



# Designnotat

Tittel:

Forfattere: Peter Pham

Versjon: 1.0

Dato:

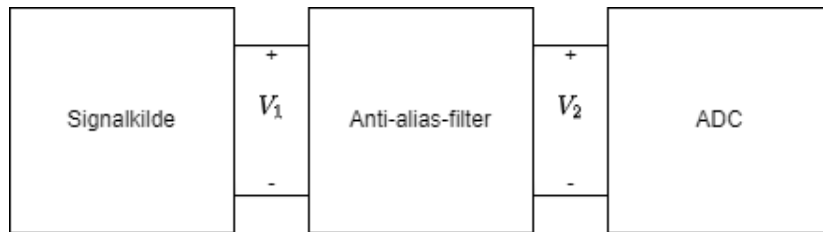
## Innhold

<b>1</b>	<b>Problembeskrivelse</b>	<b>2</b>
<b>2</b>	<b>prinsipiell løsning</b>	<b>3</b>
2.1	Spesifikasjon . . . . .	3
2.2	Type filter . . . . .	3
2.3	Nødvendig orden . . . . .	4
2.4	Systemfunksjonen . . . . .	5
<b>3</b>	<b>Realisering og test</b>	<b>7</b>
<b>4</b>	<b>Konklusjon</b>	<b>8</b>
<b>5</b>	<b>Referanser</b>	<b>9</b>

---

# 1 Problembeskrivelse

Signalbehandling i elektroniske system foregår som regel digitalt. Inngangssignalene til systemet er oftest analoge, og en digitalisering av disse før signalbehandlingen er derfor nødvendig. For å unngå alvorlige aliasing-feil, er det nødvendig å begrense båndbredden til signalene som skal digitaliseres. Dersom punktprovingsfrekvensen er  $f_s$ , må, ifølge punktprovingssteoremet, signalet være båndbegrenset til  $B = \frac{f_s}{2}$ . I praksis er en fullstendig båndbegrensing (der alle frekvenskomponenter over  $\frac{f_s}{2}$  er satt til null) ikke mulig. Det er heller ikke nødvendig. Det er tilstrekkelig at frekvenskomponenter over  $\frac{f_s}{2}$  blir dempet med en viss faktor avhengig av applikasjonen. Slik damping kan oppnås ved å sette et anti-alias-filter umiddelbart foran A/D-omformerer som vist i figur 1. Videre er det ønskelig at anti-alias-filteret påvirker frekvenskomponentene under  $\frac{f_s}{2}$  minst mulig. Det kan sikres ved å kreve at knekkfrekvensen til filteret ligger over en viss verdi.



**Figur 1:** 01Anti-alias-filter.

Dermed skal designes et anti-alias-filter til bruk ved en gitt punktprovingsfrekvens  $f_s$ . Filteret skal ha en damping på minst 10 dB ved frekvensen  $\frac{f_s}{2}$ , og knekkfrekvensen  $f_c$  til filteret skal oppfylle  $f_c \geq 0.75 \frac{f_s}{2}$ . Knekkfrekvensen definerer vi som frekvensen hvor amplituderesponsen har sunket med 3 dB fra sitt høyeste nivå.

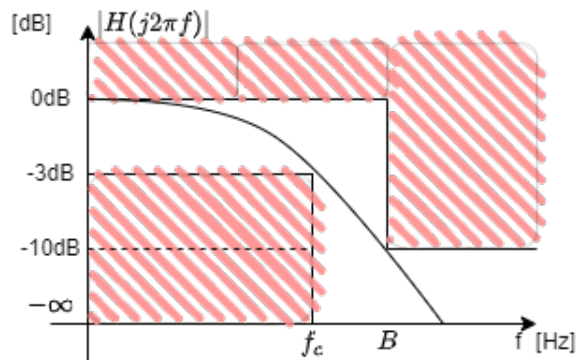
## 2 prinsipiell løsning

Ved filterdesign kan det være lurt å ha en fornuftig arbeidsgang:

1. Start med spesifikasjon
2. Velg type filter
3. Finn nødvendig orden  $N$
4. Finn systemfunksjonen  $H(s)$
5. Realisert  $H(s)$  med tilgjengelig teknologi

### 2.1 Spesifikasjon

Fra problembeskrivelsen i seksjon 1 blir det opplyst at dersom punktprøvingsfrekvensen er  $f_s$ , må båndbegrensingen være  $B = \frac{f_s}{2}$  og knekkfrekvensen være  $f_c \geq \frac{3}{8}f_s$ . Amplituderresponsen vil da ha en form tilsvarende figur 2.

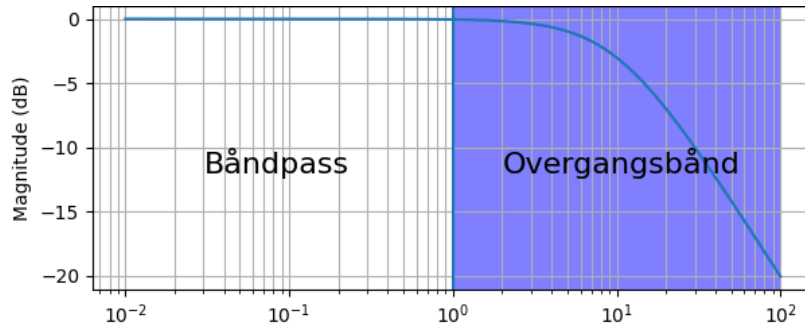


**Figur 2:** Ønsket amplituderrespons på system.

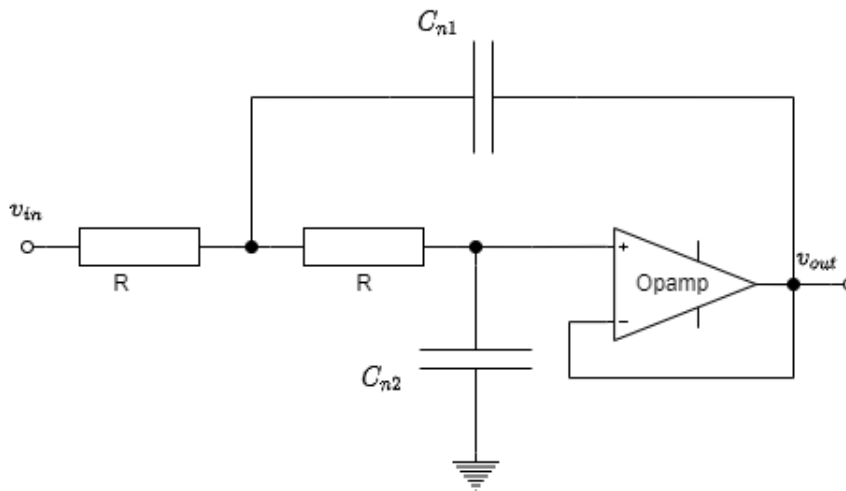
### 2.2 Type filter

For å få en amplituderrespons som likner mest på figur 2 kan et Butterworth filter benyttes da den ifølge siden [3] er et analog filter som produserer den flateste amplituderresponsen, men da på bekostning av en relativt lang overgangsbånd mellom båndpass og båndstop som illustrert i figur 3.

For å få en slik filter karakteristikk kan man ta i bruk et 2. ordens Sallen-Key topologi som illustrert i figur 4.



**Figur 3:** Plot av frekvensresponsen til en Butterworth lavpassfilter.



**Figur 4:** Lavpassfilter med Sallen-Key topologi.

## 2.3 Nødvendig orden

Fra siden [1] blir det oppgitt at formelen for demping  $A(\omega)$  for en  $n$ te-ordens Butterworth lavpassfilter er gitt ved systemfunksjonen  $H(s)$  som

$$A(\omega) = |H(j2\pi f)| = \frac{1}{1 + (\frac{f}{f_c})^{2n}} \quad (1)$$

Formel 1 kan videre skrives om til

$$n = \frac{1}{2} \frac{\ln(A^{-2} - 1)}{\ln(\frac{f}{f_c})} \quad (2)$$

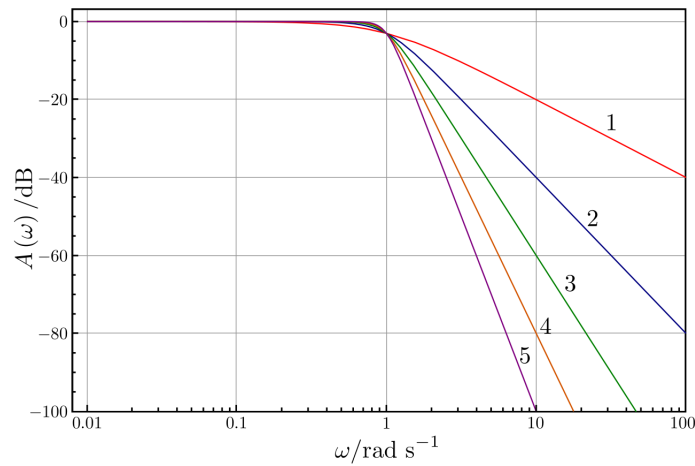
Der dempingen  $A$  er amplitudeforholdet, dette får man ved å bruke formelen

$$A = 10^{\frac{A[dB]}{20}} \quad (3)$$

**Tabell 1:** Dempningsfaktor  $\zeta$ .

	Polpar i		
n	1	2	3
1	1		
2	0.70711		
3	1	0.5	
4	0.92388	0.38268	
5	1	0.80902	0.30902
6	0.96593	0.70711	0.25882

Som man kan se på figur 5 tatt fra Wikipedia [1] kan man se at man får et mye brattere jo høyere orden det er i filteret, men ettervert som man kommer i en høyere orden så vil også graden den blir brattere minkes.



**Figur 5:** Plot med damping for et Butterworth lavpassfilter fra 1. til 5. orden med knekkfrekvens  $\omega = 1$ .

## 2.4 Systemfunksjonen

Når man ved hjelp av formelen 2 kan man bruke tabellen 1 til å finne ut dempningsfaktoren  $\zeta$ .

Fra videoen [2] blir det oppgitt at at tidskonstantene  $\tau$  er gitt ved:

$$\tau_{n1} = \frac{1}{\omega_0 \zeta_n} \quad (4) \quad \tau_{n2} = \frac{1}{\omega_0^2 \tau_{n1}} \quad (5)$$

Kondensatorverdiene blir da gitt ved

$$C_{n1} = \frac{\tau_{n1}}{R} \quad (6) \quad C_{n2} = \frac{\tau_{n2}}{R} \quad (7)$$



### 3 Realisering og test

Punktprøvingsfrekvensen  $f_s$  er satt til 6,4 kHz. Dermed blir spesifikasjonene som plottet i tabell 2.

**Tabell 2:** Filterspesifikasjoner

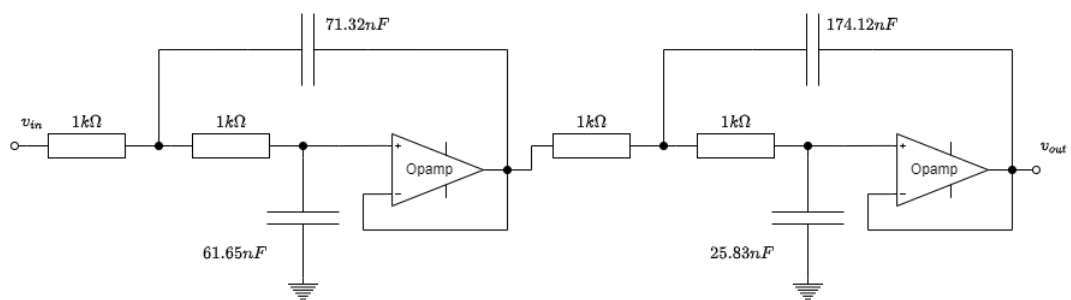
Spesifikasjon	Formel	Verdi
$f_s$		6400Hz
B	$\frac{f_s}{2}$	3200Hz
$f_c$	$\geq \frac{3}{8}f_s$	$\geq 2400\text{Hz}$

Ved å ta i bruk formlene gitt i seksjon 2 blir beregningene som vist i tabell

**Tabell 3:** Beregninger.

Størrelse	Formel	Måltall og enhet
A	$10^{\frac{A[dB]}{20}}$	$\approx 0.3162$
n	$\frac{1}{2} \frac{\ln(A^{-2}-1)}{\ln(\frac{f}{f_c})}$	$\approx 3.81 \rightarrow 4$
R		$1k\Omega$
$\zeta_1$	tatt fra tabel 1	0.92388
$\zeta_2$	tatt fra tabel 1	0.38268
$\omega_0$	$2\pi f_c$	$15079.64 \frac{rad}{s}$
$\tau_{11}$	$\frac{1}{\omega_0 \zeta_1}$	$71.77\mu s$
$\tau_{12}$	$\frac{1}{\omega_0^2 \tau_{11}}$	$61.27\mu s$
$\tau_{21}$	$\frac{1}{\omega_0 \zeta_2}$	$173.29\mu s$
$\tau_{22}$	$\frac{1}{\omega_0^2 \tau_{21}}$	$25.38\mu s$
$C_{11}$	$\frac{\tau_{11}}{R}$	$71.77nf$
$C_{12}$	$\frac{\tau_{12}}{R}$	$61.27nf$
$C_{21}$	$\frac{\tau_{21}}{R}$	$173.29nf$
$C_{22}$	$\frac{\tau_{22}}{R}$	$25.38nf$

Den realiserter er illustrert i figur 6. Merk at verdiene ikke er det samme som på tabell 3 da det er små avvik i kondensatorene, men til tross for det så er avviket relativt lavt.



**Figur 6:** Realisert krets med verdier.

## 4 Konklusjon



## 5 Referanser

### Referanser

- [1] Wikipedia Contributors. *Butterworth filter*. Wikipedia, aug. 2022. URL: [https://en.wikipedia.org/wiki/Butterworth\\_filter](https://en.wikipedia.org/wiki/Butterworth_filter) (sjekket 28.09.2022).
- [2] Lars Lundheim. *Et konkret filterdesigneksempel*. <https://ntnu.cloud.panopto.eu/>, 2022. URL: [https://ntnu.blackboard.com/ultra/courses/\\_38144\\_1/cl/outline](https://ntnu.blackboard.com/ultra/courses/_38144_1/cl/outline) (sjekket 01.10.2022).
- [3] Wayne Storr. *Butterworth Filter Design and Low Pass Butterworth Filters*. Basic Electronics Tutorials, aug. 2013. URL: [https://www.electronics-tutorials.ws/filter/filter\\_8.html](https://www.electronics-tutorials.ws/filter/filter_8.html) (sjekket 29.09.2022).