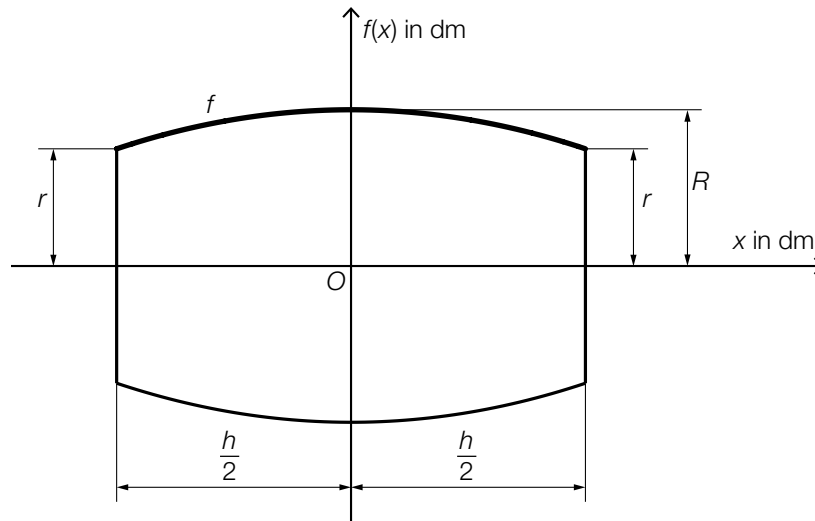


Fässer

Fässer können modellhaft durch Rotation des Graphen einer quadratischen Funktion f im Intervall $\left[-\frac{h}{2}; \frac{h}{2}\right]$ um die x -Achse beschrieben werden.



r, R, h ... Abmessungen in dm

- a) Für das Fass A mit den Abmessungen r_A, R_A und h_A wird die obere Begrenzungslinie durch die Funktion f_A mit $f_A(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$ beschrieben.

- 1) Erklären Sie, warum $b = 0$ gilt.

[0/1 P.]

Es gilt: $r_A = 2,5$ dm, $R_A = 3,2$ dm, $h_A = 8$ dm.

- 2) Ermitteln Sie die Koeffizienten a und c .

[0/1 P.]

- b) Für das Fass B mit den Abmessungen r_B, R_B und h_B wird die obere Begrenzungslinie durch die Funktion f_B beschrieben.

$$f_B(x) = -\frac{1}{16} \cdot x^2 + 3 \quad \text{mit } -4 \leq x \leq 4$$

$x, f_B(x)$... Koordinaten in dm

Es gilt: $h_B = 8$ dm.

- 1) Berechnen Sie das Volumen des Fasses B .

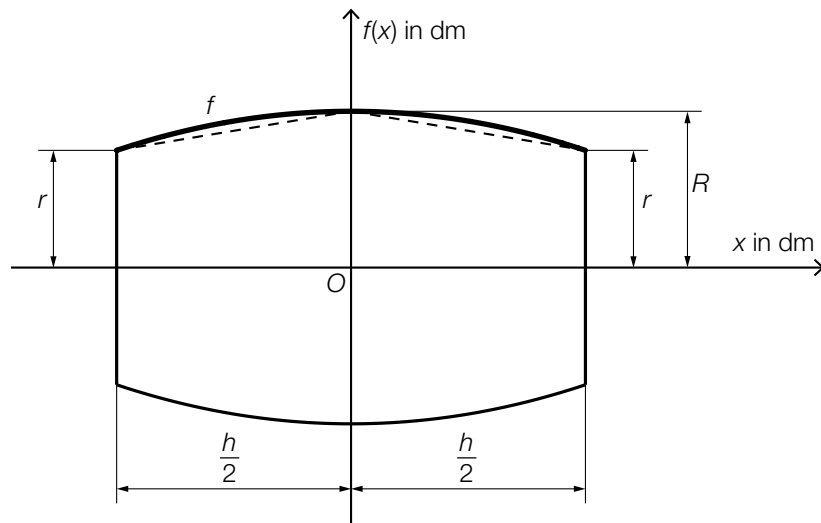
[0/1 P.]

Jemand behauptet: „Das Volumen des Fasses B lässt sich auch als Volumen eines Zylinders mit der Höhe h_B , dessen Radius das arithmetische Mittel aus r_B und R_B ist, berechnen.“

- 2) Überprüfen Sie nachweislich, ob diese Behauptung richtig ist.

[0/1 P.]

- c) Um die Länge L des Graphen der Funktion f im Intervall $\left[-\frac{h}{2}; \frac{h}{2}\right]$ abzuschätzen, berechnet man die Gesamtlänge L_1 der zwei strichlierten Strecken (siehe nachstehende Abbildung).



- 1) Stellen Sie eine Formel zur Berechnung der Gesamtlänge L_1 auf.
Verwenden Sie dabei r , R und h .

$$L_1 = \underline{\hspace{10cm}}$$

[0/1 P.]

Folgende Berechnung wird für das Fass C durchgeführt:

$$\frac{L_1}{L} - 1 = -0,015$$

- 2) Beschreiben Sie die Bedeutung des Wertes $-0,015$ im gegebenen Sachzusammenhang.
Beachten Sie dabei insbesondere das Vorzeichen.

[0/1 P.]

Möglicher Lösungsweg

a1) Der Graph von f_A ist symmetrisch bezüglich der vertikalen Achse.

oder:

An der Stelle $x = 0$ gilt: $f'_A(0) = 0$.

a2) $f_A(0) = 3,2$
 $c = 3,2$

$$f_A(4) = 2,5 \quad \text{oder} \quad 16 \cdot a + 3,2 = 2,5$$
$$a = -0,04375$$

a1) Ein Punkt für das richtige Erklären.

a2) Ein Punkt für das richtige Ermitteln der Koeffizienten a und c .

b1) $V = \pi \cdot \int_{-4}^4 (f_B(x))^2 dx = 180,95\dots$

Das Volumen des Fasses B beträgt rund 181 dm^3 .

b2) $\left(\frac{f_B(0) + f_B(4)}{2}\right)^2 \cdot \pi \cdot 8 = \left(\frac{3 + 2}{2}\right)^2 \cdot \pi \cdot 8 = 157,07\dots$

Da das Volumen des Zylinders rund 157 dm^3 beträgt, ist die Behauptung falsch.

b1) Ein Punkt für das richtige Berechnen des Volumens.

b2) Ein Punkt für das richtige nachweisliche Überprüfen.

c1) $L_1 = 2 \cdot \sqrt{(R-r)^2 + \left(\frac{h}{2}\right)^2}$

c2) Der Wert $-0,015$ bedeutet, dass für das Fass C die Gesamtlänge L_1 um $1,5 \%$ kleiner als die Länge L ist.

c1) Ein Punkt für das richtige Aufstellen der Formel.

c2) Ein Punkt für das richtige Beschreiben im gegebenen Sachzusammenhang unter Beachtung des Vorzeichens.