

上海财经大学《常微分方程》模拟试卷 五

姓名_____学号_____班级_____

题号	一	二	三	四	五	六	总分
得分							

得分	
----	--

一、(10 分)

对初值问题 $\begin{cases} \frac{dy}{dx} = f(x, y) \\ y(x_0) = y_0 \end{cases}$, 简述解的存在唯一性定理的内容。

得分	
----	--

二、(15 分) 验证方程 $(3x^2 + 6xy^2)dx + (6x^2y + 4y^3)dy = 0$ 是全微分方程，并求其通解。

得分	
----	--

三、(15 分) 求方程 $\frac{d^2x}{dt^2} - 2\frac{dx}{dt} - 3x = 3t + 1$ 的通解。

得分	
----	--

四、(25 分) 设方程 $\frac{dy}{dx} = x^2 + y^2$ 定义在矩形域

$R: -1 \leq x \leq 1, -1 \leq y \leq 1$ 上, 对 $(0,0)$ 点, (1) 检验解的存在唯一性定理

的条件；(2) 求过该点的解的存在区间；(3) 求方程过该点的第二次近似解。

得分	
----	--

五、 (20 分)

求方程组 $X' = AX$ 的一个基本解组，其中 $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$ 。

得分	
----	--

六、 (15 分)

已 知 方 程 $\frac{d^2 y}{dx^2} + p(x) \frac{dy}{dx} + q(x)y = 0$ 的 三 个 解

$y_1 = x, y_2 = e^x, y_3 = e^{2x}$, 求此方程满足初始条件 $y(0) = 1, y'(0) = 2$ 的特解。

