

Cúmulos Abiertos

Pedro Villegas – pedrogvillegas@gmail.com

Sistemas Estelares (2021) – Práctica 03
Facultad de Cs. Astronómicas y Geofísicas – UNLP
Profesoras: Lilia Bassino, Claudia Scóccola
JTP: Gabriel Ferrero
AD: Lucía Rizzo
AA: Tomás Ansín

Última modificación: 7 de diciembre de 2021

Ejercicios:

Distancia a un cúmulo abierto

Ejercicio 1.

Descargue del Classroom los datos fotométricos y espectroscópicos del cúmulo abierto NGC 2516 ([Sung et al. 2002](#)). Utilizando esos datos, haga lo siguiente:

- a) Grafique los diagramas $(B - V, V)$, $(U - B, V)$ y $(B - V, U - B)$. Señale los límites aproximados que contienen a las estrellas de la secuencia principal del cúmulo en los diagramas color-magnitud.
- b) Estime el exceso de color del cúmulo de las siguientes dos maneras independientes:
 - I) Calcule los excesos de color individuales para las estrellas con tipos espectrales conocidos, usando los colores intrínsecos de la calibración de la secuencia principal de Schmidt-Kaler (tomados de *Allen's Astrophysical Quantities*¹). La tabla se puede descargar del Classroom. Luego promedie los excesos de color de esas estrellas para obtener una primera estimación del exceso de color del cúmulo.
 - II) Calcule los excesos de color individuales fotométricamente sólo para las estrellas más tempranas que A0V, identificándolas a partir del diagrama color-color del ejercicio a). Luego promedie los excesos de color de esas estrellas para obtener una segunda estimación del exceso de color del cúmulo.
- c) Asuma como exceso de color del cúmulo el valor promedio de los excesos obtenidos en los ejercicios I) y II). Luego, admitiendo que la relación entre absorción total y selectiva sea $R_V = A_V/E(B - V) = 3.1$, vuelva a graficar los diagramas del ejercicio a), pero ahora considerando las cantidades corregidas por extinción.
- d) Estime el módulo de distancia al cúmulo y su error de dos maneras:
 - I) Usando la secuencia principal de edad cero (ZAMS) de Schmidt-Kaler (descargar del Classroom). Compare con la estimación de Sung et al. (2002). ¿Cómo y cuánto podría afectar a su estimación la presencia de estrellas binarias?
 - II) Utilizando las magnitudes absolutas calibradas para los tipos espectrales MK (otra vez con la calibración de Schmidt-Kaler para la secuencia principal). Compare con el valor obtenido en el punto anterior.

Función de luminosidad y función de masa

Ejercicio 2.

Integre la función de masa de Salpeter entre un límite inferior \mathcal{M}_l y un límite superior $\mathcal{M}_u \gg \mathcal{M}_l$ con el fin de hallar:

- el número de estrellas formadas en un volumen V ,
- su masa total y
- su luminosidad total.

¹*Allen's Astrophysical Quantities*, Arthur N. Cox Editor, 4th. ed., Los Alamos, 1999, Tabla 15.7, p. 388.

Muestre que el número de estrellas y la masa total dependen principalmente de la masa \mathcal{M}_l , correspondiente a las estrellas de baja masa, mientras que la luminosidad depende sobre todo de \mathcal{M}_u , correspondiente a las estrellas de alta masa.

Tomando $\mathcal{M}_l = 0.3 M_{\odot}$ y $\mathcal{M}_u \gg 8 M_{\odot}$, ¿qué fracción de todas las estrellas corresponde a estrellas de masa $\mathcal{M} > 8 M_{\odot}$? (Exprese la fracción como un porcentaje.) ¿Qué fracción corresponde a $\mathcal{M} > 1 M_{\odot}$? Calcule también la fracción de la masa total en uno y otro caso.

Suponiendo además que sea $\mathcal{M}_u = 50 M_{\odot}$ ¿qué porcentaje de la luminosidad total es debida a las estrellas de masa $\mathcal{M} > 8 M_{\odot}$?

En este último caso utilice la relación de masa – luminosidad

$$\frac{\mathcal{L}}{\mathcal{L}_{\odot}} \propto \left(\frac{\mathcal{M}}{M_{\odot}} \right)^{\alpha} \text{ con } \alpha = 2.2 \quad (1)$$

Respuesta 1.

- a) A partir de los datos fotométricos del cúmulo abierto NGC 2516 de [Sung et al. 2002](#), hemos graficado los diagramas color-magnitud y color-color de este cúmulo, como podemos ver en las figuras 1 y 2.

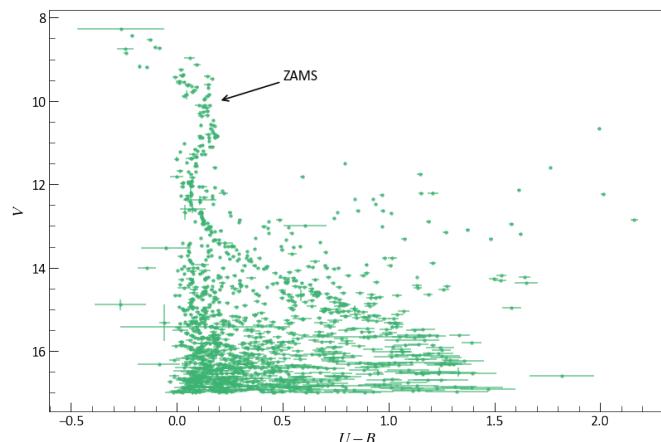
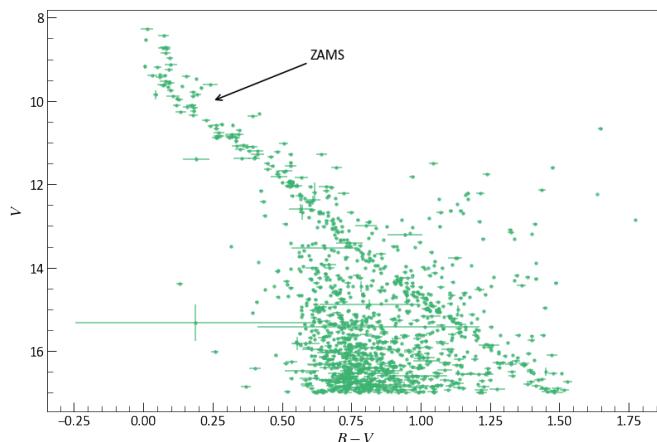


Figura 1: Diagramas Color-Magnitud del cúmulo NGC 2516. Las flechas señalan la parte superior de la secuencia principal del cúmulo, que puede observarse cómo desciende hacia la región inferior derecha de los gráficos.

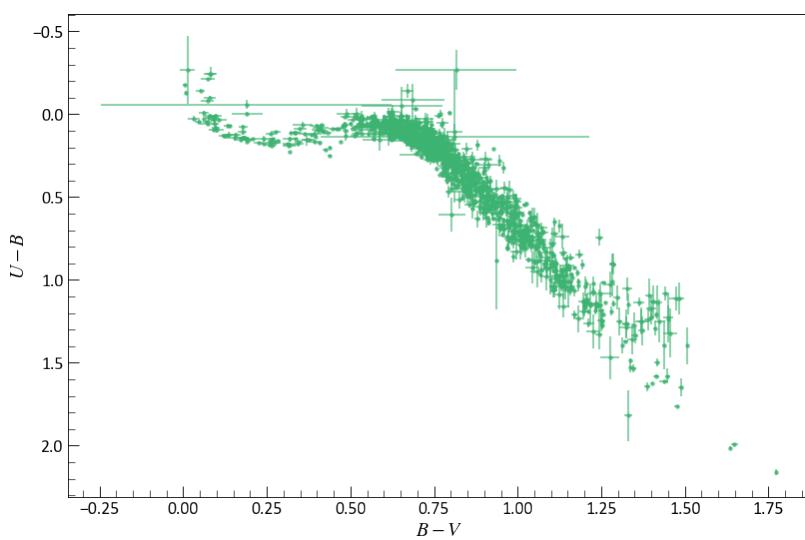


Figura 2: Diagrama color-color de las estrellas del cúmulo NGC 2516.

En los diagramas Color-Magnitud he señalado la región superior de la ZAMS (Zero Age Main Sequence, la secuencia principal), que desciende de forma casi recta en el izquierdo y de forma más bien curva en el derecho, hacia la región inferior derecha de los diagramas.

b) Llevaremos a cabo dos métodos para obtener una estimación del exceso de color del cúmulo.

- I) En el primer método compararemos las estrellas de NGC 2516 con tipos espectrales conocidos y de secuencia principal (véase tabla 1), con la calibración de Schmidt-Kaler de la secuencia principal (tabla 2). Para ello filtraremos los datos fotométricos del cúmulo tal que presenten tipopectral y sean de clase de luminosidad V, y compararemos con la calibración S-K.

Vmag	B - V	U - B	e_V	e_{BV}	e_{UB}	TE	Vmag	B - V	U - B	e_V	e_{BV}	e_{UB}	TE
10.365	0.394	0.117	0.011	0.019	0.016	F0V	9.375	0.060	0.030	0.002	0.002	0.005	A1V
9.242	0.091	0.020	0.014	0.015	0.014	B9V	9.394	0.076	0.024	0.009	0.011	0.014	A1V
8.712	0.079	-0.102	0.018	0.019	0.007	B9V	9.665	0.090	0.092	0.024	0.006	0.012	A1V
8.529	0.009	-0.128	0.027	0.001	0.012	B9V	9.411	0.155	0.145	0.012	0.016	0.015	A1V
10.573	0.322	0.114	0.022	0.003	0.006	A8V	9.794	0.179	0.074	0.009	0.013	0.011	A1V
10.838	0.277	0.108	0.008	0.014	0.011	A8V	9.936	0.123	0.132	0.033	0.006	0.002	A1V
10.877	0.266	0.150	0.049	0.011	0.008	A8V	10.259	0.135	0.125	0.014	0.019	0.021	A1V
10.804	0.318	0.149	0.019	0.022	0.015	A7V	9.650	0.139	0.069	0.002	0.005	0.002	A0V
10.604	0.241	0.179	0.001	0.010	0.001	A3V	9.419	0.060	-0.007	0.014	0.015	0.013	A0V
10.348	0.180	0.144	0.013	0.016	0.011	A3V	9.127	0.099	0.094	0.018	0.023	0.018	A0V
10.552	0.282	0.159	0.024	0.008	0.005	A3V	9.395	0.031	0.025	0.013	0.018	0.014	A0V
10.167	0.183	0.141	0.010	0.014	0.013	A2V	9.632	0.071	0.048	0.010	0.013	0.011	A0V
10.148	0.157	0.126	0.011	0.014	0.014	A2V	8.960	0.095	0.060	0.009	0.011	0.024	A0V
9.841	0.195	0.153	0.009	0.013	0.009	A2V	9.738	0.098	0.083	0.031	0.012	0.013	A0V
9.684	0.208	0.149	0.029	0.005	0.007	A2V	9.607	0.073	0.055	0.016	0.023	0.016	A0V
9.611	0.242	0.147	0.022	0.027	0.017	A2V	9.559	0.096	0.010	0.011	0.018	0.015	A0V
9.957	0.129	0.128	0.012	0.014	0.008	A1V	9.528	0.079	0.010	0.016	0.021	0.015	A0V
9.891	0.179	0.144	0.007	0.010	0.012	A1V	9.888	0.106	0.034	0.021	0.024	0.013	A0V

Tabla 1: Datos fotométricos y tipos espectrales de las estrellas de NGC 2516 con tipopectral conocido y de secuencia principal.

TE	M_V	$(B - V)_0$	$(U - B)_0$
B8	-0.25	-0.11	-0.34
A0	0.65	-0.02	-0.02
A2	1.30	0.05	0.05
A5	1.95	0.15	0.10
F0	2.70	0.30	0.30

Tabla 2: Calibración de Schmidt-Kaler de magnitudes absolutas y colores intrínsecos para estrellas de secuencia principal. Nota: los datos han sido filtrados a los tiposspectrales que utilizaremos en este trabajo.

Puesto que la calibración no posee todos los tiposspectrales existentes en las estrellas del cúmulo, realizamos una serie de interpolaciones entre los datos calibrados para obtener valores estimativos de los mismos. Las interpolaciones están presentes en la siguiente tabla:

TE	M_V	$(B - V)_0$	$(U - B)_0$
B9	0.20	-0.065	-0.18
A1	0.97	0.015	0.015
A3	1.51	0.083	0.066
A7	2.25	0.21	0.072
A8	2.40	0.24	0.058

Tabla 3: Interpolaciones lineales de las calibraciones de Schmidt-Kaler para las estrellas de secuencia principal.

Con todos estos datos calcularemos los excesos de color de cada estrella presente en el cúmulo (las de la tabla 1) y realizaremos un promedio de los mismos para obtener el exceso de color del cúmulo. De esta forma, tomando $N = 36$ como el número total de estrellas utilizadas, el exceso de color estará dado por:

$$\langle E_{B-V} \rangle_1 = \frac{1}{N} \sum_1^N (B - V) - (B - V)_0 = 0.1129 \quad (2)$$

$$\langle E_{U-B} \rangle_1 = \frac{1}{N} \sum_1^N (U - B) - (U - B)_0 = 0.0805 \quad (3)$$

- II) En el segundo método nos aprovecharemos de que para las estrellas de tipos espectrales más tempranos que A0V se cumple la siguiente relación entre los colores intrínsecos:

$$(U - B)_0 = 3.69(B - V)_0 + 0.03 \quad (4)$$

Y teniendo en cuenta la siguiente relación entre los excesos de color:

$$E_{U-B} = 0.72E_{B-V} \quad (5)$$

Podemos deducir una expresión para el color intrínseco en función de los colores aparentes de las estrellas de tipo temprano:

$$(B - V)_0 = \frac{(U - B) - 0.72(B - V) + 0.03}{3.69 - 0.72} \quad (6)$$

Así entonces calcularemos los excesos de color de las estrellas de tipos espectrales más tempranos que A0V presentes en la tabla 1 (son 3 estrellas B9V) según las ecuaciones 4 y 6.

Mientras tanto, para las estrellas de tipo espectral A0V sabemos que, por definición, en el sistema fotométrico de Johnson y Morgan sus colores intrínsecos valen $(B - V)_0 = (U - B)_0 = 0$, por lo que sus excesos de color serán iguales al color que presenten. Aprovechándonos de los resultados 2 y 3, de esta forma sabremos que las A0V y más tempranas serán aquellas estrellas presentes en la figura 2 con colores $(B - V) < 0.11$ y $(U - B) < 0.08$. Luego para obtener una segunda estimación del exceso de color del cúmulo, realizamos un promedio de los excesos de las A0V y más tempranas, de la siguiente forma:

$$\langle E_{B-V} \rangle_2 = \frac{1}{N_{B9V}} \sum_{B9V} [(B - V) - (B - V)_0] + \frac{1}{N_{A0V}} \sum_{A0V} (B - V) = 0.0907 \quad (7)$$

$$\langle E_{U-B} \rangle_2 = \frac{1}{N_{B9V}} \sum_{B9V} [(U - B) - (U - B)_0] + \frac{1}{N_{A0V}} \sum_{A0V} (U - B) = 0.0509 \quad (8)$$

Donde $N_{B9V} = 3$ y $N_{A0V} = 11$ son las cantidades de estrellas de cada tipo espectral tenidas en cuenta. Comparando los resultados obtenidos con los del método anterior podemos notar que hay cierta concordancia entre ambos, por lo que tomaremos ambos resultados como aceptables. A partir de ahora consideraremos el exceso de color del cúmulo como los promedios entre los excesos obtenidos. Así:

$$\langle E_{B-V} \rangle = \frac{\langle E_{B-V} \rangle_1 + \langle E_{B-V} \rangle_2}{2} = \frac{0.1129 + 0.0907}{2} = 0.1018 \quad (9)$$

$$\langle E_{U-B} \rangle = \frac{\langle E_{U-B} \rangle_1 + \langle E_{U-B} \rangle_2}{2} = \frac{0.0805 + 0.0509}{2} = 0.0657 \quad (10)$$

- c) Asumiendo que la relación entre la absorción total y selectiva está dada por $R_V = 3.1$, corregiremos los diagramas de la figura 1 por absorción en el filtro V, tal como se muestra en la figura 3. Aquí, A_V estará dada por:

$$A_V = R_V \langle E_{B-V} \rangle = 3.1 \cdot 0.0907 = 0.2811 \quad (11)$$

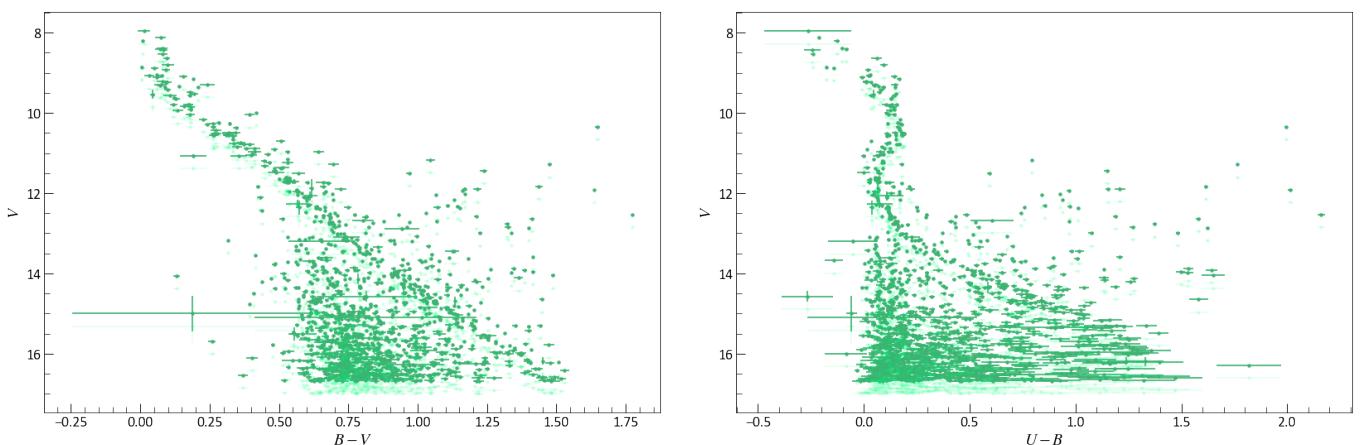


Figura 3: Corrección por absorción de los diagramas color-magnitud de NGC 2516. En tono oscuro pueden observarse los datos corregidos, mientras que en tono claro están los datos antiguos.

d) Procedemos a estimar la distancia al cúmulo utilizando nuevamente dos métodos diferentes:

- Utilizando la ZAMS de Schmidt-Kaler, comparamos visualmente con los datos fotométricos corregidos por absorción, tal como podemos ver en la figura 4 (lado izquierdo). Considerando que la diferencia en magnitud entre el modelo y los datos se corresponde con el módulo de distancia del cúmulo, ajustamos visualmente (como podemos ver en la figura de la derecha) los datos del cúmulo a la ZAMS de S-K, dando con un valor aproximado de $m - M = 7.6 \pm 0.2$ mag. De esta forma, utilizando la ecuación del módulo de distancia:

$$m - M = -5 + 5 \log(d) \quad (12)$$

Calculamos la distancia al cúmulo, dando con el valor:

$$d = 331.13 \pm 31.94 \text{ [pc]} \quad (13)$$

Comparando con la estimación de Sung et al. (2002), donde se menciona que la distancia al cúmulo es de $d = 360 \pm 20$ [pc], podemos considerar que el valor obtenido aquí es cuanto menos aceptable puesto que hay una intersección considerable entre ambos resultados.

La presencia de sistemas binarios en el cúmulo afecta este resultado puesto que, al tratarse de una aproximación completamente visual, los sistemas conformados por estrellas que pertenezcan a la ZAMS se observarían como un único punto de menor magnitud que la que tendrían sus componentes aisladas, ensanchando así la secuencia principal en el diagrama color-magnitud, aumentando nuestro error en la estimación.

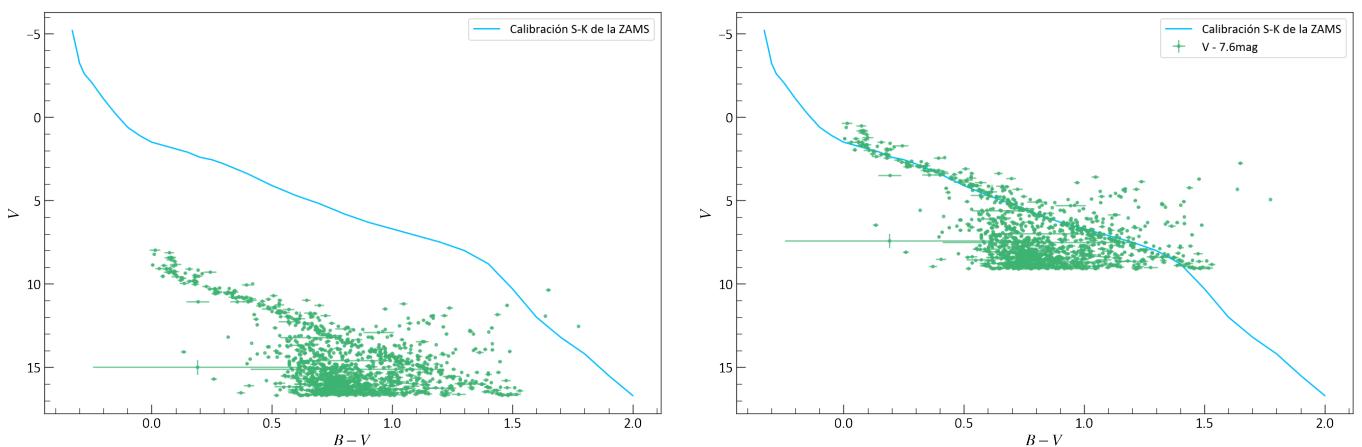


Figura 4: Comparación de los datos fotométricos de NGC 2516 corregidos por absorción con la calibración Schmidt-Kaler para la secuencia principal. En la figura de la izquierda podemos notar la diferencia en magnitud entre ambos, que es corregida en la figura de la derecha aproximando visualmente $m - M = 7.6$ mag.

- Recurriendo nuevamente a la calibración S-K de la tabla 2 y las interpolaciones de la tabla 3, comparamos las magnitudes aparentes de las estrellas de la tabla 1 (corregidas por absorción en el inciso c), considerando los errores de la tabla 1) con las magnitudes absolutas de la calibración S-K, obteniendo así el módulo de distancia y un error aproximado de cada estrella. Luego, utilizando la ecuación 12 calculamos la distancia a cada estrella con su respectivo error.

Con este conjunto de datos finalmente realizamos un promedio entre todas las estrellas analizadas para obtener una segunda estimación de la distancia al cúmulo NGC 2516. Los resultados fueron:

$$\langle m - M \rangle = \frac{1}{N} \sum_1^N m - M = 8.388 \pm 0.015 \quad (14)$$

$$\langle d \rangle = \frac{1}{N} \sum_1^N 10^{1+(m-M)/5} = 481.74 \pm 3.5 \text{ [pc]} \quad (15)$$

Como podemos ver existe una gran diferencia con los resultados del método anterior y con los resultados de Sung et al. (2002), a pesar que uno esperaría encontrarse con menos error mediante este método. No estoy seguro a qué puede deberse tal diferencia.

□

Respuesta 2.

La función de masa de Salpeter es una función empírica que describe la distribución inicial de masas según:

$$\Psi_0(\mathcal{M}) = a\mathcal{M}^{-2.35} \quad (16)$$

Donde a es una constante de proporcionalidad, y el exponente -2.35 fue propuesto por Edwin Salpeter. Como el siguiente análisis lo estaremos realizando pensando únicamente en cúmulos abiertos, nos permitiremos despreciar la evolución estelar del sistema dada la juventud de los mismos y consideraremos que existe un único evento de formación estelar. De esta forma, podremos utilizar la función de masa inicial de Salpeter como nuestra función de masa del sistema. Así, $\Psi(\mathcal{M}) = \Psi_0(\mathcal{M})$.

Si consideramos las masas estelares \mathcal{M}_u y \mathcal{M}_l , con $\mathcal{M}_u \gg \mathcal{M}_l$, el número de estrellas con masas entre \mathcal{M}_l y \mathcal{M}_u contenido en un volumen determinado estará dado por:

$$N = N_0 \int_{\mathcal{M}_l}^{\mathcal{M}_u} \Psi(\mathcal{M}) d\mathcal{M} \quad (17)$$

Donde N_0 es una constante relacionada a la densidad estelar del cúmulo. Reemplazando aquí la función de Salpeter obtenemos:

$$N = N_0 \int_{\mathcal{M}_l}^{\mathcal{M}_u} a\mathcal{M}^{-2.35} d\mathcal{M} = \frac{20}{27} N_0 a (\mathcal{M}_l^{-1.35} - \mathcal{M}_u^{-1.35}) \simeq \frac{20}{27} N_0 a \mathcal{M}_l^{-1.35} \quad (18)$$

Donde la aproximación final sale de considerar que $\mathcal{M}_u^{-1.35}$ es despreciable frente a \mathcal{M}_l dado que $\mathcal{M}_u \gg \mathcal{M}_l$.

Para obtener la masa total presente en las estrellas entre \mathcal{M}_l y \mathcal{M}_u utilizaremos:

$$\mathcal{M}_T = N_0 \int_{\mathcal{M}_l}^{\mathcal{M}_u} \mathcal{M} \Psi(\mathcal{M}) d\mathcal{M} \quad (19)$$

Reemplazando la función de masa por la función de Salpeter nos queda:

$$\mathcal{M}_T = N_0 \int_{\mathcal{M}_l}^{\mathcal{M}_u} a \mathcal{M}^{-1.35} d\mathcal{M} = \frac{20}{7} N_0 a (\mathcal{M}_l^{-0.35} - \mathcal{M}_u^{-0.35}) \simeq \frac{20}{7} N_0 a \mathcal{M}_l^{-0.35} \quad (20)$$

Nuevamente aproximando según $\mathcal{M}_u \gg \mathcal{M}_l$.

Por último, para obtener la luminosidad total de ese conjunto de estrellas utilizaremos:

$$\mathcal{L}_T = N_0 \int_{\mathcal{L}_l}^{\mathcal{L}_u} \mathcal{L} \Phi(\mathcal{L}) d\mathcal{L} \quad (21)$$

Donde $\Phi(\mathcal{L})$ es la función de luminosidad. Ahora, utilizando las relaciones masa-luminosidad:

$$\Phi(\mathcal{L}) d\mathcal{L} = \Psi(\mathcal{M}) d\mathcal{M} \quad \text{y} \quad \frac{\mathcal{L}}{\mathcal{L}_\odot} \propto \left(\frac{\mathcal{M}}{\mathcal{M}_\odot} \right)^\alpha \quad \text{con } \alpha = 2.2 \quad (22)$$

La ecuacióm 21 nos queda:

$$\mathcal{L}_T = N_0 \int_{\mathcal{M}_l}^{\mathcal{M}_u} b \mathcal{M}^{2.2} \Psi(\mathcal{M}) d\mathcal{M} = N_0 b \int_{\mathcal{M}_l}^{\mathcal{M}_u} \mathcal{M}^{2.2-2.35} d\mathcal{M} = N_0 b \int_{\mathcal{M}_l}^{\mathcal{M}_u} \mathcal{M}^{-0.15} d\mathcal{M} \quad (23)$$

Donde b es la constante de proporcionalidad de la relación 22. De esta forma,

$$\mathcal{L}_T [\mathcal{L}_\odot] = \frac{20}{17} N_0 b (\mathcal{M}_u^{0.85} - \mathcal{M}_l^{0.85}) \simeq \frac{20}{17} N_0 b \mathcal{M}_u^{0.85} [\mathcal{M}_\odot] \quad (24)$$

Realizados estos cálculos podemos notar claramente que tanto el número de estrellas como la masa total del conjunto dependen principalmente de cota inferior para las masas \mathcal{M}_l mientras que la luminosidad depende principalmente de la cota superior \mathcal{M}_u , tal como lo muestran las ecuaciones 18, 20 y 24.

Si consideramos $\mathcal{M}_l = 0.3\mathcal{M}_\odot$ y $\mathcal{M}_u \gg 8\mathcal{M}_\odot$, el número de estrellas que corresponde a estrellas de masa mayor a $8\mathcal{M}_\odot$ estará dado por:

$$N_{\mathcal{M}>8\mathcal{M}_\odot} = N_0 \int_{8\mathcal{M}_\odot}^{\mathcal{M}_u} a \mathcal{M}^{-2.35} d\mathcal{M} = \frac{20}{27} N_0 a (8\mathcal{M}_\odot)^{-1.35} = 0.0447 N_0 a \quad (25)$$

Teniendo en cuenta el número total de estrellas:

$$N_T = N_0 \int_{0.3M_\odot}^{M_u} a M^{-2.35} dM = \frac{20}{27} N_0 a (0.3M_\odot)^{-1.35} = 3.7631 N_0 a \quad (26)$$

La fracción de estrellas que corresponde a estrellas de masa mayor a $8M_\odot$ respecto del total será:

$$\frac{N_{M>8M_\odot}}{N_T} = \frac{0.0447}{3.7631} = 0.0118 = 1.18 \% \quad (27)$$

Análogamente, la fracción de estrellas que corresponde a estrellas de masas mayores a $1M_\odot$ será:

$$\frac{N_{M>1M_\odot}}{N_T} = \frac{1^{-1.35}}{0.3^{-1.35}} = 0.1968 = 19.68 \% \quad (28)$$

Si calculamos también las fracciones de masas totales en ambos casos obtenemos:

$$\frac{M_{*(M>8M_\odot)}}{M_T} = \frac{8^{-0.35}}{0.3^{-0.35}} = 0.3168 = 31.68 \% \quad (29)$$

$$\frac{M_{*(M>1M_\odot)}}{M_T} = \frac{1^{-0.35}}{0.3^{-0.35}} = 0.6561 = 65.61 \% \quad (30)$$

Si ahora suponemos que $M_u = 50M_\odot$, el porcentaje de la luminosidad total debido a las estrellas de masa $M > 8M_\odot$ será:

$$\frac{\mathcal{L}_{*(M>8M_\odot)}}{\mathcal{L}_T} = \frac{50^{0.85} - 8^{0.85}}{50^{0.85} - 0.3^{0.85}} = 0,7997 = 79,97 \% \quad (31)$$

□