

# 上海财经大学《常微分方程》模拟试卷 六

姓名\_\_\_\_\_学号\_\_\_\_\_班级\_\_\_\_\_

题号	一	二	三	四	总分
得分					

得分	
----	--

## 一、填空题(每小题 3 分，共计 36 分)

- 微分方程  $(y''')^2 + y'' \sin x - (y')^5 + 2xy \sin x = 0$  的阶数是 (            ), 是否为线性方程(            )。
- 对称形式的方程  $M(x, y)dx + N(x, y)dy = 0$  存在只与  $x$  有关的积分因子的充要条件是 (            )。
- 方程  $y''' = x + y^2$  满足条件  $y(0) = 1, y'(0) = 2$  的解有 (            ) 个。
- 如果函数  $f(x, y)$  在矩形域  $R = \{ |x - x_0| \leq a, |y - y_0| \leq b \}$  上 (            ), 则方程  $\frac{dy}{dx} = f(x, y)$  存在唯一解  $y = \phi(x)$ , 定义于区间  $|x - x_0| \leq h$  上, 连续且满足初始条件  $y_0 = \phi(x_0)$ , 其中  $h = (            )$ ,  $M = \max_{(x, y) \in R} |f(x, y)|$ 。
- 若方程  $\frac{dy}{dx} = y^2$  定义在带状区域  $-2 < x < 5, |y| < +\infty$  上, 则其通过点  $(-1, 1)$  的解的最大存在区间是 (            )。
- 已知二阶线性非齐次方程的特解  $y_1 = x, y_2 = \sin x, y_3 = \cos 2x$ , 则此方程的通解为 (            )。

7. 已知  $y_1=1, y_2=\cos x$  是某二阶线性齐次方程的特解，则此方程是  
( )
8. 与微分方程  $y''' + xy'' + 3y' - 4x^2y = e^{2x}$  等价的一阶线性微分方程组为  
( )
9. 已知一阶线性齐次方程组  $X' = A(t)X$  的基解矩阵为  $\Phi(t)$ ，则  $A(t) =$   
( )
10. 设  $A$  是一个二阶对角矩阵  $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$ ，则方程组  $X' = AX$  的基解矩阵  $\exp(At) =$  ( )

得分	
----	--

## 二、单选题(每小题 4 分，共计 16 分)

1. 设  $n$  阶线性齐次方程的  $n$  个解为  $y_1(x), y_2(x), \dots$ ，则其 Wronski 行列式  $W(x) \equiv 0$  是  $y_1(x), y_2(x), \dots$  在区间  $[a, b]$  上线性相关的 ( )
- ( A ) 充分条件 ( B ) 必要条件
- ( C ) 充要条件 ( D ) 既非充分也非必要
2. 具有特解  $y_1 = 2xe^{-x}, y_2 = 3e^x$  的三阶实常系数齐次线性方程为  
( )
- ( A )  $y''' - y'' - y' + y = 0$  ( B )  $y''' + y'' - y' - y = 0$
- ( C )  $y''' - 6y'' + 11y' - 6y = 0$  ( D )  $y''' + 2y'' + 3y' + y = 0$

3. 方程  $y'' - y' = (1+x)\sin x + x^2$  的通解形式为 ( )。

( A )  $y(x) = c_1 + c_2 e^x + (Ax + B)\sin x + (Cx + D)\cos x + (ax^2 + bx + c)$

( B )  $y(x) = c_1 + c_2 e^x + (Ax + B)\sin x + (ax^2 + bx + c)$

( C )  $y(x) = c_1 + c_2 e^x + (Ax + B)\sin x + (Cx + D)\cos x + x(ax^2 + bx + c)$

( D )  $y(x) = c_1 + c_2 e^x + (Ax + B)\sin x + Cx^2$

4. 下列方程 ( ) 的解在第一象限内是严格单调增加的。

( A )  $y' = x^2 + y^2 + 1$

( B )  $y' = x^2 - y^2$

( C )  $y' = -y^2$

( D )  $y' = x \sin y$

得分	
----	--

三、求下列方程 ( 组 ) 的通解(共计 34 分)

装

订 1.  $ydx - (1+x+y^2 e^y)dy = 0$  (7 分)

线

2.  $y'^2 + (x^2y - xy)y' - x^3y^2 = 0$  (7 分)

3.  $y'' + y = \frac{1}{\cos x}$  (10 分)

.....

装

订

线

.....

4.  $X' = AX$  , 其中  $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$  (10 分)

得分	
----	--

#### 四、 (共计 14 分)

##### 1.验证函数

$$y(x) = 1 + \frac{x^4}{4!} + \frac{x^8}{8!} + \frac{x^{12}}{12!} + \cdots + \frac{x^{4n}}{(4n)!} + \cdots \quad (-\infty < x < +\infty)$$

满足微分方程

$$y' + y = 1, \text{ 及初始条件 } y(0) = 1, y'(0) = y''(0) = 0;$$

##### 2.求幂级数 $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{x^{4n}}{(4n)!}$ 的和函数。

