1)  $c_1 = 2 \cdot 10^{-8} \text{ mol/L}$

b2)  $\frac{10^{-8,1} - 10^{-8}}{10^{-8}} = -0,205...$

$\frac{10^{-7,9} - 10^{-8}}{10^{-8}} = 0,258...$

Die Konzentration  $c_2$  wird höchstens um rund 21 % unter- bzw. um rund 26 % überschritten.

c1)  $\overrightarrow{NW} = \frac{1}{5} \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix} \cdot 3,5 = \begin{pmatrix} 2,8 \\ 2,1 \end{pmatrix} \quad (\text{Längen in km})$

## Lösungsschlüssel

- a1) Ein Punkt für das richtige Ermitteln des Parameters  $b$ .
- a2) Ein Punkt für das richtige Zuordnen.
- a3) Ein Punkt für das Angeben des richtigen Wertes.
- a4) Ein Punkt für das richtige Vervollständigen der Formel.
- b1) Ein Punkt für das Ablesen des richtigen Wertes von  $c_1$ .
- b2) Ein Punkt für das richtige Berechnen der beiden Prozentsätze.
- c1) Ein Punkt für das richtige Ermitteln des Vektors  $\overrightarrow{NW}$ .