Question 1 [qu-seance1-a-0] ♣ Parmi les égalités ci-dessous, indiquer celles qui sont vraies ($\star$ est le produit de convolution, $\delta(.)$ la distribution de Dirac, t une variable muette, a une constante).

- ■ $\delta(t-a) \star x(t) = \delta(t) \star x(t-a)$
- ■ $\delta(t-a) \star x(t) = x(t) \star \delta(t-a)$
- ■ $x(t) \star \delta(t-a) = x(t-a)$
- ■ $x(t) \star \delta(t+a) = x(t+a)$
- E $\delta(t-a) \star x(t) = \delta(t) \star x(t+a)$
- F $\delta(t-a) \star x(t) = x(t) \star \delta(t+a)$
- G $x(t) \star \delta(t-a) = x(t+a)$
- H $x(t) \star \delta(t-a) = x(at)$
- I $x(t) \star \delta(t-a) = \frac{1}{|a|}x(at)$
- J $x(t) \star \delta(t-a) = \frac{1}{|a|}x(\frac{t}{a})$
- K $x(t) \star \delta(t-a) = \frac{1}{|a|}x(at)$ pour $a \neq 0$.
- L $x(t) \star \delta(t-a) = \frac{1}{|a|}x(\frac{t}{a})$ pour $a \neq 0$.
- M $x(t) \star \delta(t+a) = \delta(t+a)$
- N $x(t) \star \delta(t+a) = x(t) + \delta(a)$
- O $x(t+a) \star \delta(t) = x(t) + \delta(a)$
- P *Aucune de ces réponses n'est correcte.*

Question 2 [qu-seance1-a-0] ♣ Parmi les égalités ci-dessous, indiquer celles qui sont vraies ($\star$ est le produit de convolution, $\delta(.)$ la distribution de Dirac, t une variable muette, a une constante).

- ■ $\delta(t-a) \star x(t) = \delta(t) \star x(t-a)$
- ■ $\delta(t-a) \star x(t) = x(t) \star \delta(t-a)$
- ■ $x(t) \star \delta(t-a) = x(t-a)$
- ■ $x(t) \star \delta(t+a) = x(t+a)$
- E $\delta(t-a) \star x(t) = \delta(t) \star x(t+a)$
- F $\delta(t-a) \star x(t) = x(t) \star \delta(t+a)$
- G $x(t) \star \delta(t-a) = x(t+a)$
- H $x(t) \star \delta(t-a) = x(at)$
- I $x(t) \star \delta(t-a) = \frac{1}{|a|}x(at)$
- J $x(t) \star \delta(t-a) = \frac{1}{|a|}x(\frac{t}{a})$
- K $x(t) \star \delta(t-a) = \frac{1}{|a|}x(at)$ pour $a \neq 0$.
- L $x(t) \star \delta(t-a) = \frac{1}{|a|}x(\frac{t}{a})$ pour $a \neq 0$.
- M $x(t) \star \delta(t+a) = \delta(t+a)$
- N $x(t) \star \delta(t+a) = x(t) + \delta(a)$
- O $x(t+a) \star \delta(t) = x(t) + \delta(a)$
- P *Aucune de ces réponses n'est correcte.*

Question 3 [qu-seance1-b-0] ♣ Parmi les égalités ci-dessous, indiquer celles qui sont vraies (t est la variable muette de dépendance des signaux et f la variable muette des fréquences correspondantes, $x(t) \xrightarrow{\text{TF}} X(f)$ indique que $X(f)$ est la transformée de Fourier de $x(t)$, a et L sont des constantes).

- ■ $\delta(t-a) \xrightarrow{\text{TF}} e^{-\mathrm{i}2\pi fa}$
- B $\delta(t-a) \xrightarrow{\text{TF}} e^{+\mathrm{i}2\pi fa}$
- ■ $\cos(2\pi at) \xrightarrow{\text{TF}} \frac{1}{2}\Big[\delta(f-a) + \delta(f+a)\Big]$
- D $\cos(2\pi at) \xrightarrow{\text{TF}} \frac{1}{2\mathrm{i}}\Big[\delta(f-a) - \delta(f+a)\Big]$
- E $\cos(2\pi at) \xrightarrow{\text{TF}} \delta(f-a) + \mathrm{i}\delta(f+a)$
- ■ $\cos(2\pi at)\mathbb{1}_{[-L,L]}(t) \xrightarrow{\text{TF}} L\Big[\mathrm{sinc}(2\pi L(f-a)) + \mathrm{sinc}(2\pi L(f+a))\Big]$
- G $\cos(2\pi at)\mathbb{1}_{[-L,L]}(t) \xrightarrow{\text{TF}} L\mathrm{sinc}(2\pi L(f-a))$
- ■ $\sin(2\pi at) \xrightarrow{\text{TF}} \frac{1}{2\mathrm{i}}\Big[\delta(f-a) - \delta(f+a)\Big]$
- I $\sin(2\pi at) \xrightarrow{\text{TF}} \frac{1}{2}\Big[\delta(f-a) + \delta(f+a)\Big]$
- J $\sin(2\pi at) \xrightarrow{\text{TF}} \delta(f-a) + \mathrm{i}\delta(f+a)$
- K $\sin(2\pi at)\mathbb{1}_{[-L,L]}(t) \xrightarrow{\text{TF}} \mathrm{i}L\Big[\mathrm{sinc}(2\pi L(f+a)) - \mathrm{sinc}(2\pi L(f+a))\Big]$
- L $\sin(2\pi at)\mathbb{1}_{[-L,L]}(t) \xrightarrow{\text{TF}} L\mathrm{sinc}(2\pi L(f-a))$
- M *Aucune de ces réponses n'est correcte.*

Signal 1A
Catalogue

NOM et Prénom:
A reporter sur la **feuille de réponses**

Durée : 90 minutes.
Aucun document ni appareil électronique (calculatrice, téléphone,...) n'est autorisé.

- *Les questions ♣ peuvent avoir une, plusieurs ou aucune bonne(s) réponse(s) et rapportent* `max(0, M - nombre d'erreurs)` *point(s), où* `M` *vaut 2 par défaut et pourra être ajusté si la question se révèle difficile.*
- *Les autres questions ont une unique bonne réponse et rapportent 0 ou 1 point(s).*

DÉTACHER SOIGNEUSEMENT LA **FICHE SÉPARÉE DE RÉPONSES** À LA FIN.
SUR CETTE DERNIÈRE, LES **BONNES RÉPONSES** DOIVENT ÊTRE **COMPLÈTEMENT NOIRCIES**.
AUCUNE RÉPONSE DANS LA PARTIE SUJET NE SERA PRISE EN COMPTE.

Question 1 [] La fonction d'autocorrélation $\gamma_x(\tau), \tau \in \mathbb{R}$ (en énergie ou puissance) d'un signal à temps continu $x(t), t \in \mathbb{R}$:

[A] est toujours une fonction périodique.
■ peut être une fonction périodique selon le signal $x(t)$.
[C] vérifie pour tout τ: $\gamma_x(\tau) \geq 0$.
[D] est définie comme le module au carré de la transformée de Fourier de $x(t)$.

Question 2 [] On peut observer un phénomène d'élargissement des raies spectrales:

[A] uniquement lorsque le principe d'incertitude de Heisenberg n'est pas contredit par le signal.
[B] lorsque la fréquence d'échantillonnage est mal choisie.
■ de façon générale lors de la troncature temporelle d'un signal comportant des raies dans son spectre.
[D] uniquement lorsque le signal étudié est une sinusoïde convoluée avec une porte.

Question 3 [] ♣ Soit $x(t)$ un signal et $X(f)$ sa transformée de Fourier (ce que l'on note par: $x(t) \xrightarrow{\text{TF}} X(f)$). Alors:

■ $x(t)e^{i2\pi f_0 t} \xrightarrow{\text{TF}} X(f - f_0)$
[B] $x(t + t_0) \xrightarrow{\text{TF}} X(f t_0)$
[C] $x(at) \xrightarrow{\text{TF}} aX(af)$
■ si $x(t)$ est réel, alors $X(f) = X(-f)^*$.
[E] *Aucune de ces réponses n'est correcte.*

Question 4 [] Un signal sinusoïdal pur de fréquence 418Hz est échantillonné. La durée entre deux échantillons est de 20ms.

[A] La condition d'échantillonnage de Shannon est respectée.
[B] La condition d'échantillonnage de Shannon n'est pas respectée. Il y a repliement de spectre et une raie est repliée à 20Hz.
■ La condition d'échantillonnage de Shannon n'est pas respectée. Il y a repliement de spectre et une raie est repliée à 18Hz.
[D] La transformée de Fourier à temps discret du signal échantillonné n'est pas définie car la condition d'échantillonnage n'est pas respectée.

Question 5 [] Soit $x(t)$ un signal réel et $X(f)$ sa transformée de Fourier. Rappelons que le signal analytique $x_a(t)$ associé au signal réel $x(t)$ peut être défini par sa transformée de Fourier:

$$X_a(f) = \begin{cases} 2X(f) & \text{si } f \geq 0, \\ 0 & \text{si } f < 0. \end{cases}$$

A La transformation de $x(t)$ en signal analytique $x_a(t)$ est indispensable avant toute analyse à l'analyseur de spectre car seules les fréquences positives existent.

B Le signal analytique $x_a(t)$ est un signal réel.

■ Le signal analytique $x_a(t)$ est un signal complexe.

D Le signal analytique $x_a(t)$ peut être réel ou complexe, celà dépend du signal $x(t)$.

Question 6 [] ♣ L'algorithme de transformée de Fourier rapide (FFT):

A est un algorithme rapide qui permet de calculer la transformée de Fourier discrète; il s'applique dès que le nombre d'échantillons est pair.

■ est un algorithme rapide qui permet de calculer la transformée de Fourier discrète; il s'applique lorsque le nombre d'échantillons est une puissance de deux.

C est un algorithme rapide pour le calcul du produit matriciel de l'équation (6) ci-dessous où $x_1, \ldots, x_N$ sont N échantillons; l'algorithme s'applique dès que N est pair.

■ est un algorithme rapide pour le calcul du produit matriciel de l'équation (6) ci-dessous où $x_1, \ldots, x_N$ sont N échantillons; l'algorithme s'applique lorsque N est une puissance de deux.

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & w & w^2 & \cdots & w^{N-1} \\ 1 & w^2 & w^4 & \cdots & w^{2(N-1)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & w^{N-1} & w^{2(N-1)} & \cdots & w^{(N-1)^2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \vdots \\ x_N \end{pmatrix} \qquad \text{avec: } w = e^{\mathrm{i}2\pi/N}.$$

E *Aucune de ces réponses n'est correcte.*

Question 7 [] Un filtre à temps discret défini par sa réponse impulsionnelle $(h_n)_{n\in\mathbb{Z}}$ ou par sa transformée en z $H[z]$ est stable si et seulement si:

A le domaine de convergence de $H[z]$ est un disque de rayon $R \in \mathbb{R}_+^*$.

B le domaine de convergence de $H[z]$ est du type $\{z \in \mathbb{C} \mid |z| > R\}$, où $R \in \mathbb{R}_+^*$.

■ l'ensemble $\{z \in \mathbb{C} \mid |z| = 1\}$ est inclus dans le domaine de convergence de $H[z]$.

D $\lim_{n\to+\infty} h_n = 0$.

Question 8 [] Si $x = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 & -4 & 5 & -6 & 5 & -2 \end{bmatrix}$ et si on note $X = \begin{bmatrix} X_0 & X_1 & \ldots & X_7 \end{bmatrix}$ la transformée de Fourier discrète de la suite d'échantillons contenus dans le vecteur x, que vaut X_0 ?

A $+\sqrt{2} - i2\pi$

B $-\sqrt{2} + i2\pi$

■ 0

D 8

Question 9 [] ♣ Soit $x(t)$ un signal déterministe d'énergie finie, $X(f)$ sa transformée de Fourier et $\Gamma_x(f)$ sa densité spectrale d'énergie.

■ On a: $\forall f \in \mathbb{R} \quad \Gamma_x(f) = |X(f)|^2$.

[B] On a: $\forall f \in \mathbb{R} \quad \Gamma_x(f) = |X(f)|$.

■ On a l'égalité: $\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2\, dt = \int_{-\infty}^{\infty} \Gamma_x(f)\, df$.

[D] $\Gamma_x(f)$ est toujours maximal en 0.

[E] *Aucune de ces réponses n'est correcte.*

Question 10 [] La formule d'interpolation d'un signal à bande limitée:

[A] est une approximation qui permet d'approcher les valeurs du signal entre les échantillons.

■ est une égalité; la reconstruction exacte du signal entre deux échantillons est possible en théorie.

[C] ne fait intervenir que les échantillons passés du signal car un filtre de restitution doit être causal.

[D] n'est valable que pour des signaux périodiques.

Question 11 [] Un filtre à réponse impulsionnelle finie est aussi appelé:

■ filtre transverse.

[B] filtre récursif.

[C] filtre à causalité finie.

[D] filtre à pôles positifs.

Question 12 [] On considère l'opération qui à un signal à temps continu $x(t)$ associe le signal $y(t)$ défini par:

$$y(t) = \int_{t}^{t+\alpha} x(\theta)\, d\theta \qquad \text{avec } \alpha > 0.$$

[A] C'est une opération de filtrage par un filtre non causal dont la réponse impulsionnelle est donnée par:

$$h(\theta) = \begin{cases} x(\theta) & \text{si } \theta \in [t, t+\alpha] \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

[B] C'est une opération de filtrage par un filtre causal dont la réponse impulsionnelle est donnée par:

$$h(\theta) = \begin{cases} x(\theta) & \text{si } \theta \in [t, t+\alpha] \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

■ C'est une opération de filtrage par un filtre non causal dont la réponse impulsionnelle est donnée par:

$$h(\theta) = \begin{cases} 1 & \text{si } \theta \in [-\alpha, 0] \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

[D] C'est une opération de filtrage par un filtre causal dont la réponse impulsionnelle est donnée par:

$$h(\theta) = \begin{cases} 1 & \text{si } \theta \in [-\alpha, 0] \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

Question 13 [] Soit $T \in \mathbb{R}_+$ et $p_T(t)$ le signal porte défini par $p_T(t) = 1$ si $t \in [-T/2, T/2]$ et $p_T(t) = 0$ si $t \notin [-T/2, T/2]$. La transformée de Fourier $P_T(f)$ de $p_T(t)$:

- [A] n'est pas dérivable car le signal $p_T(t)$ n'est pas continu.
- ■ vérifie l'égalité: $\displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty} |P_T(f)|^2\, df = T$.
- [C] est à valeurs complexes (et non pas réelles), comme c'est le cas pour toutes les transformées de Fourier.
- [D] vaut: $P_T(f) = T\left(\dfrac{\sin(\pi f T)}{\pi f T}\right)^2$ si $f \neq 0$ et $P_T(0) = 1$.

Question 14 [] Soit $x(t)$ un signal à bande limitée, dont le support de la transformée de Fourier est inclus dans $[-B, B]$; soit $h(t)$ la réponse impulsionnelle d'un filtre quelconque. Soit $y(t)$ la sortie de ce filtre excité par $x(t)$.

- ■ $y(t)$ est un signal à bande limitée.
- [B] si T est une période d'échantillonnage telle que $1/T > 2B$, alors le signal à temps discret $(y(nT))$ coïncide avec la version filtrée de $(x(nT))$, la réponse impulsionnelle du filtre numérique dont il est question étant $(h(nT))$.
- [C] puisque $y(t) = \displaystyle\int_{\mathbb{R}} h(\tau)x(t-\tau)d\tau$, on peut toujours écrire, quel que soit $T > 0$:

$$y(nT) = \sum_{k\in\mathbb{Z}} h(kT)x(nT - kT)$$

- [D] $y(t)$ est un signal causal car obtenu par une opération de filtrage.

Question 15 [] Un filtre numérique rationnel défini par sa fonction de transfert en z $H[z]$ ou par sa réponse impulsionnelle $(h_n)_{n\in\mathbb{Z}}$ est stable si et seulement si:

- [A] le domaine de convergence de $H[z]$ est du type $\{z \in \mathbb{C} \,|\, |z| > R\}$, où $R \in \mathbb{R}_+^*$.
- [B] les pôles de $H[z]$ sont à partie réelle négative.
- [C] la réponse impulsionnelle est bornée (càd il existe $M \in \mathbb{R}_+^*$ tel que pour tout n, $|h_n| < M$).
- ■ l'ensemble $\{z \in \mathbb{C} / |z| = 1\}$ est inclus dans le domaine de convergence de $H[z]$.

Question 16 [] Soit $x(t)$ un signal déterministe d'énergie finie, $X(f)$ sa transformée de Fourier et $\Gamma_x(f)$ sa densité spectrale d'énergie.

- ■ L'énergie de $x(t)$ vaut $\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} |X(f)|^2\, df$.
- [B] On a: $\forall f \in \mathbb{R} \quad \Gamma_x(f) = |X(f)|$.
- [C] $\Gamma_x(f)$ admet toujours une symétrie hermitienne, càd: $\forall f \in \mathbb{R} \quad \Gamma(f) = \Gamma(-f)^*$.
- [D] $\Gamma_x(f)$ est toujours maximale en 0.

Question 17 [] On souhaite tracer sous Matlab la courbe de la fonction $t \mapsto e^{-t}\sin(2\pi t)$ pour $t \in [-2, 2]$. Laquelle de ces suites d'instructions Matlab permet-elle d'obtenir un tracé d'allure correcte?

- [A] `plot(exp(-t)*sin(2*pi*t),t=[-2..2]);`
- [B] `t = [-2:0.05:2]; x = (exp(-t)*sin(2*pi*t)); plot(t,x);`
- ■ `t = [-2:0.05:2]; x = (exp(-t).*sin(2*pi*t)); plot(t,x);`
- [D]
```
for t=-2:0.01:2,
plot(exp(-t).*sin(2*pi*t));
end;
```

Question 18 [] Sous le logiciel MATLAB, on entre les commandes suivantes: `t = (1:512); x = cos(2*pi*0.25*t); X = fft(x);`

■ La variable `x` est un vecteur de taille 512 qui contient des échantillons d'une sinusoïde de fréquence 0.25 échantillonnée à la période 1.

[B] La commande `plot(t,abs(X))` permet de tracer le module de la transformée de Fourier discrète de `x` en fonction de la fréquence normalisée.

[C] La commande `plot(t/512,abs(X))` affiche le module de la transformée de Fourier discrète de `x` en fonction de la fréquence normalisée.

[D] La commande `plot(fft(X))` affiche le module de la transformée de Fourier discrète de `x` en fonction de la fréquence normalisée.

Question 19 [] ♣ Sous le logiciel MATLAB, on suppose avoir chargé dans la variable `x` des échantillons d'un signal prélevés à une fréquence d'échantillonnage de 1kHz.

[A] Les commandes `N=length(x); plot((1:N),abs(fft(x)));` tracent le module de la transformée de Fourier à temps discret du vecteur `x`. La fréquence réduite (ou normalisée) est indiquée est abscisse.

■ Les commandes `N=length(x); plot((0:N-1)/N,abs(fft(x)));` tracent le module de la transformée de Fourier à temps discret du vecteur `x`. La fréquence réduite (ou normalisée) est indiquée est abscisse.

[C] Les commandes `N=length(x); plot((0:N-1)/N*1000,abs(fft(x)));` tracent le module de la transformée de Fourier à temps discret du vecteur `x`. La fréquence réduite (ou normalisée) est indiquée est abscisse.

■ Les commandes `N=length(x); plot((0:N-1)/N*1000,abs(fft(x)));` tracent le module de la transformée de Fourier à temps discret du vecteur `x`. La fréquence réelle est indiquée est abscisse.

[E] *Aucune de ces réponses n'est correcte.*

Question 20 [] ♣ Un filtre numérique défini par sa fonction de transfert en z $H[z]$ ou par sa réponse impulsionnelle $(h_n)_{n\in\mathbb{Z}}$ est causal si et seulement si:

[A] $h_n > 0$ pout tout $n > 0$.

■ $h_n = 0$ pour tout $n < 0$.

■ le domaine de convergence de $H[z]$ est du type $\{z \in \mathbb{C} \mid |z| > R\} \cup \{\infty\}$ (càd le complémentaire d'un disque centré en 0, point à l'infini compris).

[D] le domaine de convergence de $H[z]$ est du type $\{z \in \mathbb{C} \mid R_1 < |z| < R_2\}$ où R_2 est un réel positif (càd un anneau compris entre les cercles centrés en 0 et de rayon R_1 et R_2).

[E] *Aucune de ces réponses n'est correcte.*

Question 21 [] Soit $\Gamma_x(f)$ la densité spectrale d'énergie d'un signal $x(t)$.

[A] L'énergie du signal vaut $\Gamma_x(0)$.

[B] L'énergie du signal vaut $|\Gamma_x(0)|^2$.

■ L'énergie du signal vaut $\int_{\mathbb{R}} \Gamma_x(f)\, df$.

[D] L'énergie du signal vaut $\int_{\mathbb{R}} |\Gamma_x(f)|^2\, df$.

Question 22 [] Le signal $x(t) = \cos(2\pi f_0 t)$ avec $f_0 = 93$Hz est échantillonné à la fréquence d'échantillonnage $F_e = 100$Hz pour former le signal $x_n = x(\frac{n}{F_e}), n \in \mathbb{Z}$.

- [A] Il n'est pas possible de procéder ainsi car $2f_0 > F_e$ et la condition de Shannon-Nyquist du théorème d'échantillonnage n'est pas vérifiée.
- [B] Il est possible de procéder ainsi car $f_0 \leq F_e$ et la condition de Shannon-Nyquist du théorème d'échantillonnage est vérifiée.
- [C] Indépendamment de f_0 et F_e, il est toujours possible de procéder ainsi. Ici, $f_0 \leq F_e$ et la condition de Shannon-Nyquist du théorème d'échantillonnage est donc vérifiée.
- ■ Indépendamment de f_0 et F_e, il est toujours possible de procéder ainsi. Ici, $2f_0 > F_e$ et la condition de Shannon-Nyquist du théorème d'échantillonnage n'est donc pas vérifiée.

Question 23 [] L'algorithme de transformée de Fourier rapide (FFT):

- [A] est un algorithme rapide basé sur les propriétés fondamentales de la transformée de Fourier (linéarité, changement de variables, Parseval,...). Il permet le calcul de la transformée de Fourier des signaux à temps continu.
- [B] est un algorithme rapide basé sur le théorème des résidus et qui permet le calcul de la transformée de Fourier des signaux à temps continu.
- ■ est un algorithme rapide pour le calcul du produit matriciel de l'équation (1) ci-dessous lorsque N est une puissance de deux.

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & w & w^2 & \cdots & w^{N-1} \\ 1 & w^2 & w^4 & \cdots & w^{2(N-1)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & w^{N-1} & w^{2(N-1)} & \cdots & w^{(N-1)^2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \vdots \\ x_N \end{pmatrix} \qquad \text{avec: } w = e^{\mathrm{i}2\pi/N} \tag{1}$$

- [D] est un algorithme rapide basé sur les propriétés du filtrage à temps continu et qui est utilisé dans les analyseurs de spectre analogiques.

Question 24 [] Sur un analyseur de spectre analogique (tel que celui que vous avez manipulé en TP):

- [A] une durée de balayage plus faible améliore toujours la résolution.
- ■ une durée de balayage plus grande permet de choisir une bande passante plus faible du filtre d'analyse et d'améliorer la résolution.
- [C] une bonne résolution est obtenue avec une bande passante large du filtre d'analyse.
- [D] la résolution en fréquence dépend de la rapidité à laquelle varie le signal et pas de l'appareil.

Question 25 [] Que renvoie la commande `fftshift([1 1 1 1])` sous le logiciel Matlab?

- [A] Le vecteur `[1 2 3 4]`.
- [B] Le vecteur `[4 0 0 0]`.
- [C] Le vecteur `[1+i 1-i 1+i 1-i]`.
- ■ Le vecteur `[1 1 1 1]`.

Question 26 [] Que renvoie la commande `fft([1 0 0 0])` sous le logiciel Matlab?

- [A] Le vecteur `[1 2 3 4]`.
- [B] Le vecteur `[4 0 0 0]`.
- [C] Le vecteur `[1+i 1-i 1+i 1-i]`.
- ■ Le vecteur `[1 1 1 1]`.

**Question 27 [] ** Que renvoie la commande `fft([1 1 1 1])` sous le logiciel Matlab?

- A Le vecteur `[1-i 1+i 1-i 1+i]`.
- ■ Le vecteur `[4 0 0 0]`.
- C Le vecteur `[1+i 1-i 1+i 1-i]`.
- D Le vecteur `[1 1 1 1]`.

**Question 28 [] ** Que renvoie la commande `fftshift([1 2 3 4])` sous le logiciel Matlab?

- ■ Le vecteur `[3 4 1 2]`.
- B Le vecteur `[1 3 2 4]`.
- C La transformée de Fourier discrète du vecteur `[1 2 3 4]`, avec des fréquences croissantes de $-\frac{1}{2}$ à $\frac{1}{2}$.
- D La transformée de Fourier discrète du vecteur `[1 2 3 4]`, avec des fréquences croissantes de 0 à 1.

**Question 29 [] ** Que renvoie la commande `fft([0 0 0 1]))` sous le logiciel Matlab?

- A Le vecteur `[1-i 1+i 1-i 1+i]`.
- B Le vecteur `[4 0 0 0]`.
- C Le vecteur `[0 1 0 0]`.
- D Le vecteur `[1 1 1 1]`.
- E Le vecteur `[1+i 1-i 1+i 1-i]`.
- ■ Le vecteur `[1 i -1 -i]`.

**Question 30 [] ** Que renvoie la commande `fftshift([0 0 0 1]))` sous le logiciel Matlab?

- A Le vecteur `[1-i 1+i 1-i 1+i]`.
- B Le vecteur `[4 0 0 0]`.
- ■ Le vecteur `[0 1 0 0]`.
- D Le vecteur `[1 1 1 1]`.
- E Le vecteur `[1+i 1-i 1+i 1-i]`.
- F Le vecteur `[1 i -1 -i]`.

**Question 31 [] ** Que renvoie la commande `fft(fftshift([1 1 1 1]))` sous le logiciel Matlab?

- A Le vecteur `[1-i 1+i 1-i 1+i]`.
- ■ Le vecteur `[4 0 0 0]`.
- C Le vecteur `[1+i 1-i 1+i 1-i]`.
- D Le vecteur `[1 1 1 1]`.

**Question 32 [] ** Que renvoie la commande `fftshift(fft([1 1 1 1]))` sous le logiciel Matlab?

- ■ Le vecteur `[0 0 4 0]`.
- B Le vecteur `[4 0 0 0]`.
- C Le vecteur `[1+i 1-i 1+i 1-i]`.
- D Le vecteur `[1-i 1+i 1-i 1+i]`.

Question 33 [] ♣ Soit $\gamma_x(t)$ la fonction d'autocorrélation en puissance d'un signal $x(t)$ de puissance finie.

- A $\gamma_x(t) \geq 0$ pour tout t.
- B La puissance de $x(t)$ vaut $\int_{-\infty}^{+\infty} |\gamma_x(t)|^2 \, dt$.
- C L'énergie de $x(t)$ vaut $\int_{-\infty}^{+\infty} |\gamma_x(t)|^2 \, dt$.
- ■ $\gamma_x(t)$ peut être une fonction périodique.
- ■ $\gamma_x(0) \geq |\gamma_x(t)|$ pour tout t.
- F *Aucune de ces réponses n'est correcte.*

Question 34 [] ♣ Soit $\Gamma_x(f)$ la densité spectrale de puissance d'un signal $x(t)$ de puissance finie.

- A $\Gamma_x(0)$ est égal à la puissance du signal.
- ■ $\Gamma_x(f)$ est positif.
- C $\forall f \in \mathbb{R} \quad \Gamma_x(f) \leq \Gamma_x(0)$.
- D $\Gamma_x(f)$ n'existe que pour un signal $x(t)$ réel.
- E La puissance du signal vaut $\int_{\mathbb{R}} |\Gamma_x(f)|^2 \, df$.
- ■ L'énergie (ou respectivement la puissance) du signal vaut $\int_{\mathbb{R}} \Gamma_x(f) \, df$.
- G L'énergie (ou respectivement la puissance) du signal vaut $\Gamma_x(0)$.
- H L'énergie (ou respectivement la puissance)du signal vaut $|\Gamma_x(0)|^2$.
- I *Aucune de ces réponses n'est correcte.*

Question 35 [] ♣ Pour définir une densité spectrale de puissance d'un signal aléatoire, il faut:

- A que toutes ses trajectoires soient d'énergie finie.
- ■ lorsque ce signal est stationnaire au sens strict.
- ■ qu'il soit stationnaire au sens large.
- D que le module de sa transformée de Fourier soit borné.
- E que sa transformée de Fourier soit ergodique.
- F *Aucune de ces réponses n'est correcte.*

Question 36 [] $(y_n)_{n\in\mathbb{Z}}$ est la sortie d'un filtre stable de réponse en fréquence $H(f)$ excité en entrée par un signal $(x_n)_{n\in\mathbb{Z}}$ aléatoire stationnaire au sens large.

- A $(y_n)_{n\in\mathbb{Z}}$ est un signal aléatoire stationnaire au sens large et sa transformée de Fourier à temps discret est $H(f)X(f)$ (où $X(f)$ est la transformée de Fourier du signal aléatoire $(x_n)_{n\in\mathbb{Z}}$).
- B $(y_n)_{n\in\mathbb{Z}}$ est un signal aléatoire déterministe car le filtre est stable et sa transformée de Fourier à temps discret est $H(f)X(f)$ (où $X(f)$ est la transformée de Fourier du signal aléatoire $(x_n)_{n\in\mathbb{Z}}$).
- ■ $(y_n)_{n\in\mathbb{Z}}$ est un signal aléatoire stationnaire au sens large et sa densité spectrale de puissance est $|H(f)|^2\Gamma_x(f)$ (où $\Gamma_x(f)$ est la densité spectrale de puissance de $(x_n)_{n\in\mathbb{Z}}$).
- D $(y_n)_{n\in\mathbb{Z}}$ est un signal aléatoire stationnaire au sens large. En tant que signal aléatoire, on ne peut pas définir sa densité spectrale de puissance.

Question 37 [] On effectue l'analyse d'un signal à l'analyseur de spectre analogique (tel que celui que vous avez manipulé en TP). On garde constante la bande de fréquences $[f_{\min}, f_{\max}]$ étudiée et affichée à l'analyseur.

- [A] Pour améliorer la résolution en fréquence, il faut choisir un balayage plus rapide.
- [B] Pour améliorer la résolution en fréquence, il faut que le filtre d'analyse de l'analyseur soit moins sélectif et ait une bande passante plus large.
- ■ Pour un affichage plus rapide, il faut un balayage plus rapide. La vitesse de balayage possible dépend de la résolution choisie.
- [D] Pour un affichage plus rapide, il faut un balayage plus rapide. La vitesse de balayage possible peut être choisie indépendamment de la résolution.

Question 38 [] $(x_n)_{n\in\mathbb{Z}}$ est un bruit blanc de puissance σ^2 envoyé en entrée d'un filtre stable de réponse impulsionnelle $(h_n)_{n\in\mathbb{Z}}$ et de réponse en fréquence $H(f)$.

- [A] La densité spectrale de puissance en sortie est $|H(f)|\sigma$.
- [B] La densité spectrale de puissance en sortie est $H(f)X(f)$ où $X(f)$ est la transformée de Fourier à temps discret de $(x_n)_{n\in\mathbb{Z}}$.
- [C] La densité spectrale de puissance en sortie est $H(f)X(f)$ où $X(f)$ est la transformée de Fourier rapide de $(x_n)_{n\in\mathbb{Z}}$.
- ■ La densité spectrale de puissance en sortie est $|H(f)|^2\sigma^2$.
- [E] La densité spectrale de puissance en sortie est $H(f)\sigma$.

Question 39 [] Un bruit blanc numérique:

- ■ a une densité spectrale de puissance constante.
- [B] a une densité spectrale de puissance égale à un Dirac.
- [C] a pour transformée de Fourier une constante.
- [D] a pour transformée de Fourier un Dirac.

Question 40 [] La figure **??** représente schématiquement le module de la réponse en fréquence d'un filtre numérique en fonction de la fréquence normalisée.

- [A] il s'agit d'un filtre passe-bande et sa réponse impulsionnelle est à valeurs complexes.
- [B] il s'agit d'un filtre coupe-bande et sa réponse impulsionnelle est à valeurs réelles.
- ■ il s'agit d'un filtre passe-haut et sa réponse impulsionnelle est à valeurs complexes.
- [D] il s'agit d'un filtre passe-haut et sa réponse impulsionnelle est à valeurs réelles.

Question 41 [] ♣ Soit $\Gamma_x(f)$ la densité spectrale d'énergie (ou respectivement de puissance) d'un signal $x(t)$.

- [A] $\Gamma_x(0)$ est égal à l'énergie (ou respectivement la puissance) du signal.
- ■ $\Gamma_x(f)$ est toujours positif.
- [C] $\forall f \in \mathbb{R} \quad \Gamma_x(f) \leq \Gamma_x(0)$.
- [D] $\Gamma_x(f)$ n'existe que pour un signal $x(t)$ réel.
- [E] L'énergie (ou respectivement la puissance) du signal vaut $\int_{\mathbb{R}} |\Gamma_x(f)|^2\, df$.
- ■ L'énergie (ou respectivement la puissance) du signal vaut $\int_{\mathbb{R}} \Gamma_x(f)\, df$.
- [G] L'énergie (ou respectivement la puissance) du signal vaut $\Gamma_x(0)$.
- [H] L'énergie (ou respectivement la puissance)du signal vaut $|\Gamma_x(0)|^2$.
- [I] *Aucune de ces réponses n'est correcte.*

Question 42 [] ♣ Un filtre numérique rationnel défini par sa fonction de transfert en z $H[z]$ ou par sa réponse impulsionnelle $(h_n)_{n\in\mathbb{Z}}$ est stable si et seulement si:

- A le domaine de convergence de $H[z]$ est un disque de rayon $R \in \mathbb{R}_+^*$.
- B le domaine de convergence de $H[z]$ est du type $\{z \in \mathbb{C} \,|\, |z| > R\}$, où $R \in \mathbb{R}_+^*$.
- C les pôles de $H[z]$ sont à partie réelle négative.
- D la réponse impulsionnelle est bornée (càd il existe $M \in \mathbb{R}_+^*$ tel que pour tout n, $|h_n| < M$).
- ■ $\sum_{k=-\infty}^{+\infty} |h_k|$ est fini.
- ■ l'ensemble $\{z \in \mathbb{C}/|z| = 1\}$ est inclus dans le domaine de convergence de $H[z]$.
- G $\lim_{n\to+\infty} h_n = 0$.
- H *Aucune de ces réponses n'est correcte.*

Question 43 [] Pour les signaux aléatoires:

- ■ la stationnarité au sens strict entraîne la stationnarité au sens large.
- B la stationnarité au sens strict entraîne l'ergodicité.
- C la stationnarité au sens large entraîne la stationnarité au sens strict.
- D la stationnarité au sens large et au sens strict entraînent l'ergodicité.

Question 44 [] Soit un filtre temps continu de réponse impulsionnelle $h(t)$ et de réponse en fréquence $H(f)$. Le filtre est excité en entrée par un signal *aléatoire* $x(t)$ stationnaire au sens large et sa sortie est notée $y(t)$.

- A Les transformées de Fourier $X(f)$ et $Y(f)$ des signaux aléatoires $x(t)$ et $y(t)$ sont liées par $Y(f) = H(f)X(f)$.
- B Les transformées de Fourier $X(f)$ et $Y(f)$ des signaux aléatoires $x(t)$ et $y(t)$ sont liées par $Y(f) = H(f) \star X(f)$ où $\star$ représente la convolution.
- C Les transformées de Fourier $X(f)$ et $Y(f)$ des signaux aléatoires $x(t)$ et $y(t)$ sont égales aux densités spectrales de puissance respectives et on a $Y(f) = |H(f)|^2 X(f)$.
- ■ On ne peut pas définir de transformée de Fourier des signaux aléatoires $x(t)$ et $y(t)$ dans le sens usuel (càd tel que rencontré en cours de mathématiques de début d'année).

Question 45 [] Deux séances de travaux pratiques (TP) ont eu lieu.

- ■ Les deux séances étaient sous MATLAB . L'une concernait l'analyse spectrale numérique et l'autre le filtrage numérique.
- B Les deux séances étaient sous MATLAB . L'une concernait l'analyse spectrale numérique et l'autre l'analyse spectrale analogique.
- C Une séance était sous MATLAB et traitait d'analyse spectrale numérique. L'autre séance utilisait un analyseur de spectre analogique.
- D Une séance était sous MATLAB et traitait d'analyse spectrale analogique. L'autre séance utilisait un analyseur de spectre analogique et traitait de filtrage.

Question 46 [] La figure **??** sur la page **??** a été obtenue à l'aide du logiciel MATLAB. Indiquer la ou les séquences de commandes qui peuvent donner ce tracé.

- ■ `t = [1:512]; x=cos(2*pi*0.15*t); plot(abs(fft(x)));`
- B `t = [1:512]; x=cos(2*pi*0.15*t); plot(fft(x));`
- C `t = [1:512]; x=cos(2*pi*0.15*t); plot((0:511)/512,abs(fft(x)));`
- D `t = [1:512]; x=cos(2*pi*0.15*t); plot((0:511)/512,fft(x));`

Question 47 [qu-seance1-a-0] ♣ Parmi les égalités ci-dessous, indiquer celles qui sont vraies ($\star$ est le produit de convolution, $\delta(.)$ la distribution de Dirac, t une variable muette, a une constante).

■ $\delta(t-a) \star x(t) = \delta(t) \star x(t-a)$

■ $\delta(t-a) \star x(t) = x(t) \star \delta(t-a)$

■ $x(t) \star \delta(t-a) = x(t-a)$

■ $x(t) \star \delta(t+a) = x(t+a)$

E $\delta(t-a) \star x(t) = \delta(t) \star x(t+a)$

F $\delta(t-a) \star x(t) = x(t) \star \delta(t+a)$

G $x(t) \star \delta(t-a) = x(t+a)$

H $x(t) \star \delta(t-a) = x(at)$

I $x(t) \star \delta(t-a) = \frac{1}{|a|}x(at)$

J $x(t) \star \delta(t-a) = \frac{1}{|a|}x(\frac{t}{a})$

K $x(t) \star \delta(t-a) = \frac{1}{|a|}x(at)$ pour $a \neq 0$.

L $x(t) \star \delta(t-a) = \frac{1}{|a|}x(\frac{t}{a})$ pour $a \neq 0$.

M $x(t) \star \delta(t+a) = \delta(t+a)$

N $x(t) \star \delta(t+a) = x(t) + \delta(a)$

O $x(t+a) \star \delta(t) = x(t) + \delta(a)$

P *Aucune de ces réponses n'est correcte.*

Question 48 [qu-seance1-b-0] ♣ Parmi les égalités ci-dessous, indiquer celles qui sont vraies (t est la variable muette de dépendance des signaux et f la variable muette des fréquences correspondantes, $x(t) \xrightarrow{\text{TF}} X(f)$ indique que $X(f)$ est la transformée de Fourier de $x(t)$, a et L sont des constantes).

■ $\delta(t-a) \xrightarrow{\text{TF}} e^{-\mathrm{i}2\pi fa}$

B $\delta(t-a) \xrightarrow{\text{TF}} e^{+\mathrm{i}2\pi fa}$

■ $\cos(2\pi at) \xrightarrow{\text{TF}} \frac{1}{2}\Big[\delta(f-a) + \delta(f+a)\Big]$

D $\cos(2\pi at) \xrightarrow{\text{TF}} \frac{1}{2\mathrm{i}}\Big[\delta(f-a) - \delta(f+a)\Big]$

E $\cos(2\pi at) \xrightarrow{\text{TF}} \delta(f-a) + \mathrm{i}\delta(f+a)$

■ $\cos(2\pi at)\mathbb{1}_{[-L,L]}(t) \xrightarrow{\text{TF}} L\Big[\mathrm{sinc}(2\pi L(f-a)) + \mathrm{sinc}(2\pi L(f+a))\Big]$

G $\cos(2\pi at)\mathbb{1}_{[-L,L]}(t) \xrightarrow{\text{TF}} L\mathrm{sinc}(2\pi L(f-a))$

■ $\sin(2\pi at) \xrightarrow{\text{TF}} \frac{1}{2\mathrm{i}}\Big[\delta(f-a) - \delta(f+a)\Big]$

I $\sin(2\pi at) \xrightarrow{\text{TF}} \frac{1}{2}\Big[\delta(f-a) + \delta(f+a)\Big]$

J $\sin(2\pi at) \xrightarrow{\text{TF}} \delta(f-a) + \mathrm{i}\delta(f+a)$

K $\sin(2\pi at)\mathbb{1}_{[-L,L]}(t) \xrightarrow{\text{TF}} \mathrm{i}L\Big[\mathrm{sinc}(2\pi L(f+a)) - \mathrm{sinc}(2\pi L(f+a))\Big]$

L $\sin(2\pi at)\mathbb{1}_{[-L,L]}(t) \xrightarrow{\text{TF}} L\mathrm{sinc}(2\pi L(f-a))$

M *Aucune de ces réponses n'est correcte.*

Signal 1A
Catalogue

NOM et Prénom:
....

Les réponses sont à donner sur cette feuille uniquement.
Il est impératif de **NOIRCIR COMPLÈTEMENT LES CASES DES BONNES RÉPONSES**
(utilisation possible d'un correcteur blanc pour rectifier une erreur).
PAS DE CROIX, NI DE CASES ENTOURÉES, STYLO NOIR OU BLEU FONCÉ UNIQUEMENT.

Question 1 : ■ ■ ■ ■ E F G H I J K L M N O P
Question 2 : ■ ■ ■ ■ E F G H I J K L M N O P
Question 3 : ■ B ■ D E ■ G ■ I J K L M
Question 1 : A ■ C D
Question 2 : A B ■ D
Question 3 : ■ B C ■ E
Question 4 : A B ■ D
Question 5 : A B ■ D
Question 6 : A ■ C ■ E
Question 7 : A B ■ D
Question 8 : A B ■ D
Question 9 : ■ B ■ D E
Question 10 : A ■ C D
Question 11 : ■ B C D
Question 12 : A B ■ D
Question 13 : A ■ C D
Question 14 : ■ B C D
Question 15 : A B C ■
Question 16 : ■ B C D
Question 17 : A B ■ D
Question 18 : ■ B C D
Question 19 : A ■ C ■ E
Question 20 : A ■ ■ D E
Question 21 : A B ■ D
Question 22 : A B C ■
Question 23 : A B ■ D
Question 24 : A ■ C D
Question 25 : A B C ■
Question 26 : A B C ■
Question 27 : A ■ C D
Question 28 : ■ B C D
Question 29 : A B C D E ■
Question 30 : A B ■ D E F

Question 31 : A ■ C D
Question 32 : ■ B C D
Question 33 : A B C ■ ■ F
Question 34 : A ■ C D E ■ G H I
Question 35 : A ■ ■ D E F
Question 36 : A B ■ D
Question 37 : A B ■ D
Question 38 : A B C ■ E
Question 39 : ■ B C D
Question 40 : A B ■ D
Question 41 : A ■ C D E ■ G H I
Question 42 : A B C D ■ ■ G H
Question 43 : ■ B C D
Question 44 : A B C ■
Question 45 : ■ B C D
Question 46 : ■ B C D
Question 47 : ■ ■ ■ ■ E F G H I J K L M N O P
Question 48 : ■ B ■ D E ■ G ■ I J K L M