



Designnotat

Tittel: Anti-alias-filter

Forfattere: Peter Pham

Versjon: 1.0

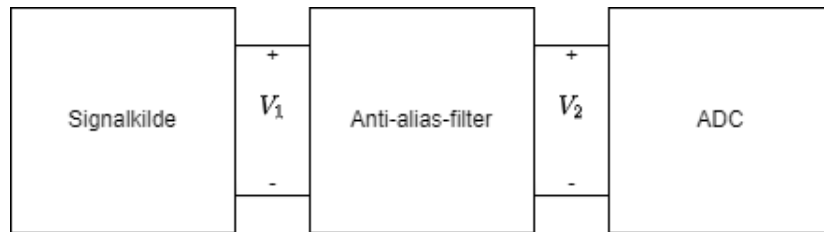
Dato:03.10.22

Innhold

1	Problembeskrivelse	2
2	prinsipiell løsning	3
2.1	Spesifikasjon	3
2.2	Type filter	3
2.3	Nødvendig orden	4
2.4	Systemfunksjonen	5
3	Realisering og test	6
4	Konklusjon	8
5	Referanser	9

1 Problembeskrivelse

Signalbehandling i elektroniske system foregår som regel digitalt. Inngangssignalene til systemet er oftest analoge, og en digitalisering av disse før signalbehandlingen er derfor nødvendig. For å unngå alvorlige aliasing-feil, er det nødvendig å begrense båndbredden til signalene som skal digitaliseres. Dersom punktprovingsfrekvensen er f_s , må, ifølge punktprovingssteoremet, signalet være båndbegrenset til $B = \frac{f_s}{2}$. I praksis er en fullstendig båndbegrensing (der alle frekvenskomponenter over $\frac{f_s}{2}$ er satt til null) ikke mulig. Det er heller ikke nødvendig. Det er tilstrekkelig at frekvenskomponenter over $\frac{f_s}{2}$ blir dempet med en viss faktor avhengig av applikasjonen. Slik damping kan oppnås ved å sette et anti-alias-filter umiddelbart foran A/D-omformerens som vist i figur 1. Videre er det ønskelig at anti-alias-filteret påvirker frekvenskomponentene under $\frac{f_s}{2}$ minst mulig. Det kan sikres ved å kreve at knekkfrekvensen til filteret ligger over en viss verdi.



Figur 1: 01Anti-alias-filter.

Dermed skal designes et anti-alias-filter til bruk ved en gitt punktprovingsfrekvens f_s . Filteret skal ha en damping på minst 10 dB ved frekvensen $\frac{f_s}{2}$, og knekkfrekvensen f_c til filteret skal oppfylle $f_c \geq 0.75 \frac{f_s}{2}$. Knekkfrekvensen definerer vi som frekvensen hvor amplituderresponsen har sunket med 3 dB fra sitt høyeste nivå.

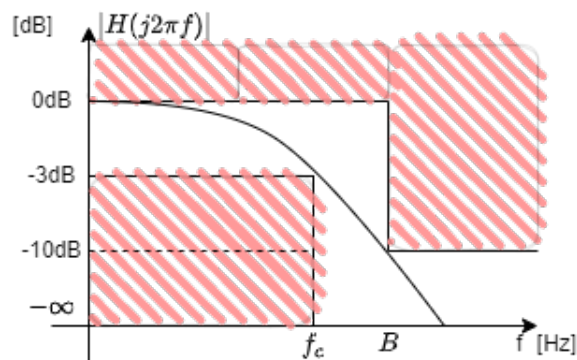
2 prinsipiell løsning

Ved filterdesign kan det være lurt å ha en fornuftig arbeidsgang:

1. Start med spesifikasjon
2. Velg type filter
3. Finn nødvendig orden N
4. Finn systemfunksjonen $H(s)$
5. Realisert $H(s)$ med tilgjengelig teknologi

2.1 Spesifikasjon

Fra problembeskrivelsen i seksjon 1 blir det opplyst at dersom punktprøvingsfrekvensen er f_s , må båndbegrensingen være $B = \frac{f_s}{2}$ og knekkfrekvensen være $f_c \geq \frac{3}{8}f_s$. Amplituderresponsen vil da ha en form tilsvarende figur 2.

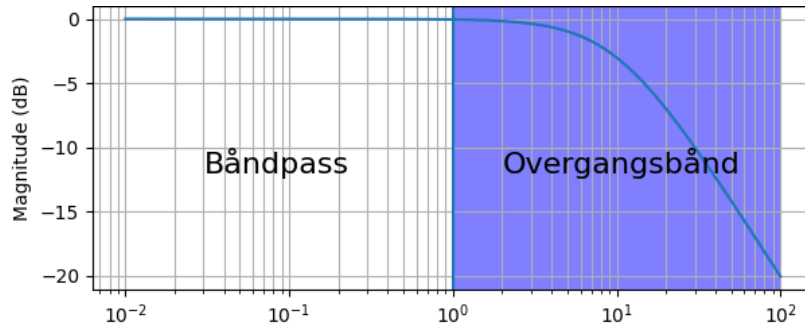


Figur 2: Ønsket amplituderrespons på system.

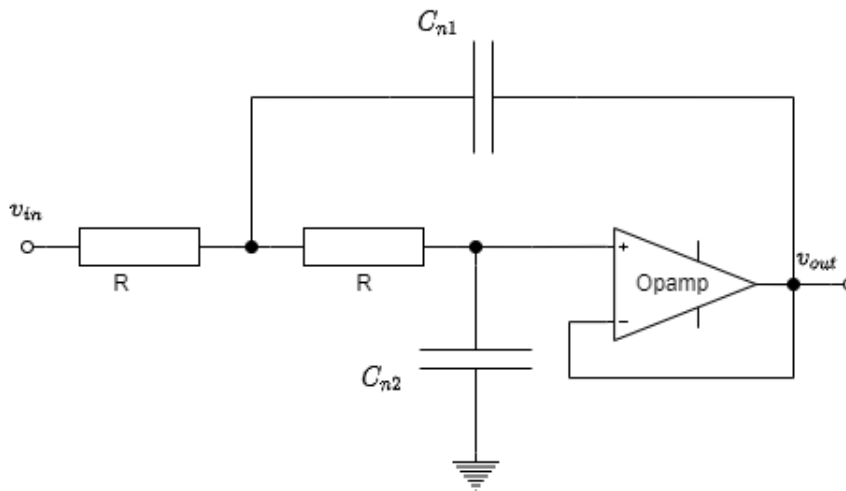
2.2 Type filter

For å få en amplituderrespons som likner mest på figur 2 kan et Butterworth filter benyttes da den ifølge siden [3] er et analog filter som produserer den flateste amplituderresponsen, men da på bekostning av en relativt lang overgangsbånd mellom båndpass og båndstop som illustrert i figur 3.

For å få en slik filter karakteristikk kan man ta i bruk et 2. ordens Sallen-Key topologi som illustrert i figur 4.



Figur 3: Plot av frekvensresponsen til en Butterworth lavpassfilter.



Figur 4: Lavpassfilter med Sallen-Key topologi.

2.3 Nødvendig orden

Fra siden [1] blir det oppgitt at formelen for demping $A(\omega)$ for en n te-ordens Butterworth lavpassfilter er gitt ved systemfunksjonen $H(s)$ som

$$A(\omega) = |H(j2\pi f)| = \frac{1}{1 + (\frac{f}{f_c})^{2n}} \quad (1)$$

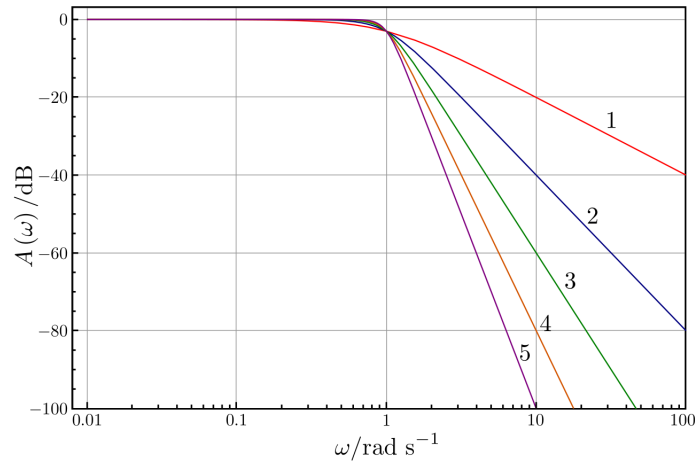
Formel 1 kan videre skrives om til

$$n = \frac{1}{2} \frac{\ln(A^{-2} - 1)}{\ln(\frac{f}{f_c})} \quad (2)$$

Der dempingen A er amplitudeforholdet, dette får man ved å bruke formelen

$$A = 10^{\frac{A[dB]}{20}} \quad (3)$$

Som man kan se på figur 5 tatt fra Wikipedia [1] kan man se at man får et mye brattere jo høyere orden det er i filteret, men ettervert som man kommer i en høyere orden så vil også graden den blir brattere minkes.



Figur 5: Plot med damping for et Butterworth lavpassfilter fra 1. til 5. orden med knekkfrekvens $\omega = 1$.

2.4 Systemfunksjonen

Når man ved hjelp av formelen 2 kan man bruke tabellen 1 til å finne ut dempningsfaktoren ζ .

Tabell 1: Dempningsfaktor ζ .

	Polpar i		
n	1	2	3
1	1		
2	0.70711		
3	1	0.5	
4	0.92388	0.38268	
5	1	0.80902	0.30902
6	0.96593	0.70711	0.25882

Fra videoen [2] blir det oppgitt at at tidskonstantene τ er gitt ved:

$$\tau_{n1} = \frac{1}{\omega_0 \zeta_n} \quad (4) \quad \tau_{n2} = \frac{1}{\omega_0^2 \tau_{n1}} \quad (5)$$

Kondensatorverdiene blir da gitt ved

$$C_{n1} = \frac{\tau_{n1}}{R} \quad (6) \quad C_{n2} = \frac{\tau_{n2}}{R} \quad (7)$$

3 Realisering og test

Punktprøvingsfrekvensen f_s er satt til 6,4 kHz. Dermed blir spesifikasjonene som plottet i tabell 2.

Tabell 2: Filterspesifikasjoner

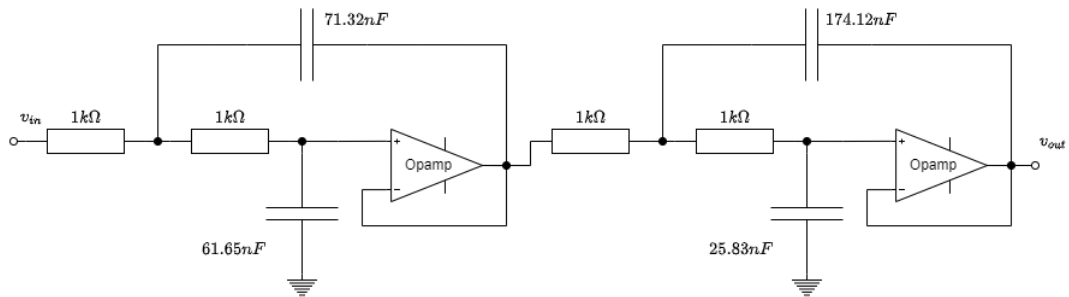
Spesifikasjon	Formel	Verdi
f_s		6400Hz
B	$\frac{f_s}{2}$	3200Hz
f_c	$\geq \frac{3}{8}f_s$	$\geq 2400\text{Hz}$

Ved å ta i bruk formlene gitt i seksjon 2 blir beregningene som vist i tabell

Tabell 3: Beregninger.

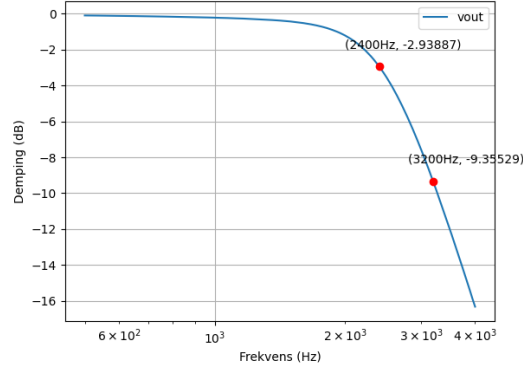
Størrelse	Formel	Måltall og enhet
A	$10^{\frac{A[dB]}{20}}$	≈ 0.3162
n	$\frac{1}{2} \frac{\ln(A^{-2}-1)}{\ln(\frac{f}{f_c})}$	$\approx 3.81 \rightarrow 4$
R		$1k\Omega$
ζ_1	tatt fra tabel 1	0.92388
ζ_2	tatt fra tabel 1	0.38268
ω_0	$2\pi f_c$	$15079.64 \frac{rad}{s}$
τ_{11}	$\frac{1}{\omega_0 \zeta_1}$	$71.77\mu s$
τ_{12}	$\frac{1}{\omega_0^2 \tau_{11}}$	$61.27\mu s$
τ_{21}	$\frac{1}{\omega_0 \zeta_2}$	$173.29\mu s$
τ_{22}	$\frac{1}{\omega_0^2 \tau_{21}}$	$25.38\mu s$
C_{11}	$\frac{\tau_{11}}{R}$	$71.77nF$
C_{12}	$\frac{\tau_{12}}{R}$	$61.27nF$
C_{21}	$\frac{\tau_{21}}{R}$	$173.29nF$
C_{22}	$\frac{\tau_{22}}{R}$	$25.38nF$

Den realiserter er illustrert i figur 6. Merk at verdiene ikke er det samme som på tabell 3 da det er små avvik i kondensatorene, men til tross for det så er avviket relativt lavt.



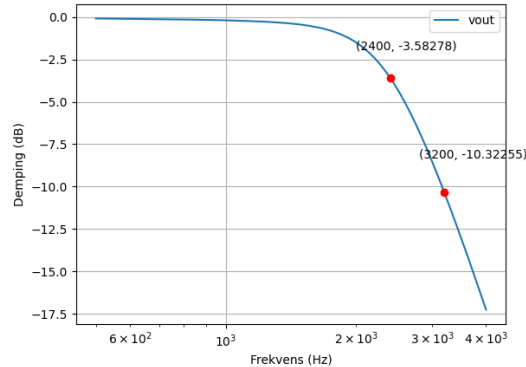
Figur 6: Realisert krets med verdier.

Med denne kretsen ble frekvensresponsen lik figur 7.



Figur 7: Frekvensrespons for realisert Anti-alias-filter.

Det observeres at med disse komponentene så blir kravet om at knekkfrekvensen skal være $f_c \geq 2400Hz$ oppfylt, men ikke kravet om at dempingen ved $B = 3200Hz$ er lavere enn 10dB. Ved å legge til 2,13 nF slik at $C_{22} = 27.96$ blir frekvensresponsen lik figur 8.

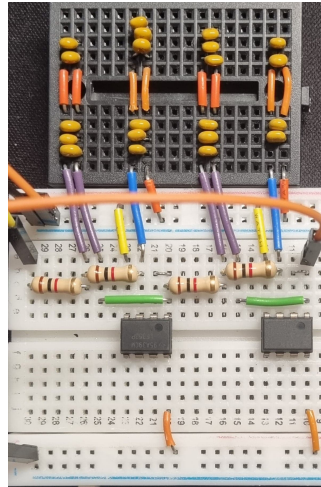


Figur 8: Frekvensrespons for realisert Anti-alias-filter med $C_{22} = 27.96$.

Til tross for at det er relativt små avvik på realiserde kondensator verdier og beregnede kondensator verdier så blir ikke begge kravene oppfylt, dette kan skyldes små avvik som støy fra pc-en og spenningsforsyning eller avvik i komponentene.

Det kan vurderes å øke ordenen på systemet i et forsøk om å få oppfylt kravene at knekkfrekvensen skal være $f_c \geq 2400Hz$ og samtidig at dempingen ved $B = 3200Hz$ blir lavere enn 10dB, men som beskrevet i seksjon 2.3, så blir ikke brattheten noe serlig større ved en stor orden.

$$\Sigma \quad (8)$$



Figur 9: Fysisk realisert krets.

4 Konklusjon

Til tross for at ikke alle spesifikasjonene ble oppfylt, så ble det designet et Butterworthfilter med et relativt lavt avvik på på enten knekkfrekvensen eller B. Det kunne ha vært vurdert å designe et filter av høyere orden i den hensikt å oppnå

5 Referanser

Referanser

- [1] Wikipedia Contributors. *Butterworth filter*. Wikipedia, aug. 2022. URL: https://en.wikipedia.org/wiki/Butterworth_filter (sjekket 28.09.2022).
- [2] Lars Lundheim. *Et konkret filterdesigneksempel*. <https://ntnu.cloud.panopto.eu/>, 2022. URL: https://ntnu.blackboard.com/ultra/courses/_38144_1/cl/outline (sjekket 01.10.2022).
- [3] Wayne Storr. *Butterworth Filter Design and Low Pass Butterworth Filters*. Basic Electronics Tutorials, aug. 2013. URL: https://www.electronics-tutorials.ws/filter/filter_8.html (sjekket 29.09.2022).