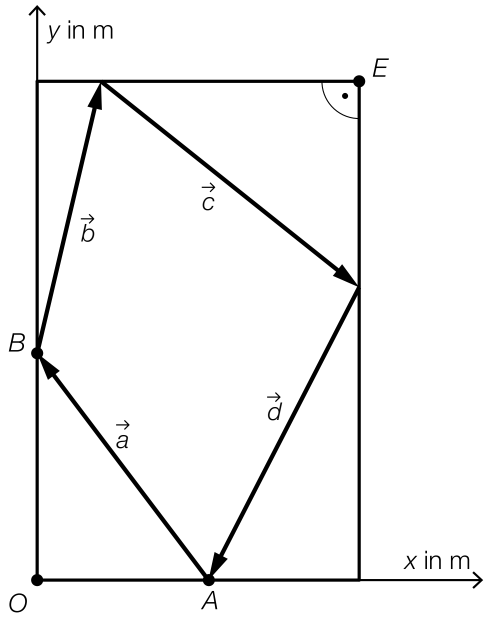
Rasenmähroboter

Immer öfter erledigen Rasenmähroboter die Mäharbeiten in Gärten.

a) In der unten stehenden Abbildung ist eine rechteckige Rasenfläche in einem Koordinatensystem dargestellt.
Ein Rasenmähroboter startet bei der Ladestation im Punkt A. Seine Fahrt kann durch die Vektoren $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ und $\vec{d}$ beschrieben werden.



Es gilt: $\vec{a} = \begin{pmatrix} -8 \\ 10 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ 12 \end{pmatrix}$, $\vec{c} = \begin{pmatrix} 12 \\ -9 \end{pmatrix}$.

1) Tragen Sie die fehlenden Zahlen in die dafür vorgesehenen Kästchen ein.
$E = (\square \mid \square)$ *[0/1 P.]*

2) Tragen Sie die fehlenden Zahlen in die dafür vorgesehenen Kästchen ein.
$\vec{d} = \begin{pmatrix} \square \\ \square \end{pmatrix}$ *[0/1 P.]*

Bei einer anderen Fahrt startet der Rasenmähroboter ebenfalls bei der Ladestation im Punkt A und fährt entlang des Vektors $\vec{a}$ zum Punkt B. Im Punkt B ändert er allerdings seine Richtung so, dass er dann geradlinig zum Punkt E fährt.

3) Zeigen Sie rechnerisch, dass der Rasenmähroboter seine Fahrtrichtung im Punkt B um 90° ändert. *[0/1 P.]*

b) Für die ersten zwei Phasen der Bewegung eines Rasenmähroboters gilt modellhaft:

	Zeit t in s	Beschleunigung in m/s²
Phase 1	$0 \leq t < 2$	0,2
Phase 2	$2 \leq t < 33$	0

Zur Zeit $t = 0$ beträgt die Geschwindigkeit des Rasenmähroboters 0 m/s.

1) Ordnen Sie den beiden Satzanfängen jeweils die zutreffende Fortsetzung aus A bis D zu. *[0/1 P.]*

Die Geschwindigkeit in der Phase 1 ...	
Die Geschwindigkeit in der Phase 2 ...	

A	... wird durch die konstante Funktion v mit $v(t) = 0$ beschrieben.
B	... wird durch eine konstante Funktion v mit $v(t) = c$ beschrieben ($c \neq 0$).
C	... wird durch eine lineare Funktion v mit $v(t) = k \cdot t$ beschrieben ($k \neq 0$).
D	... wird durch eine quadratische Funktion v mit $v(t) = a_1 \cdot t^2 + a_2 \cdot t + a_3$ beschrieben ($a_1 \neq 0$).

2) Berechnen Sie die Länge des Weges, den der Rasenmähroboter in der Phase 2 zurücklegt. *[0/1 P.]*

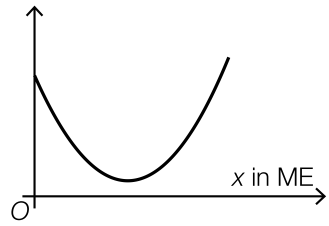
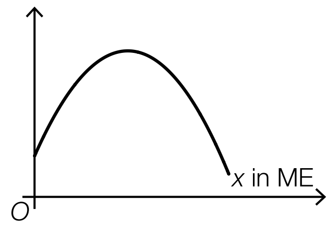
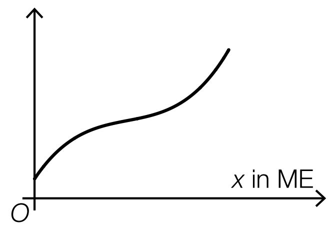
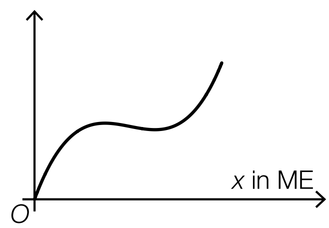
c) Die Kosten für die Herstellung von Rasenmährobotern werden modellhaft durch die streng monoton steigende Kostenfunktion K beschrieben.

$K(x) = a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x + d \quad \text{mit} \quad a > 0,\ d > 0$

x ... Produktionsmenge in ME
$K(x)$ ... Kosten bei der Produktionsmenge x in GE

1) Ordnen Sie den beiden angegebenen Funktionen jeweils den passenden Funktionsgraphen aus A bis D zu. *[0/1 P.]*

Kostenfunktion K	
Grenzkostenfunktion K'	

A	
B	
C	
D	

d) Die nachstehende Tabelle zeigt die Preisentwicklung für ein bestimmtes Rasenmähroboter-Modell.

Zeit ab Beginn des Jahres 2015 in Monaten	3	6	12	18	24	36	48
Verkaufspreis in €	1 204	1 199	1 137	1 089	1 032	985	889

Der Verkaufspreis soll in Abhängigkeit von der Zeit t durch die lineare Funktion p beschrieben werden.

1) Stellen Sie mithilfe der Regressionsrechnung eine Gleichung der linearen Funktion p auf. Wählen Sie $t = 0$ für den Beginn des Jahres 2015. *[0/1 P.]*

2) Berechnen Sie, nach welcher Zeit der Rasenmähroboter gemäß der linearen Funktion p einen Verkaufspreis von € 700 hat. *[0/1 P.]*

Möglicher Lösungsweg

a1) $E = (15|22)$

a2) $\vec{d} = \begin{pmatrix} -7 \\ -13 \end{pmatrix}$

a3) $B = (0|10)$
$\overrightarrow{BE} = \begin{pmatrix} 15 \\ 12 \end{pmatrix}$
$\vec{a} \cdot \overrightarrow{BE} = \begin{pmatrix} -8 \\ 10 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 15 \\ 12 \end{pmatrix} = -120 + 120 = 0$

a1) Ein Punkt für das Eintragen der richtigen Zahlen.
a2) Ein Punkt für das Eintragen der richtigen Zahlen.
a3) Ein Punkt für das richtige rechnerische Zeigen.

b1)

Die Geschwindigkeit in der Phase 1 ...	C
Die Geschwindigkeit in der Phase 2 ...	B

A	... wird durch die konstante Funktion v mit $v(t) = 0$ beschrieben.
B	... wird durch eine konstante Funktion v mit $v(t) = c$ beschrieben ($c \neq 0$).
C	... wird durch eine lineare Funktion v mit $v(t) = k \cdot t$ beschrieben ($k \neq 0$).
D	... wird durch eine quadratische Funktion v mit $v(t) = a_1 \cdot t^2 + a_2 \cdot t + a_3$ beschrieben ($a_1 \neq 0$).

b2) Phase 1:
$a_1 = 0{,}2$
$v_1(t) = a_1 \cdot t = 0{,}2 \cdot t$
$v_1(2) = 0{,}4$

Phase 2:
$v_2(t) = 0{,}4$
$s = 0{,}4 \cdot 31 = 12{,}4$

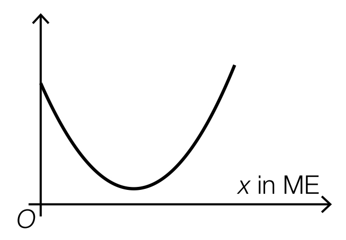
In der Phase 2 legt der Rasenmähroboter 12,4 m zurück.

b1) Ein Punkt für das richtige Zuordnen.
b2) Ein Punkt für das richtige Berechnen der Länge des Weges.

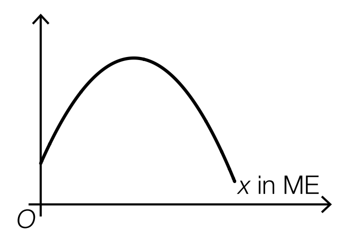
c1)

Kostenfunktion K	C
Grenzkostenfunktion K'	A

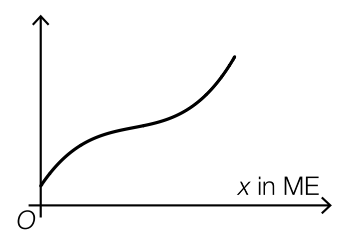
A



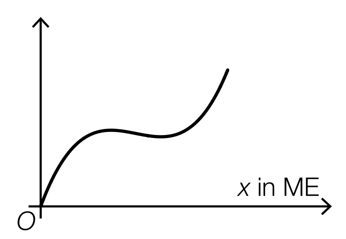
B



C



D



c1) Ein Punkt für das richtige Zuordnen.

d1) Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$p(t) = -7{,}04 \cdot t + 1\,224$ *(Koeffizienten gerundet)*

t ... Zeit ab Beginn des Jahres 2015 in Monaten
$p(t)$ ... Verkaufspreis zur Zeit t in Euro

d2) $p(t) = 700$
$t = 74{,}4...$ Monate

Nach rund 74 Monaten hat das Gerät gemäß der linearen Funktion p einen Verkaufspreis von € 700.

d1) Ein Punkt für das richtige Aufstellen der Gleichung von p.
d2) Ein Punkt für das richtige Berechnen der Zeit, nach der der Rasenmähroboter einen Verkaufspreis von € 700 hat.