1 Bestimme aus den Koordinaten der Punkte A und B den Vektor $\overrightarrow{AB}$ und gib jeweils den Gegenvektor $\overrightarrow{BA}$ an.

a) $A(2|3|4), B(5|4|5)$ $\overrightarrow{AB}=\begin{pmatrix}3\\1\\1\end{pmatrix}$ $\overrightarrow{BA}=\begin{pmatrix}-3\\-1\\-1\end{pmatrix}$

b) $A(3|3|1), B(2|1|0)$ $\overrightarrow{AB}=\begin{pmatrix}-1\\-2\\-1\end{pmatrix}$ $\overrightarrow{BA}=\begin{pmatrix}1\\2\\1\end{pmatrix}$

c) $A(3|1|2), B(2|-2|-4)$ $\overrightarrow{AB}=\begin{pmatrix}-1\\-3\\-6\end{pmatrix}$ $\overrightarrow{BA}=\begin{pmatrix}1\\3\\6\end{pmatrix}$

d) $A(4|-3|-1), B(2|-2|-2)$ $\overrightarrow{AB}=\begin{pmatrix}-2\\1\\-1\end{pmatrix}$ $\overrightarrow{BA}=\begin{pmatrix}2\\-1\\1\end{pmatrix}$

2 Fülle die Lücken passend aus.

a) A(2 |2|2), B(3 | 7 |−1), $\overrightarrow{AB}=\begin{pmatrix}1\\5\\-3\end{pmatrix}$

b) A(−1 | 3 |−4), B(1 |3 |-5), $\overrightarrow{BA}=\begin{pmatrix}-2\\0\\1\end{pmatrix}$

3 Verbinde die geeigneten Punkte A und B mit einem passenden Vektor.

A(2|0|−1)	B(5|2|2)	A(5|−1|−1)	$\overrightarrow{AB}=\begin{pmatrix}0\\0\\0\end{pmatrix}$
$\overrightarrow{BA}=\begin{pmatrix}-2\\0\\-1\end{pmatrix}$	$\overrightarrow{AB}=\begin{pmatrix}-2\\0\\-1\end{pmatrix}$	B(4|0|0)	A(3|3|3)
B(3|−1|−2)	A(5|2|2)	$\overrightarrow{BA}=\begin{pmatrix}-1\\-1\\-2\end{pmatrix}$	B(4|4|5)

4 Gegeben ist ein Punkt A und ein Vektor $\vec{v}$, der eine Verschiebung beschriebt.
Bestimme die Koordinaten des Bildpunktes A' von A bei der angegebenen Verschiebung.

a) A(5|3|−1); $\vec{v}=\begin{pmatrix}6\\2\\4\end{pmatrix}$ A'(11|5|3)

c) A(6|4|−3); $\vec{v}=\begin{pmatrix}0\\0\\0\end{pmatrix}$ A'(6|4|-3)

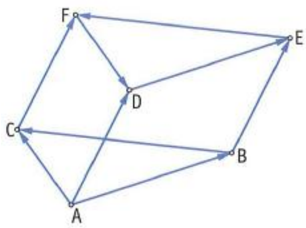
b) A(4,2|1,3|−2,5); $\vec{v}=\begin{pmatrix}6,4\\4,1\\-8,4\end{pmatrix}$ A'(10,6|5,4|-10,9)

d) A(2|−5|1); $\vec{v}=\begin{pmatrix}-2\\5\\-1\end{pmatrix}$ A'(0|0|0)

5 Wie viele verschiedene Vektoren sind in der Abbildung rechts dargestellt?
Nenne die Pfeile, die zum gleichen Vektor gehören.

5

$\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{FD}$, $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DE}$, $\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{EF}$,
$\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{CF}=\overrightarrow{BE}$



6 Berechne die folgenden Linearkombinationen mit $\vec{a}=\begin{pmatrix}0\\1\\-1\end{pmatrix}$, $\vec{b}=\begin{pmatrix}-2\\0\\1\end{pmatrix}$ und $\vec{c}=\begin{pmatrix}3\\-1\\0\end{pmatrix}$.

a) $2\vec{a}+\vec{b}=\begin{pmatrix}-2\\2\\-1\end{pmatrix}$ b) $\frac{1}{2}\vec{c}-3\vec{a}=\begin{pmatrix}1,5\\-3,5\\3\end{pmatrix}$ c) $-\vec{a}+3\vec{b}-2\vec{c}=\begin{pmatrix}-12\\1\\4\end{pmatrix}$

7 Q ist der Punkt, der sich ergibt, wenn man den Punkt P am Punkt A spiegelt. Berechne jeweils die Koordinaten des fehlenden Punktes. (Tipp: Skizze)

a) $P(2|4|3)$, $A(0|2|-1)$, $Q($-2|0|-5$)$

b) $A(2|9|-3), Q(-1|0|3)$, $P($5|18|-9$)$

P A Q

8 Berechne den Ortsvektor des Mittelpunktes der Strecke $\overline{AB}$.

a) $A(1|2|4), B(6|5|9)$, $M($3,5|3,5|6,5$)$

b) $A(2|2|4), B(-4|0|10)$, $M($-1|1|7$)$

Den Ortsvektor der **Mitte zwischen zwei Punkten** A und B erhält man, in dem man die Ortsvektoren der Punkte A und B addiert und diese Summe halbiert:
$\vec{m}=\frac{1}{2}(\vec{a}+\vec{b})$.

9 Prüfe die folgenden Vektoren auf lineare Abhängigkeit

a) $\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$; $\vec{b} = \begin{pmatrix} -2 \\ 6 \\ 6 \end{pmatrix}$; $\vec{c} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ b) $\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 6 \end{pmatrix}$; $\vec{b} = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$; $\vec{c} = \begin{pmatrix} -4 \\ -11 \\ -9 \end{pmatrix}$

a)

$k \cdot \vec{a} + l \cdot \vec{b} + m \cdot \vec{c} = \vec{0}$

$k \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix} + l \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 6 \\ 6 \end{pmatrix} + m \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

$\Rightarrow$

k	l	m	rS
1	-2	1	0
-1	6	1	0
3	6	0	0
1	-2	1	0
0	4	2	0
0	0	3	0

$\oplus$ $\quad$ $I \cdot 3$ $\ominus$

↯ ⇒ keine Lösung ⇒ Vektoren sind linear unabhängig

b)

k	l	m	rS
1	-2	4	0
4	1	-11	0
6	-1	-9	0
1	-2	4	0
0	-9	27	0
0	-1	-9	0
1	-2	4	0
0	-9	27	0
0	0	0	0

$I \cdot 4$ $\ominus$ $\quad$ $I \cdot 6$ $\ominus$

$I \cdot 11$ $\ominus$ $\quad$ $I \cdot 9$

⇒ setze $m = \lambda$

$\Rightarrow -9l + 27\lambda = 0 \Rightarrow l = 3\lambda$

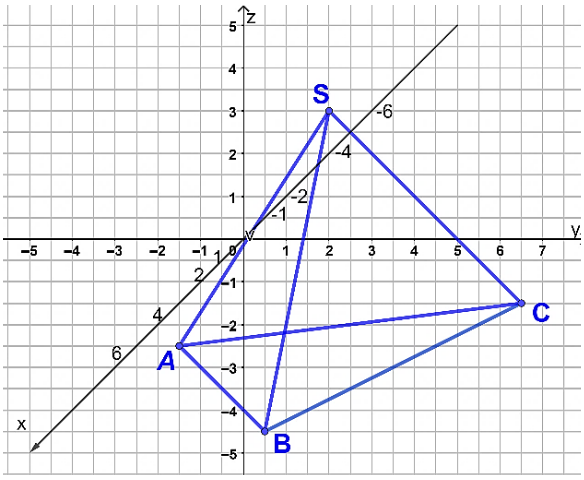
$\Rightarrow k = 2\lambda$

$(k; l; m) = (2\lambda; 3\lambda; \lambda)$

Wir können $(k; l; m) = \lambda \cdot (2; 3; 1)$ auffassen und
$(k; l; m) = (2; 3; 1)$ als eine mögliche Lösung aufschreiben.
Damit sind die Vektoren linear abhängig und liegen in einer Ebene

10 Eine dreiseitige Pyramide hat die Grundfläche ABC mit $A(1|-1|-2)$, $B(5|3|-2)$, $C(-1|6|-2)$ und die Spitze $S(2|3|4)$.
a) Zeichnen Sie die Pyramide.
b) Bestimmen Sie die Spaltenvektoren der Seitenkanten $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ und $\overline{AS}$.
c) M sei der Mittelpunkt der Kante $\overline{AB}$. Wie lautet der Vektor $\overrightarrow{AM}$?

a)

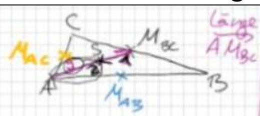
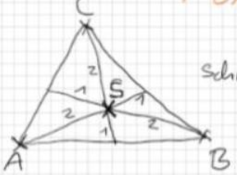


b)

$$\overrightarrow{AB}=\begin{pmatrix}4\\4\\0\end{pmatrix},\quad \overrightarrow{AC}=\begin{pmatrix}-2\\7\\0\end{pmatrix},\quad \overrightarrow{AS}=\begin{pmatrix}1\\4\\6\end{pmatrix}$$

c)

$$\overrightarrow{AM}=\begin{pmatrix}2\\2\\0\end{pmatrix}$$

11	$\lvert\vec{a}\rvert=\sqrt{2^2+1^2+2^2}=3\ \boldsymbol{LE}$
12	$\lvert\overrightarrow{AB}\rvert=\sqrt{(1-4)^2+(-4-7)^2+(5-(-3))^2}\approx 13{,}93\ \boldsymbol{LE}$
13	$\overrightarrow{AB}=\begin{pmatrix}2\\4\\-1\end{pmatrix}$; $\overrightarrow{BC}=\begin{pmatrix}0\\-2\\2\end{pmatrix}$; $\overrightarrow{AC}=\begin{pmatrix}2\\2\\1\end{pmatrix}$ $\lvert\overrightarrow{AB}\rvert=\sqrt{2^2+4^2+(-1)^2}=\sqrt{21}$; $\lvert\overrightarrow{BC}\rvert=\sqrt{8}$; $\lvert\overrightarrow{AC}\rvert=\sqrt{9}=3$ Das Dreieck ist nicht gleichschenklig.
14	 Länge $\overrightarrow{AM_{BC}}$: $\vec{m}_{BC}=\frac{1}{2}(\vec{b}+\vec{c})=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}14\\-8\\10\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}7\\-4\\5\end{pmatrix}$ $M_{BC}(7\mid-4\mid5)$ $\overrightarrow{AM_{BC}}=\begin{pmatrix}3\\-6\\6\end{pmatrix}$ $\quad\lvert\overrightarrow{AM_{BC}}\rvert=\sqrt{3^2+(-6)^2+6^2}=\underline{9\ LE}$ Länge $\overrightarrow{CM_{AB}}$: $\vec{m}_{AB}=\frac{1}{2}(\vec{a}+\vec{b})=\begin{pmatrix}7\\-3\\4\end{pmatrix}$ $M_{AB}(7\mid-3\mid4)$ $\overrightarrow{CM_{AB}}=\begin{pmatrix}3\\-3\\3\end{pmatrix}$ $\quad\lvert\overrightarrow{CM_{AB}}\rvert=\sqrt{3^2+(-3)^2+3^2}\approx\underline{5{,}20\ LE}$ Länge $\overrightarrow{BM_{AC}}$: $\vec{m}_{AC}=\frac{1}{2}(\vec{a}+\vec{c})=\begin{pmatrix}4\\1\\0\end{pmatrix}$ $M_{AC}(4\mid1\mid0)$ $\overrightarrow{BM_{AC}}=\begin{pmatrix}-6\\9\\-9\end{pmatrix}$ $\quad\lvert\overrightarrow{BM_{AC}}\rvert=\sqrt{198}\approx\underline{14{,}07\ LE}$  Schwerpunkt $\lvert\overrightarrow{AS}\rvert=\frac{2}{3}\cdot d=6\ LE$ Der Punkt A hat von S den Abstand 6 LE. $\lvert\overrightarrow{CS}\rvert=\frac{2}{3}\cdot5{,}2$

15	a) $\frac{1}{3}\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$ b) $\frac{1}{5\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 5 \\ 3 \\ -4 \end{pmatrix}$ c) $\frac{1}{\sqrt{106}}\begin{pmatrix} 9 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix}$ d) $\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$
16	a) $\begin{pmatrix} 5 \\ 7 \\ 1{,}5 \end{pmatrix}$ $G'(-12\vert 30{,}5\vert 2)$ b) $d \approx 8{,}73m$
17	a) $\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{BC} = \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$ $d = \sqrt{8}$ jeweils $\overrightarrow{AD} = \begin{pmatrix} -2/3 \\ -2/3 \\ -8/3 \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{BD} = \begin{pmatrix} -8/3 \\ -2/3 \\ -2/3 \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{CD} = \begin{pmatrix} -2/3 \\ -8/3 \\ -2/3 \end{pmatrix}$ $d = \sqrt{8}$, jeweils ✓ Alle Seiten sind gleich lang -> Es handelt sich bei der dreiseitigen Pyramide um einen regelmäßigen Tetraeder. b) Die Oberfläche eines Tetraeders, der vier kongruente, gleichseitige Dreiecke als Seitenflächen hat, berechnet sich aus der Summe der Flächeninhalte dieser vier Dreiecke. Die Formel lautet: $O = \sqrt{3} \cdot a^2$, wobei 'a' die Kantenlänge des Tetraeders ist und hier konkret $\sqrt{8}$. Damit gilt : $O = \sqrt{3} \cdot (\sqrt{8})^2 = 8\sqrt{3}$ Die Oberfläche des Tetraeders beträgt ungefähr 13,85 FE.