

# REPORT 3

潘硕 PB24020526

2025 年 9 月 20 日

## 1 Question

在球坐标系  $(\rho, \theta, \varphi)$  下产生球面上均匀分布的随机坐标点，给出其直接抽样方法。

## 2 Method

本题用球坐标  $(r, \theta, \varphi)$  描述点的坐标. 点在球面上均匀分布, 半径  $r$  为常数,  $\theta$  和  $\varphi$  有一定的分布密度函数, 可以用在  $[0, 1]$  区间均匀分布的随机数抽样得到.

概率密度函数

$$\int_0^{\pi/2} \int_0^{2\pi} P \sin \theta d\theta d\varphi = 1 \quad (1)$$

解得  $P = \frac{1}{2\pi}$

现在使用随机抽样的方法.  $P(\theta, \varphi) = g(\theta)h(\varphi)$

归一化后

$$g(\theta) = \sin \theta, h(\varphi) = \frac{1}{2\pi} \quad (2)$$

累计分布函数

$$G(\theta) = \int_0^\theta \sin t dt = 1 - \cos \theta \quad (3)$$

求其反函数后

$$\theta = \arccos(1 - \xi) = \arccos(\xi') \quad (4)$$

其中  $\xi$  和  $\xi'$  为  $[0, 1]$  区间均匀分布的随机数.

同理可以解得:

$$\varphi = 2\pi\xi \quad (5)$$

### 3 Experiment

首先先用 16807 产生器产生  $[0, 1]$  区间分布的随机数, 再用 (4)(5) 式产生点的  $\theta, \varphi$  坐标, 最后将其在笛卡尔坐标系下表示:

$$x = r \sin \theta \cos \varphi \quad (6)$$

$$y = r \sin \theta \sin \varphi \quad (7)$$

$$z = r \cos \theta \quad (8)$$

此处取  $r = 1$ , 取点 1000 个, 绘制结果如下:

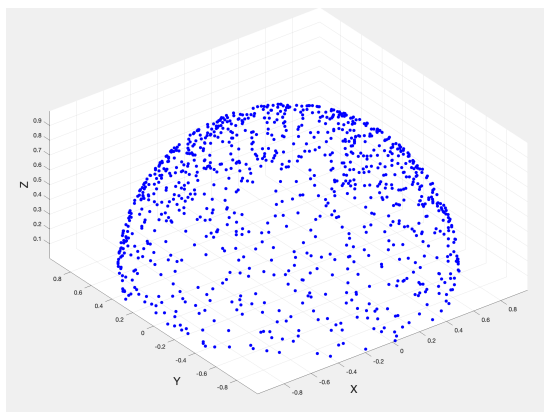


图 1: 球面均匀分布的随机点

### 4 Summary

本实验计算球面上均匀分布点的概率密度, 通过直接抽样法, 并利用 16807 生成器, 生成点在球坐标下的坐标, 最终绘制其三维分布图.