Bil-model med eksogen skrotning

Peter Stephensen, DREAM

December 11, 2025

1 Indledning

Her opstilles en model med eksogen skrotning.....

2 Model

Vi betragter mange ens leasing-firmaer. Bilerne er kapitalapparat i disse firmaer (og optræder derfor ikke i husholdningernes formue). Firmaerne lejer bilerne ud til husholdningerne til leasing-prisen $p^L_{a,t}$ hvor a er alder og t er tid.

Et antal nye biler $Q_{0,t}$ købes af leasing-firmaerne primo t til den eksogene nypris P^{new}_t. Bilernes alder er 0 år det første år forbrugerne får glæde af dem - dvs. i periode t. Dette betyder at forbrugerne anvender bilerne med det sammen (der er ikke time-to-build).

På investeringstidspunktet t skal det for hver bil gælde at:

$$P^{\text{new}}_t = \sum_{v=t}^{\infty} \left(p^L_{v-t,v} - c_{v-t,v} \right) S_{v-t} \frac{R_v}{R_t}$$

hvor $c_{a,t}$ er løbende omkostninger og S_a er andelen af en kohorte der stadig kører på vejene ved alder a. Det gælder at

$$S_a = \prod_{s=0}^{a} s_a$$

hvor s_a er den eksogene overlevelsessandsynlighed. Vi antager at $S_0 = 1$ og at der findes A således at $S_a = 0$ for $a > A$. Tilbagediskonteringsfaktoren R_t er defineret ved:

$$R_t = \prod_{v=0}^{t} \frac{1}{1 + r_v}$$

Bestanden af biler følger ligningen:

$$Q_{a,t} = s_a Q_{a-1,t-1} + M_{a,t} - X_{a,t}$$

hvor $M_{a,t}$ er import af brugte biler og $X_{a,t}$ er eksport af brugte biler (beskrives nedenfor).

Værdien af en bil for leasing-firmaet (ny eller brugt) er primo periode t givet ved:

$$P_{a,t} = \sum_{v=t}^{\infty} \left(p^L_{a+v-t,v} - c_{a+v-t,v}\right) S_{a+v-t} \frac{R_v}{R_t} \tag{2.1}$$

Man kan tænke på $P_{a,t}$ som prisen på et brugtbilsmarked mellem leasing-firmaerne. Da alle firmaerne er ens vil der ikke være handel i symmetrisk ligevægt.

Ligningen (2.1) er ikke påvirket af import fordi det antages at en bil købt i udlandet koster det samme som den indenlandske (dette argumenteres der for nedenfor); - dvs. $P_{a,t}$. På samme måde er (2.1) ikke påvirket af eksport fordi det antages at biler solgt på eksportmarkedet koster det samme som på hjemmemarkedet (der er ikke price-to-marked).

Det fremgår af (2.1) at

$$P_{0,t} = P^{\text{new}}_t$$

Ud fra (2.1) kan det vises at:

$$P_{a+1,t+1} = (1 + r_{t+1}) \left(P_{a,t} - \left(p^L_{a,t} - c_{a,t}\right) S_a\right) \tag{2.2}$$

Dette kan også skrives som

$$p^L_{a,t} = c_{a,t} + \frac{r_{t+1} P_{a,t} + \left(P_{a,t} - P_{a+1,t+1}\right)}{(1 + r_{t+1}) S_a}$$

således at leasing-prisen er et klassisk user-cost-koncept.

Det fremgår af (2.1) at $P_{A+1,t} = 0$ idet $S_a = 0$ for $a > A$. Fra (2.2) har vi da at:

$$P_{A,t} = \left(p^L_{A,t} - c_{A,t}\right) S_A$$

Husholdningerne efterspørger et aggregat af biler H_t og andet Z_t :

$$H_t = \mu_H \left(\frac{P^H_t}{P^C_t}\right)^{-E} \frac{Y^H_t}{P^C_t}$$

$$Z_t = \mu_Z \left(\frac{P_t^Z}{P_t^C} \right)^{-E} \frac{Y_t^H}{P_t^C}$$

$$P_t^H H_t + P_t^Z Z_t = Y_t^H$$

hvor Y_t^H er husholdningernes løbende indkomst (vi ser bort fra formue i dette simple eksempel). Efterspørgslen efter biler er givet ved:

$$Q_{a,t} = \gamma_a \left(\frac{p_{a,t}^L}{P_t^H} \right)^{-F} H_t$$

$$P_t^H H_t = \sum_{a=0}^{A} p_{a,t}^L Q_{a,t}$$

En faldende fordelingsparameter γ_a modellerer at husholdningerne foretrækker nye biler.

Vi antager at udenlandske leasing-firmaer efterspørger indenlandske biler i følge Armington-funktionen:

$$X_{a,t} = \overline{X}_{a,t} \left(\frac{P_{a,t}}{\overline{P}_{a,t}^X} \right)^{-E_X}$$

hvor $\overline{P}_{a,t}^X$ er det gennemsnitlige prisniveau på eksportmarkederne og $\overline{X}_{a,t}$ er en proxy for markedsstørrelse.

Hvis de indenlandske leasing-firmaer importerer brugte biler antager vi at prisen $P_{a,t}^M$ er voksende i antallet af importerede biler:

$$P_{a,t}^M = \overline{P}_{a,t}^M \left(\frac{M_{a,t}}{\overline{M}_{a,t}} \right)^{\beta_M}$$

hvor $\overline{P}_{a,t}^M$ er det gennemsnitlige prisniveau på importmarkederne og $\overline{M}_{a,t}$ er en proxy for markedsstørrelse. Dette kan ses som et resultat af søgeadfærd. Så længe $P_{a,t}^M < P_{a,t}$ kan det betale sig at importere flere biler. Vi antager derfor at der importeres så meget at $P_{a,t}^M = P_{a,t}$, eller

$$M_{a,t} = \overline{M}_{a,t} \left(\frac{P_{a,t}}{\overline{P}_{a,t}^M} \right)^{\frac{1}{\beta_M}}$$

3 Samlet model

Antag at modellen er defineret for $t \geq t_0$. Den samlede model ser således ud:

Leasing-firma

$$Q_{a,t} = s_a Q_{a-1,t-1} + M_{a,t} - X_{a,t},\, 0 < a \leq A$$

$$P_{a+1,t+1} = (1 + r_{t+1}) \left(P_{a,t} - \left(p^L_{a,t} - c_{a,t} \right) S_a \right),\, 0 \leq a < A$$

$$P_{0,t} = P_t^{\mathbf{new}}$$

$$P_{A,t} = \left(p^L_{A,t} - c_{A,t} \right) S_A$$

Husholdning

$$H_t = \mu_H \left(\frac{P_t^H}{P_t^C} \right)^{-E} \frac{Y_t^H}{P_t^C}$$

$$Z_t = \mu_Z \left(\frac{P_t^Z}{P_t^C} \right)^{-E} \frac{Y_t^H}{P_t^C}$$

$$P_t^H H_t + P_t^Z Z_t = Y_t^H$$

$$Q_{a,t} = \gamma_a \left(\frac{p^L_{a,t}}{P_t^H} \right)^{-F} H_t$$

$$P_t^H H_t = \sum_{a=0}^{A} p^L_{a,t} Q_{a,t}$$

Udenrigshandel

$$X_{a,t} = \overline{X}_{a,t} \left(\frac{P_{a,t}}{\overline{P}^X_{a,t}} \right)^{-E_X}$$

$$M_{a,t} = \overline{M}_{a,t} \left(\frac{P_{a,t}}{\overline{P}^M_{a,t}} \right)^{\frac{1}{\beta_M}}$$