

Mathematik: Geraden

1. Gegeben sind die Geraden $g : \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$ und $h : \vec{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ -2 \end{pmatrix}$.
Bestimme die Lage der beiden Geraden zueinander.
2. Ermittle den Schnittpunkt der Geraden $g : \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ und $h : \vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$.
3. Welche Aussage über windschiefe Geraden ist korrekt?
4. Untersuche die Geraden $g : \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ und $h : \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$ auf ihre gegenseitige Lage.
5. Finde den Parameter t , für den sich die Geraden $g : \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$ und $h : \vec{x} = \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \\ 6 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$ schneiden.
6. Bestimme die Lage der Geraden $k : \vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$ und $l : \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ -4 \\ 2 \end{pmatrix}$.
7. Welcher Punkt liegt sowohl auf der Geraden $g : \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ als auch auf $h : \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}$?
8. Ermittle, ob die Geraden $a : \vec{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$ und $b : \vec{x} = \begin{pmatrix} 6 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix} + u \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 6 \end{pmatrix}$ identisch sind.

9. Berechne den Schnittpunkt der Geraden $m : \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ und $n : \vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$.
10. Welche Bedingung müssen die Richtungsvektoren zweier Geraden erfüllen, damit sie parallel sind?
11. Untersuche die Lage der Geraden $p : \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$ und $q : \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ -1 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$.
12. Finde den Schnittpunkt der Geraden $g : \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ und $h : \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$.
13. Bestimme, für welchen Wert von k die Geraden $g : \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ k \end{pmatrix}$ und $h : \vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 6 \end{pmatrix}$ parallel sind.
14. Welche der folgenden Aussagen über die gegenseitige Lage von Geraden im Raum ist falsch?
15. Ermittle die gegenseitige Lage der Geraden $u : \vec{x} = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$ und $v : \vec{x} = \begin{pmatrix} 6 \\ 5 \\ 3 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 6 \\ 4 \end{pmatrix}$.