

Cours traitement d'images

Déconvolution d'images

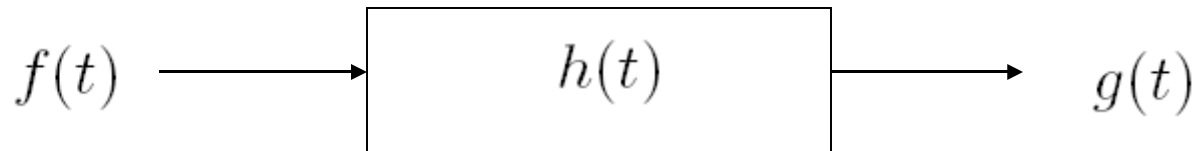
C. Cudel, A. Dieterlen, B. Colicchio

- La déconvolution qu'est ce que c'est ?
 - Définitions
 - espaces objet/image
- Position du problème – limites – super résolution
- Principes des méthodes de déconvolution
- Les fonctions de coûts - pénalisations
- Approches directes
- Approches Itératives
- Exemples en microscopie de fluorescence 3D

La déconvolution qu'est ce que c'est ?

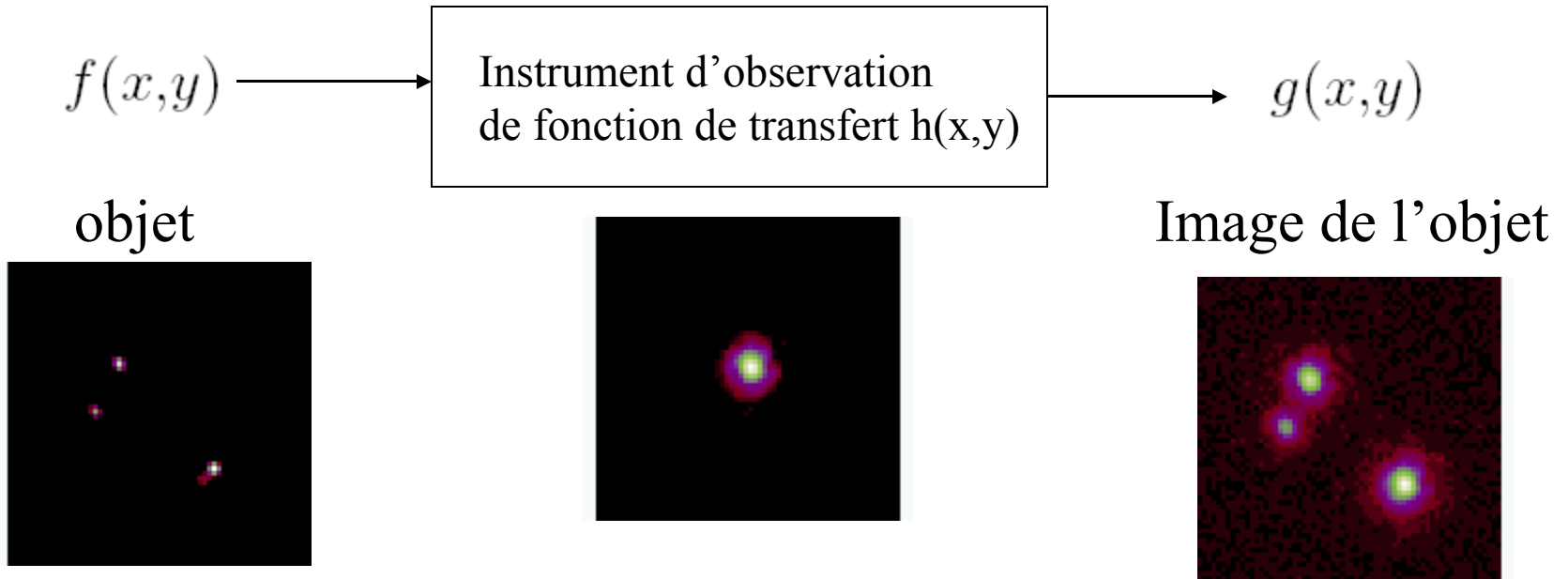


- La déconvolution est l'opération inverse de la convolution.
- En traitement du signal et de l'image, la convolution est l'outil mathématique qui permet de formaliser l'effet d'un filtre :



$$g(t) = f(t) \otimes h(t) = \int f(t) \cdot h(\varsigma - t) \cdot d\varsigma$$

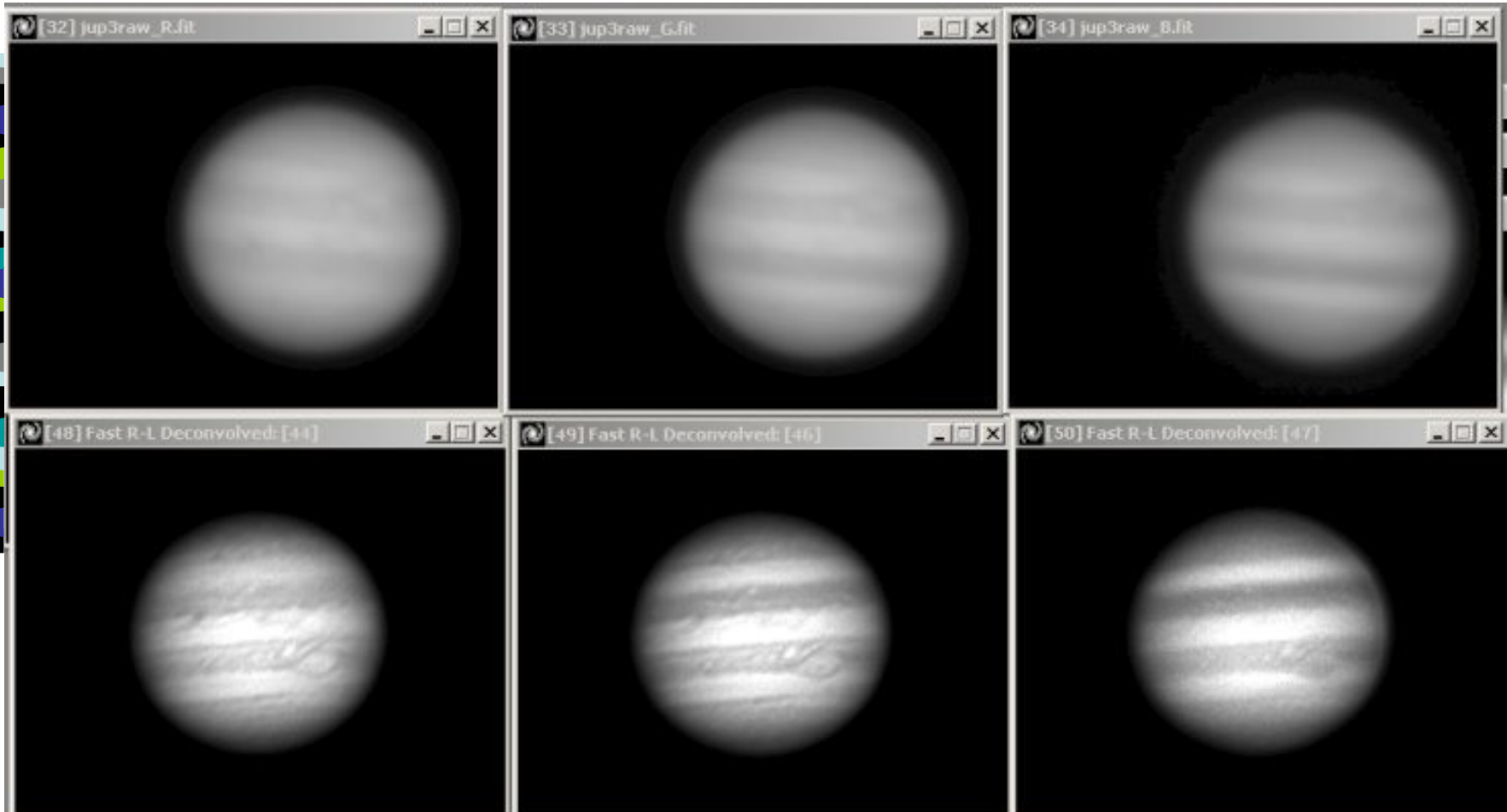
- Espace objet et espace image :



$$g(x,y) = \sum_i \sum_j f(x,y) \cdot h(i-x,j-y)$$

La déconvolution qu'est ce que c'est ?

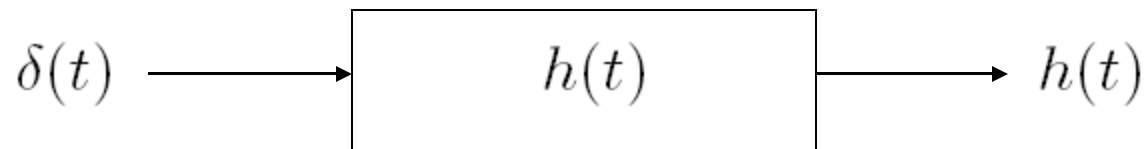
■ Exemple de déconvolution 2D



- La déconvolution qu'est ce que c'est ?
- Position du problème – limites – super résolution
 - Approche spectrale
 - perte d'information
 - limitation due au bruit
 - super résolution ?
- Principes des méthodes de déconvolution
- Les fonctions de coûts - pénalisations
- Approches directes
- Approches Itératives
- Exemples en microscopie de fluorescence 3D

■ Altération et perte d'information : Analyse spectrale

- La transformée de Fourier de la réponse impulsionnelle nous donne l'effet d'un filtre.
- Dirac dans une image = stimulation d'un point unique
- L'observation de ce stimulus nous donne la fonction de transfert
- Pour un instrument optique, des fréquences sont atténuées, certaines coupées.



- Limites : les fréquences atténuées doivent être rehaussées
 - Si l'image contient du bruit, ce bruit sera amplifié par le rehaussement
 - si l'atténuation est très forte, le rehaussement sera d'autant plus important, le bruit peut alors devenir prépondérant
 - le cas limite de la coupure de fréquence, ou l'information est complètement perdue (ceci implique que la restauration ne pourra être qu'une approximation)
 - Lorsqu'on retrouve des fréquences qui ont été coupées, on parlera de super résolution

- La déconvolution qu'est ce que c'est ?
- Position du problème – limites – super résolution
- Principes des méthodes de déconvolution
 - Les différentes approches
 - le compromis de la restauration : Stabilité/précision
- Les fonctions de coûts - pénalisations
- Approches directes
- Approches Itératives
- Exemples en microscopie de fluorescence 3D

■ L'approche vectorielle

- On peut écrire l'équation de convolution sous forme vectorielle :

$$\mathbf{g} = \mathbf{H} \cdot \mathbf{f} + \mathbf{n}$$

- La solution serait la résolution du système d'équation (étude des valeurs propres), problème : valeurs propres nulles, système sous déterminé

■ L'approche spectrale

- En passant par une transformée de Fourier, la convolution devient un produit... la solution serait donc une simple division. Problème : les fréquences manquantes, et donc une division par zero !

■ Approche Statistique

- Partant de la relation de Bayes, il est possible de traduire le problème de déconvolution ainsi :

$$P(\mathbf{f}|\mathbf{g}) = \frac{P(\mathbf{g}|\mathbf{f}) \cdot P(\mathbf{f})}{P(\mathbf{g})}$$

- Le dénominateur étant constant, il faut maximiser (MAP):

$$P(\mathbf{f}|\mathbf{g}) = P(\mathbf{g}|\mathbf{f}) \cdot P(\mathbf{f})$$

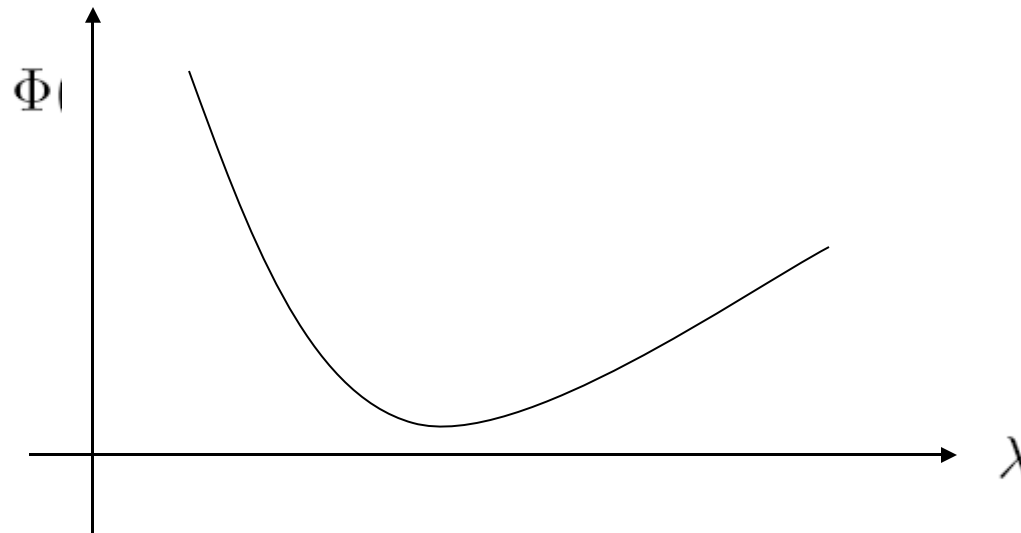
- Si on ne dispose pas d'informations à priori (ML):

$$P(\mathbf{f}|\mathbf{g}) = P(\mathbf{g}|\mathbf{f})$$

- La déconvolution qu'est ce que c'est ?
- Position du problème – limites – super résolution
- Principes des méthodes de déconvolution
- Les fonctions de coûts - pénalisations
 - Critère de ressemblance
 - pénalisation des solutions trop « dures »
- Approches directes
- Approches Itératives
- Exemples en microscopie de fluorescence 3D

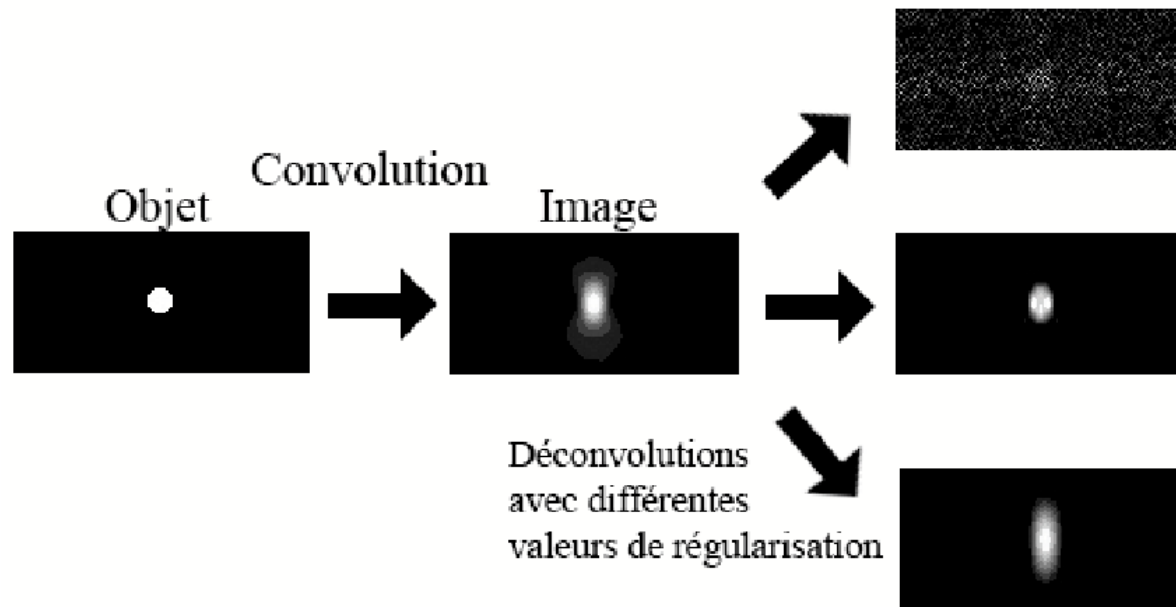
- Deux termes dans la « balance »

$$\Phi(\hat{\mathbf{f}}) = \left\| \mathbf{H}\hat{\mathbf{f}} - \mathbf{g} \right\|^2 + \lambda \left\| \mathbf{R}\hat{\mathbf{f}} \right\|^2$$



Compromis de la restauration : stabilité/précision

■ Exemple :



- La déconvolution qu'est ce que c'est ?
- Position du problème – limites – super résolution
- Principes des méthodes de déconvolution
- Les fonctions de coûts - pénalisations
- Approches directes
 - Singular Value Decomposition
 - Utilisation de la transformée de Fourier
- Approches Itératives
- Exemples en microscopie de fluorescence 3D

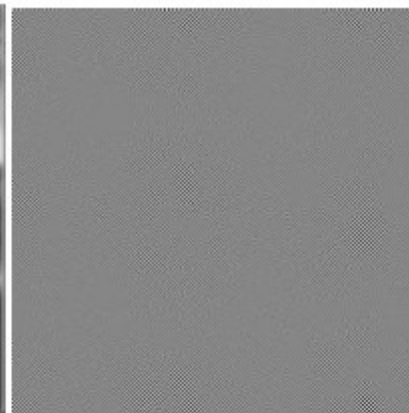
- Lorsque la solution analytique est possible, on parlera de méthode directe
 - exemple division spectrale directe



image originale



flou + bruit (30 dB)

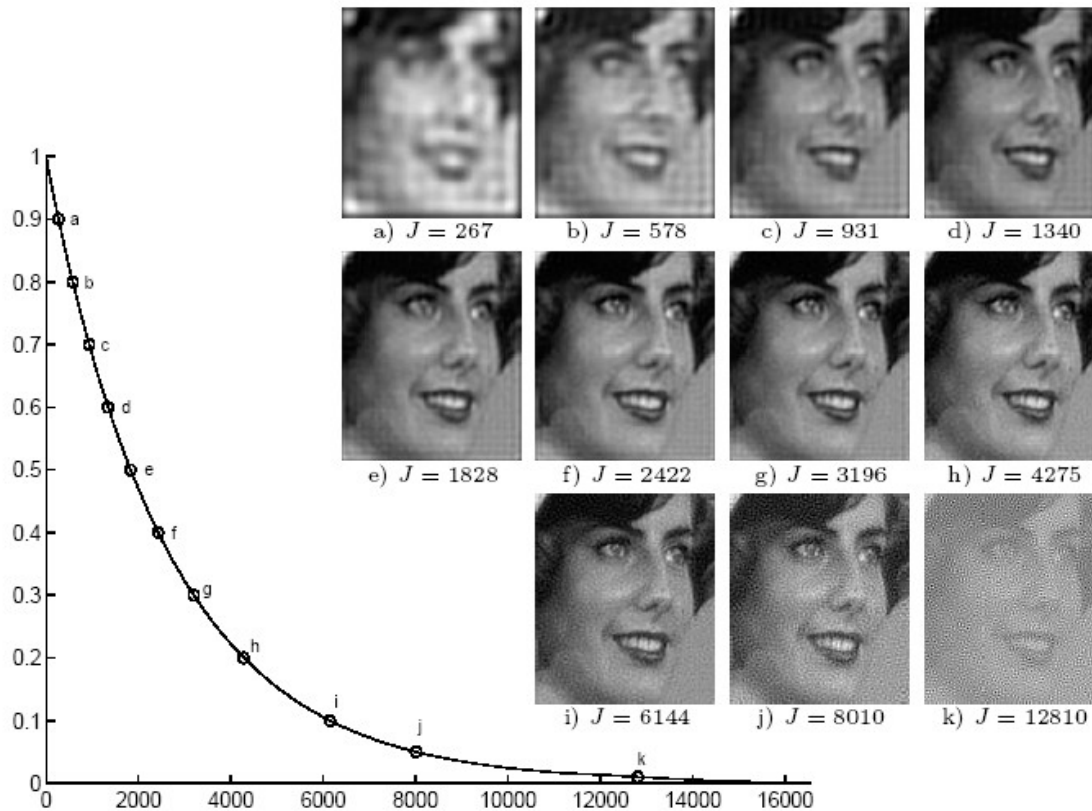


reconstruction par
division spectrale

- Il faut régulariser
 - exemple TSVD

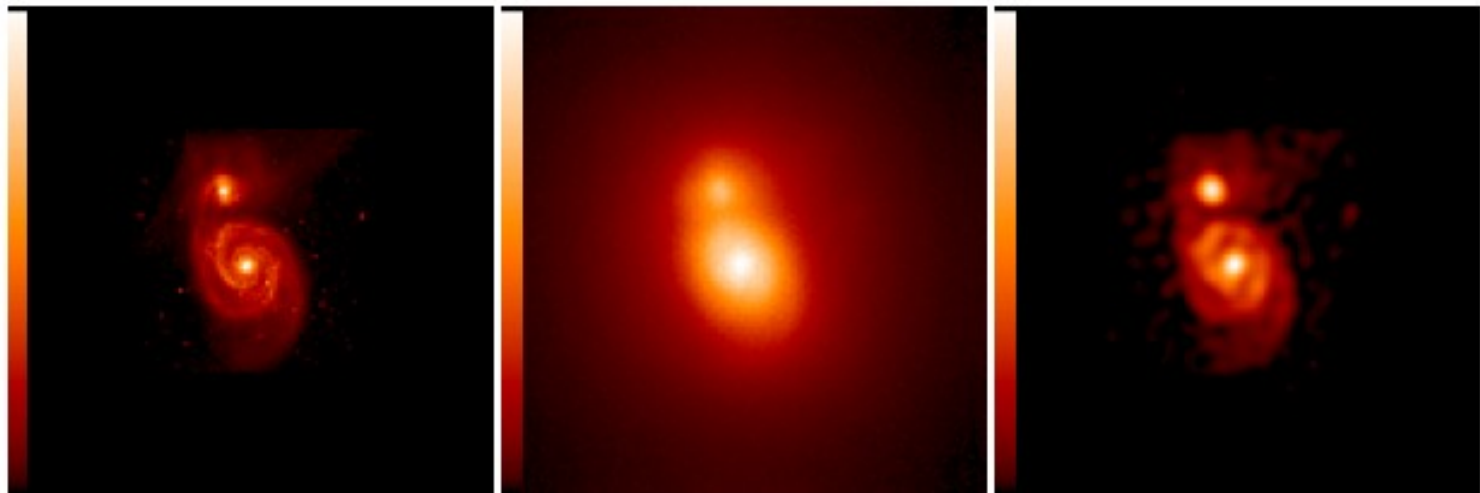
$$\mathbf{g} = \mathbf{H} \cdot \mathbf{f} + \mathbf{n}$$

$$\hat{\mathbf{f}} = \Phi \mathbf{g} = [\mathbf{H}'^t \mathbf{H}']^{-1} \mathbf{H}'^t \mathbf{g}$$



- En partant de la fonction de cout : $\Phi(\hat{\mathbf{f}}) = \left\| \mathbf{H}\hat{\mathbf{f}} - \mathbf{g} \right\|^2 + \lambda \left\| \mathbf{R}\hat{\mathbf{f}} \right\|^2$
- On trouve le filtre de Tikonov-Miller (Wiener Généralisé)

$$\mathbf{H}_{inverse} = \mathbf{H}_{tm} = \frac{\mathbf{H}^T}{\mathbf{H}^T \mathbf{H} + \lambda \mathbf{R}^T \mathbf{R}}$$



- La déconvolution qu'est ce que c'est ?
- Position du problème – limites – super résolution
- Principes des méthodes de déconvolution
- Les fonctions de coûts - pénalisations
- Approches directes
- Approches Itératives
 - Méthode de Van-Cittert
 - Maximum Likelihood -EM (Lucy- Richardson)
- Exemples en microscopie de fluorescence 3D

- La réponse peut être trouvée de manière itérative

- exemple Van Cittert

$$0 = \mathbf{g} - \mathbf{H}\hat{\mathbf{f}}$$

$$\hat{\mathbf{f}}^{(k+1)} = \hat{\mathbf{f}}^{(k)} + \mathbf{g} - \mathbf{H}\hat{\mathbf{f}}^{(k)}$$

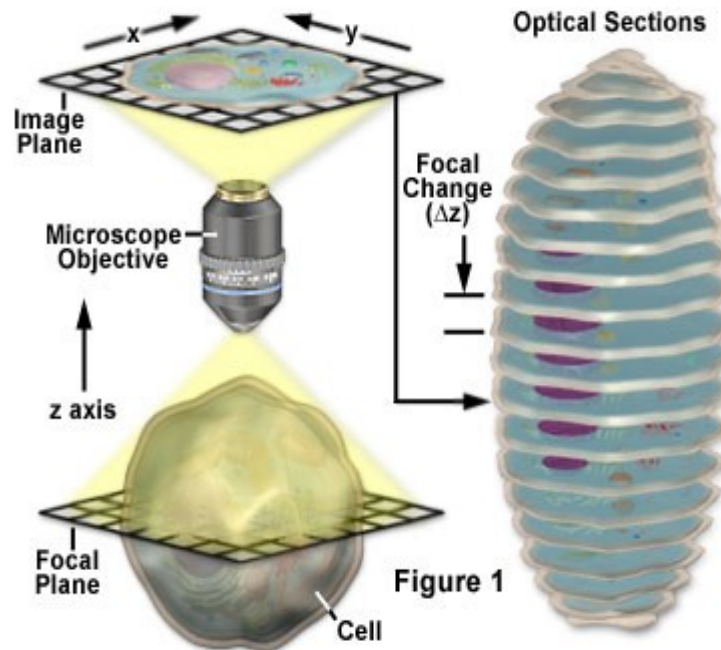
$$\hat{\mathbf{f}}^{(k+1)} = \hat{\mathbf{f}}^{(k)} + \mu \left(\mathbf{g} - \mathbf{H}\hat{\mathbf{f}}^{(k)} \right)$$

- exemple Lucy- Richardson

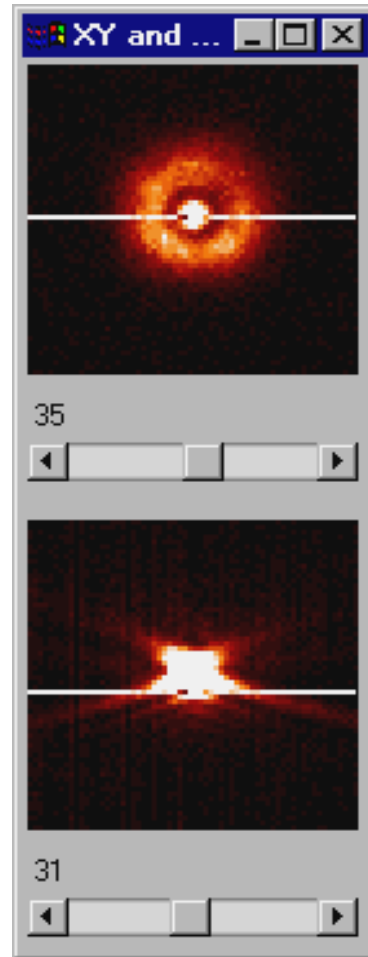
$$\hat{\mathbf{f}}^{k+1} = \hat{\mathbf{f}}^k \left| \frac{\mathbf{H}^T}{\mathbf{H}\hat{\mathbf{f}}^k + \mathbf{n}} \right| \mathbf{g}$$

- La déconvolution qu'est ce que c'est ?
- Position du problème – limites – super résolution
- Principes des méthodes de déconvolution
- Les fonctions de coûts - pénalisations
- Approches directes
- Approches Itératives
- Exemples en microscopie de fluorescence 3D
 - Réponse de l'instrument
 - Exemple d'images
 - Une méthode Monte-Carlo pour la déconvolution

Acquisition of Optical Sections for Deconvolution



Réponse impulsionnelle

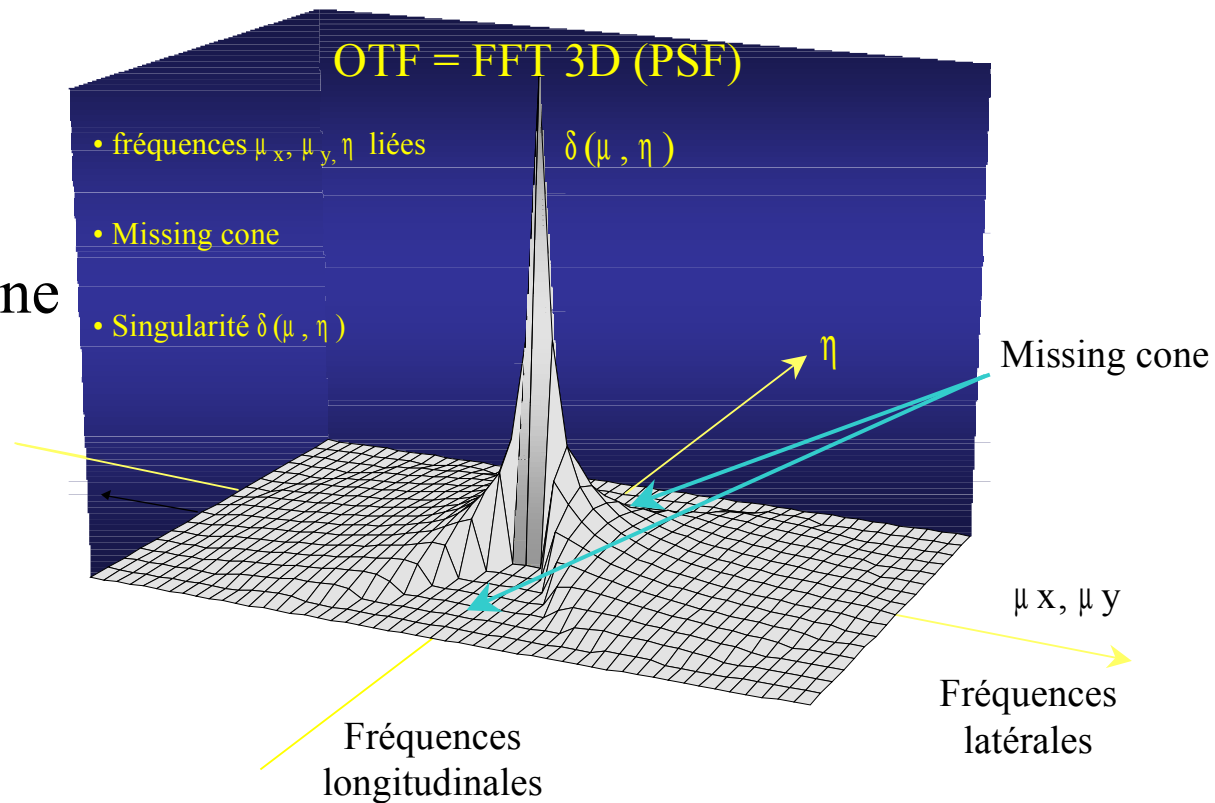


Fonction de transfert optique

- L'OTF est la représentation fréquentielle de la réponse du système

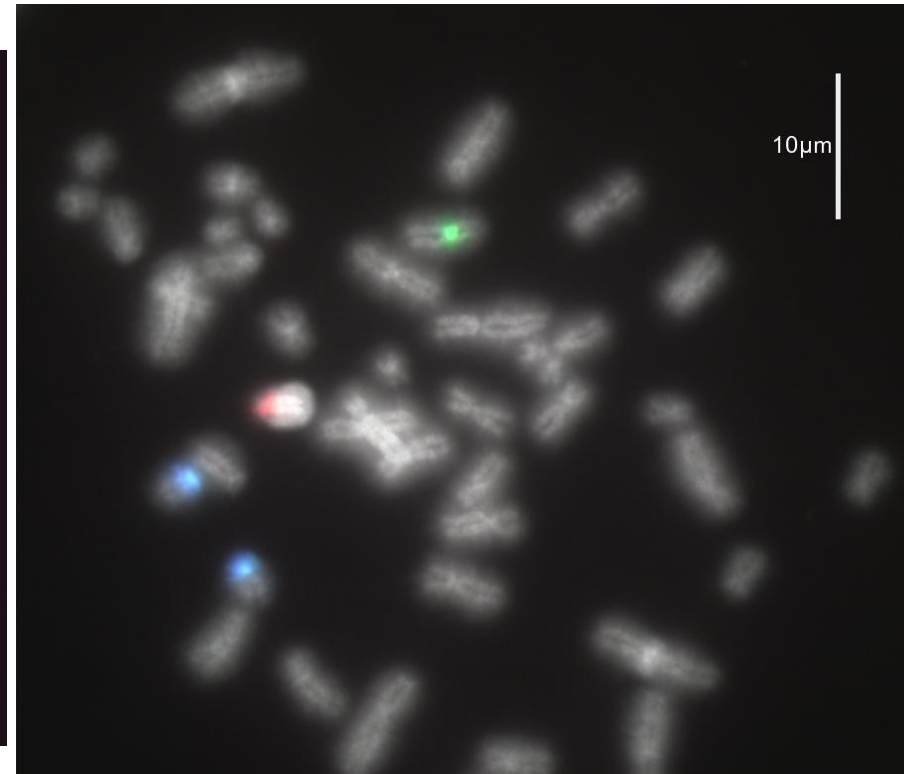
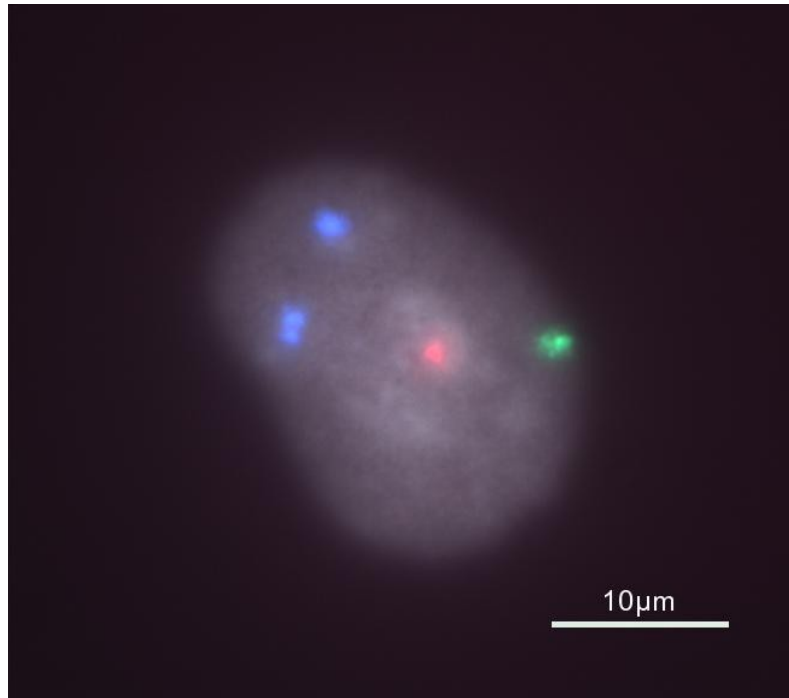
- $OTF = TF (PSF)$

- Singularité à l'origine
- « Missing cone »



Exemples de restauration d'images 3D

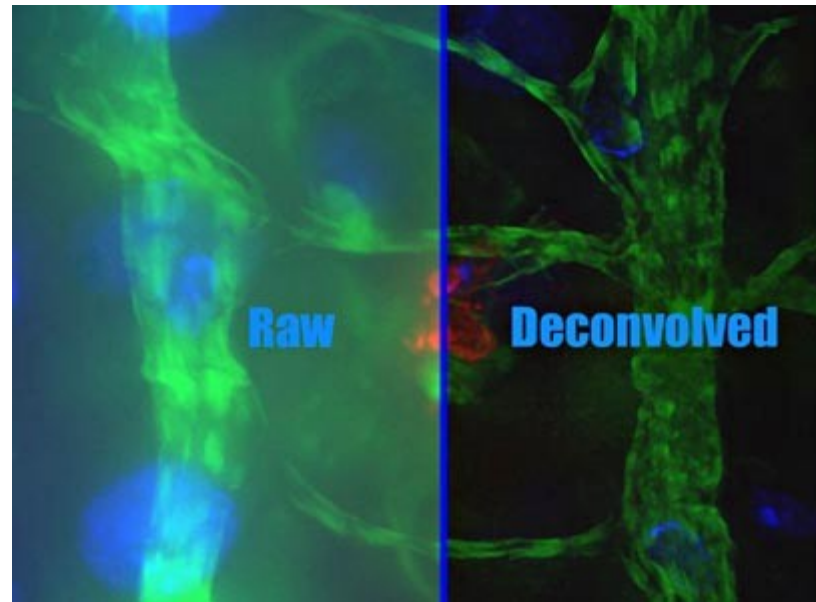
- Préparations de cytogénétique moléculaire pour le dénombrement de chromosomes - Amniocytes
 - FISH sur chromosomes interphasiques et métaphasiques, 18 (centromères en aquablue), X (centromère en spectrum green) et Y (centromère en spectrum orange), et l'ensemble de l'ADN (DAPI)



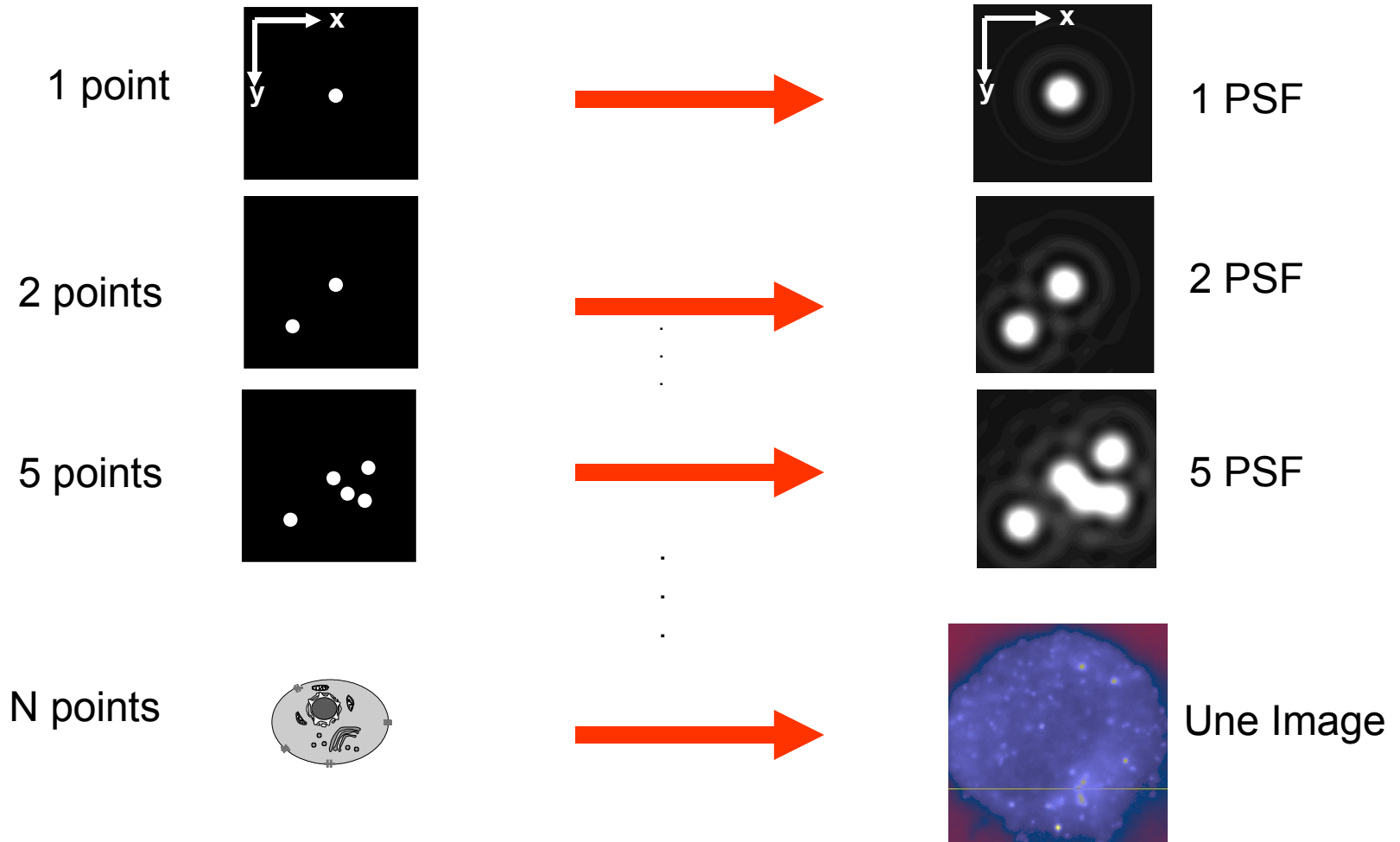
$\Delta X = \Delta Y = 0.068 \mu\text{m}$ $\Delta Z = 0.25 \mu\text{m}$
N.A : 1.4

Indice de l'huile : 1.518

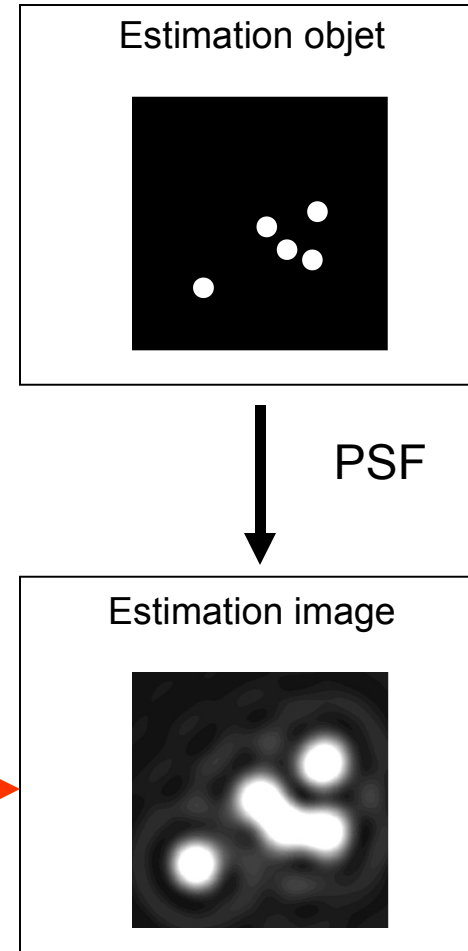
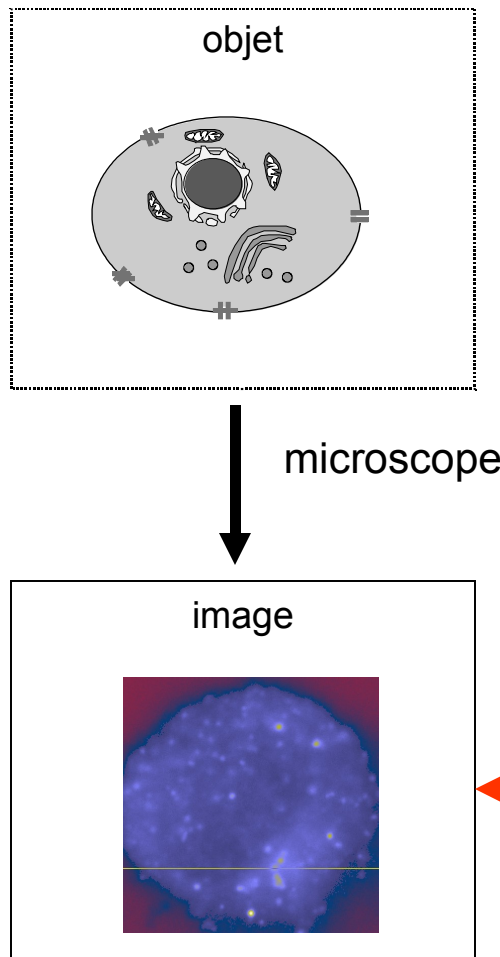
Autre exemple (AutoQuant)



Méthode monte-carlo pour la déconvolution



Principe monte-carlo



Modifications
à des positions
aléatoires

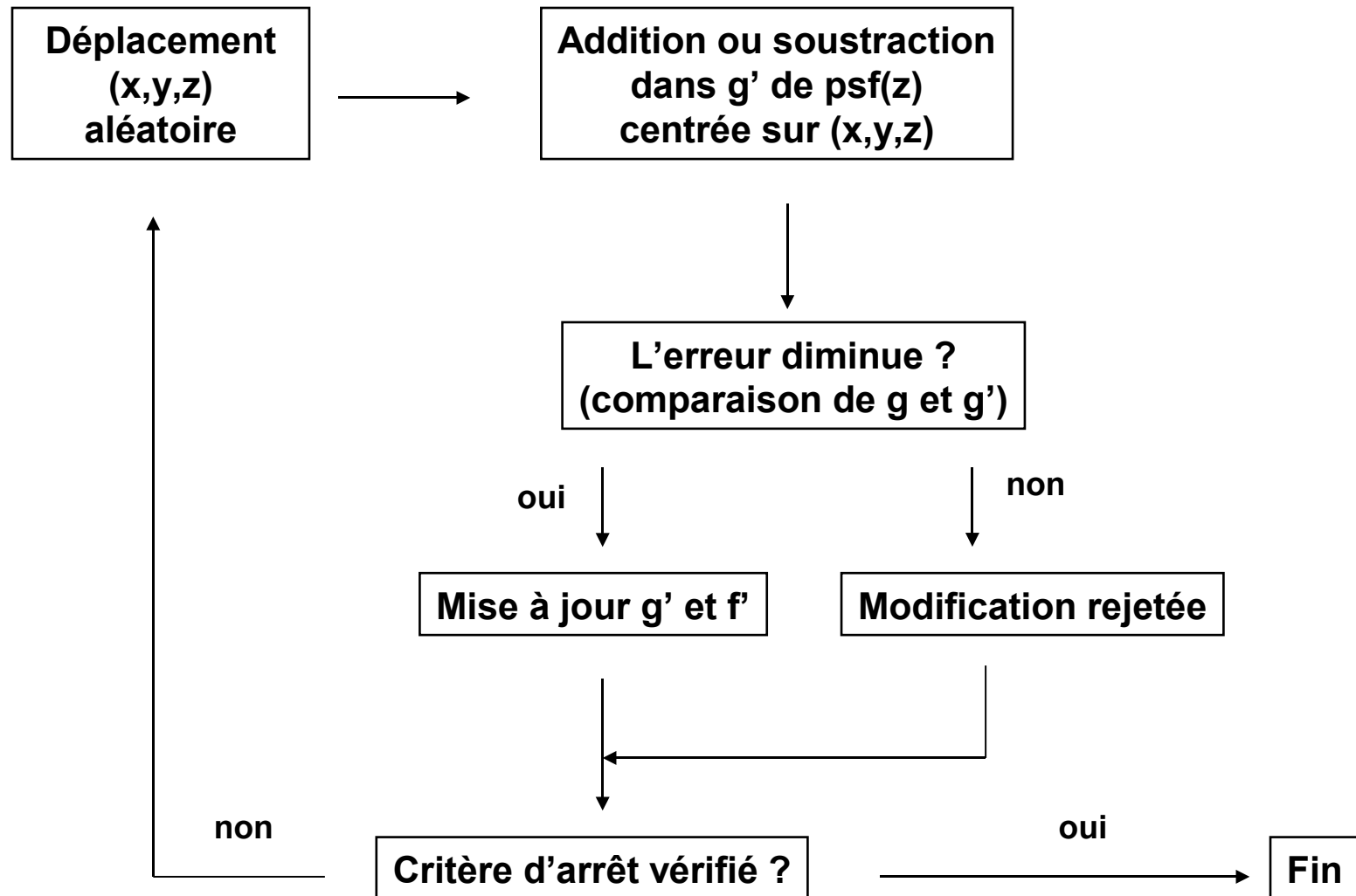
+ contraintes

critère
d'erreur

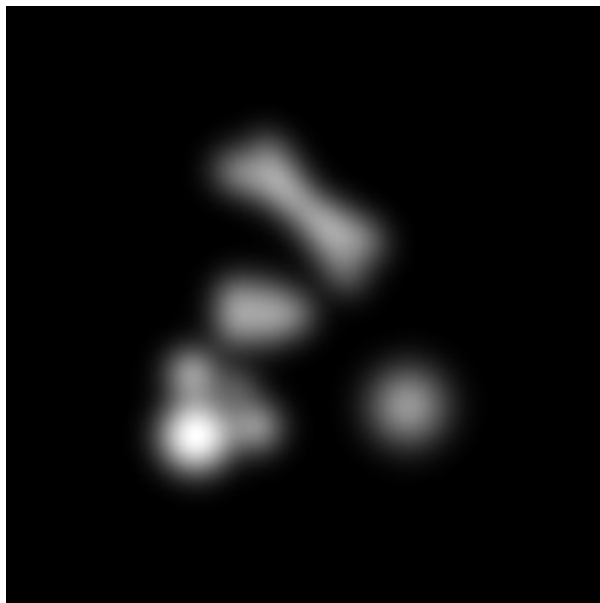
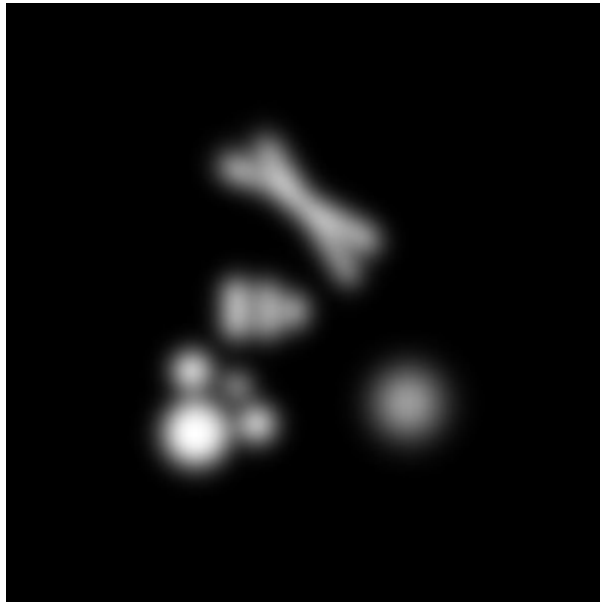


Modifications
correspondantes

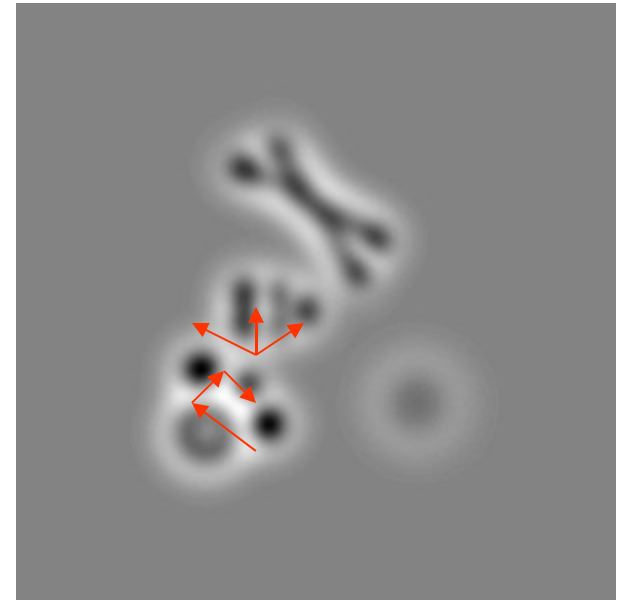
Algorithme monte-carlo



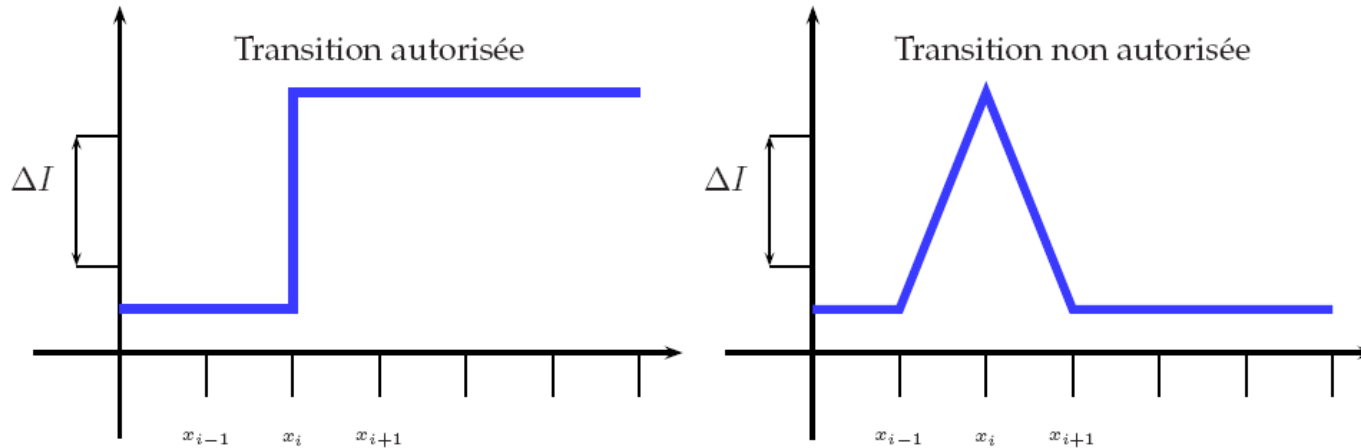
Etape de déplacement aléatoire



Différence

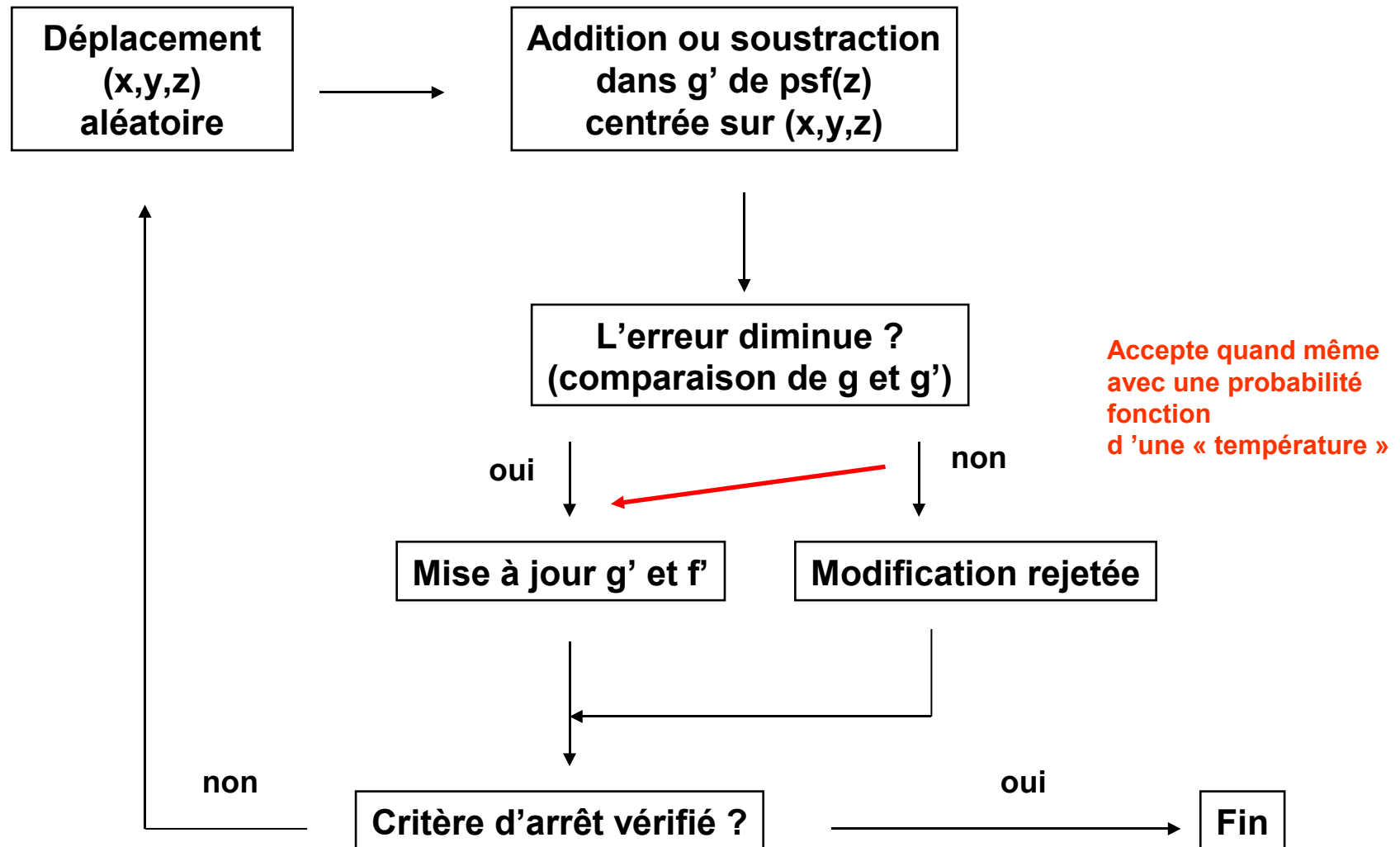


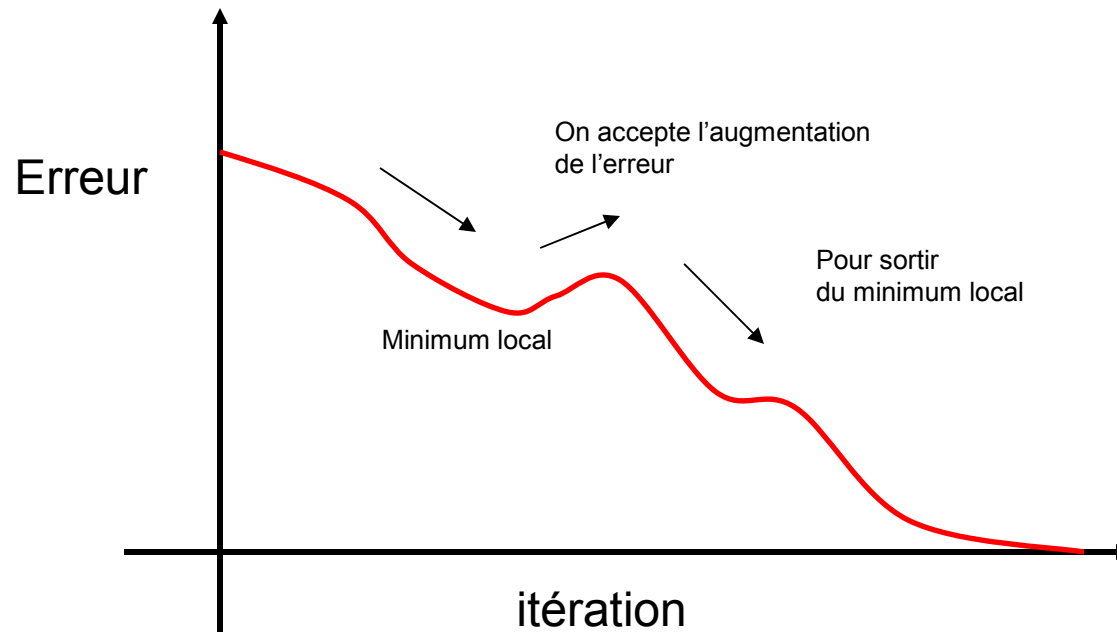
Contrainte sur le voisinage dans l'espace objet



Erreur quadratique dans l'espace image

Utilisation du recuit-simulé





Probabilité d'accepter une augmentation de l'erreur
fonction d'un paramètre appelé « Température »
diminué progressivement