

7. Cvicenie - uloha

April 26, 2022

Na domacu ulohu najskor dokoncite program na riesenie diferencialnej rovnice pre volny pad Eulerovou metodu a porovnajte odchylku hodnot s analytickym riesenim pre rozne velkosti kroku h (pre vas je to dlzka casoveho kroku, ktory pouzivate, skuste 1, 0.1 a 0.01 s). Vysledny priebeh zobrazte cez gnuplot.

Potom upravte program pre pripad, kedy hustota vzduchu zavisí od vysky:

$$\rho(z) = \rho_0 e^{-\kappa z} \quad (1)$$

$$\rho_0 = M$$

$$RT\rho_0 \quad (2)$$

$$\kappa = Mg$$

$$RT \quad (3)$$

kde κ je koeficient exponencialneho poklesu hustoty s vyskou, M je molova hmotnost vzduchu, R je univerzalna plynova konstanta, T je termodynamicka teplota (v Kelvinoch) a p_0 je tlak na urovni mora (pri $z = 0$ m). Tym padom uz v diferencialnej rovnici pre rychlost nebudu konstantne koeficienty, ale bude v nich vystupovat zavislost od vysky:

$$dv_z$$

$$dt = -g - K_0 e^{-\kappa z} |v_z| v_z \quad (4)$$

$$K_0 = \frac{1}{2} C S \rho_0$$

$$m \quad (5)$$

Problem je, ze aj vyska z je funkcia casu (kedze s casom sa vyska padajuceho objektu logicky meni). Cize potrebujeme este aj diferencialnu rovnicu pre funkciu $z(t)$. Takze dostaneme system diferencialnych rovníc prveho radu:

$$dv_z$$

$$dt = -g - K_0 e^{-\kappa z} |v_z| v_z \quad (6)$$

dz

$$dt = v_z (7)$$

1

Predpis na riesenie takehoto systemu je ale rovnaky, ako pre jednu rovnicu. Cize ked mame v jednom kroku znamo z_n a v_n , potom:

$$v_{n+1} = v_n + h * f_v(t_n, z_n, v_n) (8)$$

$$z_{n+1} = z_n + h * f_z(t_n, v_n) (9)$$

$$f_v(t_n, v_n, z_n) = -g - K_0 e^{-Kz_n} |v_n| v_n (10) \quad f_z(t_n, v_n) = v_n (11)$$

Pociatocnu vysku mozete dat vlastne lubovolnu, pre skok z lietadla napríklad $z_0 = 10000$ m (len pri vacsich vyskach sa zmena hustoty vzduchu nejak viac prejavi), pociatcna rychlost pri volnom pade je $v_0 = 0$, ak by smerovala hore (zvisly vrh) tak je kladna, smerom dole zaporna. Parametre mozete pouzit taketo:

$$g = 9.81 \text{ m.s}^{-1}$$

$$R = 8.314 \text{ J.mol}^{-1}.\text{s}^{-1}$$

$$p_0 = 101325 \text{ Pa}$$

$$M = 0.029 \text{ kg.mol}^{-1}$$

$$S = 2 \text{ m}^2$$

$$C = 0.5$$

$$m = 80 \text{ kg}$$

Tak isto by sa dala pouzit aj zavislost teploty od vysky $T(z)$, co by dalo este realnejši priebeh.

Vysledok zase zobrazte v gnuplot-e. Tieto hodnoty uz ale nemame s cim porovnat, kedze nemame analyticke riesenie k tymto rovniciam.

