Wage determination in Smalltown: Modelling the market mechanism

Peter Stephensen, DREAM (Version 0.1)

June 6, 2020

Agentbaseret...

1 Husholdningerne

Husholdningernes centrale opgave i modellen er at udbyde arbejdskraft og modtage løn. Lønnen brugers til at købe varer der typisk er produceret udenfor byen og eventuel opsparing sættes i ikke-lokale aktiver. Husholdningen antages at bestå af en person.

Hvis husholdningen er arbejdsløs igangsættes en søgeproces. Et givent antal tilfældige virksomheder kontaktes. Bland de virksomheder der har ledige stillinger vælges den der tilbyder den højeste løn. Bemærk at husholdningen søger blandt alle virksomheder - ikke kun dem der har ledige stillinger. Dette er en simpel (og ikke helt realistisk) søge-teknologi med flere gode egenskaber. Den er nem at implementere og sandsynligheden for at få et job kommer halt automatisk til at afhænge af hvor mange virksomheder der efterspørger arbejdskraft.

Når husholdningen er beskæftiget vil den også af og til igangsætte en søgeproces. Dette sker med en bestemt lav attention focus sandsynlighed og hvis virksomheden husholdningen er ansat i sætter lønnen ned.

2 Virksomhederne

Den enkelte virksomhed har en S-formet produktionsfunktion, således at der er stigende skalaafkast i starten men aftagende skalaafkast ved høj produktion:

$$Y_{jt} = \begin{cases} \theta_{jt}\left(L_{jt} - L^{\min}\right)^{\alpha} & \text{for } L_{jt} \geq L^{\min} \\ 0 & \text{for } L_{jt} < L^{\min} \end{cases}$$

Dette betyder at den enkelte virksomhed har en optimal størrelse.

Virksomheden sælger til et indternationalt mearked med en eksogene pris pris $\overline{p}_t$ er eksogen. Profitten er derfor givet ved:

$$\pi_{jt} = \overline{p}_t Y_{jt} - w_{jt} L_{jt},$$

hvor w_{jt} er lønnen. Den optimale optimale beskæftigelse er derfor givet ved:

$$\hat{L}_{jt} = L^{\min} + \left(\alpha \frac{\overline{p}_t \theta_{jt}}{w_{jt}} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}}$$

Virksomheden vil producere hvis

$$\hat{\pi}_{jt} = \overline{p}_t \hat{Y}_{jt} - w_{jt} \hat{L}_{jt} \geq 0$$

Dette indebærer at

$$L^{\min} \leq \frac{1-\alpha}{\alpha} \left(\frac{1}{\alpha} \frac{\overline{p}_t \theta_{jt}}{w_{jt}} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}}$$

Det ses at virksomheden vil producere hvis $\overline{p}_t \theta_{jt}$ er stor nok relativt til lønnen w_{jt}, dvs. hvis den får en tilstækkelig høj pris og er tilstrækkelig produktiv.

Vi antager at $log\left(\theta_{jt}\right)$ følger en random walk:

$$log\left(\theta_{jt}\right) = log\left(\theta_{j,t-1}\right) + \varepsilon_{jt}^{\theta}, \, \varepsilon_{jt}^{\theta} \sim N\left(0, \sigma_{\theta}^{2}\right)$$

Virksomhederne må hele tiden reagere på makro-stød til $\overline{p}_t$ og mikro-stød til θ_{jt}. Virksomheden bestemmer selv lønnen w_{jt}. Vi antager at virksomheden forstår at hvis den sætter lønne lavere end gennemsnitslønnen vil den miste medarbejdre og hvis den sætter lønnen højere end gennemsnitslønnen vil den få flere ansøgninger.

Vi antager at virksomheden har et estimat for gennemsnitslønnen $\overline{w}_t$. Dette er en central social antagelse om at der flyder aggregeret data fra markedet til den enkelte agent. Man kan forestille sig at virksomheden selv samler data for at estimere $\overline{w}_t$ eller at der er en central instans der står for estimatet. Vi antager det sidste.

Virksomheden kan beregne sin optimale beskæftigelse hvis den betaler gennemsnitslønnen:

$$\overline{L}_{jt} = L^{\min} + \left(\alpha \frac{\overline{p}_t \theta_{jt}}{\overline{w}_t} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}}$$

og beregne den hertil svarende profit $\overline{\pi}_t$. Hvis $\overline{\pi}_t \geq 0$ betyder det at virksomheden er tilstrækkelig produktiv til at agere på det aktuelle marked. Hvis $\overline{\pi}_t < 0$ er virksomheden tvunget til at fyre medarbejdere eller sætte lønnen lavere end gennemsnittet, og således gradvist miste sine medarbejdere.

Virksomheden har en dynamisk budgetrestriktion:

$$V_{jt} = (1 + r_t) V_{j,t-1} + s_{jt}, \, V_{j0} = 0$$

hvor s_{jt} er virksomhedens opsparing og V_{jt} er reserver. Virksomheden starter uden reserver men har en kredit-grænse $C^{\text{limit}} < 0$. Hvis $V_{jt} < C^{\text{limit}}$ går virksomheden fallit. Når virksomheden går fallit forsvinder den og alle medarbejdere fyres.

Virksomheden vælger sin opsparing ud fra en buffer-stock-tankegang:

$$s_{jt} = \begin{cases} \pi_{jt} & \text{for } \pi_{jt} < 0 \\ \min\left\{ \pi_{jt}, \gamma\left(V_{jt}^{*} - V_{j,t-1} \right) - r_t V_{j,t-1} \right\} & \text{for } \pi_{jt} \geq 0 \end{cases} \tag{1}$$

hvor

$$V_{jt}^{*} \equiv \zeta w_{jt} L_{jt} \tag{2}$$

Virksomheden ønsker at opbygge reserver svarende til (2). Virksomheden ønsker at kunne betale lønninger i ζ perioder uden indtægter. Hvis profitten er negativ gælder det at $s_{jt} = \pi_{jt}$. Virksomheden har ikke anden mulighed end at tære på sine reserver. Hvis profitten er positiv, men ikke stor nok til at tilfredsstille buffer-stock-reglen ($\pi_{jt} < \gamma \left(V_{jt}^{*} - V_{j,t-1} \right) - r_t V_{j,t-1}$) opspares hele profitten. Hvis profitten er højere end hvad der kræves af buffer-stock-regelen, trækkes der ren profit ud af virksomheden, svarende til

$$d_{jt} = \pi_{jt} - \gamma \left(V_{jt}^{*} - V_{j,t-1} \right) + r_t V_{j,t-1}$$

Det er vist i appendiks A at (1) rent faktisk er en buffer-stock-mekanisme.

Vi antager at virksomheden vælger løn w_{jt} og ønsket beskæftigelse $\hat{L}_{jt}$ ved at løse følgende ikke-lineære system:

$$\hat{L}_{jt} = L^{\min} + \left(\alpha \frac{\overline{p}_t \theta_{jt}}{w_{jt}} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}} \tag{3}$$

$$w_{jt} = \overline{w}_t \left(\frac{\hat{L}_{jt}}{L_{j,t-1}} \right)^{E} \tag{4}$$

Den første ligning bestemmer den optimale beskæftigelse givet lønnen w_{jt}. Den anden ligning bestemmer virksomhedens lønfastsættelse. Hvis $\hat{L}_{jt} > L_{j,t-1}$ ønsker virksomheden at tiltrække nye medarbejdere. Den sætter derfor lønnen højere end gennemsnitslønnen $\overline{w}_t$. Hvis omvendt $\hat{L}_{jt} < L_{j,t-1}$ sætter virksomheden en løn lavere end gennemsnittet. Værdien af E bestemmer hvor kraftig virksomhedens lønreaktion er. Det er oplagt at lade denne parameter være bestemt af fælles erfaringer.

Hvis $E < 1$ kan man løse systemet (3)-(4) ved en iterativ proces. Føste sætte man $w_{jt} = \overline{w}_t$. Herefter beregnes $\hat{L}_{jt}$ fra (3). Denne indsættes i (4) hvorved w_{jt} beregnes. Denne indsættes i (3) osv. osv. Systemet konvergerer meget hurtigt.

Hvis $\hat{L}_{jt} > L_{j,t-1}$ slåes $V_{jt} = \hat{L}_{jt} - L_{j,t-1}$ stillinger op. Hvis $\hat{L}_{jt} < L_{j,t-1}$ fyres $F_{jt} = \varphi \left(L_{j,t-1} - \hat{L}_{jt} \right)$. Bemærk at $\varphi < 1$ muliggør at ikke alle fyres. Denne parameter bestemmes ligesom E ud fra erfaringer der deles mellem virksomhederne.

Appendix A

Suppose a firm has the budget constraint:

$$V_t = (1 + r_t) V_{t-1} + s_t \tag{5}$$

We want to specify the savings s_t so that the reserves V_t converge against a given buffer stock V^*. We would like to choose s_t so that

$$V_t - V^* = \gamma (V_{t-1} - V^*), \gamma < 1, \tag{6}$$

as this obviously leads to convergence. We can rewrite (6) to:

$$V_t = (1 + r_t) V_{t-1} + [\gamma (V_{t-1} - V^*) + V^* - (1 + r_t) V_{t-1}]$$

such that from (5):

$$\begin{aligned} s_t &= \gamma (V_{t-1} - V^*) + V^* - (1 + r_t) V_{t-1} \\ &= (1 - \gamma)(V^* - V_{t-1}) - r_t V_{t-1} \\ &= \phi (V^* - V_{t-1}) - r_t V_{t-1} \end{aligned}$$

where

$$\phi = 1 - \gamma < 1$$