

Vía Lactea: Cúmulos Estelares

Pedro Villegas – pedrogvillegas@gmail.com

Sistemas Estelares (2022) – Práctica 05

Facultad de Cs. Astronómicas y Geofísicas – UNLP

Profesoras: Claudia Scóccola, Sergio Cellone, Lilia Bassino

JTP: Gabriel Ferrero

AD: Lucía Rizzo

AA: Natalia Guevara

Última modificación: 16 de noviembre de 2022

Ejercicios:

Ejercicio 1.

Opcional¹: Suponiendo que el movimiento de rotación galáctico es plano-paralelo (no hay movimiento en la dirección z) mostrar que la velocidad radial y la velocidad tangencial en la vecindad solar pueden escribirse como:

$$v_r = A d \sin(2l) \cos^2 b \quad (1)$$

$$v_t = [B + A \cos(2l)] d \cos b \quad (2)$$

donde A y B son las constantes de Oort, l y b son las coordenadas galácticas (longitud y latitud) de un objeto situado a una distancia d del Sol y v_p (velocidad peculiar) es la componente de la velocidad radial que **no** es debida a la rotación galáctica.

Ejercicio 2.

A partir del catálogo de cúmulos abiertos de [Dias et al. \(2021\)](#) (disponible [aqui](#)) obtener las coordenadas galácticas (l, b), la distancia (d) y la velocidad radial (v_r) con sus errores, para todos los cúmulos que cumplan las siguientes condiciones:

- que tengan distancia conocida (Dist !=null);
- que su número estimado de miembros sea mayor que 10 (N > 10);
- que su v_r sea también conocida (RV !=null) y
- que el número de medidas utilizadas para determinar v_r sea mayor que 1 (NRV > 1).

Con esos datos, realice un gráfico (l, v_r). Describa el gráfico e interprétele en el marco del modelo de rotación galáctica estudiado en la teoría.

Luego, suponiendo que la velocidad radial puede expresarse mediante la ecuación del [ejercicio 1](#) estime el valor de la constante de Oort A (en $\text{km s}^{-1} \text{kpc}^{-1}$). Presente un gráfico con los datos observados, y el ajuste obtenido. Analice y comente los resultados.

Respuesta 2.

Para obtener los datos solicitados, hemos utilizado el catálogo de cúmulos abiertos de [Dias et al. \(2021\)](#) y aplicado los filtros correspondientes desde [Vizier](#). Con los mismos hemos graficado la velocidad radial en función de la longitud galáctica de los cúmulos como podemos ver en la figura 1.

Para interpretar el gráfico, hay que tener en cuenta el modelo de rotación diferencial galáctico. Si consideramos que las órbitas de estos cuerpos en torno a la galaxia son de tipo Keplerianas, sabemos que a medida que los cúmulos se encuentren más cerca del centro galáctico sus períodos de rotación serán más cortos. Luego, dependiendo desde dónde se observe este fenómeno, notaremos distintos comportamientos: consideremos la figura 2. En ella, la imagen 1 muestra cómo se comportan las velocidades desde fuera del plano galáctico. La imagen 2, cómo se comporta este fenómeno si observamos el plano desde el Local Standard of Rest: los cuerpos que se mueven "con el Sol" no parecen estar en movimiento. Las imágenes 3 y 4 descomponen este último en velocidades radiales y tangenciales.

Prestemos especial atención a las velocidades radiales: si recorremos la tercer imagen en sentido antihorario desde el punto inferior central (que se corresponde con $l = 0^\circ$), notaremos que las velocidades radiales se comportan del siguiente modo:

¹Se pueden usar estos resultados para los siguientes ejercicios, pero no es necesario incluir en el informe todo el desarrollo.

- $v_r > 0$ para $0^\circ < l < 90^\circ$
- $v_r < 0$ para $90^\circ < l < 180^\circ$
- $v_r > 0$ para $180^\circ < l < 270^\circ$
- $v_r < 0$ para $270^\circ < l < 360^\circ$

Este comportamiento también podemos percibirlo con una leve dispersión en la figura 1, donde las velocidades radiales de los cúmulos tienen un comportamiento de aspecto sinusoidal (lo cual es coherente con la ecuación 1). La dispersión en velocidades radiales puede deberse a un factor relacionado con las velocidades peculiares de los cúmulos o con la lejanía de los mismos, ya sea del Sol como del plano galáctico (en la coordenada b).

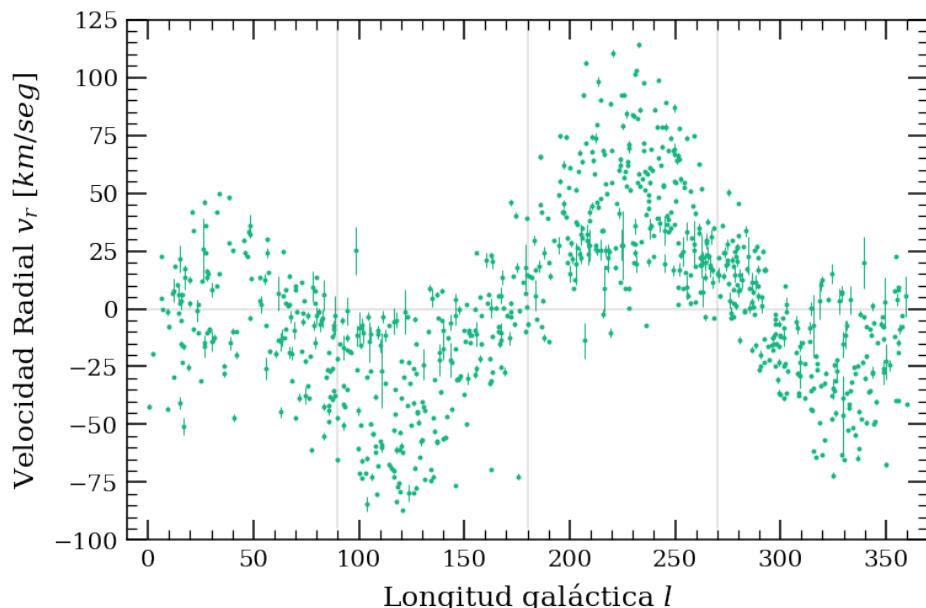


Figura 1: Velocidad radial en función de la longitud galáctica de los cúmulos seleccionados del catálogo de [Dias et al. \(2021\)](#).

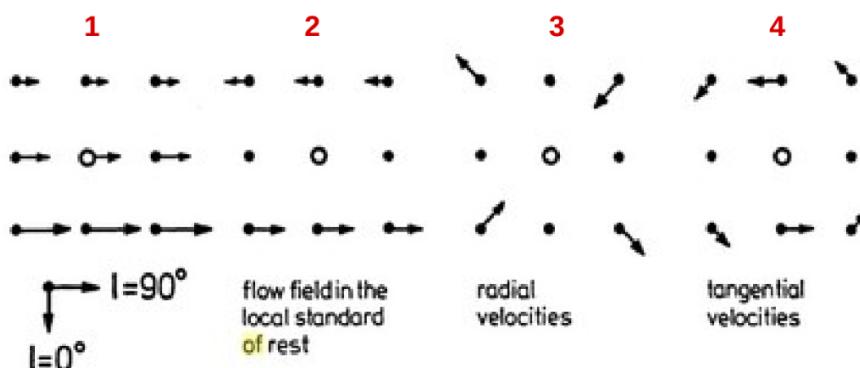


Figura 2: Esquematización del modelo de rotación diferencial galáctica. El círculo central se corresponde con el Sol, los demás puntos, con objetos pertenecientes a la Vía Láctea.

Supongamos ahora que podemos expresar la velocidad radial como en la ecuación 1. Luego podemos utilizar esta expresión para obtener la constante de Oort realizando un ajuste lineal de los datos. Notemos que, si consideramos las velocidades peculiares de los cúmulos, éstas tendrán una media nula, por lo que podemos prescindir de ellas en nuestro cálculo. En la figura 3 podemos observar más claramente esta dependencia lineal. Con violeta podemos observar los cúmulos que se han utilizado para hacer el ajuste, que se encuentran a menos de 1000 pc del Sol, y la recta tiene como pendiente la constante de Oort obtenida: $A = 15.18 \pm 2.6 [\text{km s}^{-1}\text{kpc}^{-1}]$.

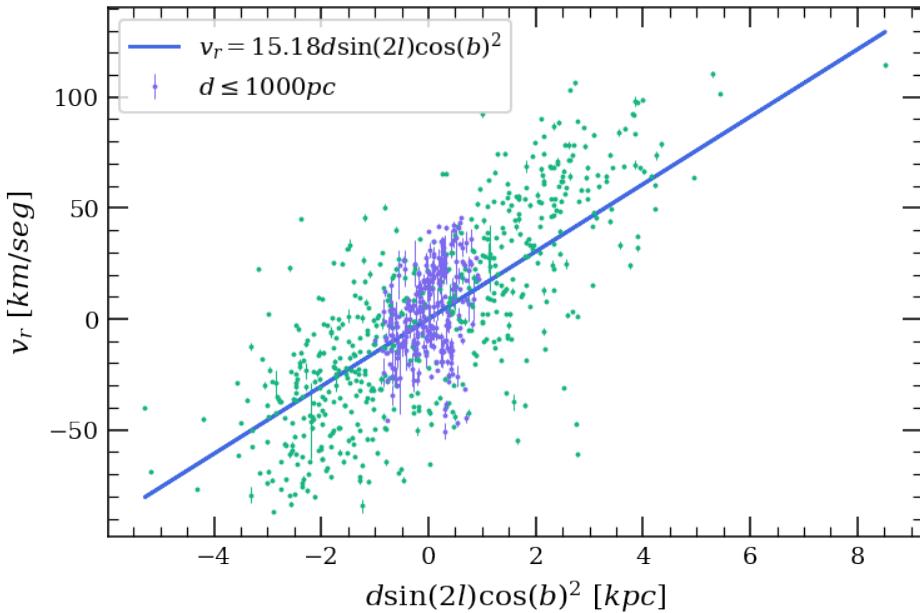


Figura 3: Dependencia lineal de la velocidad radial respecto de $d \sin(2l) \cos(b)^2$. En violeta, los cúmulos abiertos que se encuentran a menos de 1000 pc del Sol. En azul el ajuste lineal con la constante de Oort obtenida.

□

Ejercicio 3.

La siguiente expresión, que proviene de un ajuste sobre datos de paralajes trigonométricas y movimientos propios de masers asociados con estrellas jóvenes de alta masa, presentada por [Reid et al. \(2014\)](#), describe el comportamiento medio de la curva de rotación galáctica (válida para $5 < R < 16$ kpc):

$$\Theta(R) = a_0 + a_1 R, \quad (3)$$

donde R se expresa en kpc, $a_0 = 241.67 \text{ km s}^{-1}$ y $a_1 = -0.2 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$. En el mismo ajuste dichos autores obtuvieron $R_0 = 8.34 \pm 0.16$ kpc y $\Theta_0 = 240 \pm 8 \text{ km s}^{-1}$. Con esta expresión construya y describa las curvas de velocidad radial en función de la distancia al sol (d), para valores de l iguales a 60° , 75° , 90° y 120° . Analice e interprete las curvas obtenidas.

Respuesta 3.

Para obtener las curvas de velocidad radial en función de la distancia al Sol de los objetos de nuestra galaxia, vamos a tener en cuenta las siguientes ecuaciones:

- La velocidad de rotación galáctica media en función de la distancia galactocéntrica R , propuesta por [Reid et al. \(2014\)](#):

$$\Theta(R) = 241.67 [\text{km s}^{-1}] - 0.2 R [\text{km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}] \quad (4)$$

- La distancia galactocéntrica R para objetos en el plano galáctico (utilizando el teorema del seno sobre el triángulo Sol-Centro Galáctico-estrella):

$$R = \sqrt{R_0^2 + d^2 - 2R_0 d \cos(l)} \quad (5)$$

donde R_0 es la distancia galactocéntrica del Sol (que consideraremos $R_0 = 8.34 \pm 0.16$ kpc) y d es la distancia Sol-estrella.

- Finalmente la ecuación para la velocidad radial expuesta en la teoría, para una rotación galáctica estrictamente circular:

$$v_r = \left[\Theta(R) \frac{R_0}{R} - \Theta_0 \right] \sin(l) \quad (6)$$

Donde $\Theta(R)$ es la ecuación 4, R está dado por 5 y $\Theta_0 = 240 \pm 8 \text{ km s}^{-1}$ es la velocidad de rotación galáctica media del Sol.

Como la ecuación 4 es válida sólo para $5 < R < 16$ kpc, luego las curvas de rotación galácticas que obtendremos estarán limitadas a ese rango. En la figura 4 podemos observar dichas curvas para las longitudes galácticas $l = 60^\circ, 75^\circ, 90^\circ$ y 120° . De la misma podemos notar que sólo dos de ellas poseen un máximo de velocidad para una cierta distancia, mientras que las otras dos decrecen continuamente a medida que la distancia al Sol aumenta. Procedamos a explicar dicho fenómeno:

Lo que ocurre aquí es que las curvas que poseen máximo se corresponden con las longitudes 60° y 75° , ambas en el 1^{er} cuadrante de longitud galáctica. Respecto a las otras dos curvas, podemos decir que estaríamos observando hacia el exterior de la galaxia, por supuesto sobre el plano galáctico. Luego, recordando que tenemos como hipótesis que los objetos se mueven en órbitas circulares en torno al Centro Galáctico, los primeros cuerpos que nos encontramos sobre las rectas de longitudes 60° y 75° estarán hacia el interior de la galaxia, es decir $R < R_0$, y en ellas existirá un punto, el *punto subcentral o de tangencia*, en el que la velocidad de rotación de los cuerpos se ve perfectamente alineada con la recta: éste fenómeno ocurre cuando la recta dada por la longitud escogida es perpendicular con la recta que une al cuerpo con el centro galáctico, que se corresponde con una distancia galactocéntrica R mínima y sería el máximo de nuestra curva de velocidad radial. A distancias entre 0 y el R_{\min} (aprox con $0 < d < 2.8$ kpc en el caso de $l = 60^\circ$), sobre estas rectas observamos a medida que nos alejamos del Sol cuerpos con R cada vez menores, por lo tanto con velocidades de rotación mayores y por eso existe un aumento en v_r .

Para distancias posteriores a haber superado el R_{\min} y previas a alcanzar nuevamente cuerpos con $R = R_0$, observaríamos una caída continua en velocidad radial pues R se incrementa y con esto decae la velocidad rotacional de los cuerpos. Finalmente, cuando sobre nuestra recta de longitud $0^\circ < l < 90^\circ$ alcanzamos cuerpos con $R \geq R_0$, sabemos que estos tendrán velocidades rotacionales menores a la solar y de menor magnitud a medida que R aumente, luego el movimiento asociado al Sol será mayor que el asociado a los cuerpos y por lo tanto presentarán velocidades radiales negativas (se acercan), que serán cada vez menores a medida que R (y a su vez d) siga aumentando, hasta llegar al límite de nuestro modelo de 16 kpc (que se corresponde, por ejemplo, con $d = 17.7$ kpc para la recta de $l = 60^\circ$).

Por otra parte, en cambio, para objetos que orbiten con un $R > R_0$ (quienes en nuestro caso estaríamos observando sobre las longitudes 90° y 120°) la curva de velocidad radial no presentaría un máximo, de hecho, en estas direcciones la distancia galactocéntrica R crece junto con la distancia solar d , luego a medida que incrementáramos d estaríamos observando regiones con R mayores y al tratarse de órbitas keplerianas la velocidad rotacional de los cuerpos sería menor. Luego en este otro caso, es comprensible la inexistencia de un máximo de velocidad radial en función de d , y encontrarnos en su lugar una curva continuamente decreciente: el movimiento relativo de estos cuerpos provoca un acercamiento al observador.

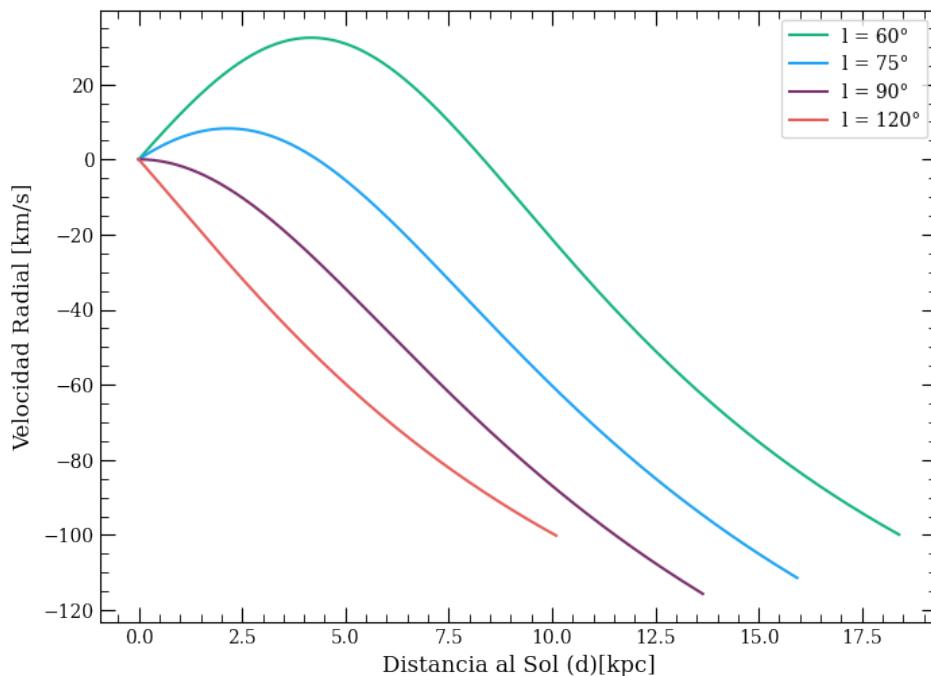


Figura 4: Curvas de velocidad radial para objetos con $5 < R < 16$ kpc a lo largo de 4 longitudes galácticas diferentes.

Ejercicio 4.

A partir de observaciones en diferentes bandas del espectro electromagnético se estima que la masa de la materia bariónica (gas + polvo + estrellas) contenida en nuestra Galaxia es $2 \times 10^{11} M_{\odot}$. Realizando una consideración dinámica sencilla, estime la masa total de la Galaxia contenida dentro de:

1. la órbita del sol (asumiendo las constantes $R_0 = 8.5$ kpc y $\Theta_0 = 220$ km s $^{-1}$);
2. la órbita de una región H I que se observa a una distancia $R = 16$ kpc y tiene una velocidad de rotación alrededor del centro galáctico $v_C = 300$ km s $^{-1}$;
3. un radio galactocéntrico $R = 30$ kpc, asumiendo que a esa distancia la curva de rotación se mantiene aproximadamente constante, con un valor comprendido entre 200 y 300 km s $^{-1}$.

Compare sus resultados con la estimación antes mencionada para la materia bariónica y discuta.

Respuesta 4.

Procedemos a realizar distintas aproximaciones de la masa total de la Galaxia en distintos volúmenes, para compararlas con la estimación de $2 \times 10^{11} M_{\odot}$ de materia bariónica en nuestra Galaxia.

Suponiendo nuevamente que la materia se mueve estrictamente en órbitas circulares sobre el plano en torno al Centro Galáctico, y que la fuerza encargada de producir este movimiento es la gravitatoria, tendremos que:

$$\vec{F}_G = \vec{F}_C \Rightarrow \frac{GM_g m}{R^2} \hat{r} = m\omega^2 R \hat{r} \Rightarrow \frac{GM_g m}{R^2} \hat{r} - m \frac{v^2}{R} \hat{r}$$
 (7)

Donde M_g será la masa total de la Galaxia encerrada por la órbita de un cuerpo con masa m , que se corresponde con un radio orbital R y tiene una velocidad tangencial v . Puesto que la ecuación vectorial es sobre el v兽sor \hat{r} , nos quedamos con la expresión en esa componente:

$$\frac{GM_g m}{R^2} = m \frac{v^2}{R}$$
 (8)

Y de ella despejamos la masa gravitatoria M_g :

$$M_g = \frac{v^2 R}{G}$$
 (9)

Donde, a efectos prácticos, vamos a expresar la constante de gravitación universal de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} G &= 6.67384 \times 10^{-11} \frac{\text{N m}^2}{\text{kg}^2} = 6.67384 \times 10^{-11} \frac{\text{m}^3}{\text{kg s}^2} \frac{1.989 \times 10^{30} \text{kg}}{M_{\odot}} \\ &= 1.32742 \times 10^{20} \frac{\text{m}^3}{M_{\odot} \text{s}^2} \end{aligned}$$
 (10)

1. Primero consideraremos el volumen encerrado por la órbita solar. En este caso nuestros parámetros a tener en cuenta serán:

- $R = R_0 = 8.5$ kpc $[3.086 \times 10^{19} \text{ m kpc}^{-1}] = 2.6231 \times 10^{20} \text{ m}$ y
- $v = \Theta_0 = 220 \text{ km s}^{-1} \times 10^3 \text{ m km}^{-1} \text{ s}^{-1} = 22 \times 10^4 \text{ m s}^{-1}$.

Así, utilizando la expresión 9, tenemos que la masa gravitatoria encerrada por la órbita solar en torno al Centro Galáctico es:

$$M_g = \frac{(22 \times 10^4 \text{ m s}^{-1})^2 2.6231 \times 10^{20} \text{ m}}{1.32742 \times 10^{20} \frac{\text{m}^3}{M_{\odot} \text{s}^2}} = 9.56427 \times 10^{10} M_{\odot}$$
 (11)

2. Considerando ahora la órbita de una región HI, con:

- $R = 16$ kpc $= 4.9376 \times 10^{20} \text{ m}$ y
- $v = v_C = 300 \text{ km s}^{-1} = 3 \times 10^5 \text{ m s}^{-1}$

$$M_g = \frac{(3 \times 10^5 \text{ m s}^{-1})^2 4.9376 \times 10^{20} \text{ m}}{1.32742 \times 10^{20} \frac{\text{m}^3}{M_{\odot} \text{s}^2}} = 3.3477 \times 10^{11} M_{\odot}$$
 (12)

3. Finalmente, tomando un radio galactocéntrico de $R = 30 \text{ kpc} = 9.258 \times 10^{20} \text{ m}$ y asumiendo una velocidad de rotación galáctica aproximada de $\Theta \simeq 250 \text{ km s}^{-1} = 2.5 \times 10^5 \text{ m s}^{-1}$:

$$M_g = \frac{(2.5 \times 10^5 \text{ m s}^{-1})^2 9.258 \times 10^{20} \text{ m}}{1.32742 \times 10^{20} \frac{\text{m}^3}{\text{M}_\odot \text{ s}^2}} = 4.3590 \times 10^{11} \text{ M}_\odot \quad (13)$$

Podemos notar que estos tres resultados, que son del orden de 10^{11} M_\odot , representan $\sim 47.8\%$ en el caso de la órbita Solar, $\sim 167.4\%$ en el caso de la región HI y $\sim 217.9\%$ a un radio de 30 kpc respecto de la estimación de $2 \times 10^{11} \text{ M}_\odot$ de materia bariónica de nuestra galaxia. Esto puede deberse a varios motivos: si consideramos que la estimación inicial de la cantidad de materia es buena, luego las diferencias pueden deberse a que nuestro modelo es muy simple, o que hay una componente de materia gravitante que no interactúa con el campo electromagnético (o que su interacción es demasiado débil) que no estamos teniendo en consideración a la hora de comparar estos resultados. \square