

Binarias Eclipsantes

Pedro Villegas – pedrovillegas@gmail.com

Sistemas Estelares (2021) – Práctica 02
Facultad de Cs. Astronómicas y Geofísicas – UNLP
Profesoras: Lilia Bassino, Claudia Scóccola
JTP: Gabriel Ferrero
AD: Lucía Rizzo
AA: Tomás Ansín

Última modificación: 26 de noviembre de 2021

Ejercicios:

Ejercicio 1.

Estime los parámetros físicos fotométricos (i , r_g y r_s) del sistema binario (tipo Algol) V501 Mon. Para ello, siga los pasos indicados a continuación, utilice los datos y los resultados de la Práctica nro. 1 y considere la siguiente información:

Brillo máximo del sistema: $m_0 = 12.320 \pm 0.014$ mag

Tipo de eclipses: totales

- Descargue del Classroom el archivo `V501Mon_fot.dat`, que contiene la tabla con los datos de la curva de luz.¹ Las fases ϕ de los datos están calculadas adoptando $\phi = 0$ en el punto medio del mínimo principal ($T_{\min I} = 2453401.65013 \pm 0.00044$). Las magnitudes fueron medidas en el filtro V. Consideramos que tienen un error típico ~ 0.005 mag. Transforme los brillos a intensidades, tomando como unidad el brillo máximo. Represente gráficamente la intensidad en función de la fase. Identifique el eclipse primario y el secundario.
- Obtenga el cociente de los radios de las componentes del sistema, $k = r_s/r_g$, utilizando las intensidades en los mínimos de los eclipses y las fases de los contactos (vea el documento `TP_bineclip_teoría.pdf` que se encuentra en el Classroom).
- Estime los valores de la inclinación i de la órbita y el radio r_g de la estrella primaria. Para eso, elija primero un conjunto de datos fotométricos entre el tercer y el cuarto contacto del eclipse principal² ($\phi_3 < \phi < \phi_4$). Después, calcule el área ocultada α para cada uno de esos puntos. Luego, usando el programa `drg.f` calcule el cociente δ/r_g para cada valor de α . Por otra parte, calcule la fase orbital en radianes $\theta = 2\pi\phi$ para los mismos puntos. Por último, realice un ajuste lineal a los puntos del gráfico $(\delta/r_g)^2$ en función de $(\sin \theta)^2$.

Ejercicio 2.

Con la información obtenida en el ejercicio 1 y los resultados de la Práctica nro. 1:

- obtenga las masas absolutas de cada componente y las dimensiones lineales del sistema y de cada componente (expresándolas en unidades adecuadas). Discuta sus resultados y compárelos con los de [Torres et al. \(2015\)](#)³;
- dibuje un diagrama del sistema a escala en el momento del paso por el periastro, visto desde la dirección polar, mostrando la órbita relativa de la componente secundaria.

Ejercicio 3.

Clasifique las curvas de luz A, B y C de la página siguiente, comparándolas con las curvas prototipo de binarias eclipsantes tipo β Persei (Algol), β Lyrae y W Ursae Majoris⁴. Explique en cada caso qué criterio utilizó para clasificarlas.

¹Datos tomados de [Photometry and spectroscopy of V501 Mon \(Torres+,2015\)](#)

²Utilice la zona de la curva de la luz que más se asemeja a una recta.

³Es necesario calcular las diferencias absolutas y relativas entre los resultados para cada parámetro.

⁴Prototipos y curvas de luz A y B tomadas del catálogo [Machine-learned ASAS Classification Catalog \(MACC\)](#). Curva C de [Ferrero, Gamen, Baume et al. \(BAAA, 2017, vol. 59, 1\)](#)

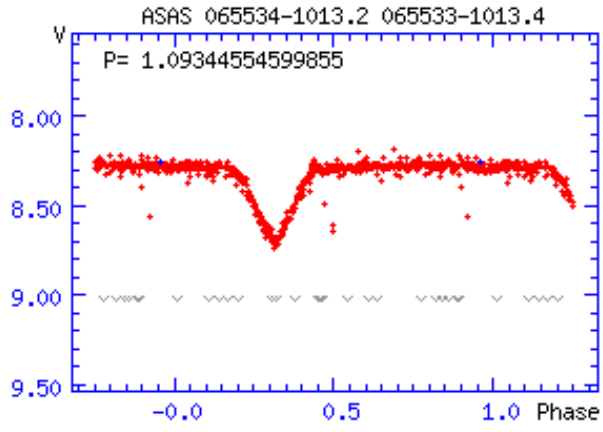


Figura 1: Prototipo β Per

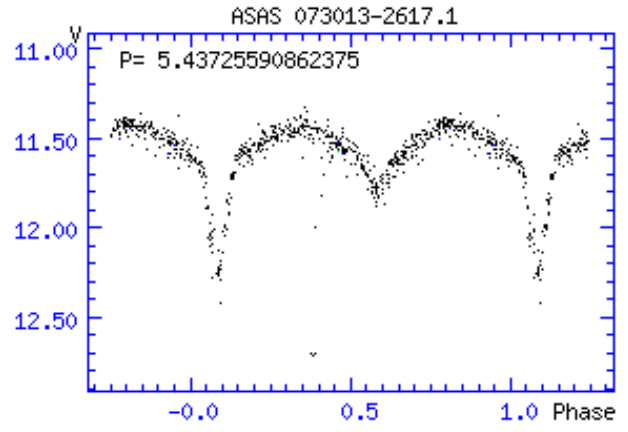


Figura 2: Curva de luz A

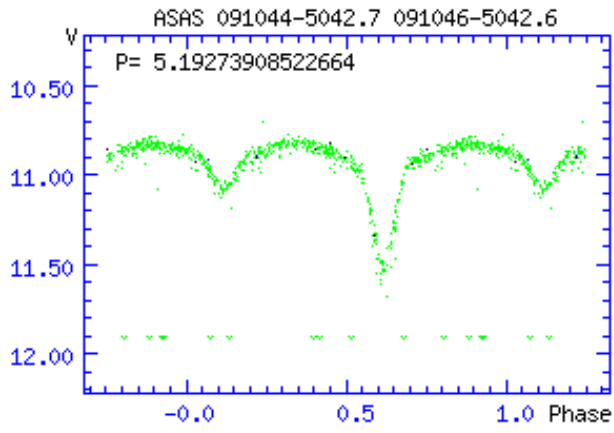


Figura 3: Prototipo β Lyr

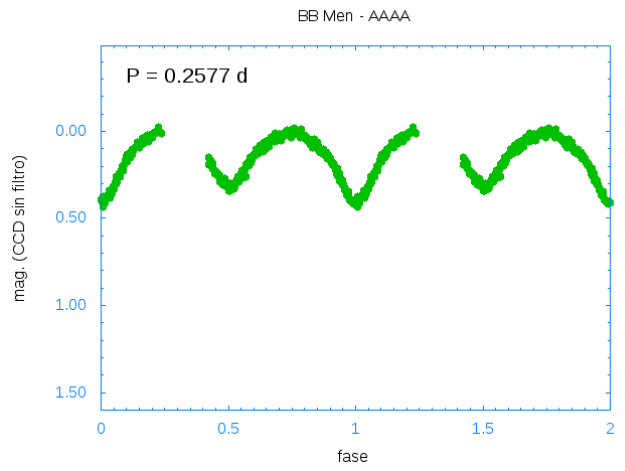


Figura 4: Curva de luz B

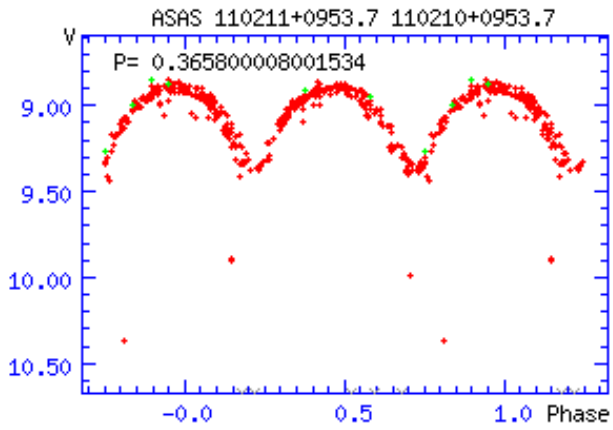


Figura 5: Prototipo W UMa

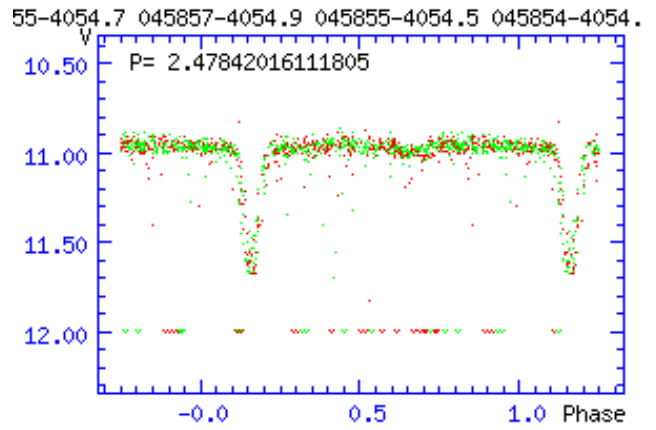


Figura 6: Curva de luz C

Respuesta 1.

- a) En el archivo V501Mon_fot.dat podemos encontrar la curva de luz del sistema V501Mon como magnitudes aparentes en el filtro V respecto de la fase. A partir de la Ley de Pogson, podemos convertir este brillo a intensidad, según:

$$I = 10^{-(m-m_0)/2.5} \quad (1)$$

Donde tomamos $m_0 = 12.320 \pm 0.014$ mag tal como indica el enunciado, y que corresponderá a la intensidad máxima a la cual por convención la tomaremos como unidad. Realizando esta conversión a los datos fotométricos obtenemos la curva de luz presente en la figura 1:

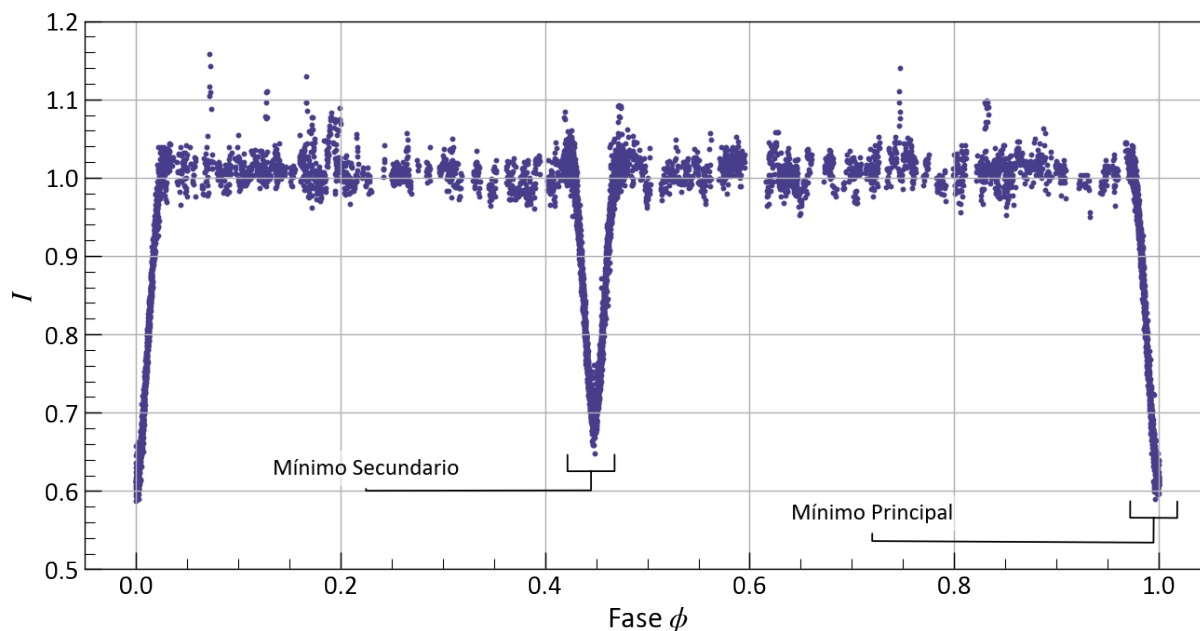


Figura 1: Curva de luz del sistema V501Mon.

Donde los mínimos principal y secundario corresponden a los eclipses principal (o tránsito de la componente secundaria) y secundario (u ocultación de la componente secundaria) respectivamente.

- b) Para calcular el cociente de los radios de las componentes $k = r_s/r_g$ utilizaremos dos métodos, explicados en el apunte teórico de esta práctica. Los resultados indican que, utilizando las intensidades en los mínimos de los eclipses primario y secundario, I_1 e I_2 , el cociente de radios podrá obtenerse utilizando la siguiente relación:

$$k = \sqrt{\frac{1 - I_1}{I_2}} \quad (2)$$

Mientras tanto, utilizando las fases de los contactos de las componentes durante el eclipse primario (representados en la figura 2 del apunte), se tiene que el cociente de radios podrá obtenerse mediante:

$$k = \frac{\phi_1 - \phi_2 + \phi_3 - \phi_4}{\phi_1 + \phi_2 - \phi_3 - \phi_4} \quad (3)$$

Utilizando la relación 2 y habiendo aproximado visualmente desde el gráfico los valores de I_1 e I_2 como:

$$I_1 = 0.5877 \quad I_2 = 0.6480 \quad (4)$$

Obtenemos:

$$k = \sqrt{\frac{1 - 0.5877}{0.6480}} = 0.7975 \quad (5)$$

Ahora, si utilizamos la relación 3 y las aproximaciones gráficas a las fases de los contactos:

$$\phi_1 = 0.9750 \quad \phi_2 = 0.9971 \quad \phi_3 = 1.0023 \quad \phi_4 = 1.0244 \quad (6)$$

Obtenemos:

$$k = \frac{0.9750 - 0.9971 + 1.0023 - 1.0244}{0.9750 + 0.9971 - 1.0023 - 1.0244} = 0.8095 \quad (7)$$

Podemos notar que los valores obtenidos son aproximados entre sí, por lo que nos encontramos con cierta coherencia entre ambos métodos a pesar de haber utilizado aproximaciones a los datos hechas completamente a ojo (y con ayuda del graficador). A partir de ahora tomaremos el valor del cociente de radios como el promedio entre los obtenidos. Así,

$$k = \frac{0.7975 + 0.8095}{2} = 0.8035 \quad (8)$$

- c) Para obtener los valores de la inclinación de la órbita y el radio de la componente primaria seguiremos el procedimiento indicado aquí en el enunciado, según las consideraciones dadas en el apunte teórico. Tomando los datos fotométricos de la figura 1 realizamos un recorte de forma tal que nos quedemos con las mediciones entre el tercer y cuarto contacto del eclipse principal, tal como muestra la figura 2:

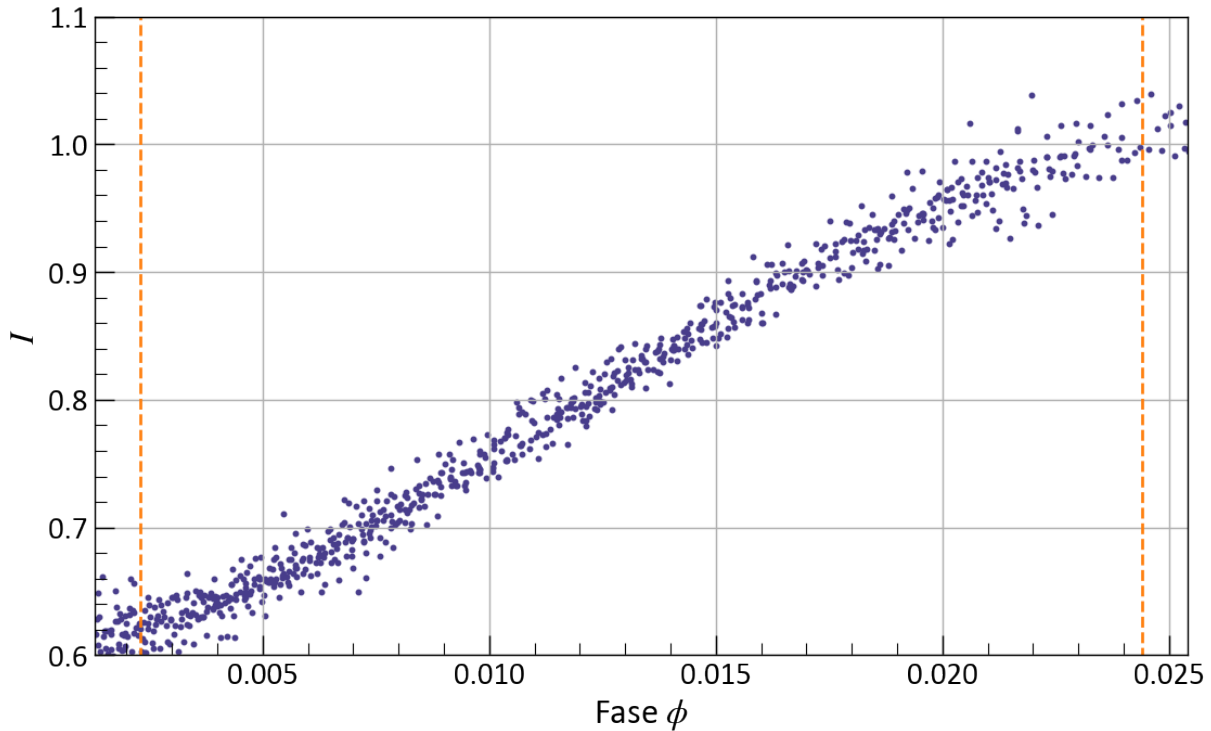


Figura 2: Datos fotométricos entre el tercer y cuarto contacto del eclipse principal. Las rectas verticales representan los contactos ϕ_3 y ϕ_4 , aproximados visualmente utilizando herramientas gráficas.

Con estos valores procederemos a calcular el área ocultada en cada instante de observación, utilizando la relación

$$\alpha_i = \frac{1 - I_i}{1 - I_1} \quad (9)$$

Teniendo en cuenta que aquí la unidad de área será el área total de la componente secundaria. Con este conjunto de valores y el cociente de radios k podremos ejecutar el programa `drq.f` para obtener el cociente δ/r_g de cada instante. Este cociente representa la distancia proyectada entre los centros de las componentes respecto del radio de la componente principal. Por último, reemplazando la fase ϕ por la fase orbital angular $\theta = 2\pi\phi$ podremos graficar $(\delta/r_g)^2$ vs $\sin^2 \theta$, que deberán cumplir con la siguiente relación:

$$\left(\frac{\delta}{r_g}\right)^2 = \frac{\cos^2 i}{r_g^2} + \frac{\sin^2 i}{r_g^2} \sin^2 \theta \quad (10)$$

Notemos aquí que los términos $\cos^2(i)/r_g^2$ y $\sin^2(i)/r_g^2$ son invariables en el tiempo, por lo que realizaremos un ajuste lineal a este conjunto de datos tal como se muestra en la figura 3. Los valores obtenidos para estos coeficientes fueron:

$$A = \frac{\cos^2 i}{r_g^2} = 0.048 \quad B = \frac{\sin^2 i}{r_g^2} = 130.78 \quad (11)$$

De donde podemos obtener una estimación para la inclinación i de la órbita y el radio de la componente principal r_g de la siguiente manera:

$$r_g = a \sqrt{\frac{1}{A + B}} = 1371659.58 \text{ [km]} = 0.009144 \text{ [UA]} \quad i = \sqrt{\frac{B}{A}} = 1.5514 \text{ [rad]} = 88.88^\circ \quad (12)$$

Cabe aclarar que el valor del semieje mayor de la órbita relativa (que para los cálculos realizados hasta aquí fue nuestra unidad de longitud) lo hemos obtenido a partir de los resultados de la práctica anterior para las cotas $a_1 \sin i$ y $a_2 \sin i$ de los semiejes mayores de las órbitas absolutas de ambas componentes:

$$a = a_1 + a_2 = \frac{a_1 \sin i + a_2 \sin i}{\sin i} = \frac{7377615.78 \text{ [km]} + 8308625.23 \text{ [km]}}{\sin 88.88^\circ} = 15689162.5 \text{ [km]} = 0.1046 \text{ [UA]} \quad (13)$$

A partir de r_g y k también podemos obtener el radio de la componente secundaria:

$$r_s = k r_g = 0.8035 \cdot 1371659.58 \text{ [km]} = 1102209.56 \text{ [km]} = 0.007348 \text{ [UA]} \quad (14)$$

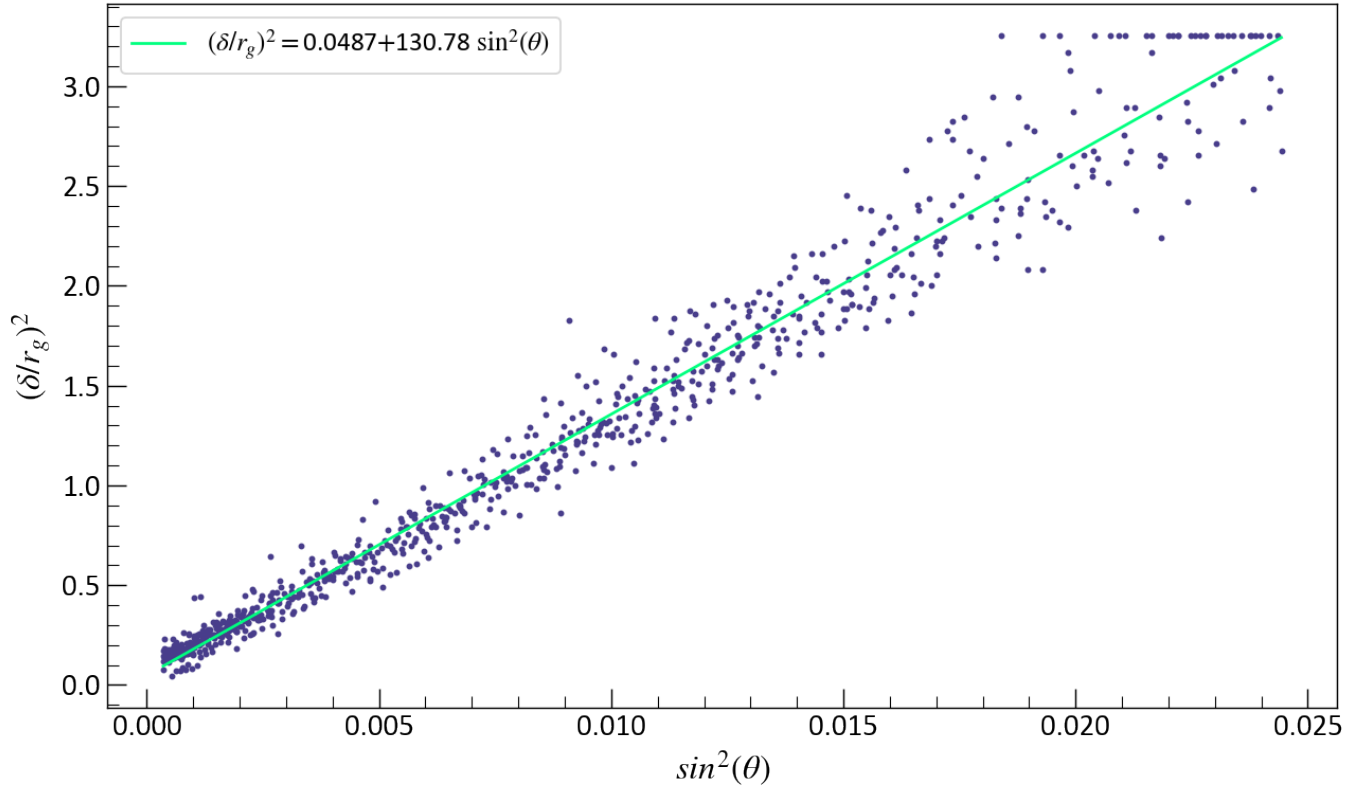


Figura 3: Valores calculados de $(\delta/r_g)^2$ vs $\sin^2 \theta$ para el conjunto de datos fotométricos iniciales entre los contactos ϕ_3 y ϕ_4 y recta que ajusta a estos.

□

Respuesta 2.

a) Recordando los resultados de la Práctica nro. 1:

$$\begin{array}{llll} \gamma = -6.9 \pm 0.17 \text{ [km/s]} & K_1 = 77.08 \text{ [km/s]} & a_1 \sin i = 7377615.78 \text{ [km]} & \mathfrak{M}_1 \sin^3 i = 1.6502 \mathfrak{M}_\odot \\ e = 0.132 & K_2 = 86.81 \text{ [km/s]} & a_2 \sin i = 8308625.23 \text{ [km]} & \mathfrak{M}_2 \sin^3 i = 1.4653 \mathfrak{M}_\odot \end{array}$$

Procederemos a calcular las masas absolutas de las componentes y las dimensiones lineales del sistema, aprovechando que ahora sabemos que se trata de un sistema eclipsante y pudimos obtener la inclinación. Recordemos, el semieje mayor relativo (y en el proceso los absolutos) ya ha sido calculado, y a partir del mismo podemos saber el semieje menor b y la distancia focal c :

$$a = a_1 + a_2 = 15689162.5 \text{ [km]} = 0.1046 \text{ [UA]} \quad (15)$$

$$b = a \sqrt{1 - e^2} = 15551714 \text{ [km]} = 0.1036 \text{ [UA]} \quad (16)$$

$$c = \sqrt{a^2 - b^2} = 2072196 \text{ [km]} = 0.0138 \text{ [UA]} \quad (17)$$

Los radios de las estrellas también fueron obtenidos en 12 y 14:

$$r_g = 1371659.58 \text{ [km]} = 0.009144 \text{ [UA]} \quad (18)$$

$$r_s = 1102209.56 \text{ [km]} = 0.007348 \text{ [UA]} \quad (19)$$

Y por último las masas las calcularemos a partir de los datos de la práctica 1:

$$\mathfrak{M}_1 = \frac{\mathfrak{M}_1 \sin^3 i}{\sin^3 i} = \frac{1.6502 \mathfrak{M}_\odot}{\sin^3 i} = 1.6511 \mathfrak{M}_\odot \quad (20)$$

$$\mathfrak{M}_2 = \frac{\mathfrak{M}_2 \sin^3 i}{\sin^3 i} = \frac{1.4653 \mathfrak{M}_\odot}{\sin^3 i} = 1.4661 \mathfrak{M}_\odot \quad (21)$$

Comparemos ahora nuestros resultados con los de [Torres et al. \(2015\)](#):

Parámetro	Valor obtenido	Valor (Torres et al.)	Dif. absoluta	Dif. relativa
$k = r_s/r_g$	0.8035	0.843 ± 0.027	0.039	-0.039
$r_g (R_\odot)$	1.969	1.888 ± 0.029	0.81	0.81
$r_s (R_\odot)$	1.582	1.592 ± 0.028	0.01	-0.01
$a (R_\odot)$	22.530	22.4944^*	0.035	0.035
$i \text{ (deg)}$	88.88	88.022 ± 0.076	0.858	0.858
$\mathfrak{M}_1 (M_\odot)$	1.6511	1.6455 ± 0.0043	5.6×10^{-3}	5.6×10^{-3}
$\mathfrak{M}_2 (M_\odot)$	1.4661	1.4588 ± 0.0025	7.3×10^{-3}	7.3×10^{-3}

Tabla 1: Comparación de los datos de V501 Mon obtenidos en este trabajo con los de Torres et al. Se considera el radio solar como $R_\odot = 696340 \text{ [km]}$.

*El valor para el semieje relativo no aparece como tal en el paper, pero fue calculado a partir de los valores $a \sin i$ e i .

Si bien existen diferencias entre los valores obtenidos aquí y los obtenidos por Torres et al. éstas no son exageradas sino bien esperables, debido a la meticulosidad que habrá de existir en sus procedimientos y el manejo de cálculos apropiado para obtenerlos. Por lo tanto considero adecuados los valores obtenidos en este trabajo.

- b) En la figura 4 podemos observar un diagrama del sistema binario V501 Mon a escala, en el momento del paso por el periastro de la órbita relativa visto desde la dirección polar.

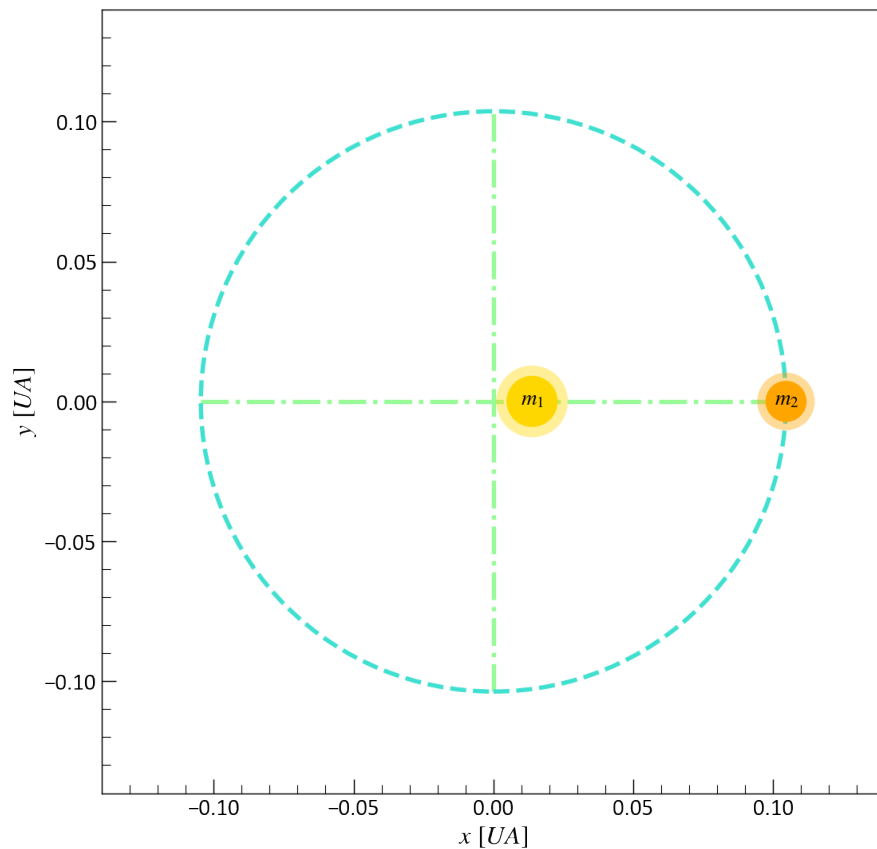


Figura 4: Dibujo a escala del sistema binario V501 Mon.

Respuesta 3.

Para clasificar las curvas de luz A, B y C de la página 2 las compararemos con las figuras 1, 3 y 5 de la misma página. La curva de luz A posee características muy similares a la figura 3, el prototipo β Lyr, puesto que ambas poseen un eclipse primario muy pronunciado, pero un secundario también diferenciable.

Por otro lado, la curva de luz B es más similar a la de la figura 5, prototipo W UMa. Su período es menor a un día (al igual que las eclipsantes de esta clase) y tienen eclipses primario y secundario prácticamente indistinguibles a simple vista.

Por último, la curva de luz C parece ser más similar al prototipo de β Persei, dado que a pesar de tener un eclipse primario pronunciado, no es posible distinguir el secundario del brillo normal -o bien máximo- del sistema. □