

## Úlohy na samostatnú prácu

Vypočítajte nasledovné príklady. Dajte pozor na prioritu operácií!.

$$2 + \frac{3}{5} =$$

$$\frac{2+3}{5} =$$

$$\frac{2+3}{7+8} =$$

$$2 \cdot \frac{3}{5} =$$

$$\frac{2 \cdot 3}{5} =$$

$$\frac{2}{3 \cdot 5} =$$

$$8^{2/3} =$$

$$\frac{8^2}{3} =$$

$$\sqrt{8281} =$$

$$\frac{\sqrt{8264}}{16} =$$

$$\sqrt{\frac{8264}{0,16}} =$$

## Úlohy na samostatnú prácu

Vypočítajte funkčné hodnoty nasledovných funkcií

a) presne

b) približne

$$\sin(4)$$

$$\sin(4^\circ)$$

$$\cos(35,2)$$

$$\sin \pi$$

$$\cos 90^\circ$$

$$\operatorname{tg} \frac{\pi}{4}$$

$$\operatorname{cotg} 45^\circ$$

$$\arcsin 1$$

$$\operatorname{arctg} 1$$

$$\ln 100$$

$$\ln E$$

$$\log 100$$

$$\log_{10} 100$$

$$\log_{100} 10$$

$$|-3|$$

$$\ln(-5)$$

### Úlohy na samostatnú prácu

Daný je výraz  $\frac{(x^2 - 5x + 6)^2}{\sqrt[3]{(x-3)^5}} \cdot \left( \frac{\sqrt[3]{x+3}}{(x-2)^2} \right).$

- Výraz zjednodušte a vypočítajte jeho hodnotu pre  $x = 5$ .
- Potom ku výrazu pripočítajte  $(x + 1)$  a celý výraz umocnite na druhú.
- Vypočítajte hodnotu výsledného výrazu pre  $x = -3.2$

### Úlohy na samostatnú prácu

Daný je výraz  $\left( \frac{a+b}{a-b} - \frac{a-b}{a+b} \right) : \left( 1 - \frac{a^2+b^2}{a^2-b^2} \right).$

- Výraz zjednodušte a vypočítajte jeho hodnotu pre  $a = -3.4$
- Výraz zjednodušte a vypočítajte jeho hodnotu pre  $a = 3.2, b = 1.5$

### Úlohy na samostatnú prácu

Nakreslite grafy funkcií na intervale  $[-2\pi, 2\pi]$ .

- $\sin x$
- $\sin^2 x$
- $\sin(x^2)$
- $(\sin x)^2$
- $2 \sin\left(\frac{x}{2}\right)^2$

### Úlohy na samostatnú prácu

Nakreslite grafy funkcií na intervale  $[-2\pi, 2\pi]$ .

- $\cos x$
- $2 \cos x$
- $\cos(2x)$
- $\cos \frac{x}{2}$
- $2 \cos(x^2)$

## Úlohy na samostatnú prácu

Nakreslite grafy funkcií na vhodnom intervale.

- a)  $\ln x$
- b)  $\log x$
- c)  $\log_2 x$
- d)  $e^x$
- e)  $e^{-x}$
- f)  $\frac{1}{e^{x+4}}$
- g)  $|x - 2|$

## Úlohy na samostatnú prácu

Nakreslite graf funkcie  $\sin^2 x - \sqrt{3} \sin x + \frac{x-4}{x^2-x+3}$  na vhodnom intervale a vypočítajte hodnotu funkcie v bodoch  $x = 1, 2.3, 4.6$ .

## Úlohy na samostatnú prácu

Do premennej  $a$  zapíšte hodnotu výrazu  $\frac{(x+y)^2}{x^2} + \frac{x^2-y^2}{(x+3y-x^3)} - \frac{5}{7}$  pre  $x = 5.2$  a  $y = -2.5$ .

Do premennej  $b$  zapíšte hodnotu výrazu  $\frac{(x+y)^3}{x^2+3} + \frac{x}{y}$  pre  $x = 5$  a  $y = -6.2$ .

Potom premenné  $a$  a  $b$  sčítajte.

## Úlohy na samostatnú prácu

Definujte funkciu  $f : y = \sqrt{\frac{5x-1}{x^2+1}}$

- a) Nakreslite graf danej funkcie na vhodnom intervale.
- b) Vypočítajte hodnotu funkcie v bode  $x = 1$ .
- c) Vyčistite pamäťové miesto.

## Úlohy na samostatnú prácu

Definujte funkciu  $f : y = \ln \left( \sqrt{\frac{5x-1}{x^2+1}} \right)$

- a) Nakreslite graf danej funkcie na vhodnom intervale.
- b) Vypočítajte hodnotu funkcie v bode  $x = \frac{1}{5}$ .
- c) Vyčistite pamäťové miesto.

## Úlohy na samostatnú prácu

Obsah kruhu je možné vypočítať podľa vzťahu  $S = \pi \cdot r^2$ .

a) Definujte funkciu  $S$  na výpočet obsahu kruhu podľa predchádzajúceho vzťahu.

b) Vypočítajte s použitím tejto funkcie obsah kruhu s polomerom  $r = 2.53$  cm.

Výsledok:  $20.109 \text{ [cm}^2\text{]}$

## Úlohy na samostatnú prácu

Obvod kruhu je možné vypočítať podľa vzťahu  $o = 2 \cdot \pi \cdot r$ .

a) Definujte funkciu  $o$  na výpočet obvodu kruhu podľa predchádzajúceho vzťahu.

b) Vypočítajte s použitím tejto funkcie obsah kruhu s polomerom  $d = 84.2$  cm.

Výsledok:  $264.522 \text{ [cm]}$

## Úlohy na samostatnú prácu

Dráha rovnomerného pohybu  $s$  [km] v závislosti od rýchlosti  $v$  [km/h] pri danom čase  $t$  [h] sa vypočíta podľa vzťahu  $s = v \cdot t$

a) Definujte funkciu  $s$  na výpočet dráhy ako funkciu dvoch premenných.

b) Vypočítajte akú dráhu prejde automobil idúci rovnomernou rýchlosťou  $110 \text{ km/h}$  za čas  $6 \text{ min}$ .

Výsledok:  $11 \text{ [km]}$

## Úlohy na samostatnú prácu

Dráha rovnomerného pohybu  $s$  [m] pri voľnom páde telesa v závislosti od času  $t$  [s] sa vypočíta podľa vzťahu  $s = \frac{1}{2} g t^2$

a) Definujte konštantu  $g$ .

b) Definujte funkciu  $s$  na výpočet dráhy ako funkciu času.

c) Vypočítajte akú dráhu prejde teleso padajúce voľným pádom z výšky  $2 \text{ km}$  za čas  $20 \text{ s}$ .

Stihne dopadnúť na zem za tento čas?

## Úlohy na samostatné počítanie

Nájdite riešenie nasledujúcich rovníc. Stanovte aj podmienky riešiteľnosti.

a)  $\frac{1}{2} \left( 3x - \frac{1}{2} \right) - \frac{1}{3} \left( 4x - \frac{1}{3} \right) = \frac{1}{4} (6x - 5) - \frac{2}{3}$ .

b)  $\sqrt{x \sqrt{x} - x} + \sqrt{x} = x \quad x \in \mathbb{R}$

c)  $3(4^x + 9^{x+1}) = 2 \cdot (3 \cdot 4^{x+1} - \frac{1}{4} \cdot 9^x)$

d)  $\sqrt{\frac{7-x}{3+x}} + 3 \cdot \sqrt{\frac{3+x}{7-x}} = 4$

e)  $2^{4 \sin^2 x} + 2^{2(1+\cos 2x)} - 10 = 0$

## Úlohy na samostatné počítanie

Nájdite všetky reálne riešenia nasledujúcich rovníc. Stanovte aj podmienky riešiteľnosti.

- a)  $x^5 + 4x^4 - 5x^3 + 2x^2 - 2x = 0.$
- b)  $2^x \cdot \left(\frac{1}{8}\right)^{1-x} + 2^{1-x} \cdot \left(\frac{1}{8}\right)^x = 1$
- c)  $e^{-x^2} = 2x^2 - 3x.$
- d)  $\ln(x+3) = \sin 3x$
- e)  $\log x^{2 \cdot \log \sqrt{x}} + \log\left(\frac{1}{x^2}\right) = 3$

## Úlohy na samostatné počítanie

Nájdite všetky riešenia nasledujúcich rovníc. Stanovte aj podmienky riešiteľnosti.

- a)  $3 \cdot 2^{\log x} + 8 \cdot 2^{-\log x} = 5 \left(1 + 10 \log \sqrt[5]{100}\right)$
- b)  $\frac{1}{2}(4x-2) + \frac{2}{3}(2-3x) = -2.$
- c)  $1+x\sqrt{x+\frac{7}{4}} = 1-x \quad x \in \mathbb{R}$
- d)  $\sqrt{2x-9} + \sqrt{3x-5} - \sqrt{2x-9-\sqrt{3x-5}} = 2 \quad x \in \mathbb{R}$
- e)  $x^{\log^2 x^2 - 3 \log x - \frac{9}{2}} = 10^{-2 \log x}$

## Úlohy na samostatné počítanie

Nájdite všetky riešenia nasledujúcich rovníc. Stanovte aj podmienky riešiteľnosti.

- a)  $\frac{x-1}{4} - \frac{x-2}{6} = \frac{x+1}{12}$
- b)  $-(x+1) + 2\sqrt{x^2+1} - 3\sqrt[3]{x^3+1} + 5\sqrt[5]{x^5+1} - 4 = 0.$
- c)  $x^x - x^{-x} = 3(1+x^{-x}) \quad x \in \mathbb{Z} - \{0\}$
- d)  $\sqrt{3^{4x}+1} + \sqrt{2 \cdot 3^{4x}+3} = 5$
- e)  $81^x - 9^{x+1} = 3 \cdot \log_3\left(\frac{1}{27}\right) + 3^{2x}$

## Úlohy na samostatné počítanie

Nájdite všetky riešenia nasledujúcich rovníc. Stanovte aj podmienky riešiteľnosti.

- a)  $\log(x^3+1) - \log 7 - \log x = \log(x+1) - \log 6$
- b)  $x - \cos x - \frac{1}{4} = 0$  z intervalu  $[-2, 2]$
- c)  $\sqrt{1+x\sqrt{x^2+4}} = 1-x \quad x \in \mathbb{Z}$
- d)  $\log_5 x + 3^{\log_3 x} = 7$
- e)  $\sqrt{x+3-4\sqrt{1-x}} = 1+\sqrt{x} \quad x \in \mathbb{R}$

## Úlohy na samostatné počítanie

Nájdite riešenie sústavy rovníc

- a)  $x + y + z = 3$ ,  $x - 2y + 3z = 1$ ,  $2x - y - z = 0$
- b)  $x + y + z = 3$ ,  $x - 2y + 3z = 1$ ,  $2x - y + 4z = 4$
- c)  $x + y + z = 3$ ,  $x - 2y + 3z = 1$ ,  $2x - y + 4z = 5$

## Úlohy na samostatné počítanie

Nájdite riešenie sústavy rovníc a správne interpretujte získaný výsledok.

- $2x + y - 3z = 10$
- a)  $3x + 2y + 3z = 2$   
 $x + 6y - 5z = 6$
- $2x + y - 3z = 10$
- b)  $3x + 2y + 3z = 2$   
 $x + y + 6z = -8$
- $2x + y - 3z = 10$
- c)  $3x + 2y + 3z = 2$   
 $x + y + 6z = 8$

## Úlohy na samostatnú prácu

Zadefinujte funkciu  $f: y = \ln^2 x + \sqrt{x+2}$

- a) Vypočítajte hodnotu funkcie v bode  $x = 6$ .
- b) Zobrazte graf  $f(x)$  na intervale  $x \in [-5, 5]$ . Aký je definičný obor tejto funkcie?
- c) Zobrazte graf  $f(x)$  na intervale  $x \in [-5, 5]$  a na celom jej obore hodnôt  $H(f)$ .
- d) Zobrazte graf  $f(x)$  na intervale  $x \in [-5, 5]$  a pre hodnoty  $y \in [0, 5]$ .
- e) Na grafe  $f(x)$  označte a pomenujte súradnicové osi  $\vec{x}$  a  $\vec{y}$ .
- f) Zobrazte graf  $f(x)$  tenkou čiarou (Thick).
- g) Zobrazte graf  $f(x)$  čiarkovanou čiarou.
- h) Zobrazte graf  $f(x)$  zelenou čiarou (Green)

## Úlohy na samostatnú prácu

Zadefinujte funkciu  $f: y = \sin x^2 + \sqrt[3]{x-4}$

- a) Vypočítajte hodnotu funkcie v bode  $x = 6$ .
- b) Zobrazte graf  $f(x)$  na intervale  $x \in [-5, 5]$ . Aký je definičný obor tejto funkcie?
- c) Zobrazte graf  $f(x)$  na intervale  $x \in [-5, 5]$  a na celom jej obore hodnôt  $H(f)$ .
- d) Zobrazte graf  $f(x)$  na intervale  $x \in [-5, 5]$  a pre hodnoty  $y \in [0, 10]$ .
- e) Na grafe  $f(x)$  označte a pomenujte súradnicové osi  $\vec{x}$  a  $\vec{y}$ .

- f) Zobrazte graf  $f(x)$  hrubou čiarou (Thick).
- g) Zobrazte graf  $f(x)$  čiarkovanou čiarou.
- h) Zobrazte graf  $f(x)$  oranžovou čiarou (Orange)

### Úlohy na samostatnú prácu

Zadefinujte funkciu  $f: y = \cos^2 x + \sqrt[3]{x+2}$

- a) Vypočítajte hodnotu funkcie v bode  $x = 6$ .
- b) Zobrazte graf  $f(x)$  na intervale  $x \in [-5, 5]$ . Aký je definičný obor tejto funkcie?
- c) Zobrazte graf  $f(x)$  na intervale  $x \in [-5, 5]$  a na celom jej obore hodnôt  $H(f)$ .
- d) Zobrazte graf  $f(x)$  na intervale  $x \in [-5, 5]$  a pre hodnoty  $y \in [0, 10]$ .
- e) Na grafe  $f(x)$  označte a pomenujte súradnicové osi  $\vec{x}$  a  $\vec{y}$ .
- f) Zobrazte graf  $f(x)$  tenkou čiarou (Thin).
- g) Zobrazte graf  $f(x)$  čiarkovanou čiarou.
- h) Zobrazte graf  $f(x)$  zelenou čiarou (Green)

### Úlohy na samostatnú prácu

Je daná  $f: y = 1 - x + \ln(x)$  a  $g: y = 2\sqrt{4-x^2}$

- a) Zobrazte grafy  $f(x)$  a  $g(x)$  na definičnom obore funkcie  $g(x)$ , v mierke  $x:y = 1:1$  (Option: AspectRatio→1), pričom graf  $f(x)$  bude modrý, graf  $g(x)$  bude čiarkovaný, červený a hrubšou čiarou.
- b) Pomenujte na grafe (v jednom obr.) súradnicové osi.
- c) Vypočítajte  $f(5)$  a hodnotu funkcie  $g(1.2)$
- d) Nájdite priesečník grafov, ak existuje.

### Úlohy na samostatnú prácu

Je daná  $f: y = 1 + x^2 + \log(x)$  a  $g: y = \sqrt{x^2 - 7}$

- a) Zobrazte grafy  $f(x)$  a  $g(x)$  na definičnom obore funkcie  $g(x)$ , v mierke  $x:y = 1:1$  (Option: AspectRatio→1), pričom graf  $f(x)$  bude zelený, čiarkovaný, graf  $g(x)$  bude oranžový a hrubšou čiarou.
- b) Pomenujte na grafe (v jednom obr.) súradnicové osi.
- c) Vypočítajte  $f(5)$  a hodnotu funkcie  $g(5.2)$
- d) Nájdite priesečník grafov, ak existuje.

### Úlohy na samostatnú prácu

Je daná  $f: y = 1 + \sqrt{x} + \sin(x)$  a  $g: y = \lg(x^2 - 7)$

- a) Zobrazte grafy  $f(x)$  a  $g(x)$  na definičnom obore funkcie  $g(x)$ , v mierke  $x:y = 1:1$  (Option: AspectRatio→1), pričom graf  $f(x)$  bude svetlomodrý, čiarkovaný, graf  $g(x)$  bude zelený a hrubšou čiarou.

- b) Pomenujte na grafe (v jednom obr.) súradnicové osi.
- c) Vypočítajte  $f(5)$  a hodnotu funkcie  $g(3.2)$
- d) Nájdite priesečník grafov, ak existuje.

### Úlohy na samostatnú prácu

Obsah kruhu je možné vypočítať podľa vzťahu  $S = \pi \cdot r^2$ .

- a) Definujte funkciu  $S$  na výpočet obsahu kruhu podľa predchádzajúceho vzťahu.
  - b) Vypočítajte s použitím tejto funkcie obsah kruhu s polomerom  $r = 2.53$  cm.
- Výsledok: 20.109 [cm<sup>2</sup>]

### Úlohy na samostatnú prácu

Objem gule je možné vypočítať podľa vzťahu  $V = \frac{4}{3} \pi \cdot r^3$ .

- a) Definujte funkciu  $V$  na výpočet objemu gule podľa predchádzajúceho vzťahu.
  - b) Vypočítajte s použitím tejto funkcie objem gule s polomerom  $r = 1.56$  cm.
- Výsledok: 15.9024 [cm<sup>3</sup>]

### Úlohy na samostatnú prácu

Obvod kruhu je možné vypočítať podľa vzťahu  $o = 2 \cdot \pi \cdot r$ .

- a) Definujte funkciu  $o$  na výpočet obvodu kruhu podľa predchádzajúceho vzťahu.
  - b) Vypočítajte s použitím tejto funkcie obvodu kruhu s polomerom  $r = 84.2$  cm.
- Výsledok: 264.522 [cm]

### Úlohy na samostatnú prácu

Povrch gule je možné vypočítať podľa vzťahu  $P = 4 \pi \cdot r^2$ .

- a) Definujte funkciu  $P$  na výpočet povrchu gule podľa predchádzajúceho vzťahu.
  - b) Vypočítajte s použitím tejto funkcie povrch gule s polomerom  $r = 1.56$  cm.
- Výsledok: 30.5815 [cm<sup>2</sup>]

### Úlohy na samostatnú prácu

Dráha rovnomerného pohybu  $s$  [km] v závislosti od rýchlosti  $v$  [km/h] pri danom čase  $t$  [h] sa vypočíta podľa vzťahu  $s = v \cdot t$

- a) Definujte funkciu  $s$  na výpočet dráhy ako funkciu dvoch premenných.
- b) Vypočítajte akú dráhu prejde automobil idúci rovnomernou rýchlosťou 110 km/h za čas 6 min (pozor na konverziu, počítat musíme v sekundách)

Výsledok: 11 [km]

### Úlohy na samostatnú prácu

Obsah trojuholníka je možné vypočítať podľa vzťahu  $S = \frac{a \cdot v_a}{2}$ .

- a) Definujte funkciu  $S$  ako funkciu dvoch premenných (základňa a výška) na výpočet obsahu



trojuholníka podľa predchádzajúceho vzťahu.

b) Vypočítajte s použitím tejto funkcie obsah trojuholníka so základňou  $a = 5$  cm a výškou  $v_a = 6.2$  cm

Výsledok:  $15.5 \text{ [cm}^2\text{]}$

## Úlohy na samostatnú prácu

Dráha rovnomerného pohybu  $s$  [m] pri voľnom páde telesa v závislosti od času  $t$  [s] sa vypočíta podľa vzťahu  $s = \frac{1}{2} g t^2$

- Definujte konštantu  $g$ .
- Definujte funkciu  $s$  na výpočet dráhy ako funkciu času.
- Vypočítajte akú dráhu prejde teleso padajúce voľným pádom z výšky 2 km za čas 20 s. Stihne dopadnúť na zem za tento čas?

## Úlohy na samostatnú prácu

Rýchlosť rovnomerného pohybu  $v$  [m/s] pri voľnom páde telesa v závislosti od času  $t$  [s] sa vypočíta podľa vzťahu  $v = g t$

- Definujte konštantu  $g$ .
- Definujte funkciu  $v$  na výpočet rýchlosti ako funkciu času.
- Vypočítajte akú rýchlosť dosiahne teleso padajúce voľným pádom z výšky 2 km za čas 4.5 s.

## Úlohy na samostatnú prácu

Motorové vozidlo ide po suchej asfaltovej ceste rýchlosťou  $v = 60$  km/h. Vodič zbadá prekážku. Reakčná doba je jedna sekunda, potom nasleduje brzdenie. Vytvorte funkciu na výpočet dráhy  $s$  [m], ktorú vozidlo prejde za čas  $t$  [s] od okamihu zbadania prekážky. Nakreslite graf funkcie na intervale  $t \in [0, 10]$  sekúnd. Vytvorte tabuľku závislosti prejdenej dráhy od času  $t$  pre  $t \in [0, 10]$  sekúnd. Nakreslite graf funkcie danej tabuľkou. Obidva grafy zobrazte v jednom obrázku.

### Návod:

Dráhu  $s$  [m] počítame ako hodnotu funkcie:  $s = v t$  pre  $t$  z intervalu  $< 0 \text{ s}, 1 \text{ s} >$  (reakčná doba) a  $s = v t - \frac{1}{2} \mu g (t - 1)^2$ , pre  $t > 1 \text{ s}$  (brzdenie), kde  $\mu = 0.8$  je súčiniteľ priľnavosti pre suchý asfalt,  $g = 9.81 \text{ ms}^{-2}$  je gravitačné zrýchlenie,  $v$  [ms<sup>-1</sup>] je počiatočná rýchlosť vozidla.

## Úlohy na samostatnú prácu

Definujte funkciu  $f(x)$ , ak je daná predpisom

$$f(x) = \begin{cases} \operatorname{tg}(x) & x \geq \pi; \\ -x^2 & x < \pi \end{cases}$$

- Správnosť definície overte výpočtom pre  $x$  z oboch intervalov.
- Graf funkcie  $f(x)$  nakreslite modrou, hrubou a čiarkovanou čiarou a vyznačte súradnicové osi na grafe.

- c) Zostavte tabuľku hodnôt funkcie  $f(x)$  pre  $x \in [-\pi, \frac{3\pi}{8}]$  s krokom tabuľky  $h = \frac{\pi}{8}$ . Tabuľku zobrazte s vhodným záhlavím.
- d) Zobrazte graf funkcie  $f(x)$  danej tabuľkou.
- e) Porovnajte graf funkcie  $f(x)$  danej predpisom a graf funkcie  $f(x)$  danej tabuľkou v jednom obrázku.

### Úlohy na samostatnú prácu

Definujte funkciu  $g(x)$ , ak je daná predpisom

$$g(x) = \begin{cases} \sin(x) & x \leq 0; \\ x^3 & x > 0 \end{cases}$$

- a) Správnosť definície overte výpočtom pre  $x$  z oboch intervalov.
- b) Graf funkcie  $f(x)$  nakreslite oranžovou, hrubou a čiarkovanou čiarou a vyznačte súradnicové osi na grafe.
- c) Zostavte tabuľku hodnôt funkcie  $f(x)$  pre  $x \in [-2\pi, \frac{7\pi}{5}]$  s krokom tabuľky  $h = \frac{\pi}{5}$ . Tabuľku zobrazte s vhodným záhlavím.
- d) Zobrazte graf funkcie  $f(x)$  danej tabuľkou.
- e) Porovnajte graf funkcie  $f(x)$  danej predpisom a graf funkcie  $f(x)$  danej tabuľkou v jednom obrázku.

### Úlohy na samostatnú prácu

Definujte funkciu  $h(x)$ , ak je daná predpisom

$$h(x) = \begin{cases} \cos(x) & x \leq \pi/2; \\ \log_3 x^3 & x > \pi/2 \end{cases}$$

- a) Správnosť definície overte výpočtom pre  $x$  z oboch intervalov.
- b) Graf funkcie  $f(x)$  nakreslite oranžovou, hrubou a čiarkovanou čiarou a vyznačte súradnicové osi na grafe.
- c) Zostavte tabuľku hodnôt funkcie  $f(x)$  pre  $x \in [-2\pi, \frac{7\pi}{5}]$  s krokom tabuľky  $h = \frac{\pi}{5}$ . Tabuľku zobrazte s vhodným záhlavím.
- d) Zobrazte graf funkcie  $f(x)$  danej tabuľkou.
- e) Porovnajte graf funkcie  $f(x)$  danej predpisom a graf funkcie  $f(x)$  danej tabuľkou v jednom obrázku.