

上海财经大学《常微分方程》课程模拟试卷 一

姓名_____学号_____班级_____

题号	一	二	三	四	五	总分
得分						

得分	
----	--

一、填空题(每小题 3 分，共计 33 分)

1. 微分方程 $x(y^2 - 1)dx + y(x^2 - 1)dy = 0$ 的常数解是()。
2. 对称形式的方程 $M(x, y)dx + N(x, y)dy = 0$ 存在只与 y 有关的积分因子的充要条件是 ()。
3. 形如 () 是一阶线性非齐次方程，它有积分因子 ()。
4. 函数 $f(x, y)$ 在区域 R 上关于 y 满足 Lipschitz 条件是指 ()。
5. 若方程 $\frac{dy}{dx} = x^2 + y^2$ 定义于矩形域 $R: -1 \leq x \leq 1, -1 \leq y \leq 1$ 中，则根据解的存在唯一性定理，其通过点 $(0, 0)$ 的解的存在区间为 ()。
6. 若 $y = \phi_1(x), y = \phi_2(x)$ 是二阶齐次线性方程的一个基本解组，则它们() (填“有”或“无”) 共同零点。
7. 已知齐次线性方程组 $X' = A(t)X$ 的一个基解矩阵为 $\Phi(t)$ ，则 $A(t) =$ ()。

8. 设常系数齐次线性方程组 $X' = AX$ 的系数矩阵 $A_{n \times n}$ 有 n 重特征根 λ , 则方程组的标准基解矩阵 $\exp(At) = ($))

9. 设 $x_1(t), x_2(t), \dots$ 是 n 阶齐次线性方程 $\frac{d^n x}{dt^n} + a_1(t) \frac{d^{n-1} x}{dt^{n-1}} + \dots = 0$ 的任意 n 个解, $W(t)$ 是它们的 Wronski 行列式, 则 $W(t)$ 满足的一阶线性微分方程是 (), 从而 $W(t) = ($))

得分	
----	--

二、单选题(每小题 4 分, 共计 16 分)

1. n 阶齐次线性方程基本解组中解的个数恰好是 ())

- (A) $n+2$ (B) $n-1$ (C) $n+1$ (D) n

2. 方程 $\frac{dy}{dx} = \frac{3}{2}y^{\frac{1}{3}}$ 过点 $(0,0)$ 共有 () 个解。

- (A) 无数 (B) 1 (C) 2 (D) 3

3. 设 $y(x) = c_1 y_1(x) + c_2 y_2(x) + y^*(x)$ 是方程 $y'' + y' + y = 1$ 的通解, 则 $\lim_{x \rightarrow +\infty} y(x) =$ ())

- (A) 0 (B) 1 (C) ∞ (D) -1

4. 一阶线性非齐次方程组的任意两个非零解之差 ())

- (A) 不是其对应齐次线性方程组的解

- (B) 是非齐次线性方程组的解

(C) 是其对应齐次线性方程组的解

(D) 是非齐次线性方程组的通解

得分	
----	--

三、求下列方程的通解(共计 28 分)

1. $\frac{dy}{dx} = \frac{2x}{y + x^2 y}$ (4 分)

装

订

线

2. $(x^2 e^x - y)dx + xdy = 0$ (8 分)

3. $x''' - x = \cos t$ (8 分)

装

订

4. $yy'' + y'^2 + 2x = 0$ (8 分)

线

得	
---	--

四、(15 分)

设方程组为如下形式：

$$\begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = 11x_1 - 25x_2 \\ \frac{dx_2}{dt} = 4x_1 - 9x_2 \end{cases}$$

求 (1) 方程组的通解 ; (2) 满足初始条件 $\phi(0) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ 的特解。

得分	
----	--

五、(8 分)

设函数 $y(x)$ 具有连续的二阶导数，且 $y'(0) = 0$ ，试由方程

$$y(x) = 1 - \frac{1}{5} \int_0^x [y''(t) + 4y(t)] dt$$

确定此函数。

