

Patrik Nemšovský, Matej Pirschel, Adam Novák

Projekt 10-1. Odvodte analógiu moorovskej hranice pre cayleyovské zmiešané grafy cyklických grúp, pričom z každého vrchola vychádza z neorientovaných hrán a r orientovaných hrán. Napíšte program, ktorý pre dané čísla $z \in \{2, 3, 4\}$ a $n \in \{10, 11, \dots, 50\}$ nájde najmenšie číslo $r = r(n, z)$ také, že existuje cayleyovský zmiešaný graf cyklickej grupy Z_n priemeru 2 s uvedenými parametrami.

Projekt 10-2. Navrhňte algoritmus, ktorý pre cestu P_n s n vrcholmi (na vstupe) vypočíta počet $g(n)$ všetkých graciózných ohodnotení $\alpha : V(P_n) \rightarrow \{1, 2, \dots, n\}$ cesty P_n . Pokúste sa na základe získaných výsledkov pre dostupné hodnoty n sformulovať hypotézy o funkcii $g(n)$.

Projekt 10-3. Pod hrúbkou $\theta(G)$ grafu G rozumieme najmenší počet hranovo disjunktných rovinných podgrafov grafu G , ktorých zjednotením je graf G .

(a) Pre každý jednoduchý graf G (t.j. bez násobných hrán a slučiek) s n vrcholmi a m hranami odvodte nerovnosť $\theta(G) \geq \lceil m/(3n-6) \rceil$. V prípade, že G je navyše bipartitný, odvodte nerovnosť $\theta(G) \geq \lceil m/(2n-4) \rceil$.

(b) Odvodte analogickú nerovnosť pre $\theta(G)$ v prípade, že jednoduchý graf G s n vrcholmi a m hranami má obvod (dĺžku najkratšej kružnice) g .

(c) Napíšte algoritmus na určenie hrúbky kompletného grafu s n vrcholmi a týmto spôsobom otestujte platnosť prvej nerovnosti počnúc hodnotou $n = 9$ až po najväčšiu hodnotu n , ktorú váš program dokáže realisticky zvládnuť.