## Esiee-Paris - cours d'algorithmique - Répartition optimale d'un temps de travail

René Natowicz – rene.natowicz@esiee.fr – 16/03/2022

Juliette est étudiante à l'ESIEE. Les contrôles de fin de semestre auront lieu dans quelques semaines. Ayant suivi n unités, elle aura n contrôles à passer. Juliette veut maximiser sa moyenne.

Ce problème est une généralisation du problème du sac de valeur maximum. Nous le résolvons avec la même approche.

Dans ce qui suit nous supposons pour simplifier que toutes les unités ont le même coefficient. Ainsi, *maximiser la moyenne des notes* c'est *maximiser la somme des notes*. Si l'on voulait prendre en compte les coefficients des unités, *maximiser la moyenne* serait *maximiser la somme des notes pondérées par les coefficients*. À cette seule différence près, c'est le même algorithme et le même programme.

Juliette dispose de H heures pour préparer les contrôles. Pour chaque unité i, elle a estimé la note qu'elle obtiendrait en consacrant t heures de révision à cette unité. Soit e(i,t) cette note estimée. Juliette veut répartir au mieux ses H heures de travail sur les n unités afin d'obtenir la somme de notes maximum.

Une répartition r de H heures sur l'ensemble des unités est un ensemble de couples  $r=\{(i,t(i))\,;\,0\leq i< n\}$  tel que  $H=\sum_{0\leq i< n}t(i)$ . Le couple (i,t(i)) nous dit que t(i) heures sont allouées à la révision de l'unité i.

La valeur de cette répartition r est la somme des notes estimées:  $\sum_{0 \le i < n} e(i, t(i))$ .

Une répartition r de valeur maximum est dite *optimale*.

**Abracadabra: Supposons le problème résolu.** Notons m(n,H) la somme de notes maximum obtenue lorsque Juliette consacre H heures à la révision du sous-ensemble des n premières unités (c'est-à-dire l'ensemble des unités) et soit ro(n,H) la répartition optimale correspondante.

Pour obtenir cette somme de notes maximum, Juliette aura pu consacrer  $h_n=0$  heure de révision à la n-ème unité, ou  $h_n=1$  heure, ..., ou  $h_n=H$  heures.

Notons  $m'(n,H,h_n)$  la somme maximum des notes aux n contrôles si Juliette consacre  $h_n$  heures de révision à la n-ème unité (l'unité de numéro n-1) et soit  $ro(n,H,h_n)$  cette répartition optimale.

Que vaut  $m'(n,H,h_n)$ ?

- a) les  $h_n$  heures de révision de la n-ème unité (l'unité de numéro n-1) donneront la note  $e(n-1,h_n)$ ;
- b) Il restera  $H-h_n$  heures de travail disponibles. Ces heures seront réparties au mieux sur le sous-ensemble des n-1 autres unités. Cette répartition au mieux donnera la somme maximum que Juliette estime pouvoir obtenir en consacrant  $H-h_n$  heures au sous-ensemble des n-1 premières unités. Par définition, cette somme maximum est  $m(n-1,H-h_n)$  et la répartition optimale est  $ro(n-1,H-h_n)$ . Ainsi:  $m'(n,H,h_n)=m(n-1,H-h_n)+e(n-1,h_n)$ ? Heu... Non, pas tout à fait.

Pourquoi? (Y réfléchir un instant avant de lire la suite.)

Réponse : dans la répartition optimale  $ro(n-1, H-h_n)$ , les  $H-h_n$  heures de travail sont réparties sur le sous-ensemble des n-1 premières unités. Donc, Juliette ne révise pas la n-ème unité. Elle consacre donc 0 heure de révision à cette n-ème unité (l'unité de numéro n-1). Ce faisant, elle estime obtenir la note e(n-1,0). Cette note n'a aucune raison d'être nulle.

Faites l'expérience: choisissez une unité de physique, d'électronique ou de mathématiques, et ne la révisez pas. Vous verrez que la note que vous obtiendrez ne sera pas nulle. En particulier, considérez une matière dans laquelle vous vous sentez à l'aise, par exemple la physique. Quel intérêt de réviser cette matière? Le temps que vous y passerez ne changera rien à votre note, ou pas grand chose. Il vaut mieux utiliser ce temps à réviser une autre matière, par exemple l'algorithmique: « À tous les coups y'aura un exo de programmation dynamique. Du coup je vais réviser le problème de Juliette. Du coup je vais comprendre, et j'aurai une meilleure note en algorithmique. Ça vaut le coup: l'algo c'est coef 5! » Revenons à notre propos: quelle est la valeur  $m'(n,H,h_n)$ ?

- Dans la répartition optimale  $ro(n-1, H-h_n)$  Juliette ne travaille pas la n-ème unité. Sa note estimée pour cette n-ème unité est donc e(n-1,0).
- Dans la répartition optimale  $ro(n,H,h_n)$ , Juliette consacre  $h_n$  heures de travail à la n-ème unité. Sa note est  $e(n-1,h_n)$ .
- Juliette ne peut pas avoir cette note  $e(n-1,h_n)$  et continuer à avoir la note e(n-1,0) qu'elle obtenait en ne travaillant pas cette unité. Le fait de réviser  $h_n$  heures la n-ème unité fait augmenter la note de cette unité. Celle-ci passera de e(n-1,0) à  $e(n-1,h_n)$ , soit une augmentation  $e(n-1,h_n)$  e(n-1,0). Ainsi, la valeur  $m(n,H,h_n)$ , somme maximum des notes quand Juliette consacre  $h_n$  heures de travail à réviser la n-ème unité, est:

$$m'(n,H,h_n) = m(n-1,H-h_n) + e(n-1,h_n) - e(n-1,0)$$

Et, puisque  $h_n$  peut être égal à 0,1,..., ou H, nous avons :

$$m(n,H) = \max_{0 \le h_n < H+1} m'(n,H,h_n)$$

Autrement dit:

$$m(n,H) = \max_{0 \le h_n < H+1} (m(n-1, H-h_n) + e(n-1,h_n) - e(n-1,0))$$

Et pour finir, nous pouvons *sortir* du  $\max$  le terme constant e(n-1,0). On obtient:

$$m(n,H) = \left(\max_{0 \le h_n < H+1} (m(n-1, H-h_n) + e(n-1, h_n)) - e(n-1, 0)\right)$$

La valeur m(n,H) est exprimée en fonction d'un ensemble de valeurs m(n-1,.). Nous tenons notre récurrence.

**Généralisation de cette expression.** Soit m(k,h) la somme maximum des notes aux n contrôles que Juliette estime obtenir si elle dispose de h heures de révision réparties sur le sous-ensemble des k premières unités. Bien remarquer que dans cette répartition les n-k dernières unités ne sont pas révisées (le temps de révision de ces n-k dernières unités est nul.)

**Base k = 0:** Juliette répartit son temps sur l'ensemble des 0 premières unités, c'est-à-dire sur l'ensemble d'unités  $[0:0] = \emptyset$ . Autrement dit: Juliette ne révise pas! La somme maximum est la somme des notes estimées pour chaque unité lorsque Juliette ne travaille pas cette unité:  $\forall h, 0 < h < H+1$ ,

$$m(0,h) = \sum_{0 \le i \le n} e(i,0)$$

Cas général,  $1 \le k < n+1, 0 \le h < H+1$ :

$$m(k,h) = \left(\max_{0 \le h_k < h+1} m(k-1, h-h_k) + e(k-1,h_k)\right) - e(k-1,0)$$

Ce problème est bien une généralisation du sac de valeur maximum:

- $\rightarrow$  dans le sac de valeur maximum, on passe d'un problème de taille k-1 (un sac de valeur maximum contenant un sous-ensemble des k-1 premiers objets) à un problème de taille k (un sac de valeur maximum contenant un sous-ensemble des k premiers objets) par une alternative:  $le \ k$ -ème objet est ou n'est pas dans le sac.
- $\rightarrow$  Dans la répartition optimale, on passe d'un problème de taille k-1 (h heures de travail à répartir sur le sous-ensemble des k-1 premières unités) à un problème de taille k (idem sur le sous-ensemble des k premières unités) par un ensemble de h+1 possibilités: 0 heure de révision de la k-ème unité ou 1 heure ou 2 heures ou ... h heures.
- ightarrow Le calcul des valeurs m(k,h) se fera, ici aussi, par tailles k croissantes: l'expression de chaque valeur m(k,h) étant fonction d'un ensemble de valeurs m(k-1,.), ces valeurs auront déjà été calculées et mémorisées dans un tableau M[0:n+1][0:H+1] afin d'être accessibles en temps constant pour le calcul de la valeur m(k,h). Cette valeur m(k,h), une fois calculée, sera elle-même mémorisée dans ce tableau M. Ainsi, nous construisons un tableau M[0:n+1][0:H+1] de terme général M[k][h] = m(k,h).
- $ightarrow ext{Soit}\, h_k^*$  le temps alloué à la k-ème unité dans la répartition optimale ro(k,h). Alors  $ro(k,h) = ro(k-1,h-h_k^*) \cup \{(k-1,h_k^*)\}$ . Pour afficher la répartition optimale ro(k,h), nous afficherons la répartition optimale  $ro(k-1,h-h_k^*)$  puis nous afficherons le couple  $(k-1,h_k^*)$ . Ainsi, pour afficher la répartition optimale ro(k,h) nous devons connaître, pour tous k et k, le temps k alloué à la k-ème unité dans la répartition optimale ro(k,h). Ce temps de révision k est l'argument de m(k,h). On calculera donc, à la volée, c'est-à-dire en même temps que le tableau k, un tableau k arg k0 de terme général k1 est le nombre d'heures allouées à la k1 evene unité dans la répartition optimale k2. Cette valeur k3 est le nombre d'heures allouées à la k2 evene unité dans la répartition optimale k3.

## $\rightarrow$ Programmation:

- Les estimations e(i,t) des notes de Juliette seront dans un tableau E[0:n][0:H+1] de terme général E[i][t]=e(i,t).
- la fonction de calcul des tableaux M et A et la procédure d'affichage d'une répartition optimale suivront au plus près l'équation de récurrence des valeurs m(k,h).
- La fonction int[][][]calculerMA(int[][] E) retournera les deux tableaux M et A: la dernière instruction de cette fonction sera return int[][][] new int[][][] {M,A}.
  - Après l'appel de fonction int[][][]MA = calculerMA(E) on aura MA[0]=M et MA[1]=A.
- la procédure void aro(int[] A, int[] E, int k, int h) affichera une répartition optimale ro(k,h). L'appel principal aro(A,E,n,H) affichera une répartition optimale ro(n,H) de H heures sur les n unités.

```
\verb|static int[][][] calculerMA(int[][] E){ // E : tableau des notes estimées.}
/* E[0:n][0:H+1] est de terme général E[i][h] = e(i,h).
Retourne M et A : M[0:n+1][0:H+1] de terme général M[k][h] = m(k,h), somme maximum
des notes aux n contrôles, pour une répartition de h heures sur le sous-ensemble
des k premières unités. */
  int n = E.length, H = E[0].length - 1;
   int[][] M = new int[n+1][H+1], A = new int[n+1][H+1];
   int s0 = 0; // somme des notes aux n contrôles pour 0 heure travaillée
  for (int i = 0; i < n; i++)
      s0 = s0 + E[i][0];
   // Base : m(0,h) = s0 pour tout h, 0 <= h < H+1
   for (int h = 0; h < H+1; h++)
     M[0][h] = s0;
   /* Cas général, 1 <= k < n+1 pour tout h, h, 0 <= h < H+1 :
  m(k,h) = (Max m(k-1, h - h_k) + e(k-1,h_k) sur h_k, 0 \le h_k \le h+1) - e(k-1,0)
  Calcul des valeur m(k,h) par k croissants et mémorisation dans le tableau M.
   Calcul à la volée des a(k,h) = arg m(k,h) et mémorisation dans le tableau A. */
   for (int k = 1; k < n+1; k++) // par tailles k croissantes
      for (int h = 0; h < H+1; h++){ // calcul des valeurs m(k,h), 0 <= h < H+1
         // Calcul de M[k][h] =
         // ( Max m(k-1,h-h_k) + e(k-1,h_k), h_k, 0 <= h_k < h+1 ) - e(k-1,0)
        final int moinsInfini = Integer.MIN_VALUE;
        M[k][h] = moinsInfini;
         for (int h_k = 0; h_k < h+1; h_k++){
            int mkhh_k = M[k-1][h - h_k] + E[k-1][h_k]; // m(k-1,h-h_k) + e(k-1,h_k)
            if (mkhh_k > M[k][h]){ // m(k,h-h_k) + e(k-1,h_k) } est le maximum actuel
               M[k][h] = mkhh_k; // le mémoriser
               A[k][h] = h_k; // mémoriser son argument : nombre d'heures allouées
               // à la k-ème unité dans la répartition optimale de h heures sur
               // le sous-ensemble des k premières unités.
            // M[k][h] = m(k,h) + e(k-1,0)
        M[k][h] = M[k][h] - E[k-1][0]; // M[k][h] = m(k,h) et A[k][h] = arg m(k,k)
      // M[k][0:H+1] de tg M[k][h] = m(k,h), A[k][0:H+1] de tg A[k][h] = arg m(k,h)
   // M[0:n+1][0:H+1] de tg M[k][h] = m(k,h), A[0:n+1][0:H+1] de tg A[k][h] = arg m(k,h)
  return new int[][][] {M, A};
} // complexité Theta(n x H^2).
static void aro(int[][] A, int[][] E, int k, int h){
// affiche ro(k,h) : répartition optimale de h heures sur les k premières unités.
   if (k == 0) return; // sans rien faire, ro(0,h) a été affichée.
   // ici : k > 0
   // ro(k,h) = ro(k-1,h-a(k,h)) union {"k-1 <-- a(k,h)"}
  int akh = A[k][h]; // nombre d'heures allouées à la k-ème unité dans ro(k,h)
   aro(A,E,k-1,h-akh); // ro(k-1,h-akh) a été affichée
  System.out.printf("unité %d <-- %d heures, note estimée %d\n",
        k-1, akh, E[k-1][akh];
   // le nombre d'heures allouées à la kème unité a été affiché
   // 1) La répartition optimale ro(k-1,h-akh) a été affichée,
   // 2) "k-1 <-- akh" a été affichée,
   // 3) donc ro(k,h) = ro(k-1,h-akh) union {"k-1 <-- akh"}
   // a été affichée.
} // Complexité Theta(n).
```

**Equation de récurrence : une variante.** Nous venons d'établir l'équation de récurrence des valeurs m(k,h). Nous la rappelons ci-dessous.

Soit m(k,h) la somme maximum des notes  $\underline{aux\ n\ contrôles}$  que Juliette estime obtenir si elle dispose de h heures de révision réparties sur le sous-ensemble des k premières unités. Dans cette répartition les n-k dernières unités ne sont pas révisées. Leur contribution à la somme maximum aux n contrôles est  $e(k,0)+e(k+1,0)+\ldots+e(n-1,0)$ .

## Équation de récurrence établie ci-dessus:

- Base k=0: Juliette répartit son temps sur l'ensemble des 0 premières unités, c'est-à-dire sur l'ensemble d'unités  $[0:0]=\emptyset$ . Autrement dit: Juliette ne révise pas! La somme maximum est la somme des notes estimées pour chaque unité lorsque Juliette ne travaille pas cette unité:  $\forall h, 0 \le h < H+1$ ,

$$m(0,h) = \sum_{0 \le i < n} e(i,0)$$

- Cas général,  $1 \le k < n+1$ ,  $0 \le h < H+1$ :

$$m(k,h) = \left(\max_{0 \le h_k < h+1} m(k-1, h-h_k) + e(k-1,h_k)\right) - e(k-1,0)$$

La fonction int[][][] calculerMA(int[][] E) s'en déduit directement. Elle retourne deux tableaux: M[][] de terme général m(k,h) et A[][] = arg M de terme général arg m(k,h).

Une variante de l'équation de récurrence repose sur une définition différente des valeurs m(k,h).

Soit m(k,h) la somme maximum des notes <u>aux k premiers contrôles</u> que Juliette estime obtenir si elle dispose de h heures de révision réparties sur <u>le sous-ensemble des k premières unités</u>. Bien remarquer que dans cette répartition les n-k dernières unités ne contribuent pas à cette somme maximum car il s'agit d'une somme sur les contrôles des k premières unités (et non pas d'une somme sur les n contrôles.) Avec cette définition, la valeur m(n,H) est la valeur cherchée: somme maximum des notes aux n unités lorsque Juliette dispose de H heures de révision.

Base de la récurrence, k=0: la somme est sur un ensemble vide. Cette somme est est donc nulle, quelque soit le temps h de révision disponible,  $0 \le h < H+1$ . De plus, par définition de m(k,h), la contribution des n-k=n dernières unités, c'est-à-dire de toutes les unités, est nulle.

Cas général,  $1 \le k < n+1$ : dans la valeur m(k,h) le temps de révision h est réparti au mieux sur le sousensemble des k premières unités. Si Juliette alloue  $h_k$  heures de révision à la k-ème unité, sa note estimée à cette unité est  $e(k-1,h_k)$ . Il lui reste  $h-h_k$  heures à répartir aux mieux sur les k-1 premières unités. La valeur de cette répartition optimale de  $h-h_k$  heures sur le sous-ensemble des k-1 premières unités est par définition  $m(k-1,h-h_k)$ . Donc, si Juliette alloue  $h_k$  heures de révision à la k-ème unité, la somme maximum de ses notes aux k premiers contrôles est  $e(k-1,h_k)+m(k-1,h-h_k)$ . Le nombre d'heures  $h_k$  pouvant être  $h_k=0$  ou  $h_k=1$  ou ..., ou  $h_k=h$ , la valeur m(k,h) est le maximum des valeurs de toutes ces possibilités.

## Équation de récurrence de cette variante:

– Base k=0: la somme des notes aux 0 premiers contrôles est une somme sur l'ensemble vide. Cette somme est nulle: ∀h,  $0 \le h < H+1$ ,

$$m(0,h) = 0$$

- Cas général:  $1 \le k < n+1, 0 \le h < H+1$ :

$$m(k,h) = \max_{0 \le h_k < h+1} m(k-1, h-h_k) + e(k-1, h_k)$$

La fonction int[][][] calculerMA2(int[][] E) s'en déduit directement. Elle retourne deux tableaux: M[][] de terme général m(k,h) et A[][] = arg M1 de terme général arg m(k,h).

Les deux fonctions int[][][]calculerMA(int[][] E) et int[][][]calculerMA2(int[][] E) sont dans le programme ci-dessous. On peut vérifier que les répartitions optimales sont identiques.

```
ı|/* Voir le document de cours du 16/03/2022 : Répartition optimale d'un temps de travail,
2 fichier Juliette.pdf.
3
4 Remarque typographique : dans ce qui suit, la notation h_n est "h indice n".
5 La notation h_{n-1} est "h indice n-1".
6 De façon générale, x_y est "x indice y" et x_{expression} est "x indice expression".
7 Cette notation vient du logiciel LaTeX, logiciel de formattage de textes auquel
8 je vous encourage à vous auto-former.
10 Exemple d'exécution du programme en fin de ce fichier. */
11
12 import java.util.Arrays;
import java.util.Random;
14 class Juliette{
      public static void main(String[] Args){ int n = Integer.parseInt(Args[0]),
15
          Hmax = Integer.parseInt(Args[1]); // Juliette peut travailler jusqu'à Hmax heures.
16
          int[][] E = estimations(n,Hmax); // notes aléatoires, croissantes selon h.
17
          System.out.printf("Nombre d'unités : %d \n", n);
18
          System.out.println("Notes estimées : ");
19
          afficher(E);
20
          // Juliette travaille H heures, 0 \le H < Hmax + 1. Affichage des sommes maximum.
21
          for (int H = 0; H < Hmax+1; H = H + 1){ // H = nombre d'heures de révision}
22
              System.out.printf("\nNOMBRE D'HEURES TRAVAILLEES : %d\n", H);
23
              int[][] E_H = estimationsRestreintes(E,H); // notes estimées pour 0 ≤ h < H+1</pre>
24
              System.out.println("CALCUL PAR EQUATION EQUATION DE RECURRENCE VERSION 1");
25
              int[][][] MA = calculerMA(E H);
26
              int[][] M = MA[0], A = MA[1];
System.out.printf("Somme maximum des notes : %d\n", M[n][H]);
27
28
              float moyenneMaximum = (float) M[n][H]/n;
29
              String strDouble = String.format("%.2f", moyenneMaximum);
30
              System.out.printf("Moyenne maximum : %s/20\n", strDouble);
31
              System.out.println("Une répartition optimale :");
32
              aro(A,E_H,n,H);
33
34
              System.out.println("CALCUL PAR VERSION DE RECURRENCE VERSION 2");
35
              int[][][] MA2 = calculerMA2(E_H);
36
              int[][] M2 = MA2[0], A2 = MA2[1];
37
              System.out.printf("Somme maximum des notes : %d\n", M2[n][H]);
38
              float moyenneMaximum2 = (float) M2[n][H]/n;
39
              String strDouble1 = String.format("%.2f", moyenneMaximum);
40
              System.out.printf("Moyenne maximum : %s/20\n", strDouble);
41
42
              System.out.println("Une répartition optimale :");
              aro(A2,E H,n,H);
43
44
              if (M2[n][H] == 20 * n){
45
                   System.out.println("\n *** inutile de travailler plus... ***");
46
                   return;
47
              }
48
          }
49
50
      /* Calcul des valeurs m(k,h) selon la première équation de récurrence :
51
      m(k,h) est la somme maximum des notes aux n contrôles, pour une répartition de
52
      h heures sur le sous-ensemble des k premières unités. */
53
      static int[][][] calculerMA(int[][] E){ // E : tableau des notes estimées.
54
      /* E[0:n][0:H+1] est de terme général E[i][h] = e(i,h).
55
      Retourne M et A : M[0:n+1][0:H+1] de terme général M[k][h] = m(k,h), somme maximum
56
57
      des notes aux n contrôles, pour une répartition de h heures sur le sous-ensemble
      des k premières unités. */
58
          int n = E.length, H = E[0].length - 1;
59
          int[][] M = new int[n+1][H+1], A = new int[n+1][H+1];
60
          int s0 = 0; // somme des notes aux n contrôles pour 0 heure travaillée
61
          for (int i = 0; i < n; i++)
62
              s0 = s0 + E[i][0];
63
          // Base : m(0,h) = s0 pour tout h, 0 \le h < H+1
64
          for (int h = 0; h < H+1; h++)
65
              M[0][h] = s0;
66
          /* Cas général, 1 \le k < n+1 pour tout h, h, 0 \le h < H+1:
67
          m(k,h) = (Max m(k-1, h - h_k) + e(k-1,h_k) sur h_k, 0 \le h_k < h+1) - e(k-1,0)
68
          Calcul des valeur m(k,h) par k croissants et mémorisation dans le tableau M.
69
```

```
70
           Calcul à la volée des a(k,h) = arg m(k,h) et mémorisation dans le tableau A. */
           for (int k = 1; k < n+1; k++) // par tailles k croissantes
               for (int h = 0; h < H+1; h++){ // calcul des valeurs m(k,h), 0 \le h < H+1
                   // Calcul de M[k][h] =
73
                   // ( Max m(k-1,h-h_k) + e(k-1,h_k), h_k, 0 \le h_k < h+1 ) - e(k-1,0)
74
                   final int moinsInfini = Integer.MIN_VALUE;
                   M[k][h] = moinsInfini;
                   for (int h_k = 0; h_k < h+1; h_k++){
                       int mkhh_k = M[k-1][h - h_k] + E[k-1][h_k]; // m(k-1,h-h_k) + e(k-1,h_k)
78
79
                       if (mkhh_k > M[k][h]){ // m(k,h-h_k) + e(k-1,h_k) est le maximum actuel
                           M[k][h] = mkhh_k; // le mémoriser
80
                           A[k][h] = h_k; // mémoriser son argument : nombre d'heures allouées
                           // à la k-ème unité dans la répartition optimale de h heures sur
                           // le sous-ensemble des k premières unités.
                       // M[k][h] = m(k,h) + e(k-1,0)
                   M[k][h] = M[k][h] - E[k-1][0]; // M[k][h] = m(k,h) et A[k][h] = arg m(k,k)
               // M[k][0:H+1] de tg M[k][h] = m(k,h), A[k][0:H+1] de tg A[k][h] = arg m(k,h)
           // M[0:n+1][0:H+1] de tg M[k][h] = m(k,h), A[0:n+1][0:H+1] de tg A[k][h] = arg m(k,h)
           return new int[][][] {M, A};
       } // complexité Theta(n x H^2).
       /* Calcul des valeurs m(k,h) selon la seconde équation de récurrence :
       m(k,h) est la somme maximum des notes aux k premiers contrôles, pour une répartition
       de h heures sur le sous-ensemble des k premières unités. */
       static int[][][] calculerMA2(int[][] E){// E : tableau des notes estimées.
       /* E[0:n][0:H+1] est de terme général E[i][h] = e(i,h).
       Retourne M et A : M[0:n+1][0:H+1] de terme général M[k][h] = m(k,h), somme maximum
       des notes aux k premiers contrôles, pour une répartition de h heures sur le
       sous-ensemble des k premières unités. */
           int n = E.length, H = E[0].length - 1;
           int[][] M = new int[n+1][H+1], A = new int[n+1][H+1];
           /* Base : M[0][h] = somme des notes aux 0 premiers contrôles (\emptyset) = 0
           Tous les problèmes k = 0 ont pour valeur 0.
           for (int h = 0; h < H+1; h++) M[0][h] = 0;
           La ligne ci-dessus est inutile car en Java les tableaux sont initialisés à 0
           à leur déclaration. */
           /* Cas général, 1 ≤ k < n+1 :
           m(k,h) = max (m(k-1,h-h_k) + e(k-1,h_k)) sur h_k, 0 \le h_k < h+1 */
           for (int k = 1; k < n+1; k++) // par tailles k croissantes
               for (int h = 0; h < H+1; h++){ // pour tout problème (k,h) : h heures à
               // répartir au mieux sur le sous-ensemble des k premières unités :
               // calcul de m(k,h) = max (m(k-1,h-h_k) + e(k-1,h_k)) sur hk, 0 ≤ h_k < h+1
                   M[k][h] = Integer.MIN_VALUE; // M[k][h] = moins l'infini
                   for (int hk = 0; hk < h+1; hk++){// si h_k heures allouées à la k-ème unité
                       int mkhh_k = M[k-1][h-hk] + E[k-1][hk] ; // m(k-1,h-hk) + e(k-1,hk)
                       if (mkhh_k > M[k][h]){ // mkhh_k est le maximum "jusqu'à présent"
118
                           M[k][h] = mkhh_k; // le mémoriser
                           A[k][h] = hk; // mémoriser son argument = temps alloué à la ke unité
120
                           // dans la répartition optimale de h heures sur les k premières unités.
                   // M[k][h] = m(k,h) et A[k][h] = arg m(k,j)
               // M[k][0:H+1] est de tg M[k][h] = m(k,h) et A[k][0:H+1] est de tg arg m(k,j)
               // (tg = terme général)
           // M[0:n+1][0:H+1] de tg M[k][h] = m(k,h), A[0:n+1][0:H+1] de tg A[k][h] = m(k,h)
           return new int[][][] {M,A};
       } // Même complexité Theta(n x H^2).
       static void aro(int[][] A, int[][] E, int k, int h){
       // affiche ro(k,h) : répartition optimale de h heures sur les k premières unités.
           if (k == 0) return; // sans rien faire, ro(0,h) a été affichée.
           // ici : k > 0
           // ro(k,h) = ro(k-1,h-a(k,h)) union {"k-1 <-- a(k,h)"}
           int akh = A[k][h]; // nombre d'heures allouées à la k-ème unité dans ro(k,h)
           aro(A,E,k-1,h-akh); // ro(k-1,h-akh) a été affichée
138
```

71

72

75

76

77

81 82

83 84

85 86

87 88

89

90

91

92 93

94

95

96

97

98

99

100

101

102

103

104

105

106 107

108

109

110

111

112

113

115

117

119

121 122

123 124

125

126 127

128

129

130 131

132

133

134

135

136

137

```
139
           System.out.printf("unité %d <-- %d heures, note estimée %d\n",
                    k-1, akh, E[k-1][akh];
140
           // le nombre d'heures allouées à la kème unité a été affiché
141
           // Ainsi :
142
           // 1) La répartition optimale ro(k-1,h-akh) a été affichée,
143
           // 2) "k-1 <-- akh" a été affichée,
144
           // 3) donc ro(k,h) = ro(k-1,h-akh) union {"k-1 <-- akh"}
145
           // a été affichée.
146
       } // Complexité Theta(n).
147
       static int[][] estimations(int n, int H){ // retourne E[0:n][0:H+1] de terme général
148
       // E[i][h] = e(i,h). Les estimations sont aléatoires, croissantes selon h.
149
           int[][] E = new int[n][H+1];
150
           Random rand = new Random(); // pour génération aléatoire des notes estimées.
151
           for (int i = 0; i < n; i++) E[i][0] = 6 + rand.nextInt(5);
152
           for (int i = 0; i < n; i++)
153
                for (int h = 1; h < H+1; h++)
154
                    E[i][h] = min(E[i][h-1] + (1+rand.nextInt(5)), 20);
155
           return E;
156
157
       static int[][] estimationsRestreintes(int[][] E, int H){ int n = E.length;
158
       // E[0:n][0:Hmax+1]. Cette fonction retourne E[0:n][0:H+1]
159
           int[][] E_H = new int[n][H+1];
160
           for (int i = 0; i < n; i++)
161
               for (int h = 0; h < H+1; h++)
162
                    E H[i][h] = E[i][h];
163
           return E_H;
164
       }
165
       static void afficher(int[][] E){ int n = E.length, H = E[0].length - 1;
166
       // E[0:n][0:H+1] est de terme général E[i][h] = e(i,h), note estimée pour h heures
167
       // de révision de l'unité i. Les lignes se terminent par une suite de 20.
168
       // Le premier 20 est affiché. Puis ", ...]"
169
       // Exemple : [12, 15, 20, 20, 20] --> [12, 15, 20, ...]
170
           System.out.println("[");
171
           for (int i = 0; i < n; i++) {
172
               // recherche du 1er "20"
173
               int h = 0;
174
               while (h < H+1 \&\& E[i][h] < 20) h++;
175
               // E[h:n] = [20, 20, ...]
176
               if (h == H+1)
177
                    System.out.printf("unité %d %s\n",i,Arrays.toString(E[i]));
178
179
               else {
180
                    int[] Ei = Arrays.copyOfRange(E[i],0,h+1);
                    String Si = Arrays.toString(Ei);
181
                    int li = Si.length();
182
                    Si = Si.substring(0,li-1) + ", ...]";
183
                    System.out.printf("i = %d %s\n",i,Si);
184
               }
185
186
           System.out.println("]");
187
188
       static int min(int x, int y){
189
           if (x<=y) return x;</pre>
190
191
           return y;
       }
192
193 }
194
195
196
197
```

```
208 /* Compilation et exécution du programme
209
210 % javac Juliette.java
211 % java Juliette 10 100
212 Nombre d'unités : 10
213 Notes estimées :
214 [
215 i = 0 [7, 11, 16, 19, 20, ...]
216 i = 1 [8, 10, 12, 15, 17, 20, ...]
217 i = 2 [10, 13, 16, 18, 20, ...]
218 i = 3 [8, 10, 15, 20, ...]
219 i = 4 [6, 10, 15, 18, 19, 20, ...]
220 i = 5 [8, 13, 16, 20, ...]
221 i = 6 [9, 12, 13, 18, 20, ...]
222 i = 7 [6, 8, 13, 16, 18, 19, 20, ...]
|i| = 8 [6, 11, 13, 18, 20, ...]
224 | i = 9 [10, 14, 18, 20, ...]
225||]
226
227 NOMBRE D'HEURES TRAVAILLEES : 0
228 CALCUL PAR EQUATION EQUATION DE RECURRENCE VERSION 1
229 Somme maximum des notes : 78
230 Moyenne maximum : 7,80/20
231 Une répartition optimale :
unité 0 <-- 0 heures, note estimée 7
unité 1 <-- 0 heures, note estimée 8
unité 2 <-- 0 heures, note estimée 10
unité 3 <-- 0 heures, note estimée 8
unité 4 <-- 0 heures, note estimée 6
unité 5 <-- 0 heures, note estimée 8
unité 6 <-- 0 heures, note estimée 9
unité 7 <-- 0 heures, note estimée 6
240 unité 8 <-- 0 heures, note estimée 6
241 unité 9 <-- 0 heures, note estimée 10
242 CALCUL PAR VERSION DE RECURRENCE VERSION 2
243 Somme maximum des notes : 78
244 Moyenne maximum : 7,80/20
245 Une répartition optimale :
246 unité 0 <-- 0 heures, note estimée 7
247 unité 1 <-- 0 heures, note estimée 8
248 unité 2 <-- 0 heures, note estimée 10
249 unité 3 <-- 0 heures, note estimée 8
250 unité 4 <-- 0 heures, note estimée 6
251 unité 5 <-- 0 heures, note estimée 8
252 unité 6 <-- 0 heures, note estimée 9
253 unité 7 <-- 0 heures, note estimée 6
254 unité 8 <-- 0 heures, note estimée 6
255 unité 9 <-- 0 heures, note estimée 10
257 NOMBRE D'HEURES TRAVAILLEES: 1
258 CALCUL PAR EQUATION EQUATION DE RECURRENCE VERSION 1
259 Somme maximum des notes : 83
260 Moyenne maximum : 8,30/20
261 Une répartition optimale :
262 unité 0 <-- 0 heures, note estimée 7
263 unité 1 <-- 0 heures, note estimée 8
264 unité 2 <-- 0 heures, note estimée 10
265 unité 3 <-- 0 heures, note estimée 8
266 unité 4 <-- 0 heures, note estimée 6
267 unité 5 <-- 1 heures, note estimée 13
268 unité 6 <-- 0 heures, note estimée 9
269 unité 7 <-- 0 heures, note estimée 6
270 unité 8 <-- 0 heures, note estimée 6
271 unité 9 <-- 0 heures, note estimée 10
272 CALCUL PAR VERSION DE RECURRENCE VERSION 2
273 Somme maximum des notes : 83
274 Moyenne maximum : 8,30/20
275 Une répartition optimale :
276 unité 0 <-- 0 heures, note estimée 7
```

```
277 unité 1 <-- 0 heures, note estimée 8
278 unité 2 <-- 0 heures, note estimée 10
279 unité 3 <-- 0 heures, note estimée 8
unité 4 <-- 0 heures, note estimée 6
unité 5 <-- 1 heures, note estimée 13
unité 6 <-- 0 heures, note estimée 9
unité 7 <-- 0 heures, note estimée 6
284 unité 8 <-- 0 heures, note estimée 6
285 unité 9 <-- 0 heures, note estimée 10
286
287 NOMBRE D'HEURES TRAVAILLEES : 2
288 CALCUL PAR EQUATION EQUATION DE RECURRENCE VERSION 1
289 Somme maximum des notes : 88
290 Moyenne maximum : 8,80/20
291 Une répartition optimale :
292 unité 0 <-- 0 heures, note estimée 7
293 unité 1 <-- 0 heures, note estimée 8
294 unité 2 <-- 0 heures, note estimée 10
295 unité 3 <−− 0 heures, note estimée 8
296 unité 4 <-- 0 heures, note estimée 6
297 unité 5 <-- 1 heures, note estimée 13
unité 6 <-- 0 heures, note estimée 9
299 unité 7 <-- 0 heures, note estimée 6
300 unité 8 <-- 1 heures, note estimée 11
301 unité 9 <-- 0 heures, note estimée 10
302 CALCUL PAR VERSION DE RECURRENCE VERSION 2
303 Somme maximum des notes : 88
304 Moyenne maximum : 8,80/20
305 Une répartition optimale :
306 unité 0 <−− 0 heures, note estimée 7
307 unité 1 <-- 0 heures, note estimée 8
308 unité 2 <-- 0 heures, note estimée 10
309 unité 3 <-- 0 heures, note estimée 8
310 unité 4 <-- 0 heures, note estimée 6
311 unité 5 <-- 1 heures, note estimée 13
312 unité 6 <-- 0 heures, note estimée 9
313 unité 7 <-- 0 heures, note estimée 6
314 unité 8 <-- 1 heures, note estimée 11
315 unité 9 <-- 0 heures, note estimée 10
316
317 NOMBRE D'HEURES TRAVAILLEES : 3
318 CALCUL PAR EQUATION EQUATION DE RECURRENCE VERSION 1
319 Somme maximum des notes : 92
320 Moyenne maximum : 9,20/20
321 Une répartition optimale :
322 unité 0 <-- 2 heures, note estimée 16
323 unité 1 <-- 0 heures, note estimée 8
324 unité 2 <-- 0 heures, note estimée 10
325 unité 3 <-- 0 heures, note estimée 8
326 unité 4 <-- 0 heures, note estimée 6
327 unité 5 <-- 1 heures, note estimée 13
328 unité 6 <-- 0 heures, note estimée 9
329 unité 7 <-- 0 heures, note estimée 6
330 unité 8 <-- 0 heures, note estimée 6
331 unité 9 <-- 0 heures, note estimée 10
332 CALCUL PAR VERSION DE RECURRENCE VERSION 2
333 Somme maximum des notes : 92
334 Moyenne maximum: 9,20/20
335 Une répartition optimale :
336 unité 0 <−− 2 heures, note estimée 16
337 unité 1 <-- 0 heures, note estimée 8
338 unité 2 <-- 0 heures, note estimée 10
unité 3 <-- 0 heures, note estimée 8
340 unité 4 <-- 0 heures, note estimée 6
341 unité 5 <-- 1 heures, note estimée 13
342 unité 6 <-- 0 heures, note estimée 9
unité 7 <-- 0 heures, note estimée 6
344 unité 8 <-- 0 heures, note estimée 6
345 unité 9 <-- 0 heures, note estimée 10
```

```
346
347 NOMBRE D'HEURES TRAVAILLEES : 4
348 CALCUL PAR EQUATION EQUATION DE RECURRENCE VERSION 1
349 Somme maximum des notes : 97
350 Moyenne maximum : 9,70/20
351 Une répartition optimale :
352 unité 0 <-- 2 heures, note estimée 16
unité 1 <-- 0 heures, note estimée 8
354 unité 2 <-- 0 heures, note estimée 10
unité 3 <-- 0 heures, note estimée 8
356 unité 4 <-- 0 heures, note estimée 6
357 unité 5 <-- 1 heures, note estimée 13
358 unité 6 <-- 0 heures, note estimée 9
359 unité 7 <-- 0 heures, note estimée 6
360 unité 8 <-- 1 heures, note estimée 11
361 unité 9 <-- 0 heures, note estimée 10
362 CALCUL PAR VERSION DE RECURRENCE VERSION 2
363 Somme maximum des notes : 97
364 Moyenne maximum : 9,70/20
365 Une répartition optimale :
366 unité 0 <−− 2 heures, note estimée 16
367 unité 1 <-- 0 heures, note estimée 8
368 unité 2 <-- 0 heures, note estimée 10
369 unité 3 <-- 0 heures, note estimée 8
370 unité 4 <-- 0 heures, note estimée 6
371 unité 5 <-- 1 heures, note estimée 13
unité 6 <-- 0 heures, note estimée 9
unité 7 <-- 0 heures, note estimée 6
374 unité 8 <-- 1 heures, note estimée 11
unité 9 <-- 0 heures, note estimée 10
376
377 NOMBRE D'HEURES TRAVAILLEES : 5
378 CALCUL PAR EQUATION EQUATION DE RECURRENCE VERSION 1
379 Somme maximum des notes : 101
380 Moyenne maximum : 10,10/20
381 Une répartition optimale :
382 unité 0 <−− 2 heures, note estimée 16
unité 1 <-- 0 heures, note estimée 8
384 unité 2 <-- 0 heures, note estimée 10
unité 3 <-- 0 heures, note estimée 8
386 unité 4 <-- 2 heures, note estimée 15
387 unité 5 <-- 1 heures, note estimée 13
388 unité 6 <-- 0 heures, note estimée 9
389 unité 7 <-- 0 heures, note estimée 6
390 unité 8 <-- 0 heures, note estimée 6
391 unité 9 <-- 0 heures, note estimée 10
392 CALCUL PAR VERSION DE RECURRENCE VERSION 2
393 Somme maximum des notes : 101
394 Moyenne maximum : 10,10/20
395 Une répartition optimale :
396 unité 0 <-- 2 heures, note estimée 16
397 unité 1 <-- 0 heures, note estimée 8
398 unité 2 <-- 0 heures, note estimée 10
399 unité 3 <-- 0 heures, note estimée 8
400 unité 4 <-- 2 heures, note estimée 15
401 unité 5 <-- 1 heures, note estimée 13
402 unité 6 <-- 0 heures, note estimée 9
403 unité 7 <-- 0 heures, note estimée 6
404 unité 8 <-- 0 heures, note estimée 6
405 unité 9 <-- 0 heures, note estimée 10
406
407 NOMBRE D'HEURES TRAVAILLEES : 6
408 CALCUL PAR EQUATION EQUATION DE RECURRENCE VERSION 1
409 Somme maximum des notes : 106
410 Moyenne maximum : 10,60/20
411 Une répartition optimale :
412 unité 0 <-- 2 heures, note estimée 16
413 unité 1 <-- 0 heures, note estimée 8
414 unité 2 <-- 0 heures, note estimée 10
```

```
415 unité 3 <-- 0 heures, note estimée 8
416 unité 4 <-- 2 heures, note estimée 15
417 unité 5 <-- 1 heures, note estimée 13
418 unité 6 <-- 0 heures, note estimée 9
419 unité 7 <-- 0 heures, note estimée 6
420 unité 8 <-- 1 heures, note estimée 11
421 unité 9 <-- 0 heures, note estimée 10
422 CALCUL PAR VERSION DE RECURRENCE VERSION 2
423 Somme maximum des notes : 106
424 Moyenne maximum : 10,60/20
425 Une répartition optimale :
426 unité 0 <-- 2 heures, note estimée 16
427 unité 1 <-- 0 heures, note estimée 8
428 unité 2 <-- 0 heures, note estimée 10
429 unité 3 <-- 0 heures, note estimée 8
430 unité 4 <-- 2 heures, note estimée 15
431 unité 5 <-- 1 heures, note estimée 13
432 unité 6 <-- 0 heures, note estimée 9
433 unité 7 <-- 0 heures, note estimée 6
434 unité 8 <-- 1 heures, note estimée 11
435 unité 9 <-- 0 heures, note estimée 10
436
437 NOMBRE D'HEURES TRAVAILLEES : 7
438 CALCUL PAR EQUATION EQUATION DE RECURRENCE VERSION 1
439 Somme maximum des notes : 110
440 Moyenne maximum : 11,00/20
441 Une répartition optimale :
442 unité 0 <-- 2 heures, note estimée 16
443 unité 1 <-- 0 heures, note estimée 8
444 unité 2 <-- 0 heures, note estimée 10
445 unité 3 <-- 0 heures, note estimée 8
446 unité 4 <-- 2 heures, note estimée 15
447 unité 5 <-- 1 heures, note estimée 13
448 unité 6 <-- 0 heures, note estimée 9
449 unité 7 <-- 0 heures, note estimée 6
450 unité 8 <-- 1 heures, note estimée 11
451 unité 9 <-- 1 heures, note estimée 14
452 CALCUL PAR VERSION DE RECURRENCE VERSION 2
453 Somme maximum des notes : 110
454 Moyenne maximum : 11,00/20
455 Une répartition optimale :
456 unité 0 <-- 2 heures, note estimée 16
457 unité 1 <-- 0 heures, note estimée 8
458 unité 2 <-- 0 heures, note estimée 10
459 unité 3 <-- 0 heures, note estimée 8
460 unité 4 <-- 2 heures, note estimée 15
461 unité 5 <-- 1 heures, note estimée 13
462 unité 6 <-- 0 heures, note estimée 9
463 unité 7 <-- 0 heures, note estimée 6
464 unité 8 <-- 1 heures, note estimée 11
465 unité 9 <-- 1 heures, note estimée 14
466
467 NOMBRE D'HEURES TRAVAILLEES : 8
468 CALCUL PAR EQUATION EQUATION DE RECURRENCE VERSION 1
469 Somme maximum des notes : 114
470 Moyenne maximum : 11,40/20
471 Une répartition optimale :
472 unité 0 <-- 2 heures, note estimée 16
473 unité 1 <-- 0 heures, note estimée 8
474 unité 2 <-- 0 heures, note estimée 10
475 unité 3 <-- 0 heures, note estimée 8
476 unité 4 <-- 2 heures, note estimée 15
477 unité 5 <-- 1 heures, note estimée 13
478 unité 6 <-- 0 heures, note estimée 9
479 unité 7 <-- 0 heures, note estimée 6
480 unité 8 <-- 1 heures, note estimée 11
481 unité 9 <-- 2 heures, note estimée 18
482 CALCUL PAR VERSION DE RECURRENCE VERSION 2
483 Somme maximum des notes : 114
```

```
484 Moyenne maximum : 11,40/20
485 Une répartition optimale :
486 unité 0 <-- 2 heures, note estimée 16
487 unité 1 <-- 0 heures, note estimée 8
488 unité 2 <-- 0 heures, note estimée 10
489 unité 3 <-- 0 heures, note estimée 8
490 unité 4 <-- 2 heures, note estimée 15
491 unité 5 <-- 1 heures, note estimée 13
492 unité 6 <-- 0 heures, note estimée 9
493 unité 7 <-- 0 heures, note estimée 6
494 unité 8 <-- 1 heures, note estimée 11
495 unité 9 <-- 2 heures, note estimée 18
496
497 NOMBRE D'HEURES TRAVAILLEES: 9
498 CALCUL PAR EQUATION EQUATION DE RECURRENCE VERSION 1
499 Somme maximum des notes : 118
500 Moyenne maximum : 11,80/20
501 Une répartition optimale :
502 unité 0 <-- 2 heures, note estimée 16
503 unité 1 <-- 0 heures, note estimée 8
504 unité 2 <-- 0 heures, note estimée 10
505 unité 3 <-- 3 heures, note estimée 20
506 unité 4 <-- 2 heures, note estimée 15
507 unité 5 <-- 1 heures, note estimée 13
508 unité 6 <-- 0 heures, note estimée 9
509 unité 7 <-- 0 heures, note estimée 6
510 unité 8 <-- 1 heures, note estimée 11
511 unité 9 <-- 0 heures, note estimée 10
512 CALCUL PAR VERSION DE RECURRENCE VERSION 2
513 Somme maximum des notes : 118
514 Moyenne maximum : 11,80/20
515 Une répartition optimale :
516 unité 0 <−− 2 heures, note estimée 16
517 unité 1 <-- 0 heures, note estimée 8
518 unité 2 <-- 0 heures, note estimée 10
sigunité 3 <-- 3 heures, note estimée 20
520 unité 4 <-- 2 heures, note estimée 15
521 unité 5 <-- 1 heures, note estimée 13
522 unité 6 <-- 0 heures, note estimée 9
523 unité 7 <-- 0 heures, note estimée 6
524 unité 8 <-- 1 heures, note estimée 11
525 unité 9 <-- 0 heures, note estimée 10
526
527 NOMBRE D'HEURES TRAVAILLEES : 10
528 CALCUL PAR EQUATION EQUATION DE RECURRENCE VERSION 1
529 Somme maximum des notes : 122
530 Moyenne maximum : 12,20/20
531 Une répartition optimale :
532 unité 0 <-- 2 heures, note estimée 16
533 unité 1 <-- 0 heures, note estimée 8
534 unité 2 <-- 0 heures, note estimée 10
535 unité 3 <-- 3 heures, note estimée 20
536 unité 4 <-- 2 heures, note estimée 15
537 unité 5 <-- 1 heures, note estimée 13
538 unité 6 <-- 0 heures, note estimée 9
539 unité 7 <-- 0 heures, note estimée 6
540 unité 8 <-- 1 heures, note estimée 11
541 unité 9 <-- 1 heures, note estimée 14
542 CALCUL PAR VERSION DE RECURRENCE VERSION 2
543 Somme maximum des notes : 122
544 Moyenne maximum : 12,20/20
545 Une répartition optimale :
546 unité 0 <-- 2 heures, note estimée 16
547 unité 1 <-- 0 heures, note estimée 8
548 unité 2 <-- 0 heures, note estimée 10
549 unité 3 <-- 3 heures, note estimée 20
550 unité 4 <-- 2 heures, note estimée 15
551 unité 5 <-- 1 heures, note estimée 13
unité 6 <-- 0 heures, note estimée 9
```

```
553 unité 7 <-- 0 heures, note estimée 6
554 unité 8 <-- 1 heures, note estimée 11
555 unité 9 <-- 1 heures, note estimée 14
557 NOMBRE D'HEURES TRAVAILLEES: 11
558 CALCUL PAR EQUATION EQUATION DE RECURRENCE VERSION 1
559 Somme maximum des notes : 126
560 Moyenne maximum : 12,60/20
561 Une répartition optimale :
562 unité 0 <-- 2 heures, note estimée 16
563 unité 1 <-- 0 heures, note estimée 8
564 unité 2 <-- 0 heures, note estimée 10
565 unité 3 <-- 3 heures, note estimée 20
566 unité 4 <-- 2 heures, note estimée 15
567 unité 5 <-- 1 heures, note estimée 13
568 unité 6 <-- 0 heures, note estimée 9
569 unité 7 <-- 0 heures, note estimée 6
570 unité 8 <-- 1 heures, note estimée 11
571 unité 9 <-- 2 heures, note estimée 18
572 CALCUL PAR VERSION DE RECURRENCE VERSION 2
573 Somme maximum des notes : 126
574 Moyenne maximum : 12,60/20
575 Une répartition optimale :
576 unité 0 <-- 2 heures, note estimée 16
577 unité 1 <-- 0 heures, note estimée 8
578 unité 2 <-- 0 heures, note estimée 10
579 unité 3 <-- 3 heures, note estimée 20
580 unité 4 <-- 2 heures, note estimée 15
581 unité 5 <-- 1 heures, note estimée 13
582 unité 6 <-- 0 heures, note estimée 9
583 unité 7 <-- 0 heures, note estimée 6
584 unité 8 <-- 1 heures, note estimée 11
585 unité 9 <-- 2 heures, note estimée 18
586
587 NOMBRE D'HEURES TRAVAILLEES : 12
588 CALCUL PAR EQUATION EQUATION DE RECURRENCE VERSION 1
589 Somme maximum des notes : 129
590 Moyenne maximum : 12,90/20
591 Une répartition optimale :
592 unité 0 <-- 2 heures, note estimée 16
593 unité 1 <-- 0 heures, note estimée 8
594 unité 2 <-- 0 heures, note estimée 10
s95 unité 3 <-- 3 heures, note estimée 20
596 unité 4 <-- 2 heures, note estimée 15
597 unité 5 <-- 3 heures, note estimée 20
598 unité 6 <-- 0 heures, note estimée 9
599 unité 7 <-- 0 heures, note estimée 6
600 unité 8 <-- 1 heures, note estimée 11
601 unité 9 <-- 1 heures, note estimée 14
602 CALCUL PAR VERSION DE RECURRENCE VERSION 2
603 Somme maximum des notes : 129
604 Moyenne maximum : 12,90/20
605 Une répartition optimale :
606 unité 0 <-- 2 heures, note estimée 16
607 unité 1 <-- 0 heures, note estimée 8
608 unité 2 <-- 0 heures, note estimée 10
609 unité 3 <-- 3 heures, note estimée 20
610 unité 4 <-- 2 heures, note estimée 15
611 unité 5 <-- 3 heures, note estimée 20
612 unité 6 <-- 0 heures, note estimée 9
613 unité 7 <-- 0 heures, note estimée 6
614 unité 8 <-- 1 heures, note estimée 11
615 unité 9 <-- 1 heures, note estimée 14
616
617 NOMBRE D'HEURES TRAVAILLEES : 13
618 CALCUL PAR EQUATION EQUATION DE RECURRENCE VERSION 1
619 Somme maximum des notes : 133
620 Moyenne maximum : 13,30/20
621 Une répartition optimale :
```

```
622 unité 0 <-- 2 heures, note estimée 16
623 unité 1 <-- 0 heures, note estimée 8
624 unité 2 <-- 0 heures, note estimée 10
625 unité 3 <-- 3 heures, note estimée 20
626 unité 4 <-- 2 heures, note estimée 15
627 unité 5 <-- 3 heures, note estimée 20
628 unité 6 <-- 0 heures, note estimée 9
629 unité 7 <-- 0 heures, note estimée 6
630 unité 8 <-- 1 heures, note estimée 11
631 unité 9 <-- 2 heures, note estimée 18
632 CALCUL PAR VERSION DE RECURRENCE VERSION 2
633 Somme maximum des notes : 133
634 Moyenne maximum : 13,30/20
635 Une répartition optimale :
636 unité 0 <-- 2 heures, note estimée 16
637 unité 1 <-- 0 heures, note estimée 8
638 unité 2 <-- 0 heures, note estimée 10
639 unité 3 <-- 3 heures, note estimée 20
640 unité 4 <-- 2 heures, note estimée 15
641 unité 5 <-- 3 heures, note estimée 20
642 unité 6 <-- 0 heures, note estimée 9
unité 7 <-- 0 heures, note estimée 6
644 unité 8 <-- 1 heures, note estimée 11
645 unité 9 <-- 2 heures, note estimée 18
646
647 NOMBRE D'HEURES TRAVAILLEES : 14
648 CALCUL PAR EQUATION EQUATION DE RECURRENCE VERSION 1
649 Somme maximum des notes : 136
650 Moyenne maximum : 13,60/20
651 Une répartition optimale :
652 unité 0 <-- 2 heures, note estimée 16
unité 1 <-- 0 heures, note estimée 8
654 unité 2 <-- 0 heures, note estimée 10
655 unité 3 <-- 3 heures, note estimée 20
656 unité 4 <-- 2 heures, note estimée 15
657 unité 5 <-- 3 heures, note estimée 20
658 unité 6 <-- 0 heures, note estimée 9
659 unité 7 <-- 2 heures, note estimée 13
660 unité 8 <-- 1 heures, note estimée 11
661 unité 9 <-- 1 heures, note estimée 14
662 CALCUL PAR VERSION DE RECURRENCE VERSION 2
663 Somme maximum des notes : 136
664 Moyenne maximum : 13,60/20
665 Une répartition optimale :
666 unité 0 <-- 2 heures, note estimée 16
667 unité 1 <-- 0 heures, note estimée 8
668 unité 2 <-- 0 heures, note estimée 10
669 unité 3 <-- 3 heures, note estimée 20
670 unité 4 <-- 2 heures, note estimée 15
671 unité 5 <-- 3 heures, note estimée 20
672 unité 6 <-- 0 heures, note estimée 9
673 unité 7 <-- 2 heures, note estimée 13
674 unité 8 <-- 1 heures, note estimée 11
675 unité 9 <-- 1 heures, note estimée 14
676
677 NOMBRE D'HEURES TRAVAILLEES : 15
678 CALCUL PAR EQUATION EQUATION DE RECURRENCE VERSION 1
679 Somme maximum des notes : 140
680 Moyenne maximum : 14,00/20
681 Une répartition optimale :
682 unité 0 <-- 2 heures, note estimée 16
683 unité 1 <-- 0 heures, note estimée 8
684 unité 2 <-- 0 heures, note estimée 10
685 unité 3 <-- 3 heures, note estimée 20
686 unité 4 <-- 2 heures, note estimée 15
687 unité 5 <-- 3 heures, note estimée 20
688 unité 6 <-- 0 heures, note estimée 9
689 unité 7 <-- 2 heures, note estimée 13
690 unité 8 <-- 1 heures, note estimée 11
```

```
691 unité 9 <-- 2 heures, note estimée 18
692 CALCUL PAR VERSION DE RECURRENCE VERSION 2
693 Somme maximum des notes : 140
694 Moyenne maximum : 14,00/20
695 Une répartition optimale :
696 unité 0 <-- 2 heures, note estimée 16
697 unité 1 <-- 0 heures, note estimée 8
698 unité 2 <-- 0 heures, note estimée 10
699 unité 3 <-- 3 heures, note estimée 20
700 unité 4 <-- 2 heures, note estimée 15
701 unité 5 <-- 3 heures, note estimée 20
702 unité 6 <-- 0 heures, note estimée 9
703 unité 7 <-- 2 heures, note estimée 13
704 unité 8 <-- 1 heures, note estimée 11
705 unité 9 <-- 2 heures, note estimée 18
707 NOMBRE D'HEURES TRAVAILLEES : 16
708 CALCUL PAR EQUATION EQUATION DE RECURRENCE VERSION 1
709 Somme maximum des notes : 143
710 Moyenne maximum : 14,30/20
711 Une répartition optimale :
712 unité 0 <-- 2 heures, note estimée 16
713 unité 1 <-- 0 heures, note estimée 8
714 unité 2 <-- 0 heures, note estimée 10
715 unité 3 <-- 3 heures, note estimée 20
716 unité 4 <-- 2 heures, note estimée 15
717 unité 5 <-- 3 heures, note estimée 20
718 unité 6 <-- 0 heures, note estimée 9
719 unité 7 <-- 2 heures, note estimée 13
720 unité 8 <-- 3 heures, note estimée 18
721 unité 9 <-- 1 heures, note estimée 14
722 CALCUL PAR VERSION DE RECURRENCE VERSION 2
723 Somme maximum des notes : 143
724 Moyenne maximum : 14,30/20
725 Une répartition optimale :
726 unité 0 <-- 2 heures, note estimée 16
727 unité 1 <-- 0 heures, note estimée 8
728 unité 2 <-- 0 heures, note estimée 10
729 unité 3 <-- 3 heures, note estimée 20
730 unité 4 <-- 2 heures, note estimée 15
731 unité 5 <-- 3 heures, note estimée 20
732 unité 6 <-- 0 heures, note estimée 9
733 unité 7 <-- 2 heures, note estimée 13
734 unité 8 <-- 3 heures, note estimée 18
735 unité 9 <-- 1 heures, note estimée 14
737 NOMBRE D'HEURES TRAVAILLEES : 17
738 CALCUL PAR EQUATION EQUATION DE RECURRENCE VERSION 1
739 Somme maximum des notes : 147
740 Moyenne maximum : 14,70/20
741 Une répartition optimale :
742 unité 0 <-- 2 heures, note estimée 16
743 unité 1 <-- 0 heures, note estimée 8
744 unité 2 <-- 0 heures, note estimée 10
745 unité 3 <-- 3 heures, note estimée 20
746 unité 4 <-- 2 heures, note estimée 15
747 unité 5 <-- 3 heures, note estimée 20
748 unité 6 <-- 0 heures, note estimée 9
749 unité 7 <-- 2 heures, note estimée 13
750 unité 8 <-- 3 heures, note estimée 18
751 unité 9 <-- 2 heures, note estimée 18
752 CALCUL PAR VERSION DE RECURRENCE VERSION 2
753 Somme maximum des notes : 147
754 Moyenne maximum : 14,70/20
755 Une répartition optimale :
756 unité 0 <-- 2 heures, note estimée 16
757 unité 1 <-- 0 heures, note estimée 8
758 unité 2 <-- 0 heures, note estimée 10
759 unité 3 <-- 3 heures, note estimée 20
```

```
760 unité 4 <-- 2 heures, note estimée 15
761 unité 5 <-- 3 heures, note estimée 20
762 unité 6 <-- 0 heures, note estimée 9
763 unité 7 <-- 2 heures, note estimée 13
764 unité 8 <-- 3 heures, note estimée 18
765 unité 9 <-- 2 heures, note estimée 18
766
767 NOMBRE D'HEURES TRAVAILLEES : 18
768 CALCUL PAR EQUATION EQUATION DE RECURRENCE VERSION 1
769 Somme maximum des notes : 150
770 Moyenne maximum : 15,00/20
771 Une répartition optimale :
772 unité 0 <-- 3 heures, note estimée 19
773 unité 1 <-- 0 heures, note estimée 8
774 unité 2 <-- 0 heures, note estimée 10
775 unité 3 <-- 3 heures, note estimée 20
776 unité 4 <-- 2 heures, note estimée 15
777 unité 5 <-- 3 heures, note estimée 20
778 unité 6 <-- 0 heures, note estimée 9
779 unité 7 <-- 2 heures, note estimée 13
780 unité 8 <-- 3 heures, note estimée 18
781 unité 9 <-- 2 heures, note estimée 18
782 CALCUL PAR VERSION DE RECURRENCE VERSION 2
783 Somme maximum des notes : 150
784 Moyenne maximum : 15,00/20
785 Une répartition optimale :
786 unité 0 <-- 3 heures, note estimée 19
787 unité 1 <-- 0 heures, note estimée 8
788 unité 2 <-- 0 heures, note estimée 10
789 unité 3 <-- 3 heures, note estimée 20
790 unité 4 <-- 2 heures, note estimée 15
791 unité 5 <-- 3 heures, note estimée 20
792 unité 6 <-- 0 heures, note estimée 9
793 unité 7 <-- 2 heures, note estimée 13
794 unité 8 <-- 3 heures, note estimée 18
795 unité 9 <-- 2 heures, note estimée 18
796
797 NOMBRE D'HEURES TRAVAILLEES : 19
798 CALCUL PAR EQUATION EQUATION DE RECURRENCE VERSION 1
799 Somme maximum des notes : 153
800 Moyenne maximum : 15,30/20
801 Une répartition optimale :
802 unité 0 <-- 3 heures, note estimée 19
803 unité 1 <-- 0 heures, note estimée 8
804 unité 2 <-- 1 heures, note estimée 13
805 unité 3 <-- 3 heures, note estimée 20
806 unité 4 <-- 2 heures, note estimée 15
807 unité 5 <-- 3 heures, note estimée 20
808 unité 6 <-- 0 heures, note estimée 9
809 unité 7 <-- 2 heures, note estimée 13
810 unité 8 <-- 3 heures, note estimée 18
811 unité 9 <-- 2 heures, note estimée 18
812 CALCUL PAR VERSION DE RECURRENCE VERSION 2
813 Somme maximum des notes : 153
814 Moyenne maximum : 15,30/20
815 Une répartition optimale :
816 unité 0 <-- 3 heures, note estimée 19
817 unité 1 <-- 0 heures, note estimée 8
818 unité 2 <-- 1 heures, note estimée 13
819 unité 3 <-- 3 heures, note estimée 20
820 unité 4 <-- 2 heures, note estimée 15
821 unité 5 <-- 3 heures, note estimée 20
822 unité 6 <-- 0 heures, note estimée 9</pre>
823 unité 7 <-- 2 heures, note estimée 13
824 unité 8 <-- 3 heures, note estimée 18
825 unité 9 <-- 2 heures, note estimée 18
826
827 NOMBRE D'HEURES TRAVAILLEES : 20
828 CALCUL PAR EQUATION EQUATION DE RECURRENCE VERSION 1
```

```
829 Somme maximum des notes : 156
830 Moyenne maximum : 15,60/20
831 Une répartition optimale :
832 unité 0 <-- 3 heures, note estimée 19
833 unité 1 <-- 0 heures, note estimée 8
834 unité 2 <-- 2 heures, note estimée 16
835 unité 3 <-- 3 heures, note estimée 20
836 unité 4 <-- 2 heures, note estimée 15
837 unité 5 <-- 3 heures, note estimée 20
838 unité 6 <-- 0 heures, note estimée 9
839 unité 7 <-- 2 heures, note estimée 13
840 unité 8 <-- 3 heures, note estimée 18
841 unité 9 <-- 2 heures, note estimée 18
842 CALCUL PAR VERSION DE RECURRENCE VERSION 2
843 Somme maximum des notes : 156
844 Moyenne maximum : 15,60/20
845 Une répartition optimale :
846 unité 0 <-- 3 heures, note estimée 19
847 unité 1 <-- 0 heures, note estimée 8
848 unité 2 <-- 2 heures, note estimée 16
849 unité 3 <-- 3 heures, note estimée 20
850 unité 4 <-- 2 heures, note estimée 15
851 unité 5 <-- 3 heures, note estimée 20
852 unité 6 <-- 0 heures, note estimée 9
853 unité 7 <-- 2 heures, note estimée 13
854 unité 8 <-- 3 heures, note estimée 18
855 unité 9 <-- 2 heures, note estimée 18
856
857 NOMBRE D'HEURES TRAVAILLEES : 21
858 CALCUL PAR EQUATION EQUATION DE RECURRENCE VERSION 1
859 Somme maximum des notes : 159
860 Moyenne maximum : 15,90/20
861 Une répartition optimale :
862 unité 0 <-- 3 heures, note estimée 19
863 unité 1 <-- 0 heures, note estimée 8
864 unité 2 <-- 2 heures, note estimée 16
865 unité 3 <-- 3 heures, note estimée 20
866 unité 4 <-- 3 heures, note estimée 18
867 unité 5 <-- 3 heures, note estimée 20
868 unité 6 <-- 0 heures, note estimée 9
869 unité 7 <-- 2 heures, note estimée 13
870 unité 8 <-- 3 heures, note estimée 18
871 unité 9 <-- 2 heures, note estimée 18
872 CALCUL PAR VERSION DE RECURRENCE VERSION 2
873 Somme maximum des notes : 159
874 Moyenne maximum : 15,90/20
875 Une répartition optimale :
876 unité 0 <-- 3 heures, note estimée 19
877 unité 1 <-- 0 heures, note estimée 8
878 unité 2 <-- 2 heures, note estimée 16
879 unité 3 <-- 3 heures, note estimée 20
880 unité 4 <-- 3 heures, note estimée 18
881 unité 5 <-- 3 heures, note estimée 20
882 unité 6 <-- 0 heures, note estimée 9
883 unité 7 <-- 2 heures, note estimée 13
884 unité 8 <-- 3 heures, note estimée 18
885 unité 9 <-- 2 heures, note estimée 18
886
887 NOMBRE D'HEURES TRAVAILLEES : 22
888 CALCUL PAR EQUATION EQUATION DE RECURRENCE VERSION 1
889 Somme maximum des notes : 162
890 Moyenne maximum : 16,20/20
891 Une répartition optimale :
892 unité 0 <-- 3 heures, note estimée 19
893 unité 1 <-- 0 heures, note estimée 8
894 unité 2 <-- 2 heures, note estimée 16
895 unité 3 <-- 3 heures, note estimée 20
896 unité 4 <-- 3 heures, note estimée 18
897 unité 5 <-- 3 heures, note estimée 20
```

```
898 unité 6 <-- 1 heures, note estimée 12
899 unité 7 <-- 2 heures, note estimée 13
900 unité 8 <-- 3 heures, note estimée 18
901 unité 9 <-- 2 heures, note estimée 18
902 CALCUL PAR VERSION DE RECURRENCE VERSION 2
903 Somme maximum des notes : 162
904 Moyenne maximum : 16,20/20
905 Une répartition optimale :
906 unité 0 <-- 3 heures, note estimée 19
907 unité 1 <-- 0 heures, note estimée 8
908 unité 2 <-- 2 heures, note estimée 16
909 unité 3 <-- 3 heures, note estimée 20
910 unité 4 <-- 3 heures, note estimée 18
911 unité 5 <-- 3 heures, note estimée 20
912 unité 6 <-- 1 heures, note estimée 12
913 unité 7 <-- 2 heures, note estimée 13
914 unité 8 <-- 3 heures, note estimée 18
915 unité 9 <-- 2 heures, note estimée 18
916
917 NOMBRE D'HEURES TRAVAILLEES : 23
918 CALCUL PAR EQUATION EQUATION DE RECURRENCE VERSION 1
919 Somme maximum des notes : 165
920 Moyenne maximum : 16,50/20
921 Une répartition optimale :
922 unité 0 <-- 3 heures, note estimée 19
923 unité 1 <-- 0 heures, note estimée 8
924 unité 2 <-- 2 heures, note estimée 16
925 unité 3 <-- 3 heures, note estimée 20
926 unité 4 <-- 2 heures, note estimée 15
927 unité 5 <-- 3 heures, note estimée 20
928 unité 6 <-- 3 heures, note estimée 18
929 unité 7 <-- 2 heures, note estimée 13
930 unité 8 <-- 3 heures, note estimée 18
931 unité 9 <-- 2 heures, note estimée 18
932 CALCUL PAR VERSION DE RECURRENCE VERSION 2
933 Somme maximum des notes : 165
934 Moyenne maximum : 16,50/20
935 Une répartition optimale :
936 unité 0 <-- 3 heures, note estimée 19
937 unité 1 <-- 0 heures, note estimée 8
938 unité 2 <-- 2 heures, note estimée 16
939 unité 3 <-- 3 heures, note estimée 20
940 unité 4 <-- 2 heures, note estimée 15
941 unité 5 <-- 3 heures, note estimée 20
942 unité 6 <-- 3 heures, note estimée 18
943 unité 7 <-- 2 heures, note estimée 13
944 unité 8 <-- 3 heures, note estimée 18
945 unité 9 <-- 2 heures, note estimée 18
946
947 NOMBRE D'HEURES TRAVAILLEES : 24
948 CALCUL PAR EQUATION EQUATION DE RECURRENCE VERSION 1
949 Somme maximum des notes : 168
950 Moyenne maximum : 16,80/20
951 Une répartition optimale :
952 unité 0 <-- 3 heures, note estimée 19
953 unité 1 <-- 0 heures, note estimée 8
954 unité 2 <-- 2 heures, note estimée 16
955 unité 3 <-- 3 heures, note estimée 20
956 unité 4 <-- 3 heures, note estimée 18
957 unité 5 <-- 3 heures, note estimée 20
958 unité 6 <-- 3 heures, note estimée 18
959 unité 7 <-- 2 heures, note estimée 13
960 unité 8 <-- 3 heures, note estimée 18
961 unité 9 <-- 2 heures, note estimée 18
962 CALCUL PAR VERSION DE RECURRENCE VERSION 2
963 Somme maximum des notes : 168
964 Moyenne maximum : 16,80/20
965 Une répartition optimale :
966 unité 0 <-- 3 heures, note estimée 19
```

```
967 unité 1 <-- 0 heures, note estimée 8
968 unité 2 <-- 2 heures, note estimée 16
969 unité 3 <-- 3 heures, note estimée 20
970 unité 4 <-- 3 heures, note estimée 18
971 unité 5 <-- 3 heures, note estimée 20
972 unité 6 <-- 3 heures, note estimée 18
973 unité 7 <-- 2 heures, note estimée 13
974 unité 8 <-- 3 heures, note estimée 18
975 unité 9 <-- 2 heures, note estimée 18
977 NOMBRE D'HEURES TRAVAILLEES : 25
978 CALCUL PAR EQUATION EQUATION DE RECURRENCE VERSION 1
979 Somme maximum des notes : 171
980 Moyenne maximum : 17,10/20
981 Une répartition optimale :
982 unité 0 <-- 3 heures, note estimée 19
983 unité 1 <-- 0 heures, note estimée 8
984 unité 2 <-- 2 heures, note estimée 16
985 unité 3 <-- 3 heures, note estimée 20
986 unité 4 <-- 3 heures, note estimée 18
987 unité 5 <-- 3 heures, note estimée 20
988 unité 6 <-- 3 heures, note estimée 18
989 unité 7 <-- 3 heures, note estimée 16
990 unité 8 <-- 3 heures, note estimée 18
991 unité 9 <-- 2 heures, note estimée 18
992 CALCUL PAR VERSION DE RECURRENCE VERSION 2
993 Somme maximum des notes : 171
994 Moyenne maximum : 17,10/20
995 Une répartition optimale :
996 unité 0 <-- 3 heures, note estimée 19
997 unité 1 <-- 0 heures, note estimée 8
998 unité 2 <-- 2 heures, note estimée 16
999 unité 3 <-- 3 heures, note estimée 20
1000 unité 4 <-- 3 heures, note estimée 18
1001 unité 5 <-- 3 heures, note estimée 20
1002 unité 6 <-- 3 heures, note estimée 18
1003 unité 7 <-- 3 heures, note estimée 16
1004 unité 8 <-- 3 heures, note estimée 18
1005 unité 9 <-- 2 heures, note estimée 18
1006
1007 NOMBRE D'HEURES TRAVAILLEES : 26
1008 CALCUL PAR EQUATION EQUATION DE RECURRENCE VERSION 1
1009 Somme maximum des notes : 173
1010 Moyenne maximum : 17,30/20
1011 Une répartition optimale :
1012 unité 0 <-- 3 heures, note estimée 19
1013 unité 1 <-- 1 heures, note estimée 10
1014 unité 2 <-- 2 heures, note estimée 16
1015 unité 3 <-- 3 heures, note estimée 20
1016 unité 4 <-- 3 heures, note estimée 18
1017 unité 5 <-- 3 heures, note estimée 20
1018 unité 6 <-- 3 heures, note estimée 18
1019 unité 7 <-- 3 heures, note estimée 16
1020 unité 8 <-- 3 heures, note estimée 18
1021 unité 9 <-- 2 heures, note estimée 18
1022 CALCUL PAR VERSION DE RECURRENCE VERSION 2
1023 Somme maximum des notes : 173
1024 Moyenne maximum : 17,30/20
1025 Une répartition optimale :
1026 unité 0 <-- 3 heures, note estimée 19
1027 unité 1 <-- 1 heures, note estimée 10
1028 unité 2 <-- 2 heures, note estimée 16
1029 unité 3 <-- 3 heures, note estimée 20
1030 unité 4 <-- 3 heures, note estimée 18
1031 unité 5 <-- 3 heures, note estimée 20
1032 unité 6 <-- 3 heures, note estimée 18
1033 unité 7 <-- 3 heures, note estimée 16
1034 unité 8 <-- 3 heures, note estimée 18
1035 unité 9 <-- 2 heures, note estimée 18
```

```
1036
1037 NOMBRE D'HEURES TRAVAILLEES : 27
1038 CALCUL PAR EQUATION EQUATION DE RECURRENCE VERSION 1
1039 Somme maximum des notes : 175
1040 Moyenne maximum : 17,50/20
1041 Une répartition optimale :
1042 unité 0 <-- 3 heures, note estimée 19
1043 unité 1 <-- 3 heures, note estimée 15
1044 unité 2 <-- 2 heures, note estimée 16
1045 unité 3 <-- 3 heures, note estimée 20
1046 unité 4 <-- 3 heures, note estimée 18
1047 unité 5 <-- 3 heures, note estimée 20
1048 unité 6 <-- 3 heures, note estimée 18
1049 unité 7 <-- 2 heures, note estimée 13
1050 unité 8 <-- 3 heures, note estimée 18
1051 unité 9 <-- 2 heures, note estimée 18
1052 CALCUL PAR VERSION DE RECURRENCE VERSION 2
1053 Somme maximum des notes : 175
1054 Moyenne maximum : 17,50/20
1055 Une répartition optimale :
1056 unité 0 <-- 3 heures, note estimée 19
1057 unité 1 <-- 3 heures, note estimée 15
1058 unité 2 <-- 2 heures, note estimée 16
1059 unité 3 <-- 3 heures, note estimée 20
1060 unité 4 <-- 3 heures, note estimée 18
1061 unité 5 <-- 3 heures, note estimée 20
1062 unité 6 <-- 3 heures, note estimée 18
1063 unité 7 <-- 2 heures, note estimée 13
1064 unité 8 <-- 3 heures, note estimée 18
1065 unité 9 <-- 2 heures, note estimée 18
1066
1067 NOMBRE D'HEURES TRAVAILLEES : 28
1068 CALCUL PAR EQUATION EQUATION DE RECURRENCE VERSION 1
1069 Somme maximum des notes : 178
1070 Moyenne maximum : 17,80/20
1071 Une répartition optimale :
1072 unité 0 <-- 3 heures, note estimée 19
1073 unité 1 <-- 3 heures, note estimée 15
1074 unité 2 <-- 2 heures, note estimée 16
1075 unité 3 <-- 3 heures, note estimée 20
1076 unité 4 <-- 3 heures, note estimée 18
1077 unité 5 <-- 3 heures, note estimée 20
1078 unité 6 <-- 3 heures, note estimée 18
1079 unité 7 <-- 3 heures, note estimée 16
1080 unité 8 <-- 3 heures, note estimée 18
1081 unité 9 <-- 2 heures, note estimée 18
1082 CALCUL PAR VERSION DE RECURRENCE VERSION 2
1083 Somme maximum des notes : 178
1084 Moyenne maximum : 17,80/20
1085 Une répartition optimale :
1086 unité 0 <-- 3 heures, note estimée 19
1087 unité 1 <-- 3 heures, note estimée 15
1088 unité 2 <-- 2 heures, note estimée 16
1089 unité 3 <-- 3 heures, note estimée 20
1090 unité 4 <-- 3 heures, note estimée 18
1091 unité 5 <-- 3 heures, note estimée 20
1092 unité 6 <-- 3 heures, note estimée 18
1093 unité 7 <-- 3 heures, note estimée 16
1094 unité 8 <-- 3 heures, note estimée 18
1095 unité 9 <-- 2 heures, note estimée 18
1096
1097 NOMBRE D'HEURES TRAVAILLEES : 29
1098 CALCUL PAR EQUATION EQUATION DE RECURRENCE VERSION 1
1099 Somme maximum des notes : 180
1100 Moyenne maximum : 18,00/20
1101 Une répartition optimale :
1102 unité 0 <-- 3 heures, note estimée 19
1103 unité 1 <-- 5 heures, note estimée 20
1104 unité 2 <-- 2 heures, note estimée 16
```

```
1105 unité 3 <-- 3 heures, note estimée 20
1106 unité 4 <-- 3 heures, note estimée 18
1107 unité 5 <-- 3 heures, note estimée 20
1108 unité 6 <-- 3 heures, note estimée 18
1109 unité 7 <-- 2 heures, note estimée 13
1110 unité 8 <-- 3 heures, note estimée 18
1111 unité 9 <-- 2 heures, note estimée 18
1112 CALCUL PAR VERSION DE RECURRENCE VERSION 2
1113 Somme maximum des notes : 180
1114 Moyenne maximum : 18,00/20
1115 Une répartition optimale :
1116 unité 0 <-- 3 heures, note estimée 19
1117 unité 1 <-- 5 heures, note estimée 20
1118 unité 2 <-- 2 heures, note estimée 16
1119 unité 3 <-- 3 heures, note estimée 20
1120 unité 4 <-- 3 heures, note estimée 18
1121 unité 5 <-- 3 heures, note estimée 20
unité 6 <-- 3 heures, note estimée 18
unité 7 <-- 2 heures, note estimée 13
1124 unité 8 <-- 3 heures, note estimée 18
1125 unité 9 <-- 2 heures, note estimée 18
1126
1127 NOMBRE D'HEURES TRAVAILLEES : 30
1128 CALCUL PAR EQUATION EQUATION DE RECURRENCE VERSION 1
1129 Somme maximum des notes : 183
1130 Moyenne maximum : 18,30/20
1131 Une répartition optimale :
unité 0 <-- 3 heures, note estimée 19
unité 1 <-- 5 heures, note estimée 20
unité 2 <-- 2 heures, note estimée 16
unité 3 <-- 3 heures, note estimée 20
unité 4 <-- 3 heures, note estimée 18
unité 5 <-- 3 heures, note estimée 20
unité 6 <-- 3 heures, note estimée 18
unité 7 <-- 3 heures, note estimée 16
1140 unité 8 <-- 3 heures, note estimée 18
1141 unité 9 <-- 2 heures, note estimée 18
1142 CALCUL PAR VERSION DE RECURRENCE VERSION 2
1143 Somme maximum des notes : 183
1144 Moyenne maximum : 18,30/20
1145 Une répartition optimale :
1146 unité 0 <-- 3 heures, note estimée 19
1147 unité 1 <-- 5 heures, note estimée 20
1148 unité 2 <-- 2 heures, note estimée 16
1149 unité 3 <-- 3 heures, note estimée 20
1150 unité 4 <-- 3 heures, note estimée 18
unité 5 <-- 3 heures, note estimée 20
unité 6 <-- 3 heures, note estimée 18
1153 unité 7 <-- 3 heures, note estimée 16
1154 unité 8 <-- 3 heures, note estimée 18
1155 unité 9 <-- 2 heures, note estimée 18
1156
1157 NOMBRE D'HEURES TRAVAILLEES : 31
1158 CALCUL PAR EQUATION EQUATION DE RECURRENCE VERSION 1
1159 Somme maximum des notes : 185
1160 Moyenne maximum : 18,50/20
1161 Une répartition optimale :
1162 unité 0 <-- 3 heures, note estimée 19
1163 unité 1 <-- 5 heures, note estimée 20
1164 unité 2 <-- 3 heures, note estimée 18
1165 unité 3 <-- 3 heures, note estimée 20
1166 unité 4 <-- 3 heures, note estimée 18
1167 unité 5 <-- 3 heures, note estimée 20
1168 unité 6 <-- 3 heures, note estimée 18
1169 unité 7 <-- 3 heures, note estimée 16
1170 unité 8 <-- 3 heures, note estimée 18
1171 unité 9 <-- 2 heures, note estimée 18
1172 CALCUL PAR VERSION DE RECURRENCE VERSION 2
1173 Somme maximum des notes : 185
```

```
1174 Moyenne maximum : 18,50/20
1175 Une répartition optimale :
1176 unité 0 <-- 3 heures, note estimée 19
1177 unité 1 <-- 5 heures, note estimée 20
1178 unité 2 <-- 3 heures, note estimée 18
1179 unité 3 <-- 3 heures, note estimée 20
1180 unité 4 <-- 3 heures, note estimée 18
1181 unité 5 <-- 3 heures, note estimée 20
1182 unité 6 <-- 3 heures, note estimée 18
1183 unité 7 <-- 3 heures, note estimée 16
1184 unité 8 <-- 3 heures, note estimée 18
1185 unité 9 <-- 2 heures, note estimée 18
1186
1187 NOMBRE D'HEURES TRAVAILLEES : 32
1188 CALCUL PAR EQUATION EQUATION DE RECURRENCE VERSION 1
1189 Somme maximum des notes : 187
1190 Moyenne maximum : 18,70/20
1191 Une répartition optimale :
1192 unité 0 <-- 3 heures, note estimée 19
1193 unité 1 <-- 5 heures, note estimée 20
unité 2 <-- 4 heures, note estimée 20
unité 3 <-- 3 heures, note estimée 20
1196 unité 4 <-- 3 heures, note estimée 18
unité 5 <-- 3 heures, note estimée 20
1198 unité 6 <-- 3 heures, note estimée 18
1199 unité 7 <-- 3 heures, note estimée 16
1200 unité 8 <-- 3 heures, note estimée 18
1201 unité 9 <-- 2 heures, note estimée 18
1202 CALCUL PAR VERSION DE RECURRENCE VERSION 2
1203 Somme maximum des notes : 187
1204 Moyenne maximum : 18,70/20
1205 Une répartition optimale :
1206 unité 0 <-- 3 heures, note estimée 19
unité 1 <-- 5 heures, note estimée 20
unité 2 <-- 4 heures, note estimée 20
unité 3 <-- 3 heures, note estimée 20
1210 unité 4 <-- 3 heures, note estimée 18
1211 unité 5 <-- 3 heures, note estimée 20
unité 6 <-- 3 heures, note estimée 18
unité 7 <-- 3 heures, note estimée 16
1214 unité 8 <-- 3 heures, note estimée 18
1215 unité 9 <-- 2 heures, note estimée 18
1216
1217 NOMBRE D'HEURES TRAVAILLEES : 33
1218 CALCUL PAR EQUATION EQUATION DE RECURRENCE VERSION 1
1219 Somme maximum des notes : 189
1220 Moyenne maximum : 18,90/20
1221 Une répartition optimale :
1222 unité 0 <-- 3 heures, note estimée 19
1223 unité 1 <-- 5 heures, note estimée 20
1224 unité 2 <-- 4 heures, note estimée 20
1225 unité 3 <-- 3 heures, note estimée 20
1226 unité 4 <-- 3 heures, note estimée 18
1227 unité 5 <-- 3 heures, note estimée 20
1228 unité 6 <-- 4 heures, note estimée 20
1229 unité 7 <-- 3 heures, note estimée 16
1230 unité 8 <-- 3 heures, note estimée 18
1231 unité 9 <-- 2 heures, note estimée 18
1232 CALCUL PAR VERSION DE RECURRENCE VERSION 2
1233 Somme maximum des notes : 189
1234 Moyenne maximum : 18,90/20
1235 Une répartition optimale :
1236 unité 0 <-- 3 heures, note estimée 19
1237 unité 1 <-- 5 heures, note estimée 20
1238 unité 2 <-- 4 heures, note estimée 20
1239 unité 3 <-- 3 heures, note estimée 20
1240 unité 4 <-- 3 heures, note estimée 18
1241 unité 5 <-- 3 heures, note estimée 20
1242 unité 6 <-- 4 heures, note estimée 20
```

```
1243 unité 7 <-- 3 heures, note estimée 16
1244 unité 8 <-- 3 heures, note estimée 18
1245 unité 9 <-- 2 heures, note estimée 18
1247 NOMBRE D'HEURES TRAVAILLEES: 34
1248 CALCUL PAR EQUATION EQUATION DE RECURRENCE VERSION 1
1249 Somme maximum des notes : 191
1250 Moyenne maximum : 19,10/20
1251 Une répartition optimale :
1252 unité 0 <-- 3 heures, note estimée 19
1253 unité 1 <-- 5 heures, note estimée 20
1254 unité 2 <-- 4 heures, note estimée 20
1255 unité 3 <-- 3 heures, note estimée 20
1256 unité 4 <-- 3 heures, note estimée 18
1257 unité 5 <-- 3 heures, note estimée 20
1258 unité 6 <-- 4 heures, note estimée 20
1259 unité 7 <-- 4 heures, note estimée 18
1260 unité 8 <-- 3 heures, note estimée 18
1261 unité 9 <-- 2 heures, note estimée 18
1262 CALCUL PAR VERSION DE RECURRENCE VERSION 2
1263 Somme maximum des notes : 191
1264 Moyenne maximum : 19,10/20
1265 Une répartition optimale :
1266 unité 0 <-- 3 heures, note estimée 19
1267 unité 1 <-- 5 heures, note estimée 20
1268 unité 2 <-- 4 heures, note estimée 20
1269 unité 3 <-- 3 heures, note estimée 20
1270 unité 4 <-- 3 heures, note estimée 18
1271 unité 5 <-- 3 heures, note estimée 20
unité 6 <-- 4 heures, note estimée 20
unité 7 <-- 4 heures, note estimée 18
1274 unité 8 <-- 3 heures, note estimée 18
1275 unité 9 <-- 2 heures, note estimée 18
1276
1277 NOMBRE D'HEURES TRAVAILLEES : 35
1278 CALCUL PAR EQUATION EQUATION DE RECURRENCE VERSION 1
1279 Somme maximum des notes : 193
1280 Moyenne maximum : 19,30/20
1281 Une répartition optimale :
1282 unité 0 <-- 3 heures, note estimée 19
unité 1 <-- 5 heures, note estimée 20
1284 unité 2 <-- 4 heures, note estimée 20
1285 unité 3 <-- 3 heures, note estimée 20
1286 unité 4 <-- 3 heures, note estimée 18
1287 unité 5 <-- 3 heures, note estimée 20
1288 unité 6 <-- 4 heures, note estimée 20
1289 unité 7 <-- 4 heures, note estimée 18
1290 unité 8 <-- 4 heures, note estimée 20
1291 unité 9 <-- 2 heures, note estimée 18
1292 CALCUL PAR VERSION DE RECURRENCE VERSION 2
1293 Somme maximum des notes : 193
1294 Moyenne maximum : 19,30/20
1295 Une répartition optimale :
1296 unité 0 <-- 3 heures, note estimée 19
1297 unité 1 <-- 5 heures, note estimée 20
1298 unité 2 <-- 4 heures, note estimée 20
1299 unité 3 <-- 3 heures, note estimée 20
1300 unité 4 <-- 3 heures, note estimée 18
1301 unité 5 <-- 3 heures, note estimée 20
1302 unité 6 <-- 4 heures, note estimée 20
1303 unité 7 <-- 4 heures, note estimée 18
1304 unité 8 <-- 4 heures, note estimée 20
1305 unité 9 <-- 2 heures, note estimée 18
1306
1307 NOMBRE D'HEURES TRAVAILLEES : 36
1308 CALCUL PAR EQUATION EQUATION DE RECURRENCE VERSION 1
1309 Somme maximum des notes : 195
1310 Moyenne maximum : 19,50/20
1311 Une répartition optimale :
```

```
1312 unité 0 <-- 3 heures, note estimée 19
1313 unité 1 <-- 5 heures, note estimée 20
1314 unité 2 <-- 4 heures, note estimée 20
1315 unité 3 <-- 3 heures, note estimée 20
1316 unité 4 <-- 3 heures, note estimée 18
1317 unité 5 <-- 3 heures, note estimée 20
1318 unité 6 <-- 4 heures, note estimée 20
1319 unité 7 <-- 4 heures, note estimée 18
1320 unité 8 <-- 4 heures, note estimée 20
1321 unité 9 <-- 3 heures, note estimée 20
1322 CALCUL PAR VERSION DE RECURRENCE VERSION 2
1323 Somme maximum des notes : 195
1324 Moyenne maximum : 19,50/20
1325 Une répartition optimale :
1326 unité 0 <-- 3 heures, note estimée 19
unité 1 <-- 5 heures, note estimée 20
1328 unité 2 <-- 4 heures, note estimée 20
unité 3 <-- 3 heures, note estimée 20
1330 unité 4 <-- 3 heures, note estimée 18
1331 unité 5 <-- 3 heures, note estimée 20
unité 6 <-- 4 heures, note estimée 20
1333 unité 7 <-- 4 heures, note estimée 18
1334 unité 8 <-- 4 heures, note estimée 20
1335 unité 9 <-- 3 heures, note estimée 20
1336
1337 NOMBRE D'HEURES TRAVAILLEES : 37
1338 CALCUL PAR EQUATION EQUATION DE RECURRENCE VERSION 1
1339 Somme maximum des notes : 196
1340 Moyenne maximum : 19,60/20
1341 Une répartition optimale :
unité 0 <-- 4 heures, note estimée 20
unité 1 <-- 5 heures, note estimée 20
1344 unité 2 <-- 4 heures, note estimée 20
1345 unité 3 <-- 3 heures, note estimée 20
1346 unité 4 <-- 3 heures, note estimée 18
unité 5 <-- 3 heures, note estimée 20
1348 unité 6 <-- 4 heures, note estimée 20
1349 unité 7 <-- 4 heures, note estimée 18
1350 unité 8 <-- 4 heures, note estimée 20
1351 unité 9 <-- 3 heures, note estimée 20
1352 CALCUL PAR VERSION DE RECURRENCE VERSION 2
1353 Somme maximum des notes : 196
1354 Moyenne maximum : 19,60/20
1355 Une répartition optimale :
1356 unité 0 <-- 4 heures, note estimée 20
unité 1 <-- 5 heures, note estimée 20
1358 unité 2 <-- 4 heures, note estimée 20
unité 3 <-- 3 heures, note estimée 20
1360 unité 4 <-- 3 heures, note estimée 18
1361 unité 5 <-- 3 heures, note estimée 20
1362 unité 6 <-- 4 heures, note estimée 20
1363 unité 7 <-- 4 heures, note estimée 18
1364 unité 8 <-- 4 heures, note estimée 20
1365 unité 9 <-- 3 heures, note estimée 20
1366
1367 NOMBRE D'HEURES TRAVAILLEES : 38
1368 CALCUL PAR EQUATION EQUATION DE RECURRENCE VERSION 1
1369 Somme maximum des notes : 197
1370 Moyenne maximum : 19,70/20
1371 Une répartition optimale :
1372 unité 0 <-- 4 heures, note estimée 20
1373 unité 1 <-- 5 heures, note estimée 20
1374 unité 2 <-- 4 heures, note estimée 20
1375 unité 3 <-- 3 heures, note estimée 20
1376 unité 4 <-- 4 heures, note estimée 19
1377 unité 5 <-- 3 heures, note estimée 20
1378 unité 6 <-- 4 heures, note estimée 20
1379 unité 7 <-- 4 heures, note estimée 18
1380 unité 8 <-- 4 heures, note estimée 20
```

```
1381 unité 9 <-- 3 heures, note estimée 20
1382 CALCUL PAR VERSION DE RECURRENCE VERSION 2
1383 Somme maximum des notes : 197
1384 Moyenne maximum : 19,70/20
1385 Une répartition optimale :
1386 unité 0 <−− 4 heures, note estimée 20
1387 unité 1 <-- 5 heures, note estimée 20
1388 unité 2 <-- 4 heures, note estimée 20
1389 unité 3 <-- 3 heures, note estimée 20
1390 unité 4 <-- 4 heures, note estimée 19
1391 unité 5 <-- 3 heures, note estimée 20
1392 unité 6 <-- 4 heures, note estimée 20
1393 unité 7 <-- 4 heures, note estimée 18
1394 unité 8 <-- 4 heures, note estimée 20
1395 unité 9 <-- 3 heures, note estimée 20
1396
1397 NOMBRE D'HEURES TRAVAILLEES : 39
1398 CALCUL PAR EQUATION EQUATION DE RECURRENCE VERSION 1
1399 Somme maximum des notes : 198
1400 Moyenne maximum : 19,80/20
1401 Une répartition optimale :
1402 unité 0 <-- 4 heures, note estimée 20
1403 unité 1 <-- 5 heures, note estimée 20
1404 unité 2 <-- 4 heures, note estimée 20
1405 unité 3 <-- 3 heures, note estimée 20
1406 unité 4 <-- 5 heures, note estimée 20
1407 unité 5 <-- 3 heures, note estimée 20
1408 unité 6 <-- 4 heures, note estimée 20
1409 unité 7 <-- 4 heures, note estimée 18
1410 unité 8 <-- 4 heures, note estimée 20
1411 unité 9 <-- 3 heures, note estimée 20
1412 CALCUL PAR VERSION DE RECURRENCE VERSION 2
1413 Somme maximum des notes : 198
1414 Moyenne maximum : 19,80/20
1415 Une répartition optimale :
1416 unité 0 <-- 4 heures, note estimée 20
1417 unité 1 <-- 5 heures, note estimée 20
1418 unité 2 <-- 4 heures, note estimée 20
1419 unité 3 <-- 3 heures, note estimée 20
1420 unité 4 <-- 5 heures, note estimée 20
1421 unité 5 <-- 3 heures, note estimée 20
1422 unité 6 <-- 4 heures, note estimée 20
1423 unité 7 <-- 4 heures, note estimée 18
1424 unité 8 <-- 4 heures, note estimée 20
1425 unité 9 <-- 3 heures, note estimée 20
1426
1427 NOMBRE D'HEURES TRAVAILLEES : 40
1428 CALCUL PAR EQUATION EQUATION DE RECURRENCE VERSION 1
1429 Somme maximum des notes : 199
1430 Moyenne maximum : 19,90/20
1431 Une répartition optimale :
1432 unité 0 <-- 4 heures, note estimée 20
1433 unité 1 <-- 5 heures, note estimée 20
1434 unité 2 <-- 4 heures, note estimée 20
1435 unité 3 <-- 3 heures, note estimée 20
1436 unité 4 <-- 5 heures, note estimée 20
1437 unité 5 <-- 3 heures, note estimée 20
1438 unité 6 <-- 4 heures, note estimée 20
1439 unité 7 <-- 5 heures, note estimée 19
1440 unité 8 <-- 4 heures, note estimée 20
1441 unité 9 <-- 3 heures, note estimée 20
1442 CALCUL PAR VERSION DE RECURRENCE VERSION 2
1443 Somme maximum des notes : 199
1444 Moyenne maximum : 19,90/20
1445 Une répartition optimale :
1446 unité 0 <-- 4 heures, note estimée 20
1447 unité 1 <-- 5 heures, note estimée 20
1448 unité 2 <-- 4 heures, note estimée 20
1449 unité 3 <-- 3 heures, note estimée 20
```

```
1450 unité 4 <-- 5 heures, note estimée 20
1451 unité 5 <-- 3 heures, note estimée 20
1452 unité 6 <-- 4 heures, note estimée 20
1453 unité 7 <-- 5 heures, note estimée 19
1454 unité 8 <-- 4 heures, note estimée 20
1455 unité 9 <-- 3 heures, note estimée 20
1456
1457 NOMBRE D'HEURES TRAVAILLEES : 41
1458 CALCUL PAR EQUATION EQUATION DE RECURRENCE VERSION 1
1459 Somme maximum des notes : 200
1460 Moyenne maximum : 20,00/20
1461 Une répartition optimale :
1462 unité 0 <-- 4 heures, note estimée 20
1463 unité 1 <-- 5 heures, note estimée 20
1464 unité 2 <-- 4 heures, note estimée 20
1465 unité 3 <-- 3 heures, note estimée 20
1466 unité 4 <-- 5 heures, note estimée 20
1467 unité 5 <-- 3 heures, note estimée 20
1468 unité 6 <-- 4 heures, note estimée 20
1469 unité 7 <-- 6 heures, note estimée 20
1470 unité 8 <-- 4 heures, note estimée 20
1471 unité 9 <-- 3 heures, note estimée 20
1472 CALCUL PAR VERSION DE RECURRENCE VERSION 2
1473 Somme maximum des notes : 200
1474 Moyenne maximum : 20,00/20
1475 Une répartition optimale :
1476 unité 0 <-- 4 heures, note estimée 20
1477 unité 1 <-- 5 heures, note estimée 20
1478 unité 2 <-- 4 heures, note estimée 20
1479 unité 3 <-- 3 heures, note estimée 20
1480 unité 4 <-- 5 heures, note estimée 20
1481 unité 5 <-- 3 heures, note estimée 20
unité 6 <-- 4 heures, note estimée 20
unité 7 <-- 6 heures, note estimée 20
1484 unité 8 <-- 4 heures, note estimée 20
1485 unité 9 <-- 3 heures, note estimée 20
1486
1487 *** inutile de travailler plus... ***
1488 %
1489 */
1490
```