

# Thermistor\*

Aufgabennummer: B\_050

Technologieeinsatz:

möglich ☐

erforderlich ☒

Ein *Thermistor* oder *Heißeiter* ist ein Halbleiter, dessen elektrischer Widerstand mit zunehmender Temperatur  $T$  abnimmt. Die Funktion  $R$  beschreibt diesen Zusammenhang:

$$R(T) = a \cdot e^{\frac{b}{T}}$$

$T$  ... Temperatur in Kelvin (K)

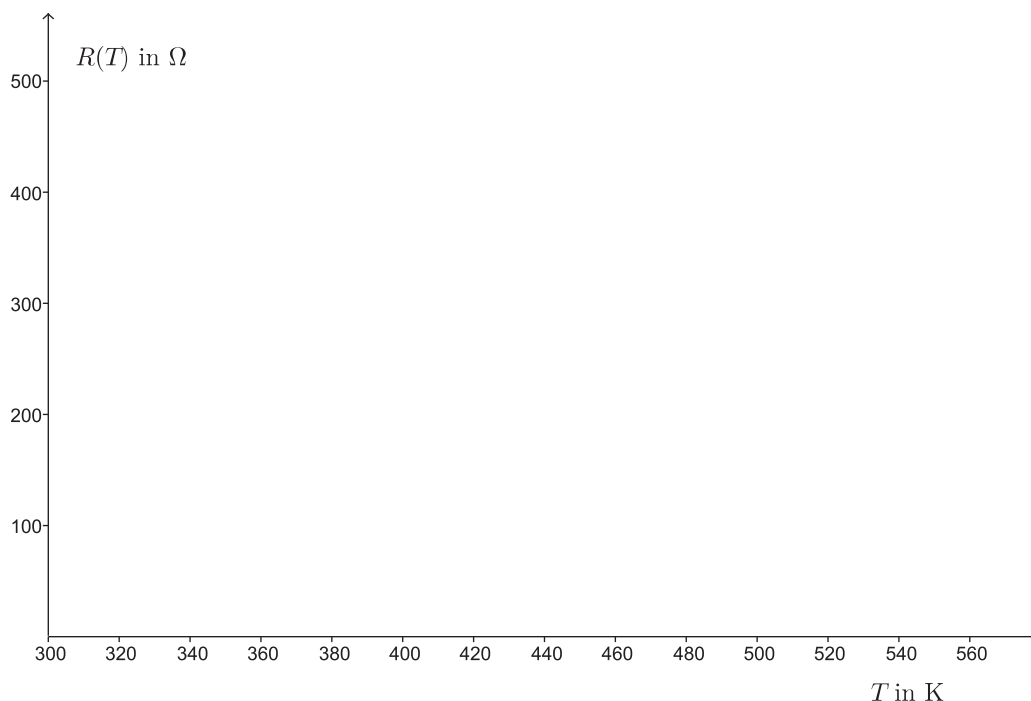
$R(T)$  ... elektrischer Widerstand bei der Temperatur  $T$  in Ohm ( $\Omega$ )

$a$  ... Konstante in  $\Omega$  ( $a > 0$ )

$b$  ... Konstante in K ( $b > 0$ )

a) – Begründen Sie mathematisch, warum die Funktion  $R$  monoton fallend ist.

– Zeichnen Sie den Graphen der Funktion  $R$  im Bereich  $300 \text{ K} \leq T \leq 550 \text{ K}$  für  $a = 0,1 \text{ } \Omega$  und  $b = 2500 \text{ K}$  im nachstehenden Koordinatensystem.



b) Verwenden Sie  $a = 0,1 \text{ } \Omega$  und  $b = 2500 \text{ K}$ .

- Linearisieren Sie die Funktion  $R$  an der Stelle  $T_0 = 373,15 \text{ K}$ , d. h., bestimmen Sie die Gleichung der Tangente an den Graphen von  $R$  im Punkt  $(T_0 | R(T_0))$ .
- Ermitteln Sie den Betrag des relativen Fehlers, wenn man an der Stelle  $T = 390 \text{ K}$  den Widerstand mit der linearisierten Funktion anstatt mit der Funktion  $R$  berechnet.

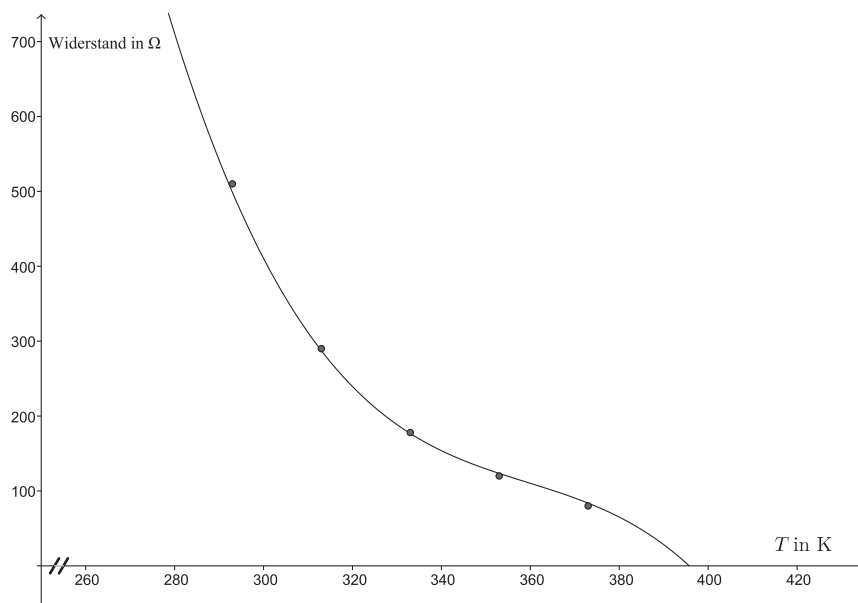
c) Für einen bestimmten Heißleiter wurden folgende Werte gemessen:

| $T$ in K | $R$ in $\Omega$ |
|----------|-----------------|
| 293      | 510             |
| 313      | 290             |
| 333      | 178             |
| 353      | 120             |
| 373      | 80              |

Zur weiteren Auswertung wird eine Polynomfunktion 3. Grades als Ausgleichsfunktion verwendet.

– Ermitteln Sie diese Ausgleichsfunktion.

In der nachstehenden Abbildung ist der Graph der zu ermittelnden Ausgleichsfunktion  $P$  bereits eingezeichnet.



– Erklären Sie ausgehend von der obigen Abbildung, warum die 1. Ableitung dieser Polynomfunktion 3. Grades keine reellen Nullstellen hat.

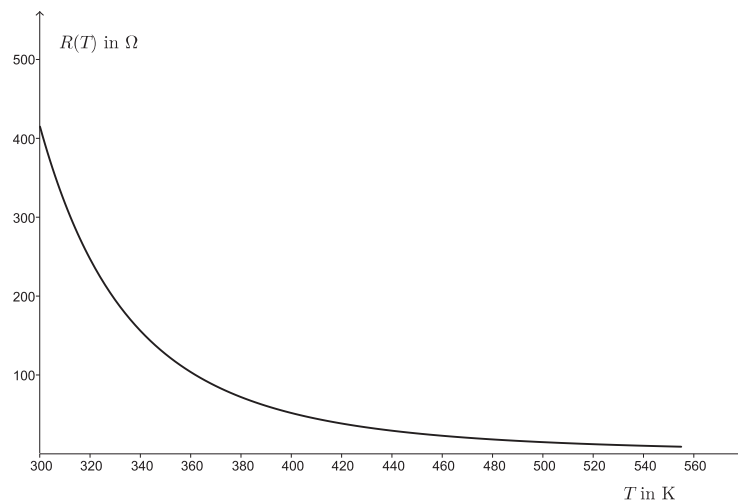
*Hinweis zur Aufgabe:*

*Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.*

## Möglicher Lösungsweg

a) Begründung für die Monotonie:

Für größer werdendes  $T$  (und  $b > 0$ ) wird die Hochzahl  $\frac{b}{T}$  immer kleiner und damit (wegen  $a > 0$ ) auch  $a \cdot e^{\frac{b}{T}}$ .



b)  $g(T) = k \cdot T + d$

$$R'(T) = -a \cdot b \cdot \frac{1}{T^2} \cdot e^{\frac{b}{T}}$$

Steigung:  $k = R'(373,15)$  ergibt  $k = -1,458... \approx -1,46$ .

Achsenabschnitt:  $d = R(373,15) - k \cdot 373,15$  ergibt  $d = 625,353... \approx 625,35$ .

Betrag des relativen Fehlers an der Stelle  $T = 390$  K:  $\left| \frac{R(390) - g(390)}{R(390)} \right| \approx 6,8 \%$

c) Ermitteln der Ausgleichsfunktion mittels Technologieeinsatz:

$$P(T) = -9,4 \cdot 10^{-4} \cdot T^3 + T^2 - 365 \cdot T + 4,4 \cdot 10^4$$

*Abhängig von der verwendeten Technologie kann man geringfügig abweichende Koeffizienten bei der Ermittlung der Ausgleichsfunktion erhalten.*

Da in der Abbildung der Wendepunkt erkennbar ist, ist diese Polynomfunktion 3. Grades streng monoton fallend und es liegen somit keine Stellen mit horizontaler Tangentensteigung vor. Daher hat die 1. Ableitung von  $P$  keine reellen Nullstellen.

## Lösungsschlüssel

- a) 1 × D: für die richtige Begründung zur Monotonie (Verweis auf die Grafik ist nicht ausreichend)  
1 × B: für das richtige Zeichnen des Funktionsgraphen im angegebenen Intervall
- b) 1 × A: für den richtigen Ansatz zur Linearisierung der Funktion  $R$   
1 × B1: für die richtige Berechnung der Tangente  
1 × B2: für die richtige Ermittlung des Betrags des relativen Fehlers
- c) 1 × B: für die richtige Ermittlung der Ausgleichsfunktion  
1 × D: für die richtige Erklärung ausgehend von der Abbildung