矩阵特征值计算 实验报告

计 76 陈之杨 2017011377

Ex. 5.1

题目大意

使用幂法求给定矩阵按模最大的特征值及对应的特征向量。

结果分析

代码见 `ex5_1.m`。

使用幂法进行迭代，直至满足判停准则为止。此时的特征值与迭代向量即为待求矩阵的特征值与特征向量。

矩阵 $\boldsymbol{A}$ 的主特征值为 12.2453，对应特征向量为 $[0.6740, -1.0000, 0.8896]^T$。

矩阵 $\boldsymbol{B}$ 的主特征值为 98.5217，对应的特征向量为 $[-0.6040, 1.0000, -0.2511, 0.1490]^T$。

Ex. 5.3

题目大意

对矩阵

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.5 & 0.5 & 0.5 \\ 0.5 & 0.5 & -0.5 & -0.5 \\ 0.5 & -0.5 & 0.5 & -0.5 \\ 0.5 & -0.5 & -0.5 & 0.5 \end{bmatrix}$$

运行基本的 QR 算法，观察矩阵序列收敛的情况。

结果分析

代码见 `ex5_3.m` 和 `qr_dec.m`。其中 `qr_dec.m` 实现了矩阵的 QR 分解。

运行代码后可以发现，程序进入死循环，且每次迭代矩阵 $\boldsymbol{A}$ 不变。容易发现由于 $\boldsymbol{A}$ 是正交矩阵，其 QR 分解恰为 $\boldsymbol{AI}$ 的形式，故每次迭代结果不变。

Ex. 5.4

题目大意

使用带原点位移的 QR 算法计算矩阵 $\boldsymbol{A}$ 的特征值。

结果分析

代码见 `ex5_4.m` 和 `qr_dec.m`。其中 `qr_dec.m` 实现了矩阵的 QR 分解。

矩阵很快收敛为对角阵，得到 $\boldsymbol{A}$ 的特征值为 $-1, 1, 1, 1$。加入原点位移后避免了 5.3 中死循环的情况。