

Компьютерийн ухааны үндэс (F.CS212)

***Боловсруулсан багш: Др., Д. Золзаяа
Мэйл хаяг: zolzaya@must.edu.mn***

Лекц 13

Агуулга

- Өгөгдөл дээр хийгддэг үйлдэлүүдийн 3 бүлэг
- Унар(Unary) болон бинар(Binary) логик үйлдлүүдийг битийн загвар дээр хийх
- Логик болон арифметик шилжилтийн ялгаа
- **2тын гүйцээлтийн хэлбэрт байгаа бүхэл тоонуудыг нэмэх хасах**
- **Тэмдэг-ба-хэмжээ(sign-and-magnitude format) хэлбэрт байгаа бүхэл тоонууд дээр нэмэх хасах үйлдлүүд хийх**
- **Бутархай тоон хэлбэрт байгаа бодит тоонууд дээр нэмэх хасах үйлдэл хийх**

Бүхэл тоо дээр хийх арифметик үйлдэлүүд

- Арифметик үйлдлүүд нь нэмэх, хасах, үржүүлэх, хуваах үйлдэлүүд юм. Бид эдгээр үйлдлүүдийг бүхэл тоон ба хөвөгч цэгтэй тоонд ашиглаж болно.
- Нэмэх, хасах, үржүүлэх, хуваах гэх мэт бүх арифметик үйлдлийг бүхэл тоонд ашиглаж болно.
- Бүхэл тоонуудыг үржүүлэх (хуваах) -ийг давтан нэмэх (хасах) аргыг ашиглан хэрэгжүүлж болох боловч процедур нь үр дүнтэй байдаггүй. Бут процедур гэх мэт үржүүлэх, хуваах илүү үр дүнтэй процедурууд байдаг боловч эдгээр нь энэ хичээлийн хүрээнээс гадуур юм. Энэ шалтгааны улмаас бид зөвхөн бүхэл тоонуудыг нэмэх, хасах талаар ярилцдаг.

Хоёрын нэмэлт (2's complement) бүхэл тоо

- Хасах үйлдэл тулгарахад компьютер үүнийг ердөө л нэмэлт үйлдэл болгон өөрчилдөг боловч хоёр дахь тоог хоёрын нэмэлт (2's complement) болгож өгдөг. Өөрөөр хэлбэл:

$$A - B \leftrightarrow A + (\overline{B} + 1)$$

- \overline{B} нь B-ийн нэг, $(\overline{B} + 1)$ нь B-ийн хоёрын нэмэлт (2's complement) гэсэн үг юм

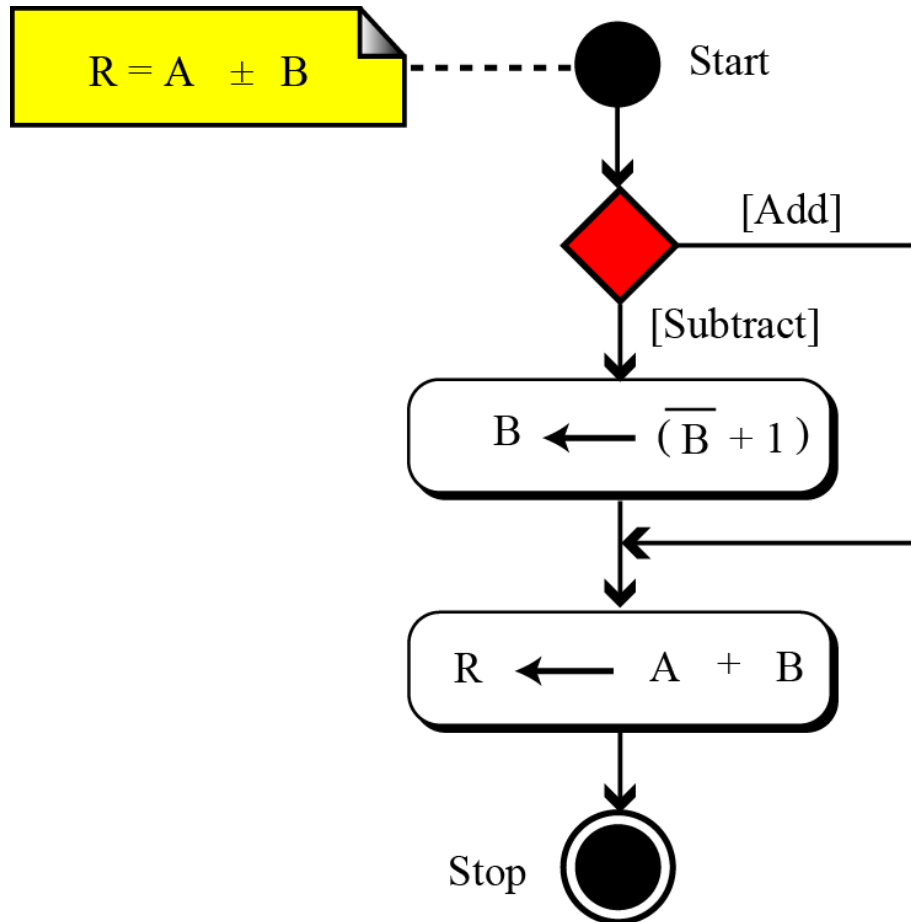
Бүхэл тоо дээр хийх арифметик үйлдэлүүд

- Бид бүхэл тоонуудыг багана, баганаар нэмж оруулдаг гэдгийг санаж байх хэрэгтэй. Дараах хүснэгтэд нийлбэр ба зөөлт (C)-ийг харуулав.

Table 4.1 Carry and sum resulting from adding two bits

<i>Column</i>	<i>Carry</i>	<i>Sum</i>	<i>Column</i>	<i>Carry</i>	<i>Sum</i>
Zero 1s	0	0	Two 1s	1	0
One 1	0	1	Three 1s	1	1

Хоёрын нэмэлт (2's complement) хэлбэрээр бүхэл тоонуудыг нэмэх ба хасах



$(\overline{X} + 1)$: Two's complement of X

Жишээ

Хоёр бүхэл тоо A ба B нь хоёрын нэмэлт (2's complement) хэлбэрээр хадгалагдана. B -г A -д хэрхэн нэмж байгааг харуул.

$$A = (00010001)_2 \quad B = (00010110)_2$$

Шийдэл

Нэмэх үйлдэл хийгдэж байна. A -г B дээр нэмээд үр дүнг R -д хадгалав. $(+17) + (+22) = (+39)$ болно.

				1					Carry
	0	0	0	1	0	0	0	1	A
+	0	0	0	1	0	1	1	0	B
	0	0	1	0	0	1	1	1	R

Жишээ

Хоёр бүхэл тоо A ба B нь хоёрын нэмэлт хэлбэрээр хадгалагдана. B -г A -д хэрхэн нэмж байгааг харуул.

$$A = (00011000)_2 \quad B = (11101111)_2$$

Шийдэл

Нэмэх үйлдэл байна. A -г B дээр нэмж, үр дүнг R -д хадгалав. $(+24) + (-17) = (+7)$ болно.

	1	1	1	1	1					Carry
	0	0	0	1	1	0	0	0	A	
+	1	1	1	0	1	1	1	1	B	
	0	0	0	0	0	1	1	1	R	

Жишээ

Хоёр бүхэл тоо A ба B нь хоёрын нэмэлт хэлбэрээр хадгалагдана. B -г A -аас хэрхэн хасч байгааг харуул.

$$A = (00011000)_2$$

$$B = (11101111)_2$$

Шийдэл

Хасах үйлдэл байна. A -г $(\overline{B} + 1)$ дээр нэмээд үр дүнг R -д хадгалана. $(+24) - (-17) = (+41)$ болно.

				1					Carry
	0	0	0	1	1	0	0	0	A
+	0	0	0	1	0	0	0	1	$\overline{B} + 1$
	0	0	1	0	1	0	0	1	R

Жишээ

Хоёр бүхэл тоо A ба B нь хоёрын нэмэлт хэлбэрээр хадгалагдана. B -г A -аас хэрхэн хасч байгааг харуул.

$$A = (11011101)_2 \quad B = (00010100)_2$$

Шийдэл

Хасах үйлдэл хийгдэж байна. A -г $(B + 1)$ дээр нэмж, үр дүнг R -д хадгална $(-35) - (+20) = (-55)$.

	1	1	1	1	1	1			Carry
	1	1	0	1	1	1	0	1	A
+	1	1	1	0	1	1	0	0	$\overline{B} + 1$
	1	1	0	0	1	0	0	1	R

Жишээ

Хоёр бүхэл тоо A ба B нь хоёрын нэмэлт хэлбэрээр хадгалагдана. Б-г A -д хэрхэн нэмж байгааг харуул.

$$A = (01111111)_2 \quad B = (0000011)_2$$

Шийдэл

Нэмэх үйлдэл хийгдэж байна. A -г B дээр нэмж, үр дүнг R -д хадгална.

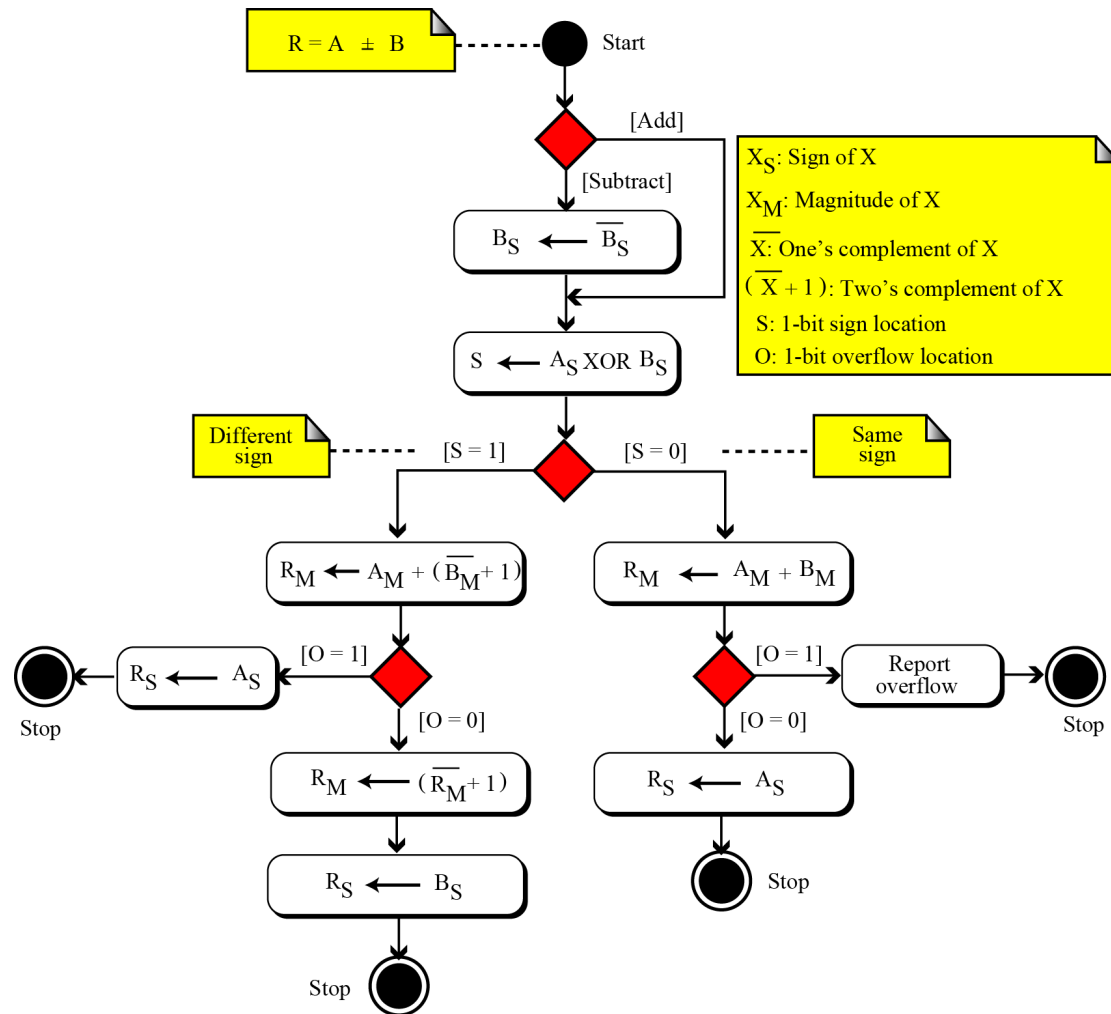
	1	1	1	1	1	1	1	Carry
	0	1	1	1	1	1	1	A
+	0	0	0	0	0	0	1	B
	1	0	0	0	0	0	1	R

Үр дүн нь $127 + 3 = 130$ байх гэж бодож байгаа боловч -126 хариулт байна. Хүлээгдэж буй хариулт $(+130)$ нь $-128 + 127$ хязгаарт ороогүй тул алдаа нь хэт хальсантай холбоотой юм.

Тэмдэг ба хэмжээтэй бүхэл тоо (sign-and-magnitude integers)

- Тэмдэг ба хэмжээг дүрсэлсэн бүхэл тоонуудыг нэмэх ба хасах нь маш төвөгтэй харагдаж байна.
- Нэмэх нь дөрвөн өөр тэмдгийн хослол (хоёр тэмдэг, хоёр утга тус бүр) ба хасах нь дөрвөн өөр нөхцөлтэй. Энэ нь бид найман өөр нөхцөл байдлыг авч үзэх хэрэгтэй гэсэн үг юм.
- Гэсэн хэдий ч, хэрэв бид эхлээд тэмдгүүдийг шалгаж үзвэл эдгээр тохиолдлыг багасгах боломжтой.

Бүхэл тоонуудыг тэмдэг ба хэмжээ форматаар нэмэх ба хасах



Жишээ

A ба B гэсэн хоёр бүхэл тоонуудыг тэмдэг, хэмжээ хэлбэрээр хадгална. B-г A-д хэрхэн нэмж байгааг харуул.

$$A = (0\ 0010001)_2 \quad B = (1\ 0010110)_2$$

Шийдэл

Нэмэх үйлдэл байна: B-ийн тэмдэг өөрчлөгдөхгүй. $S = A_S \text{ XOR } B_S = 1$; $R_M = A_M + (B_M + 1)$. Халилт байхгүй тул бид R_M -ийн хоёрын нэмэлтийг авах хэрэгтэй. R-ийн тэмдэг нь B-ийн тэмдэг болно. $(+17) + (-22) = (-5)$ тэмдэг юм.

		No overflow							Carry	
A_S	0		0	0	1	0	0	0	1	A_M
B_S	1	+	1	1	0	1	0	1	0	$\overline{B_M} + 1$
			1	1	1	1	0	1	1	R_M
R_S	1		0	0	0	0	1	0	1	$R_M = \overline{R_M} + 1$

Жишээ

А ба В гэсэн хоёр бүхэл тоонууд нь тэмдэг ба хэмжээст хэлбэрээр хадгалагдана. В-г А-аас хэрхэн хасч байгааг харуул.

$$A = (1\ 1010001)_2$$

$$B = (1\ 0010110)_2$$

Шийдэл

Хасах үйлдэл байна: $S_B = S_B$. $S = A_S \text{ XOR } B_S = 1$, $R_M = A_M + (B_M + 1)$. Нэгэнт хальсан тул R_M -ийн утга эцсийнх болно. R-ийн тэмдэг нь А-ийн тэмдэг байна. $(-81) - (-22) = (-59)$ тэмдэг юм.

		Overflow →	1								Carry
A_S	1			1	0	1	0	0	0	1	A_M
B_S	1		+	1	1	0	1	0	1	0	$(\overline{B}_M + 1)$
R_S	1			0	1	1	1	0	1	1	R_M