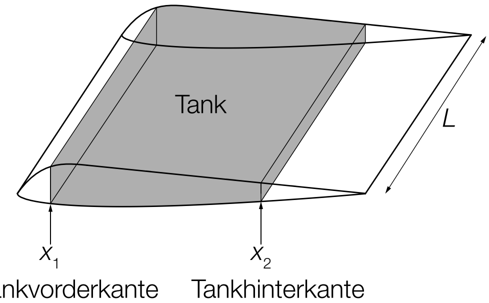
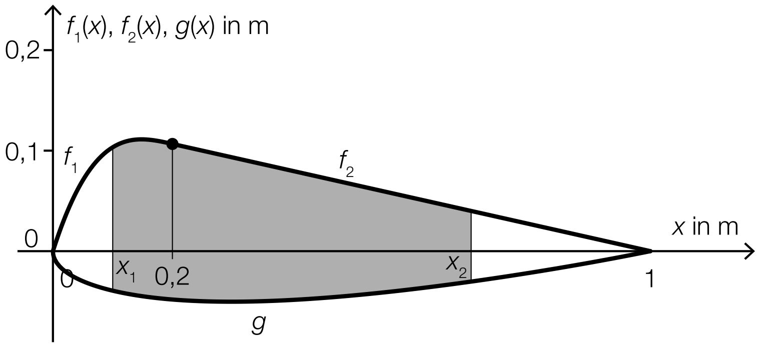
Flugzeuge (2)

a) Bei einem bestimmten Kleinflugzeug befindet sich in jedem der beiden Flügel ein Tank (siehe nebenstehende Abbildung).



Der Querschnitt eines Flügels dieses Kleinflugzeugs kann durch die Graphen der Funktionen f_1, f_2 und g modelliert werden.



1) Stellen Sie eine Formel zur Berechnung des Inhalts A der grau markierten Fläche auf.

$A =$ ______________________________ *[0/1 P.]*

Es gilt:

$f_1(x) = \frac{50}{3} \cdot x^3 - 10 \cdot x^2 + \frac{28}{15} \cdot x \quad \text{mit} \quad 0 \leq x \leq 0{,}2$

$f_2(x) = \frac{2}{15} \cdot (1 - x) \quad \text{mit} \quad 0{,}2 \leq x \leq 1$

$g(x) = 0{,}051 \cdot x^4 - 0{,}142 \cdot x^3 + 0{,}176 \cdot x^2 + 0{,}063 \cdot x - 0{,}148 \cdot \sqrt{x} \quad \text{mit} \quad 0 \leq x \leq 1$

x, $f_1(x)$, $f_2(x)$, $g(x)$ ... Koordinaten in m

$L = 5$ m
$x_1 = 0{,}1$ m
$x_2 = 0{,}7$ m

2) Berechnen Sie das Volumen eines Tanks dieses Kleinflugzeugs. *[0/1 P.]*

Die beiden Tanks des Kleinflugzeugs sind gleich groß.
Auf einem Sportflughafen sind 210 000 L Treibstoff gelagert.

3) Berechnen Sie, wie oft man mit dieser Treibstoffmenge die beiden Tanks des Kleinflugzeugs vollständig befüllen könnte. *[0/1 P.]*

b) Bevor ein Flugzeug abhebt, beschleunigt es auf der Startbahn. Der bis zum Abheben zurückgelegte Weg eines bestimmten Flugzeugs kann näherungsweise durch die Funktion s beschrieben werden.

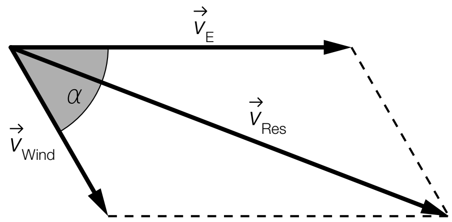
$s(t) = t^2 + 5 \cdot t$

t ... Zeit seit Beginn des Startvorgangs in s
$s(t)$ ... zurückgelegter Weg zur Zeit t in m

Das Flugzeug hebt bei einer Geschwindigkeit von 90 km/h ab.

1) Berechnen Sie die Länge desjenigen Weges, den dieses Flugzeug auf der Startbahn zurücklegt. *[0/1 P.]*

c) Der Seitenwind beeinflusst die Flugrichtung und die Geschwindigkeit eines Flugzeugs. In der nachstehenden Abbildung ist dieser Zusammenhang als Parallelogramm dargestellt.



Im Folgenden wird für die Länge eines Vektors $\vec{v}$ die Schreibweise $|\vec{v}| = v$ verwendet.

1) Stellen Sie eine Formel zur Berechnung von v_{Res} auf. Verwenden Sie dabei v_E, v_{Wind} und α.

v_{Res} = ____ *[0/1 P.]*

Zwischen den Winkeln α und γ gilt der folgende Zusammenhang:
$$\frac{v_{Res}}{\sin(180° - \alpha)} = \frac{v_{Wind}}{\sin(\gamma)}$$

2) Zeichnen Sie in der obigen Abbildung den spitzen Winkel γ ein. *[0/1 P.]*

Möglicher Lösungsweg

a1) $A = \left(\int_{x_1}^{0{,}2} (f_1(x) - g(x))\,\mathrm{d}x + \int_{0{,}2}^{x_2} (f_2(x) - g(x))\,\mathrm{d}x\right)$

a2) $\left(\int_{0{,}1}^{0{,}2} (f_1(x) - g(x))\,\mathrm{d}x + \int_{0{,}2}^{0{,}7} (f_2(x) - g(x))\,\mathrm{d}x\right) \cdot 5 = 0{,}3693\ldots$

Das Volumen eines Tanks dieses Kleinflugzeugs beträgt rund 0,369 m³.

a3) $0{,}3693\ldots\ \text{m}^3 = 369{,}3\ldots\ \text{L}$

$\frac{210\,000}{2 \cdot 369{,}3\ldots} = 284{,}2\ldots$

Man könnte die beiden Tanks des Kleinflugzeugs mit dieser Treibstoffmenge 284-mal vollständig befüllen.

a1) Ein Punkt für das richtige Aufstellen der Formel.
a2) Ein Punkt für das richtige Berechnen des Volumens des Tanks.
a3) Ein Punkt für das richtige Berechnen der Anzahl.

b1) 90 km/h = 25 m/s

$v(t) = s'(t) = 2 \cdot t + 5$

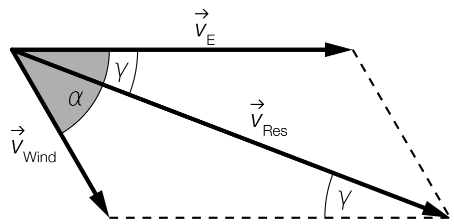
$v(t) = 25$ *oder* $2 \cdot t + 5 = 25$
$t = 10$
$s(10) = 150$

Die Länge des Weges, den das Flugzeug auf der Startbahn zurücklegt, beträgt 150 m.

b1) Ein Punkt für das richtige Berechnen der Länge des zurückgelegten Weges.

c1) $v_{\text{Res}} = \sqrt{v_{\text{E}}^2 + v_{\text{Wind}}^2 - 2 \cdot v_{\text{E}} \cdot v_{\text{Wind}} \cdot \cos(180° - \alpha)}$

c2)



c1) Ein Punkt für das richtige Aufstellen der Formel.
c2) Ein Punkt für das Einzeichnen des richtigen Winkels γ.