# Вопрос 1

Пусть функции f(x) и F(x) заданы на одном и том же промежутке I.Функция F(x) называется первообразной для f(x) на этом промежутке,если для любого x ∈ I существует производная F 0 (x), равная f(x).

Если F(x) — какая-либо первообразная для f(x), то F(x) + C, где C — постоянная, также будет первообразной этой функции (т.к. F 0 (x) = (F(x) + C) 0 ). Далее, если F(x) и G(x) — первообразные функции f(x), то (F(x) − G(x))0 = F 0 (x) − G0 (x) = f(x) − f(x) ≡ 0. Поэтому в силу известного условия постоянства функции на промежутке разность F(x) − G(x) является константой, т.е. F(x) − G(x) = C.

Совокупность всех первообразных функции f(x) (на некотором промежутке) называется неопределенным интегралом и обозначается

1. Производная неопределенного интеграла равна подынтегральной функции; дифференциал неопределенного интеграла равен подынтегральному выражению: Z f(x)dx0 = f(x); d Z f(x)dx = f(x)dx.

2. Неопределенный интеграл от дифференциала некоторой функции равен сумме этой функции и произвольной постоянной: 2 Z F(x) = F(x) + C.

3. Постоянный множитель, отличный от нуля, можно вынести за знак неопределенного интеграла, т.е. Z αf(x)dx = α Z f(x)dx, α 6= 0.

4. Неопределенный интеграл от суммы двух ( или большего числа ) функций равен сумме неопределенных интегралов от слагаемых: Z (f1(x) + f2(x))dx = Z f1(x)dx + Z f2(x)dx.

# Вопрос 2

всякая правильная рациональная дробь P(x)/Q(x), знаменатель которой записывается в виде (\*), следующим образом представляется в виде суммы простейших дробей:

дело сводится к вычислению интеграла In = Z dx (x 2 + px + q) n . Выделим в знаменателе полный квадрат: In = Z dx (x + p 2 ) + q − p 2 4 n . Т.к. по предположению квадратный трехчлен x 2 +px+q не имеет вещественных корней, то мы можем обозначить a 2 = q − p 2 4 > 0 . После замены t = x + p 2 мы получим такой интеграл: In = Z dt (t 2 + a 2 ) n . При n = 1 имеем табличный интеграл: I1 = Z dt t 2 + a 2 = 1 a arctg t a + C. Далее, применяя формулу интегрирования по частям, получаем In = Z 1 (t 2 + a 2 ) n (t) 0 dt = t (t 2 + a 2 ) n + 2n Z t 2dt (t 2 + a 2 ) n+1 = = t (t 2 + a 2 ) n + 2n Z t 2 + a 2 − a 2 (t 2 + a 2 ) n+1 dt = t (t 2 + a 2 ) n + 2nJn − 2na2 Jn+1.

# Вопрос 3

# Вопрос 4

# Вопрос 5

# Вопрос 6

# Вопрос 7

# Вопрос 8

# Вопрос 9

# Вопрос 10