МИНЕСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования

«САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

АЭРОКОСМИЧЕСКОГО ПРИБОРОСТРОЕНИЯ»

КАФЕДРА ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ

ОТЧЕТ   
ЗАЩИЩЕН С ОЦЕНКОЙ

ПРЕПОДАВАТЕЛЬ

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| доц., канд. техн. наук |  |  |  | О. М. Косогоров |
| должность, уч. степень, звание |  | подпись, дата |  | инициалы, фамилия |

|  |
| --- |
| ОТЧЕТ О ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ |
| Интерполяция кубическими сплайнами. |
| по курсу: Численные методы в решении прикладных задач |

РАБОТУ ВЫПОЛНИЛ

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| СТУДЕНТ ГР. № | М021 |  |  |  | П. А. Носуленко |
|  |  |  | подпись, дата |  | инициалы, фамилия |

Санкт-Петербург 2023

## Описание задания

1. Выбрать некоторую аналитически заданную функцию, а также некоторую сетку; рассмотреть несколько значений выбранной функции в узлах этой сетки (количество узлов более трёх)
2. Построить варианты кубических сплайнов с различными граничными условиями (в т.ч. ЕГУ) по аналогии с примерами 1 и 2, рассмотренными на стр. 27-33 методички "Интерполяция кубическими сплайнами" Стронгиной Н.Р.
3. Выполнить проверку соответствия построенных сплайнов всем необходимым условиям (также по аналогии с примерами**)**

## **Ход работы**:

1. Найти интерполяционный кубический сплайн с граничными условиями

Рассмотрим функцию и выберем сетку

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| x | 0 | 1 | 2 | 3 |
| y | 0 | -1 | 4 | 27 |

Сетка имеет 3 участка. Кубический сплайн ищем в виде:

S(x) =

Тогда:

Условия для определения кубического сплайна:

Имеем 12 коэффициентов сплайна:

Найдем 12 коэффициентов сплайна, решив СЛАУ, составленную согласно Теореме 1.

Сетка задана равномерная, значит:

Значения функции:

СЛАУ сводится к решению системы уравнений:

Нахождение коэффициентов , где :

Нахождение коэффициентов , где :

Нахождение коэффициентов , где :

Подставив значения, получим результат:

Проверка:

Рассматривается функция . Она соответствует условиям . Значит, она сама себе единственный интерполяционный сплайн. Приведя подобные слагаемые получим:

Из этого следует, что построенный выше интерполяционный кубический сплайн с граничными условиями существует.

2) Найти интерполяционный кубический сплайн с ЕГУ

Рассмотрим функцию и выберем сетку

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| x | 0 | 1 | 2 | 3 |
| y | -1 | -1 | 1 | 17 |

Участков сетки [0;3] три. По аналогии с предыдущим примером, сплайн ищется с учетом условий:

Также ищем коэффициенты . Добавляем переменную .

Сетка равномерная: , .

Функция , которую необходимо интерполировать, принимает значения

СЛАУ принимает вид:

Нахождение

Нахождение

Нахождение коэффициентов , где :

Подставив коэффициенты, получен результат:

Проверка:

Рассматривается функция . Она не соответствует условиям . Значит, она сама себе не сплайн. Следовательно, нужно выяснить как выглядит сплайн:

Приведение подобных слагаемых:

Формула действует на участке

Выполнены условия интерполяции на границе участка:

Первая производная на правой границе участка:

Вторая производная на правой границе участка:

На левой границе отрезка выполняется естественное граничное условие:

Формула действует на участке

Выполнены условия интерполяции на границах участка:

Первая производная на границах участка:

Вторая производная на правой границах участка:

Формула действует на участке

Выполнены условия интерполяции на границах участка:

Первая производная на левой границе участка:

Вторая производная на левой границе участка:

На правой границе отрезка естественное граничное условие выполняется

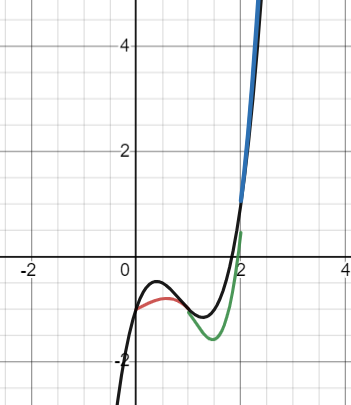


Рисунок 1 – Решение задачи

Черным цветом показана функция . Красным, зеленым и синим показаны полиномы соответственно, а также объединенное из них решение задачи.

## Вывод:

Таким образом, были рассмотрены две функции и на сетке и рассмотрены несколько значений в узлах этих функций, также определены кубические сплайны для каждой функции с различными граничными условиями, в том числе ЕГУ, и проведены проверки во всех вычислениях.