

## Vzorové riešenie 1. zadania

Poznámka: Kurzívou so žltým podkladom sú texty, ktoré vám majú pomôcť pri riešení zadania. Vo svojej dokumentácii ich neuvádzajte.

## ANALÝZA KOMBINAČNÝCH OBVODOV

### Zadanie:

Urobte analýzu kombinačného logického obvodu, ktorého štruktúra je daná na obrázku.

1. Zo známej štruktúry obvodu:

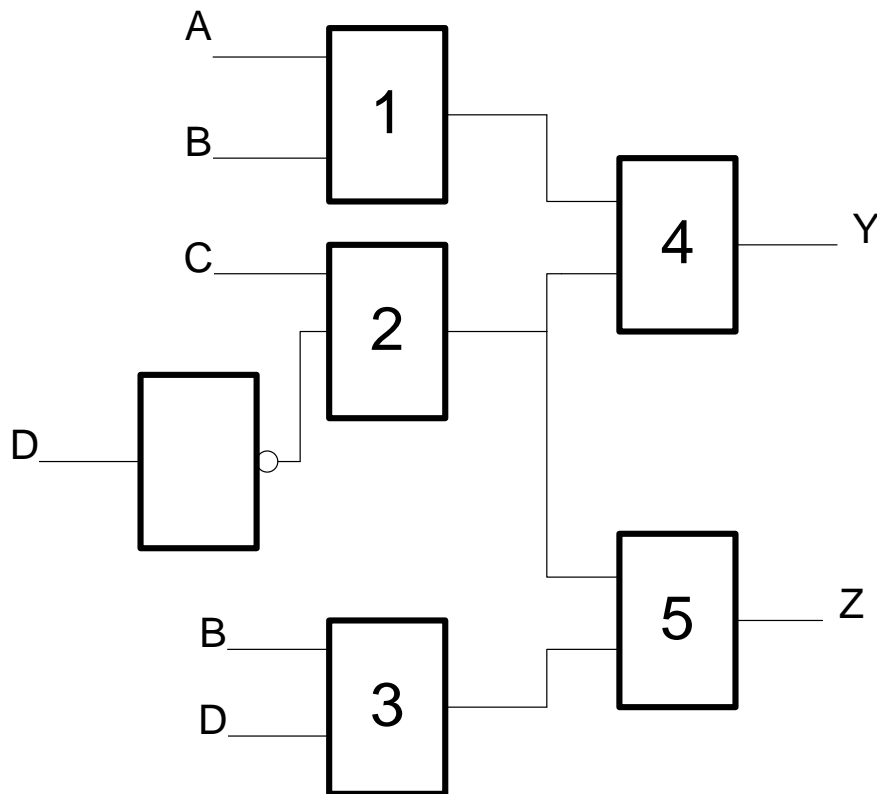
- Odvodte boolovské funkcie zodpovedajúce výstupom Y a Z obvodu.
- Boolovské funkcie s použitím pravidiel boolovskej algebry upravte na minimálnu DNF a zapíšte do Karnaughových máp (najskôr do máp, v ktorých vystupujú všetky vstupné premenné obvodu a potom do najmenších máp).
- Boolovské funkcie s použitím pravidiel boolovskej algebry upravte na minimálnu KNF a zapíšte do Karnaughových máp (najskôr do máp, v ktorých vystupujú všetky vstupné premenné obvodu a potom do najmenších máp).

2. Pomocou systému LOGISIM (príp. LOG/FITBOARD):

- Vytvorte schému zadaného obvodu a simuláciou overte správnosť mapových zápisov boolovských funkcií (pre jednotlivé kombinácie hodnôt na vstupoch porovnajte výstupy s hodnotami v mapách).
- Vytvorte schému obvodu z rovníc, ktoré ste získali pri úprave na DNF formu.
- Vytvorte schému obvodu z rovníc, ktoré ste získali pri úprave na KNF formu.
- Všetky tri vytvorené schémy pripojte na spoločné vstupy a zodpovedajúce si výstupy obvodov umiestnite vedľa seba (viď. obrázok príkladu).

## Zadanie 1: XNOR, XOR, NOR, NAND, XNOR

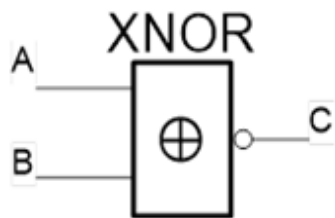
### 1. Schéma zadaného obvodu



Typy použitých logických členov: XNOR, XOR, NOR, NAND, XNOR

### XNOR Funkcia

$$C = \overline{A \oplus B}$$



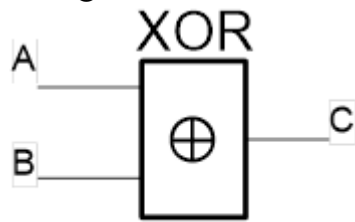
Schema

A	B	C
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Tabuľka pravdivostných hodnôt

XOR funkcia

$$C = A \oplus B$$



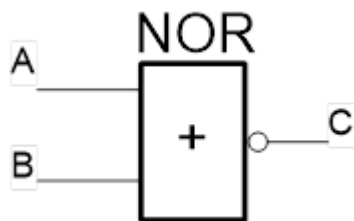
Schema

A	B	C
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Tabuľka pravdivostných hodnôt

NOR funkcia

$$C = \overline{A + B}$$



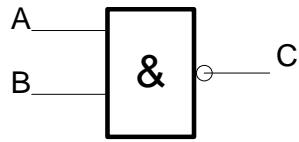
Schema

A	B	C
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

Tabuľka pravdivostných hodnôt

## NAND Funkcia

$$C = \overline{A.B}$$



Schéma

A	B	C
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Tabuľka pravdivostných hodnôt

### Odvozenie výrazov pre výstupné funkcie Y a Z

1) Vychádzajúc zo štruktúry zostavíme výrazy zodpovedajúce výstupom Y a Z:

$$Y = \overline{(\overline{A \oplus B}) \cdot (C \oplus \overline{D})}$$
$$Z = \overline{(C \oplus \overline{D}) \oplus \overline{B + D}}$$

Pre ľubovoľné výrazy A,B platí:

- |  |   |
|--|---|
| 1. $A+B = B+A$<br>$A.B = B.A$  | <i>Komutatívnosť</i>                                  |
| 2. $A+(B+C) = (A+B)+C$<br>$A.(B.C) = A.(B.C)$  | <i>Asociatívnosť</i>                                  |
| 3. $A+B.C = (A+B).(A+C)$<br>$A.(B+C) = A.B+A.C$  | <i>Distributívnosť</i>                                |
| 4. $A+A+...+A = A$<br>$A.A....A = A$   |   |
| 5. $\overline{A+B} = \overline{A}.\overline{B}$<br>$\overline{A.B} = \overline{A} + \overline{B}$  | <i>de Morganové pravidlá</i>                          |
| 6. $\overline{\overline{A}} = A$<br>$\overline{\overline{\overline{A}}} = \overline{A}$  | <i>Pravidlá o dvojnásobnej a viacnásobnej negácii</i> |
| 7. $A + \overline{A} = 1$<br>$A.\overline{A} = 0$  | <i>Pravidlá o komplemente</i>                         |
| 8. $A+1 = 1$<br>$A.0 = 0$  | <i>Pravidlá o adresívnosti hodnôt 0 a 1</i>           |
| 9. $A+0 = A$<br>$A.1 = A$  | <i>Pravidlá o neutrálnosti hodnôt 0 a 1</i>           |
| 10. $(A+B).(\overline{A} + \overline{B}) = B$<br>$A.B + \overline{A}.B = B$  | <i>Pravidlá spojovania</i>                            |
| 11. $A+A.B = A$<br>$A.(A+B) = A$   | <i>Pravidlá absorpcie</i>                             |
| 12. $A + \overline{A}.B = A + B$<br>$A.(\overline{A} + B) = A.B$   |   |
| 13. $A.B + \overline{A}.C + B.C = A.B + \overline{A}.C$<br>$(\overline{A} + \overline{B}).(\overline{B} + \overline{C}).(A + \overline{C}) = (\overline{A} + \overline{B}).(A + \overline{C})$ | <i>Konsenzus teorem</i>                               |

2) Výrazy prepíšeme na ekvivalentné normálne formy typu DNF:

Funkcia Y:

$$Y = \overline{1.2}$$

$$1 = \overline{A \oplus B} = \overline{A \cdot \bar{B} + A \cdot B}$$

$$2 = C \oplus \bar{D} = \bar{C} \cdot \bar{D} + C \cdot \bar{\bar{D}} = \bar{C} \cdot \bar{D} + C \cdot D$$

logické výrazy a ich prevod na boolovské

$$\begin{aligned} Y &= \overline{1.2} \\ &= \overline{(\overline{A \oplus B}) \cdot (C \oplus \bar{D})} \\ &= \overline{(\overline{A \oplus B})} + \overline{(C \oplus \bar{D})} \\ &= (A \oplus B) + (\bar{C} \bar{D} + C \bar{D}) \\ &= (A \oplus B) + (\bar{C} D + C \bar{D}) \\ &= \bar{A} B + A \bar{B} + \bar{C} D + C \bar{D} \end{aligned}$$

Počet použitých logických členov: 5 (4x AND, 1x OR)

Počet vstupov pre logickú funkciu:

14 (4 do NOT, 2 do AND, 2 do AND, 2 do AND, 2 do AND, 4 do or )

Funkcia Z:

$$Z = \overline{2 \oplus 3}$$

$$\begin{aligned} 2 &= C \oplus \bar{D} \\ &= \bar{C} \bar{D} + C \bar{\bar{D}} \\ &= \bar{C} \bar{D} + C D \end{aligned}$$

logické výrazy a ich prevod na boolovské

$$\begin{aligned} 3 &= \bar{B} + \bar{D} = \\ &= \bar{B} \cdot \bar{D} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Z &= \overline{2 \oplus 3} \\ &= \overline{(C \oplus \bar{D}) \oplus (\bar{B} + \bar{D})} \\ &= ((\bar{C} \oplus \bar{D}) \cdot (\bar{B} + \bar{D})) + ((C \oplus \bar{D}) \cdot (\bar{B} + \bar{D})) \\ &= ((\bar{C} \bar{D} + C \bar{D}) \cdot (B + D)) + ((\bar{C} \bar{D} + C \bar{D}) \cdot (\bar{B} \bar{D})) \\ &= ((\bar{C} D + C \bar{D}) \cdot (B + D)) + ((\bar{C} \bar{D} + C D) \cdot (\bar{B} \bar{D})) \\ &= \bar{C} D B + \bar{C} D D + C \bar{D} B + C \bar{D} D \bar{C} \bar{D} \bar{B} \bar{D} + C D \bar{B} \bar{D} \\ &= \bar{C} D B + \bar{C} D + C \bar{D} B + \bar{C} \bar{D} \bar{B} \\ &= \bar{C} D + C \bar{D} B + \bar{C} \bar{D} \bar{B} \end{aligned}$$

Počet použitých logických členov: 4 (3x AND, 1x OR)

Počet vstupov pre logickú funkciu: 14 (3 do NOT, 2 do AND, 3 do AND, 3 do AND, 3 do OR)

Sumár obvodu:

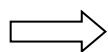
Počet použitých logických členov: 8 (6x AND, 2x OR)

Počet vstupov pre logickú funkciu: 25 (4 do NOT, 3 do and ,3do and ,2 do AND, 2 do AND, 2 do AND, 2 do AND, 4 do or, 3 OR,)

3) Zostavíme mapové zápisy funkcií, ktoré zodpovedajú výrazom Y a Z:

		<u>D</u>		<u>C</u>	
A	B	0	1	0	1
		1	1	1	1
		0	1	0	1
		1	1	1	1
Y					

		<u>D</u>		<u>C</u>	
A	B	1	1	0	0
		0	1	0	1
		0	1	0	1
		1	1	0	0
Z					



		<u>D</u>		<u>C</u>	
B		1	1	0	0
		0	1	0	1
		Z			

4) Výrazy prepíšeme na ekvivalentné normálne formy typu KNF:

$$\begin{aligned}
 Y &= \overline{(A \oplus B)} \cdot \overline{(C \oplus D)} \\
 &= A \oplus B + C \oplus D \\
 &= \bar{A} \cdot B + A \cdot \bar{B} + \bar{C} \cdot D + C \cdot \bar{D} \\
 &= \bar{A} \cdot B + A \cdot \bar{B} + \bar{C} \cdot D + C \cdot \bar{D} \\
 &= (\bar{A}B + A) \cdot (\bar{A}B + \bar{B}) + (\bar{C}D + C) \cdot (\bar{C}D + \bar{D}) \\
 &= (A + \bar{A}) \cdot (A + B) \cdot (\bar{B} + \bar{A}) \cdot (\bar{B} + B) + (C + \bar{C}) \cdot (C + D) \cdot (\bar{D} + \bar{C})(\bar{D} + D) \quad \text{Pravidlo 3A} \\
 &= 1 \cdot (A + B) \cdot (\bar{B} + \bar{A}) \cdot (1) + (1) \cdot (C + D) \cdot (\bar{D} + \bar{C})(1) \\
 &= (A + B) \cdot (\bar{B} + \bar{A}) + (C + D) \cdot (\bar{D} + \bar{C}) \quad \text{Pravidlo 7 A} \\
 &= ((C + D) + (A + B) \cdot (\bar{B} + \bar{A})) \cdot ((\bar{D} + \bar{C}) + (A + B) \cdot (\bar{B} + \bar{A})) \\
 &= (A+B+C+D) \cdot (\bar{A} + \bar{B} + C + D) \cdot (A+B+\bar{C} + \bar{D}) \cdot (\bar{A} + \bar{B} + \bar{C} + \bar{D})
 \end{aligned}$$

Počet použitých logických členov: 5 (4x OR, 1x AND)

Počet vstupov pre logickú funkciu: 24 (4 do NOT, 4 do AND, 4 do AND, 4 do AND, 4 do AND , 4 do OR)

$$\begin{aligned}
 Z &= \bar{B}\bar{C} + \bar{C}D + BC\bar{D} \quad \text{Pravidlo 3A} \\
 &= (\bar{B}\bar{C} + \bar{C}D + BC) \cdot (\bar{B}\bar{C} + \bar{C}D + \bar{D}) \quad \text{Pravidlo 3A} \\
 &= (\bar{B}\bar{C} + \bar{C}D + B) (\bar{B}\bar{C} + \bar{C}D + C) (\bar{B}\bar{C} + \bar{C}D + \bar{D}) \quad \text{Pravidlo 3A} \\
 &= (\bar{C}D + B + \bar{B}) (\bar{C}D + B + \bar{C}) (\bar{C}D + C + \bar{B}) (\bar{C}D + C + \bar{C}) (\bar{C}D + \bar{D} + \bar{B}) (\bar{C}D + \bar{D} + \bar{C}) \\
 &= 1 (\bar{C}D + B + \bar{C}) (\bar{C}D + C + \bar{B}) 1 (\bar{C}D + \bar{D} + \bar{B}) (\bar{C}D + \bar{D} + \bar{C}) \quad \text{Pravidlo 7A} \\
 &= (B + \bar{C} + \bar{C}) (B + \bar{C} + D) (C + \bar{B} + \bar{C}) (C + \bar{B} + D)(\bar{D} + \bar{B} + D) (\bar{D} + \bar{B} + \bar{C}) (\bar{D} + \bar{C} + \bar{C}) (\bar{D} + \bar{C} + D) \\
 &= (B+\bar{C}) (B + \bar{C} + D) (1) (C + \bar{B} + D) (1) (\bar{D} + \bar{B} + \bar{C}) (\bar{D} + \bar{C}) (1) \quad \text{Pravidlo 4 B} \\
 &= (B + \bar{C}) (\bar{C} + \bar{D}) (\bar{B} + C + D) \quad \text{Pravidlo 11 B}
 \end{aligned}$$

Počet použitých logických členov: 5 (4x OR, 1x AND)

Počet vstupov pre logickú funkciu: 13 (3 do NOT, 2 do OR, 2 do OR, 3 do OR, 3 do AND)

Sumár obvodu:

Počet použitých logických členov: 10 (4x OR, 1x AND, 4x OR, 1x AND)

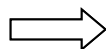
Počet vstupov pre logickú funkciu: 34 (4 do not, 4 do OR, 4 do OR, 4 do or, 4 do or, 2 do or 2 do or 3 do or, 4 do and, 3 do and )

5) Zostavíme mapové zápisy funkcií, ktoré zodpovedajú výrazom Y a Z:



		<u>D</u>		<u>C</u>	
A	B	0	1	0	1
		1	1	1	1
		0	1	0	1
		1	1	1	1
Y					

		<u>D</u>		<u>C</u>	
A	B	1	1	0	0
		0	1	0	1
		0	1	0	1
		1	1	0	0
		Z			



		<u>D</u>		<u>C</u>	
B		1	1	0	0
		0	1	0	1
		Z			

### **Zhodnotenie:**

Mal som zadany obvod pomocou vzorcou a uprav som ho dostal do finalnej formy a zistil som ze DNF je efektivnejši ako KNF pretoze DNF ma pouzite o 2 logicke clený menej a o 9 logicckých vstupov menej.