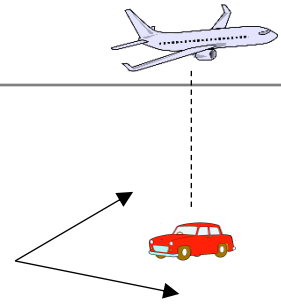


2. Punkte im Raum / Koordinatensystem

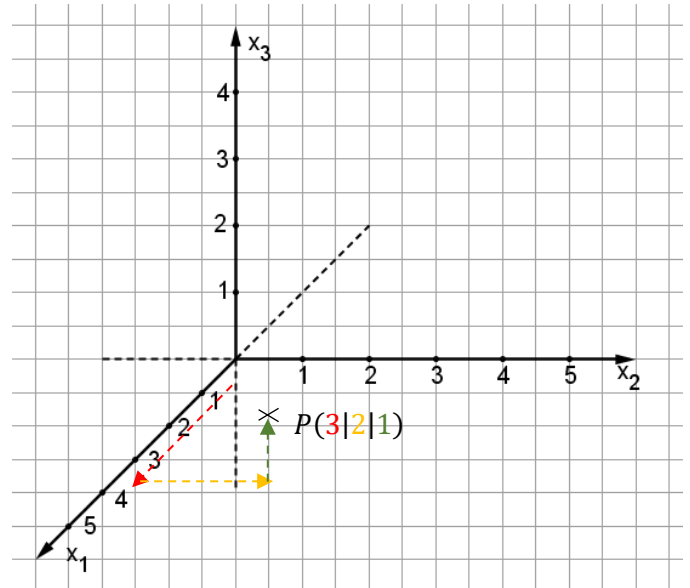
Einführungsbeispiel:

Ein Koordinatensystem liegt auf dem Boden. So können die Koordinaten eines Spielzeugautos bestimmt werden.
Welche Koordinaten hat das Spielzeugflugzeug?



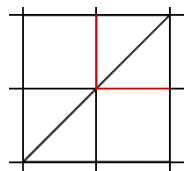
Um die Lage eines Punktes im Raum anzugeben, benötigt man ein Koordinatensystem mit drei Achsen. Im Weiteren werden die Koordinatenachsen mit x_1 -Achse, x_2 -Achse und x_3 -Achse oder mit x -Achse, y -Achse und z -Achse bezeichnet und werden wie rechts abgebildet eingezeichnet.

Ein Punkt wird im Dreidimensionalen mit drei Koordinaten angegeben, z.B. $P(3|2|1)$.
Um den Punkt P einzuzichnen, beginnen wir im Koordinatenursprung $O(0|0|0)$, gehen drei Einheiten in Richtung x_1 , zwei Einheiten in Richtung x_2 und eine Einheit in Richtung x_3 .



Erklärung:

Betrachten wir ein Ausschnitt aus dem Gitternetz des Koordinatensystems. Hier besteht das



große Quadrat mit der Seitenlänge 1cm aus vier gleichgroßen kleinen Quadraten mit der Seitenlänge $\frac{1}{2}$ cm (**rot** eingezeichnet).

Die **Länge der Diagonalen** in einem dieser kleinen Quadrate beträgt nach dem Satz

des Pythagoras $d = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{2}\sqrt{2}$. Diese **Diagonale** hat aber gerade die **Richtung der perspektivischen x_1 -Achse bzw. x-Achse**.

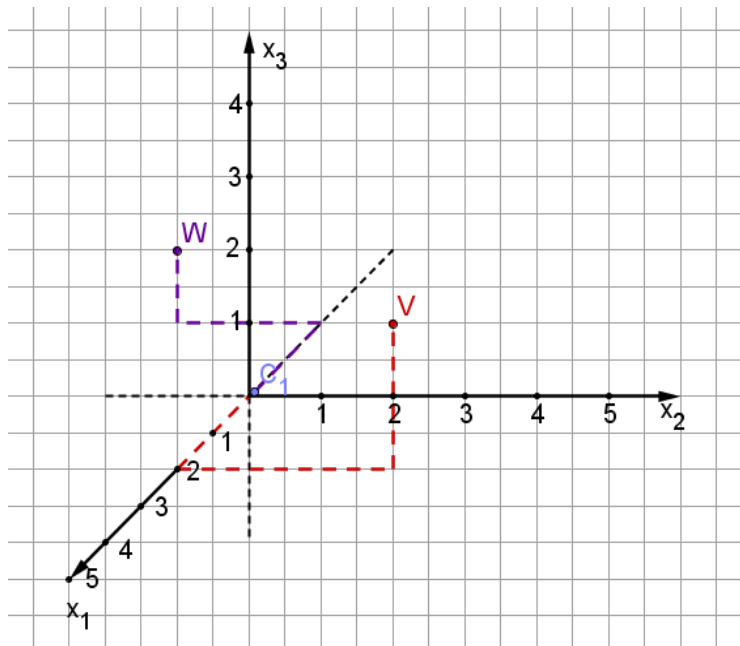
Für eine Längeneinheit (LE) ergibt sich also (meist) für die x -Achse $\frac{1}{\sqrt{2}}$ cm und für die y und z Achsen jeweils 1 cm.

Definition: Dreidimensionales (kartesisches) Koordinatensystem

Bei einem Koordinatensystem mit drei Achsen ist es üblich, dass die x_1 -Achse nach vorne, die x_2 -Achse nach rechts und die x_3 -Achse nach oben zeigt. Die Lage eines Punktes P gibt man mit den Koordinaten $P(p_1|p_2|p_3)$ an.

(Bemerkung: Die Achsen werden auch mit x , y und z bezeichnet.)

Beispiel



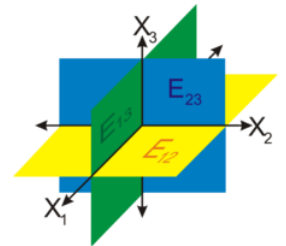
Um den Punkt $V(2|3|2)$ zu zeichnen geht man um 2 LE in x_1 -Richtung, dann um 3 LE in x_2 -Richtung und schließlich um 2 LE in x_3 -Richtung. Der Punkt W könnte die Koordinaten $W(-2|-2|1)$ haben.

Besondere Punkte im Koordinatensystem

- Punkte auf der x_1 -Achse haben die Koordinaten $P(p_1|0|0)$
- Punkte auf der x_2 -Achse haben die Koordinaten $P(0|p_2|0)$
- Punkte auf der x_3 -Achse haben die Koordinaten $P(0|0|p_3)$

Es gibt drei Koordinatenebenen:

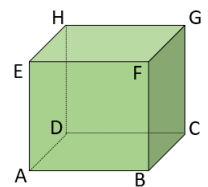
- x_1x_2 -Ebene: sie ist durch die x_1 -Achse und die x_2 -Achse festgelegt (x_3 überall 0)
- x_2x_3 -Ebene: sie ist durch die x_2 -Achse und die x_3 -Achse festgelegt (x_1 überall 0)
- x_1x_3 -Ebene: sie ist durch die x_1 -Achse und die x_3 -Achse festgelegt (x_2 überall 0)



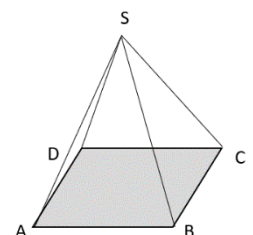
Übung 1: Zeichne ein eigenes Koordinatensystem auf Papier (achte auf eine korrekte Skalierung) und zeichne ein: $O(0|0|0)$, $A(0|3|4)$, $B(4|-1|5)$, $C(1|0|-2)$, $D(-2|1|3)$.

Übung 2 Ein Würfel $ABCDEFGH$ hat die Ecken $A(-1|-1|0)$, $B(1|-1|0)$, $C(1|1|0)$, $D(-1|1|0)$ und $H(-1|1|2)$.

- Zeichne den Würfel in ein dreidimensionales Koordinatensystem.
- Gib die Koordinaten der Ecken E , F und G an.



Übung 3 Eine senkrechte Pyramide mit quadratischer Grundfläche $ABCD$ und der Spitze $S(2|1|2)$ hat die Höhe 3 cm . Die Strecke \overline{AB} ist 2 cm lang. Bestimme mögliche Koordinaten der Eckpunkte A , B , C und D . (Angaben in cm)



Aufgabe 1 (2 Basispunkte)

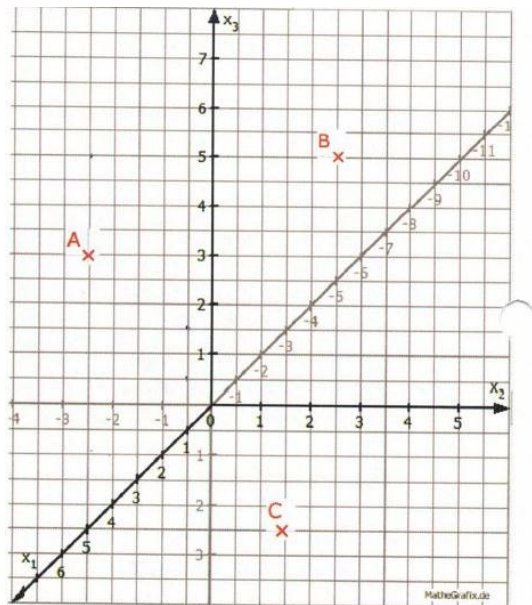
Baue ein eigenes dreidimensionales Koordinatensystem.

Infos findet ihr hier:

https://home.mathematik.uni-freiburg.de/didaktik/download/M_Koordinatensystem.pdf
<https://www.youtube.com/watch?v=1DgkWPr06Zc>

Aufgabe 2 (2 Basispunkte)

Im gegebenen Koordinatensystem sind die Punkte A, B und C eingetragen. Ohne Hilfslinien lassen sich die Koordinaten dieser Punkte nicht eindeutig ablesen.



- a) Kreuze für A, B und C jeweils an, wenn die Punkte die angegebenen Koordinaten haben können
- | | | | |
|--------------------------------------|--------------------------------------|--------------------------------------|-------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> A(2 -1,5 4) | <input type="checkbox"/> A(-2 -3 2) | <input type="checkbox"/> A(0 -2,5 3) | <input type="checkbox"/> A(4 3 3) |
| <input type="checkbox"/> B(0 2,5 5) | <input type="checkbox"/> B(-5 0 2,5) | <input type="checkbox"/> B(3 4 6) | <input type="checkbox"/> B(5 5 7,5) |
| <input type="checkbox"/> C(5 4 0) | <input type="checkbox"/> C(2 3 -1,5) | <input type="checkbox"/> C(-1 1 -3) | <input type="checkbox"/> C(0 3 -2) |
- b) Fülle die Lücken so aus, dass die Koordinaten mit der Lage der Punkte A, B und C übereinstimmen:
- | | | |
|---------------|--------------|--------------|
| A(1) | A(0) | A(1) |
| B(-4) | B(4) | B(5) |
| C(0) | | |

Aufgabe 3 (bis zu 3 Zusatzpunkte)

Modelliere ein eigenes Objekt (Haus, Schiff, etc.) in geogebra.