

上海财经大学《 常微分方程 》模拟试卷四

姓名_____学号_____班级_____

题号	一	二	三	四	总分
得分					

一、求下列方程的通解(共 50 分)

1、 $\frac{dy}{dx} = e^{x-y} - e^x$

2、 $x^2 \frac{dy}{dx} = xy - y^2$

3、 $(y - 3x^2)dx - (4y - x)dy = 0$

4、 $2xydx - (x^2 + y)dy = 0$

5、 $y^{(3)} - 7y'' + 16y' - 12y = x$

二、求方程组 $X' = AX$, 其中 $A = \begin{bmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \end{bmatrix}$ 的一个基解矩阵. (20 分)

三、求方程 $\frac{dy}{dx} = x - y^2$ 经过 $(1, 0)$ 的第二次近似解 (15 分)

四、证明题 (15 分)

设 $\Phi(t)$ 为方程组 $X' = AX$ (A 为 $n \times n$ 常数矩阵) 的标准基解矩阵 (即 $\Phi(0) = E$)。

证明: $\Phi(t)\Phi^{-1}(t_0) = \Phi(t - t_0)$, 其中 t_0 为某一值。