

2021 年寒假强基综评备考集训课程讲义（物理）

力与物体的平衡

一、共点力的合成

1、平行四边形法则与矢量表达式 2、一般平行四边形的合力与分力的求法 余弦定理(或分割成 Rt Δ)解合力的大小

正弦定理解方向

二、力的分解

1、按效果分解 2、按需要——正交分解

三、共点力平衡

1、特征：质心无加速度。

2、条件： $\Sigma \vec{F} = 0$ ，或 $\Sigma F_x = 0$ ， $\Sigma F_y = 0$

例题：



1. 如图所示，长为 L 、粗细不均匀的横杆被两根轻绳水平悬挂，绳子与水平方向的夹角在图上已标示，求横杆的重心位置。

观察与思考：放在斜面上的均质长方体，按实际情况分析受力，斜面的支持力会通过长方体的重心吗？

四、转动平衡

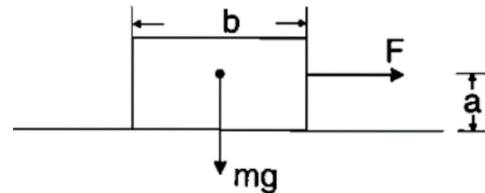
特征：物体无转动加速度。 2、条件： $\Sigma \bar{M} = 0$ ，或 $\Sigma M_+ = \Sigma M_-$ 如果物体静止，肯定会同时满足两种平衡，因此用两种思路均可解题。 3、非共点力的合成：大小和方向——遵从一条直线矢量合成法则。作用点：先假定一个等效作用点，然后让所有的平行力对这个作用点的和力矩为零。

2. 如图所示，均质长方体质量为 m ，

底面长度为 b ，水平力 F 距地面

高度为 a ，接触面最大静摩擦系

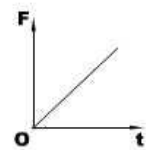
数为 μ 。问当 F 逐渐增加时，物体是先滑动还是先翻倒？



3. 把一个重为 G 的物体用一个水平推力 F 压在竖直的足够

高的墙壁上， F 随时间 t 的变化规律如图所示，则在 $t =$

0 开始物体所受的摩擦力 f 的变化图线是什么样子的？

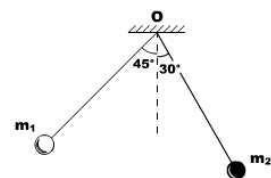


4. 两根等长的细线，一端拴在同一悬点 O 上，另一

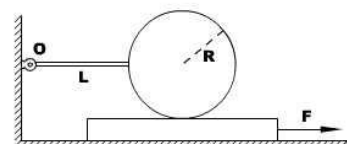
端各系一个小球，两球的质量分别为 m_1 和 m_2 ，

已知两球间存在大小相等、方向相反的斥力而使

两线张开一定角度，分别为 45° 和 30° ，如图所示。则 $m_1 : m_2$ 为多少？

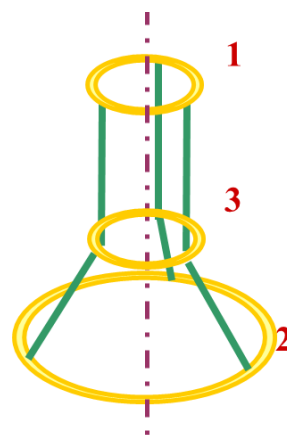


5. 如图所示，一个半径为 R 的均质金属球上



固定着一根长为 L 的轻质细杆，细杆的左端用铰链与墙壁相连，球下边垫上一块木板后，细杆恰好水平，而木板下面是光滑的水平面。由于金属球和木板之间有摩擦(已知摩擦因素为 μ)，所以要将木板从球下面向右抽出时，至少需要大小为 F 的水平拉力。试问：现要将木板继续向左插进一些，至少需要多大的水平推力？

6. 三根不可伸长的相同细绳，一端系在半径为 r_0 的环 1 上，彼此间距相等。绳穿过半径为 r_0 的第 3 个圆环，另一端用同样方式系在半径为 $2r_0$ 的圆环 2 上，如图所示。环 1 固定在水平面上，整个系统处于平衡。试求第 2 个环中心与第 3 个环中心之距离（三个环用同种金属丝制作，摩擦不计）



四、摩擦角及其它

摩擦角

1、全反力：接触面给物体的摩擦力与支持力的合力称全反力，一般用 R 表示，亦称接触反力。

2、摩擦角：全反力与支持力的最大夹角称摩擦角，一般用 φ_m 表示。此时，要么物体已经滑动，必有： $\varphi_m = \arctg\mu$ (μ 为动摩擦因素)，称动摩擦角；要么物体达到最大运动趋势，必有： $\varphi_{ms} = \arctg\mu_s$ (μ_s 为静摩擦因素)，称静摩擦角。通常处理为 $\varphi_m = \varphi_{ms}$ 。

3、引入全反力和摩擦角的意义：使分析处理物体受力时更方便、更简捷。

二、隔离法与整体法

1、隔离法：当物体对象有两个或两个以上时，有必要各个击破，逐个讲每个个体隔离开来分析处理，称隔离法。

在处理各隔离方程之间的联系时，应注意相互作用力的大小和方向关系。

2、整体法：当各个体均处于平衡状态时，我们可以不顾个体的差异而讲多个对象看成一个整体进行分析处理，称整体法。

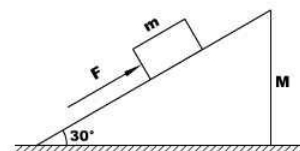
应用整体法时应注意“系统”、“内力”和“外力”的涵义。

应用

7. 物体放在水平面上，用与水平方向成 30° 的力拉物体时，物体匀速前进。

若此力大小不变，改为沿水平方向拉物体，物体仍能匀速前进，求物体与水平面之间的动摩擦因素 μ 。

8. 如图所示, 质量 $m = 5\text{kg}$ 的物体置于一粗糙斜面上, 并用一平行斜面的、大小 $F = 30\text{N}$ 的推力推物体, 使物体能够沿斜面向上匀速运动, 而斜面体始终静止。已知斜面的质量 $M = 10\text{kg}$, 倾角为 30° , 重力加速度 $g = 10\text{m/s}^2$, 求地面对斜面体的摩擦力大小。



运动学

运动的分解与合成

1、法则与对象

(1) 构成一个合运动的几个分运动是彼此独立、互不相干的, 物体的任意一个分运动, 都按其自身规律进行, 不会因有其它分运动的存在而发生改变.

(2) 合运动是同一物体在同一时间内同时完成几个分运动的结果, 对同一物体同时参与的几个运动进行合成才有意义.

(3) 描述运动状态的位移、速度、加速度等物理量都是矢量, 对运动进行合成与分解时应按矢量法则即平行四边形定则作上述物理量的运算.

变换参考系, 矢量合成法则

2、两种分解的思路

a、固定坐标分解(适用于匀变速曲线运动)

建立坐标的一般模式——沿加速度方向和垂直加速度方向建直角坐标; 提高思想——根据解题需要建直角坐标或非直角坐标。

b、自然坐标分解(适用于变加速曲线运动)

基本常识：在考查点沿轨迹建立切向 τ 、法向 n 坐标，所有运动学矢量均沿这两个方向分解。动力学方程 $\begin{cases} \Sigma F_{\tau} = ma_{\tau} \\ \Sigma F_n = ma_n \end{cases}$ ，其中 a_{τ} 改变速度的大小(速率)， a_n 改变速度的方向。且 $a_n = m \frac{v^2}{\rho}$ ，其中 ρ 表示轨迹在考查点的曲率半径。定量解题一般只涉及法向动力学方程。

3.三、两种典型的曲线运动

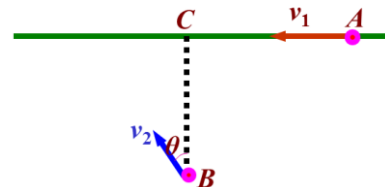
(1) 抛体运动(类抛体运动)关于抛体运动的分析，和新课教材“平抛运动”的分析基本相同。在坐标的选择方面，有灵活处理的余地。

(2) 圆周运动 匀速圆周运动的处理运动学参量 v 、 ω 、 n 、 a 、 f 、 T 之间的关系，向心力的寻求于合成；临界问题的理解。变速圆周运动：使用自然坐标分析法，一般只考查法向方程。

曲率半径；绳拉小船；斜抛。

练习：

1. 一质点从 A 点出发沿 AC 方向以 v_1 速度匀速运动，与此同时，另一质点以 v_2 速度从 B 点出发做匀速运动，如图所示，已知 A 、 C 相距 l ， B 、



C 相距 d ，且 $BC \perp AC$ ，若要两质点相遇， v_2 的最小速率为多少？其方向如何？

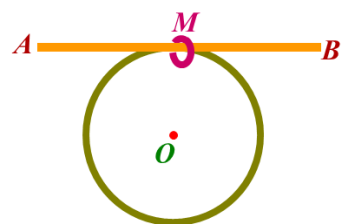
2. 某一恒力作用在以恒定速度 v 运动的物体上，经过时间 t ，物体的速率减少一半，经过同样的时间速率又减少一半，试求经过了 $3t$ 时间后，物体的速度

v_{3t} 之大小.

3. 从 h 高处斜向上抛出一初速度大小为 v_0 的物体, 讨论抛出角 θ 为多大时物体落地的水平位移最大.

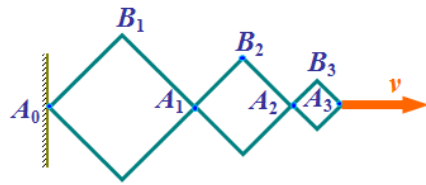
4. 从离地面同一高度 h 、相距 l 的两处同时各抛出一个石块, 一个以速度 v_1 竖直上抛, 另一个石块以速度 v_2 向第一个石块原来位置水平抛出, 求这两个石块在运动过程中, 它们之间的最短距离. 假设石块永远不会落地.

5. 如图所示, 水平直杆 AB 在圆心为 O 、半径为 r 的固定圆圈上以匀速 u 竖直下落, 试求套在该直杆和圆圈的交点处一小滑环 M 的速度, 设 OM 与竖直方向的夹角为 φ .

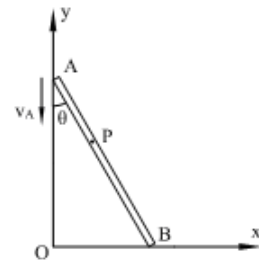


6. 如图所示, 合页构件由三个菱形组成, 其边长之比为 $3:2:1$, 顶点 A_3 以速度 v 沿水平方向向右运动, 求当构件所有角都为直角时, 顶点 B_2 的速度

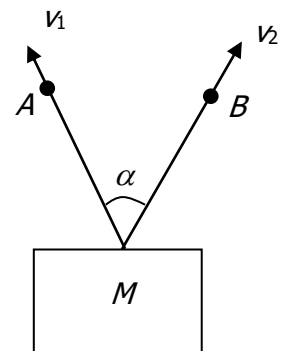
v_{B2} .



7. 细杆 AB 长 L , 两端分别约束在 x 、 y 轴上运动
 v_A 为已知, 试求 P 点的 x 、 y 向分速度 v_{Px} 和 v_{Py} 对杆方位角 θ 的函数。



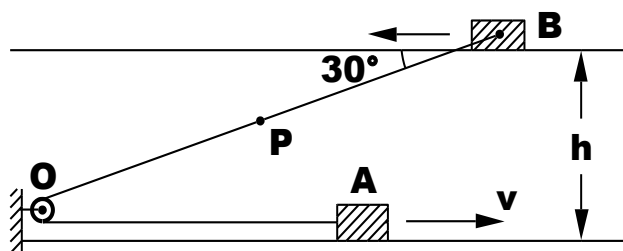
8. 如图所示, 在水平地面上, 用两根不可伸长的绳子 AM 和 BM 共同拉动一个物体。某时刻, 绳端 A 点和 B 点移动的速度分别为 v_1 和 v_2 , v_1 沿 MA 方向且与地面平行, v_2 沿 MB 方向且与地面平行, $\angle AMB = \alpha$, 求此时刻物体的移动速度。



9. 如图所示, 有两条位于同一竖直平面内的水平轨道, 相距为 h 。轨道上有两个

物体 A 和 B，它们通过一根绕过定滑轮 O 的不可伸长的轻绳相连接。物体 A 在下面的轨道上以匀速率 v 运动。在轨道间的绳子与轨道成 30° 角的瞬间，绳子 BO 段的中点处有一与绳相对静止的小水滴 P 与绳子分离，设绳长 BO 远大于滑轮直径，求：

- 1、小水滴 P 脱离绳子时速度的大小和方向；
- 2、小水滴 P 离开绳子落到下面轨道所需要的时间。



10. 小球 1 在距水平地面高 H 处以初速率 v_0 水平抛出的同时，小球 2 在球 1 正下方的水平地面处斜抛出去，两球同时落在地面上的同一位置。据此可算得球 2 射高 $h = \underline{\hspace{2cm}}$ ，初速率 $v = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

牛顿运动定律

牛顿三定律

一、牛顿第一定律

二、牛顿第二定律

理解要点：a、矢量性 b、独立作用性： $\Sigma F \rightarrow a$, $\Sigma F_x \rightarrow a_x \dots$

c、瞬时性。合力可突变，故加速度可突变(与之对比：速度和位移不可突变)；
牛顿第二定律展示了加速度的决定式(加速度的定义式仅仅展示了加速度的“测量手段”)。

3、适用条件：a、宏观、低速 b、惯性系

对于非惯性系的定律修正——引入惯性力、参与受力分析

三、牛顿第三定律

理解要点：a、同性质(但不同物体)b、等时效(同增同减)c、无条件(与运动状态、空间选择无关)

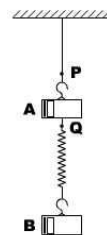
牛顿定律的应用

四、牛顿第一、第二定律的应用

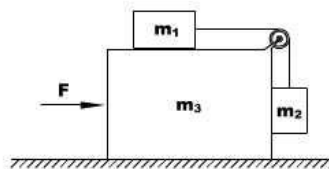
单独应用牛顿第一定律的物理问题比较少，一般是需要用其解决物理问题中的某一个环节。

应用要点：合力为零时，物体靠惯性维持原有运动状态；只有物体有加速度时才需要合力。有质量的物体才有惯性。 a 可以突变而 v 、 s 不可突变。

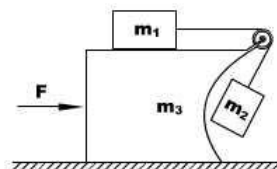
1. 质量均为 m 的两只钩码 A 和 B，用轻弹簧和轻绳连接，然后挂在天花板上，如图所示。试问：① 如果在 P 处剪断细绳，在剪断瞬时，B 的加速度是多少？
- ② 如果在 Q 处剪断弹簧，在剪断瞬时，B 的加速度又是多少？



2. 如图所示，三个物体质量分别为 m_1 、 m_2 和 m_3 ，带滑轮的物体放在光滑水平面上，滑轮和所有接触面的摩擦均不计，绳子的质量也不计，为使三个物体无相对滑动，水平推力 F 应为多少？



若将质量为 m_3 物体右边挖成凹形，让 m_2 可以自由摆动 (而不与 m_3 相碰)，如图所示，其它条件不变。是否可以选择一个恰当的 F' ，使三者无相对运动？如果没有，说明理由；如果有，求出这个 F' 的值。

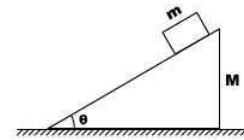


特殊的连接体

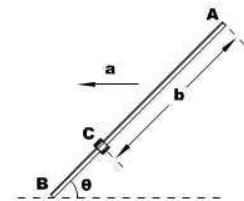
当系统中各个体的加速度不相等时，经典的整体法不可用。如果各个体的加速度不在一条直线上，“新整体法”也将有一定的困难(矢量求和不易)。此时，我们回到隔离法，且要更加注意找各参量之间的联系。

解题思想：抓某个方向上加速度关系。方法：“微元法”先看位移关系，再推加速度关系。

3. 如图所示，一质量为 M 、倾角为 θ 的光滑斜面，放置在光滑的水平面上，另一个质量为 m 的滑块从斜面顶端释放，试求斜面的加速度。

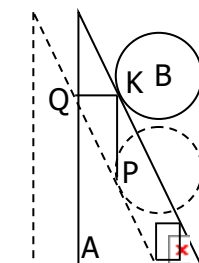


4. 如图所示，与水平面成 θ 角的 AB 棒上有一滑套 C ，可以无摩擦地在棒上滑动，开始时与棒的 A 端相距 b ，相对棒静止。当棒保持倾角 θ 不变地沿水平面

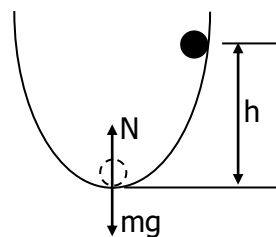


匀加速运动，加速度为 a (且 $a > g \tan \theta$) 时，求滑套 C 从棒的 A 端滑出所经历的时间。

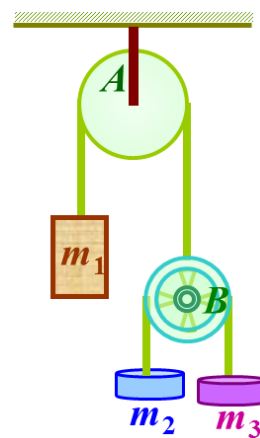
5. 如图所示的物体系统， A 、 B 加速度的关系。



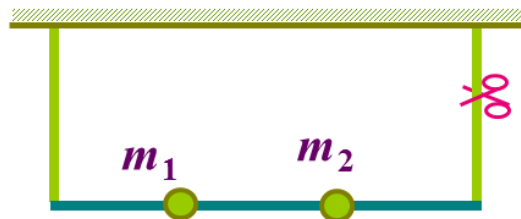
6. 如图所示，一个质量为 m 的小球沿着抛物线 $y = Ax^2$ 型的轨道从 h 米高处由静止开始滑下，试求小球到达轨道底部时对轨道的压力。



1. 如图所示， A 为定滑轮， B 为动滑轮，摩擦不计，滑轮及线的质量不计，三物块的质量分别为 m_1 、 m_2 、 m_3 ，求：(1)物块 m_1 的加速度；(2)两根绳的张力 T_1 和 T_2

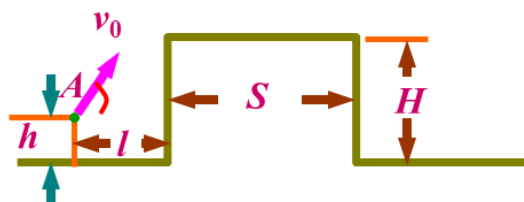


2. 如图所示，一根长度为 $3l$ 的轻杆上固定质量分别为 m_1 和 m_2 的两个重物，它们之间的距离以及它们分别到杆两端的距离相等。用两根竖直的绳子



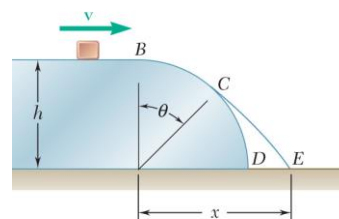
系在杆的两端，使杆水平放置且保持平衡状态。试求当右边绳子被剪断时刻左边绳子的拉力 F_T 。

3. 如图，一仓库高 25 m，宽 40 m。今在仓库前 1 m、高 5 m 的 A 处抛一石块，使石块抛过屋顶，问距离



l 为多大时，初速度 v_0 之值最小？（ g 取 10 m/s^2 ）

4. 一小方块以 $v = 3 \text{ m/s}$ 的等速度在水平面 AB 运动后进入圆弧表面 BCD ，并在 C 点脱离圆弧表面掉落至 E 点，如图所示。已知水平面 AB 的高度 $h=1\text{m}$ ，请计算小方块脱离圆弧表面的位置，亦即 $\theta = ?$ （忽略所有摩擦力；重力加速度 9.81 m/s^2 。）



动能动量

1、碰撞的基本特征：a、动量守恒；b、位置不超越；c、动能不膨胀。

2、三种典型的碰撞 a、弹性碰撞：碰撞全程完全没有机械能损失。满足

$$m_1 v_{10} + m_2 v_{20} = m_1 v_1 + m_2 v_2 \quad \frac{1}{2} m_1 v_{10}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{20}^2 = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2$$

解以上两式(注意技巧和“不合题意”解的舍弃)可得：

$$v_1 = \frac{(m_1 - m_2)v_{10} + 2m_2 v_{20}}{m_1 + m_2}, \quad v_2 = \frac{(m_2 - m_1)v_{20} + 2m_1 v_{10}}{m_2 + m_1}$$

对于结果的讨论：①当 $m_1 = m_2$ 时， $v_1 = v_{20}$ ， $v_2 = v_{10}$ ，称为“交换速度”；

②当 $m_1 \ll m_2$ ，且 $v_{20} = 0$ 时， $v_1 \approx -v_{10}$ ， $v_2 \approx 0$ ，小物碰大物，原速率返回；

③当 $m_1 \gg m_2$ ，且 $v_{20} = 0$ 时， $v_1 \approx v_{10}$ ， $v_2 \approx 2v_{10}$ ，

b、非(完全)弹性碰撞：机械能有损失(机械能损失的内部机制简介)，只满足动量守恒定律

c、完全非弹性碰撞：机械能的损失达到最大限度；外部特征：碰撞后两物体连为一个整体，故有 $v_1 = v_2 = \frac{m_1 v_{10} + m_2 v_{20}}{m_1 + m_2}$

3、恢复系数：碰后分离速度($v_2 - v_1$)与碰前接近速度($v_{10} - v_{20}$)的比值，即：

$$e = \frac{v_2 - v_1}{v_{10} - v_{20}}。根据“碰撞的基本特征”， $0 \leq e \leq 1$ 。$$

当 $e = 0$ ，碰撞为完全非弹性；当 $0 < e < 1$ ，碰撞为非弹性；当 $e = 1$ ，碰撞为弹性。

4、有相对滑动时的机械能损失

5、广义碰撞

1. 质量为 m_0 的小球，以初速 v_0 与另一质量为 M (未知) 的小球发生弹性正碰。若碰后 m 球的速度为 $v_0/2$ 且与原方向相反，则 $M= \underline{\hspace{2cm}}$ ；若碰后 m 球速率为 $v_0/3$ 且与原方向相同，则 $M= \underline{\hspace{2cm}}$ 。

2. 碰后动能之和等于碰前动能之和的碰撞，称为弹性碰撞。

1、质量分别为 m_1 、 m_2 的两个物体，碰前速度 v_{10} 、 v_{20} 如图 1 所示，碰后速度分别记为 v_1 、 v_2 ，如图 2 所示。假设碰撞是弹性的，试列出可求解 v_1 、 v_2 的方程组，并解之；

2、光滑的水平桌面上平放着一个半径为 R 、内壁光滑的固定圆环，质量分别为 m 、 $2m$ 、 m 的小球 A 、 B 、 C 在圆环内侧的初始位置和初速度均在图 3 中示出，注意此时 B 球静止。已知而后球间发生的碰撞都是弹性的，试问经过多长时间， A 、 B 、 C 又第一次恢复到图 3 所示的位置和运动状态。

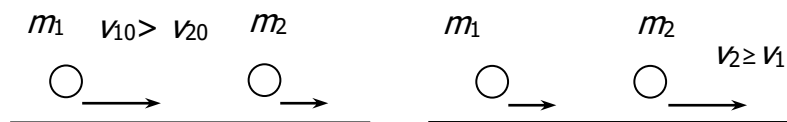


图 1

图 2

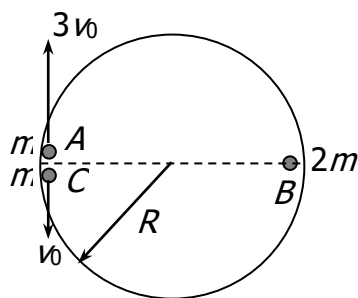
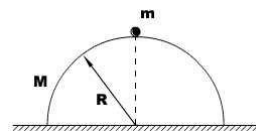


图 3

3. 如图, 当质点 m 滑到方位角 θ 时(未脱离半球), 质点的速度 v 的大小、方向怎样? (质点与圆球之间光滑, 半球与地面之间也是光滑的)



刚体角动量

概述: 刚体指大小和形状都不变的物体, 实质上可以把刚体看作是质量连续分布的且任意两质量元之间距离保持不变的质点系。

一、刚体的状态

1. 静止的刚体

条件: (1) 所受的合外力为零

(2) 所受的合力矩为零

2. 运动的刚体 (刚体的平面运动)

刚体运动过程中的特点: 其上任意两点的连线始终保持平行。

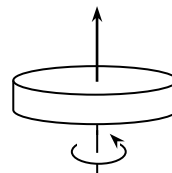
(1) 定轴转动

转动: 刚体上所有质点都绕同一直线做圆周运动, 这种运动称为刚体的转动, 这条直线称为转动轴。

定轴转动: 转动轴固定不动

(2) 角速度、角加速度

角速度是矢量, 方向由右手法则确定如图所示说明; 角速度与线速度的关系: $v = \omega \cdot r$



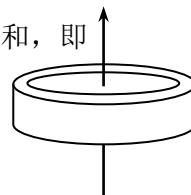
角加速度: $\beta = \frac{d\omega}{dt}$, 角加速度也是矢量, 方向: 对于定轴转动来说与角速度的方向相同。

(3) 定轴转动定律

※对转轴的力矩 $M=Fl$, 作用效果使刚体绕轴转动, 逆转取正, 顺转取负

※角动量 L : 一质点绕某转动轴做圆周运动, 则该质点绕此转动轴的角动量为 $L=mvr$; 假如有许多质点呢? 质点系绕该转动轴的角动量为 $L=\sum m_i v_i r_i$, 对于定轴转动的刚体的角动量 $L=\sum m_i v_i r_i=\sum m_i r_i^2 \omega$

※转动惯量 J : 刚体中各质元质量与其到转动轴线垂直距离平方乘积之和, 即 $J=\sum m_i r_i^2$, 刚体中各质元是连续分布的则 $J=\int r^2 dm$, 所以 $L=J\omega$



※关于转动惯量的两个定理:

①平行轴定理： $J=J_C+md^2$

②垂直轴定理： $J_z=J_x+J_y$

(4) 定轴转动的功能原理

转动动能：定轴转动的刚体中，所有的质元作圆周运动的动能之和即刚体的转动动能， $E_k = \frac{1}{2} J \omega^2$

$$\text{能, } E_k = \frac{1}{2} J \omega^2$$

力矩的功：力矩作用下，使刚体发生转动，转动过程中转动动能发生变化，则力矩对刚体做了功，即力矩的功。

定轴转动的动能定理：

合外力矩对刚体做的功等于刚体转动动能的增加量

$$\text{即 } W = \frac{1}{2} J \omega^2 - \frac{1}{2} J \omega_0^2$$

(5) 刚体定轴转动的角动量守恒

角动量： $L=J\omega$

冲量矩： Mt （时间 t 内）适用力矩不变，如果力矩随时间变化则在 t 时间内冲量矩： $\int Mdt$

类比动量定理得到角动量定理：

$$\int Mdt = J_2 \omega_2 - J_1 \omega_1$$

(6) 刚体的平面运动

一般的刚体的运动既有平动又有转动，这为了分析问题的方便，可以把刚体的运动看成是质心的平动和绕质心的转动。所以在分析刚体运动时，一方面要运用质点的动力学方程及动量定理、动量守恒定律，另一方面要运用转动的动力学方程及角动量定理、角动量守恒定律。注意对于平面运动的刚体运用功能原理时，不能分别列方程，因为能量标量，则注意平面运动的刚体的重力势能等于质心的重力势能，刚体的动能等于质心的平动动能加上绕质心的转动动能，即 $E_k = \frac{1}{2} m v_c^2 + \frac{1}{2} J_c \omega^2$

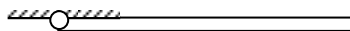
能等于质心的平动动能加上绕质心的转动动能，即 $E_k = \frac{1}{2} m v_c^2 + \frac{1}{2} J_c \omega^2$

例题

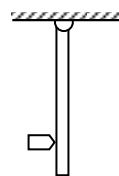
1. 水平桌面上有一个质量为 m 的物体，拴在长度为 l 的绳子上，绳子的另一端固定在一-点上，初始时绳子拉直，现有一个大小为 F 不变的力， F 始终与绳子垂直，求 t 时间后物体的速度。多久后物体可回到出发点。（两种方法计算）

2. 固定斜面上有一个质量为 m 的圆筒，圆筒可从静止开始，沿斜面无滑的滚动到底端，斜面长度为 l ，斜面与地面的夹角为 θ ，圆筒初速度为零，自由滚下，多久滚到底端，滚到底端的速度为多大？

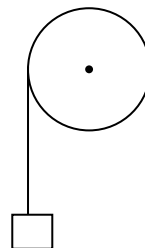
3. 一根质量为 m ，长度为 l 的长杆，初始位置水平，现让其自由摆下，多久后，杆摆到最低点，摆到最低点时速度是多大。



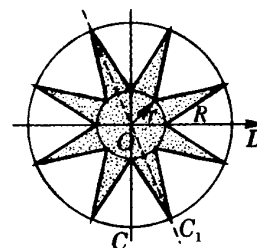
4. 一长为 l ，质量为 M 的杆，可绕支点 O 自由转动，另一质量为 m ，速度为 v 的子弹射入距支点为 a 的棒内。问子弹刚穿进棒内时，棒的角速度为多少？（设棒穿进棒的时间很短）



5. 质量为 $M=16\text{kg}$ 的实心滑轮，半径 R 为 0.15m 。一根细绳绕在滑轮上，一端挂一质量为 $m=8\text{kg}$ 的物体。求（1）静止开始 1 秒钟后，物体下降的距离。（2）绳子的张力。

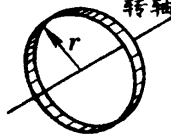
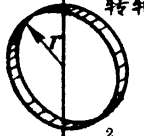
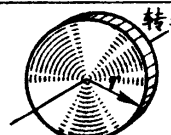
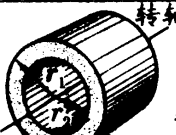
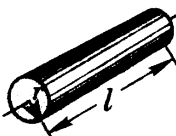




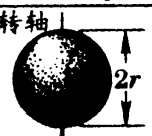


6. 从一个均匀薄片剪出一个如图所示的规则对称的等臂星。对 C 轴，此星的转动惯量为 J 。求等臂星对 C_1 轴的转动惯量。 C 和 C_1 轴都位于图示的平面内， R 和 r 都可看似已知量。

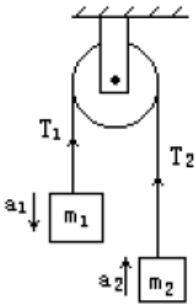


一些规则几何体的转动惯量如表所示。

表 2

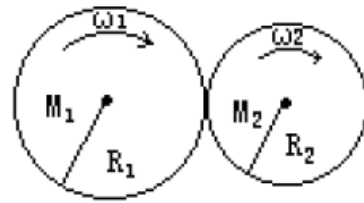
 <p>圆环 转轴通过中心 与环面垂直</p> $J=mr^2$	 <p>圆环 转轴沿直径</p> $J=\frac{mr^2}{2}$
 <p>薄圆盘 转轴通过中心 与盘面垂直</p> $J=\frac{mr^2}{2}$	 <p>圆筒 转轴沿几何轴</p> $J=\frac{m}{2}(r_1^2+r_2^2)$
 <p>圆柱体 转轴沿几何轴</p> $J=\frac{mr^2}{2}$	 <p>圆柱体 转轴通过中心 与几何轴垂直</p> $J=\frac{mr^2}{4}+\frac{ml^2}{12}$
 <p>细棒 转轴通过中心 与棒垂直</p> $J=\frac{ml^2}{12}$	 <p>细棒 转轴通过端点 与棒垂直</p> $J=\frac{ml^2}{3}$
 <p>球体 转轴沿直径</p> $J=\frac{2mr^2}{5}$	 <p>薄球壳 转轴沿直径</p> $J=\frac{2mr^2}{3}$

7.所示的装置叫做阿特伍德（Atwood）机，用一细绳跨过定滑轮，而在绳的两端各悬质量为 m_1 和 m_2 的物体，其中 $m_1 > m_2$ ，求它们的加速度及绳两端的张力 T_1 和 T_2 。设绳不可伸长，质量可忽略，它与滑轮之间无相对滑动；滑轮的半径为 R ，质量为 m ，且分布均匀。

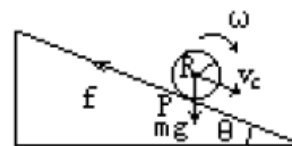


阿特伍德机

8. 如图所示，两个均匀圆柱各自绕自身的轴转动，两轴互相平行。圆柱半径和质量分别为 R_1 、 R_2 、 M_1 、 M_2 。开始时两柱分别以角速度 ω_1 、 ω_2 同向旋转。然后缓缓移动它们，使互相接触。求两柱在相互之间摩擦力的作用下所达到的最终角速度 ω'_1 、 ω'_2 。



9. 一质量为 m 半径为 R 的均匀圆柱体，沿倾角为 θ 的粗糙斜面自静止无滑下滚，求静摩擦力、质心加速度，以及保证圆柱体作无滑滚动所需最小摩擦系数。



10. 一质量为 m 、半径为 R 的轮子以角速度 ω 旋转。将它轻轻地放到地面上，设地面的滑动摩擦系数为 μ ，求轮子最后的前进速度和角速度。达到此运动状态经过了多少时间？

万有引力和天体运动

一、知识点击

1. 开普勒定律

第一定律（轨道定律）：所有行星分别在大小不同的椭圆轨道上围绕太阳运动。太阳是在这些椭圆的一个焦点上。

第二定律（面积定律）：对每个行星来说，太阳和行星的连线（叫矢径）在相等的时间内扫过相等的面积。“面积速度”： $\frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{1}{2}rv\sin\theta$ （ θ 为矢径 r 与速度 v 的夹角）

第三定律（周期定律）：所有行星的椭圆轨道的半长轴的三次方跟公转周期的平方的比值相等。即： $\frac{T^2}{a^3} = \text{常量}$ 。

2. 万有引力定律

(1) 万有引力定律：自然界中任何两个物体都是相互吸引的。任何两个质点之间引力的大小跟这两个质点的质量的乘积成正比，跟它们的距离的二次方成反比。

$$F = G \frac{Mm}{r^2}, \quad G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{kg}^2, \text{ 称为引力常量.}$$

(2) 重力加速度的基本计算方法

设 M 为地球的质量， g 为地球表面的重力加速度。

$$\text{在地球表面附近（} h \ll R \text{）处：} G \frac{Mm}{R^2} = mg, \quad g = \frac{GM}{R^2} = 9.8 \text{ m/s}^2$$

$$\text{在地球上空距地心 } r=R+h \text{ 处：} g_r = G \frac{M}{r^2}, \quad \frac{g_r}{g} = \frac{R^2}{r^2} = \left(\frac{R}{R+h}\right)^2$$

$$\text{在地球内部跟离地心 } r \text{ 处：} g_r = G \frac{M_r}{r^2} = G \frac{\frac{4}{3}\pi r^3 \rho}{r^2} = \frac{4}{3}G\pi\rho r, \quad \frac{g_r}{g} = \frac{r}{R}, \quad g_r = \frac{r}{R}g$$

3. 行星运动的能量

(1) 行星的动能

当一颗质量为 m 的行星以速度 v 绕着质量为 M 的恒星做半径为 r 的圆周运动：

$$E_K = \frac{1}{2}mv^2 = G \frac{Mm}{2r}, \text{ 式中 } v = \sqrt{\frac{GM}{r}}.$$

(2) 行星的势能

对质量分别为 M 和 m 的两孤立星系，取无穷远处为万有引力势能零点，当 m 与 M 相距 r

时，其体系的引力势能： $E_p = -G \frac{Mm}{r}$

$$(3) \text{ 行星的机械能：} E = E_K + E_p = \frac{1}{2}mv^2 - G \frac{Mm}{r} = -G \frac{Mm}{2r}$$

练习

1. 地球 m 绕太阳 M (固定) 作椭圆运动, 已知轨道半长轴为 A , 半短轴为 B , 如图 6—4 所示, 试求地球在椭圆各顶点 1、2、3 的运动速度的大小及其曲率半径.

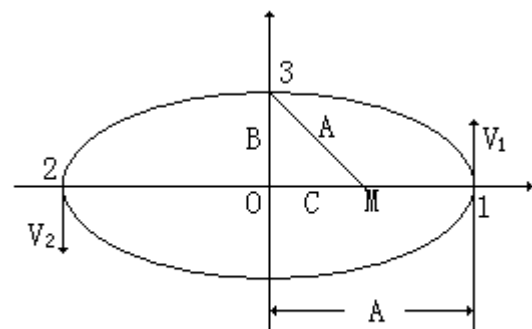


图6—4

2. 要发射一颗人造地球卫星, 使它在半径为 r_2 的预定轨道上绕地球作匀速圆周运动, 为此先将卫星发射到半径为 r_1 的近地暂行轨道上绕地球作匀速圆周运动。如图 6—5 所示, 在 A 点, 实际使卫星速度增加, 从而使卫星进入一个椭圆的转移轨道上, 当卫星到达转移轨道的远地点 B 时, 再次改变卫星速度, 使它进入预定轨道运行, 试求卫星从 A 点到达 B 点所需的时间, 设万有引力恒量为 G , 地球质量为 M .

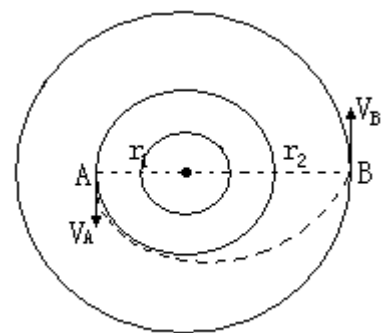


图6—5

3. 从赤道上的 C 点发射洲际导弹，使之精确地击中北极点 N，要求发射所用的能量最少。假定地球是一质量均匀分布的半径为 R 的球体， $R=6400\text{km}$ 。已知质量为 m 的物体在地球引力作用下作椭圆运动时，其能量 E 与椭圆半长轴 a 的关系为

$$E = -\frac{GMm}{2a} \quad \text{式中 } M \text{ 为地球质量，} G \text{ 为引力常量。}$$

(1) 假定地球没有自转，求最小发射速度的大小和方向(用速度方向与从地心 O 到发射点 C 的连线之间的夹角表示)。

(2) 若考虑地球的自转，则最小发射速度的大小为多少？

(3) 试导出 $E = -\frac{GMm}{2a}$ 。

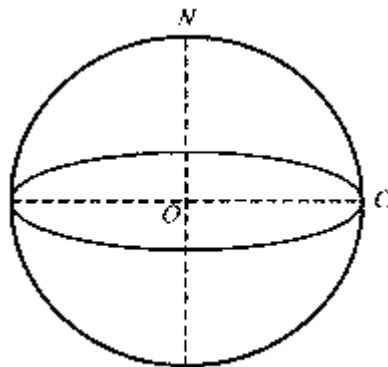


图6—8

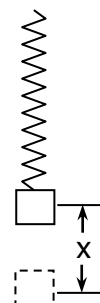
简谐运动

一、简谐振动的动力学特点

如果一个物体受到的回复力 $\vec{F}_{\text{回}}$ 与它偏离平衡位置的位移 \vec{x} 大小成正比，方向相反。即满足： $\vec{F}_{\text{回}} = -K\vec{x}$ 的关系，那么这个物体的运动就定义

为简谐振动根据牛顿第二定律，物体的加速度 $\vec{a} = \frac{\vec{F}_{\text{回}}}{m} = -\frac{K}{m}\vec{x}$ ，因此作简谐振动的物体，其加速度也和它偏离平衡位置的位移大小成正比，方向相反。

现有一劲度系数为 k 的轻质弹簧，上端固定在 P 点，下端固定一个质量为 m 的物体，物体平衡时的位置记作 O 点。现把物体拉离 O 点后松手，使其上下振动，如图所示。



当物体运动到离 O 点距离为 x 处时，有

$$F_{\text{回}} = F - mg = k(x_0 + x) - mg$$

式中 x_0 为物体处于平衡位置时，弹簧伸长的长度，且有 $kx_0 = mg$ ，因此

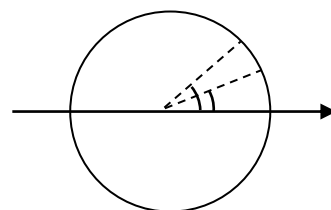
$$F_{\text{回}} = kx$$

说明物体所受回复力的大小与离开平衡位置的位移 x 成正比。因回复力指向平衡位置 O，而位移 x 总是背离平衡位置，所以回复力的方向与离开平衡位置的位移方向相反，竖直方向的弹簧振子也是简谐振动。

注意：物体离开平衡位置的位移，并不就是弹簧伸长的长度。

二、简谐振动的方程

由于简谐振动是变加速运动，讨论起来极不方便，为此。可引入一个连续的匀速圆周运动，因为它在任一直径上的分运动为简谐振动，以平衡位置 O 为圆心，以振幅 A 为半径作圆，这圆就称为参考圆，如图，设有一质点在参考圆上以角速度 ω 作匀速圆周运动，它在开始时与 O 的连线跟 x 轴夹角为 φ_0 ，那么在时刻 t ，参考圆上的质点与 O 的连线跟 x 轴的夹角就成为 $\varphi = \omega t + \varphi_0$ ，它在 x 轴上的投影点的坐标



$$x = A \cos(\omega t + \varphi_0) \quad (2)$$

这就是简谐振动方程，式中 φ_0 是 $t=0$ 时的相位，称为初相： $\omega t + \varphi_0$ 是 t 时刻的相位。

参考圆上的质点的线速度为 $A\omega$ ，其方向与参考圆相切，这个线速度在 x 轴上的投影是

$$v = -A\omega \cos(\omega t + \varphi_0) \quad (3)$$

这也就是简谐振动的速度

参考圆上的质点的加速度为 $A\omega^2$ ，其方向指向圆心，它在 x 轴上的投影是

$$a = -A\omega^2 \cos(\omega t + \varphi_0) \quad (4)$$

这也就是简谐振动的加速度

由公式 (2) 、 (4) 可得

$$a = -\omega^2 x$$

由牛顿第二定律简谐振动的加速度为

$$a = \frac{F}{m} = -\frac{k}{m} x$$

因此有

$$\omega^2 = \frac{k}{m} \quad (5)$$

简谐振动的周期 T 也就是参考圆上质点的运动周期，所以

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m}{k}}$$

三、简谐振动的判据

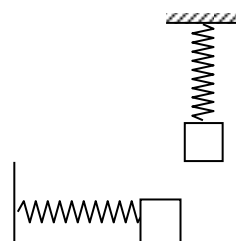
物体的受力或运动，满足下列三条件之一者，其运动即为简谐运动：

- ①物体运动中所受回复力应满足 $F = -kx$ ；
- ②物体的运动加速度满足 $a = -\omega^2 x$ ；
- ③物体的运动方程可以表示为 $x = A \cos(\omega t + \varphi_0)$ 。

事实上，上述的三条并不是互相独立的。其中条件①是基本的，由它可以导出另外两个条件②和③。

弹簧振子


弹簧在弹性范围内胡克定律成立，弹簧的弹力为一个线性回复力，因此弹簧振子的运动是简谐振动，振动周期



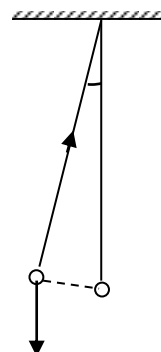
$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}。$$

1. 恒力对弹簧振子的作用

比较一个在光滑水平面上振动和另一个竖直悬挂振动的弹簧振子，如果 m 和 k 都相同（如图），则它们的振动周期 T 是相同的，也就是说，一个振动方向上的恒力不会改变振动的周期。

2. 没有固定悬点的弹簧振子 质量分别为 m_A 和 m_B 的两木块 A 和 B，用一根劲度系数为 k 的轻弹簧联接起来，放在光滑的  水平桌面上（如图）。现在让两木块将弹簧压缩后由静止释放，求系统振动的周期。

单摆

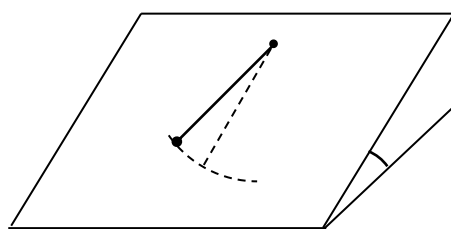


3. 等效重力加速度 g'

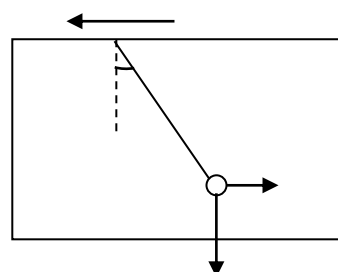
单摆的等效重力加速度 g' 等于摆球相对静止在平衡位置时，指向圆心的弹力与摆球质量的比值。

如在加速上升和加速下降的升降机中有一单摆，求这个单摆的周期。

再如图所示，在倾角为 θ 的光滑斜面上有一单摆，求其周期。

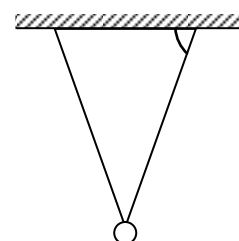


又如一节车厢中悬挂一个摆长为 l 的单摆，车厢以加速度 a 在水平地面上运动（如图）。求其周期。



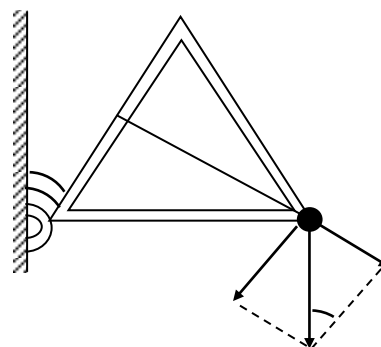
等效摆长 l'

单摆的等效摆长并不一定是摆球到悬点的距离，而是指摆球的圆弧轨迹的半径。



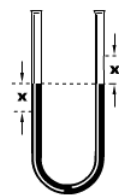
如图的双线摆，求其周期。

4. 如图所示，摆球 m 固定在边长为 L 、质量可忽略的等边三角形支架 ABC 的顶角 C 上，三角支架可围绕固定的 AB 边自由转动， AB 边与竖直方向成 α 角。求其周期。

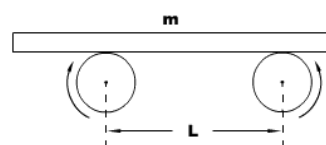


练习：

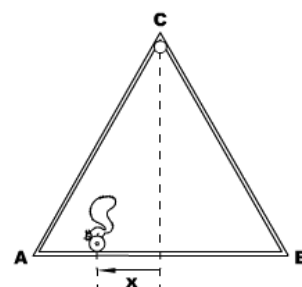
1. 将一粗细均匀、两边开口的 U 型管固定，其中装有一定量的水银，汞柱总长为 L 。当水银受到一个初始的扰动后，开始在管中振动。忽略管壁对汞的阻力，试证明汞柱做简谐运动，并求其周期。



2. 两个相同的柱形滚轮平行、等高、水平放置，绕各自的轴线等角速、反方向地转动，在滚轮上覆盖一块均质的木板。已知两滚轮轴线的距离为 L 、滚轮与木板之间的动摩擦因素为 μ 、木板的质量为 m ，且木板放置时，重心不在两滚轮的正中央。试证明木板做简谐运动，并求木板运动的周期。

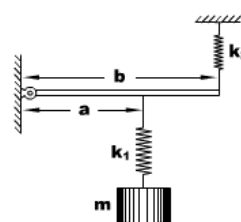


3. 三根长度均为 $L = 2.00\text{m}$ 地质量均匀直杆，构成一正三角形框架 ABC ， C 点悬挂在一光滑水平轴上，整个框架可绕转轴转动。杆 AB 是一导轨，一电动松鼠可在导轨上运动。现观察到

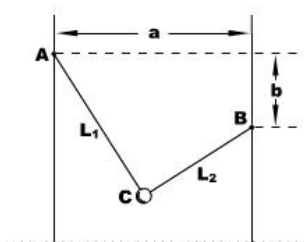


松鼠正在导轨上运动，而框架却静止不动，试讨论松鼠的运动是一种什么样的运动。

4. 如果两弹簧和钩码通过轻杆和转轴，连成了图所示的系统，已知 k_1 、 k_2 、 m 、 a 、 b ，再求钩码的振动周期 T 。



5. 某秋千两边绳子不等长，且悬点不等高，相关数据如图所示，且有 $a^2 + b^2 = L_1^2 + L_2^2$ ，试求它的周期(认为人的体积足够小)。



热学

热现象和基本热力学定律

1、平衡态、状态参量

a、凡是与温度有关的现象均称为热现象，热学是研究热现象的科学。热学研究对象都是有大量分子组成的宏观物体，通称为热力学系统(简称系统)。当系统的宏观性质不再随时间变化时，这样的状态称为平衡态。

b、系统处于平衡态时，所有宏观量都具有确定的值，这些确定的值称为状态参量(描述气体的状态参量就是 P 、 V 和 T)。

c、热力学第零定律(温度存在定律)：若两个热力学系统中的任何一个系统都和第三个热力学系统处于热平衡状态，那么，这两个热力学系统也必定处于热平衡。这个定律反映出：处在同一热平衡状态的所有的热力学系统都具有一个共同的宏观特征，这一

特征是由这些互为热平衡系统的状态所决定的一个数值相等的状态函数，这个状态函数被定义为温度。

2、温度

a、温度即物体的冷热程度，温度的数值表示法称为温标。典型的温标有摄氏温标 t 、华氏温标 F ($F = \frac{9}{5}t + 32$) 和热力学温标 T ($T = t + 273.15$)。

b、(理想)气体温度的微观解释: $\overline{\epsilon_k} = \frac{i}{2}kT$ (i 为分子的自由度 = 平动自由度 t + 转动自由度 r + 振动自由度 s 。对单原子分子 $i = 3$ ，“刚性”〈忽略振动, $s = 0$, 但 $r = 2$ 〉双原子分子 $i = 5$ 。对于三个或三个以上的多原子分子, $i = 6$ 。能量按自由度是均分的), 所以说温度是物质分子平均动能的标志。

c、热力学第三定律: 热力学零度不可能达到。(结合分子动理论的观点 2 和温度的微观解释很好理解。)

3、热力学过程

a、热传递。热传递有三种方式: 传导(对长 L 、横截面积 S 的柱体, $Q = K \frac{T_1 - T_2}{L} S \Delta t$)、对流和辐射(黑体表面辐射功率 $J = \alpha T^4$) b、热膨胀。线膨胀 $\Delta l = \alpha l_0 \Delta t$

1. 证明理想气体的压强 $P = \frac{2}{3} n \overline{\epsilon_k}$, 其中 n 为分子数密度, $\overline{\epsilon_k}$ 为气体分子平均动能。

理想气体

1、气体实验三定律

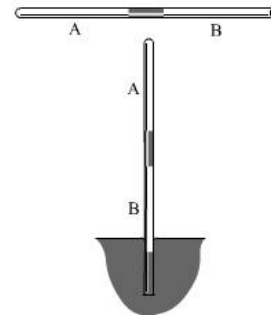
在压强不太大, 温度不太低的条件下, 气体的状态变化遵从以下三个实验定律

a、玻意耳-马略特定律: 一定质量气体温度不变时, $P_1 V_1 = P_2 V_2$ 或 $PV = \text{恒量}$

b、查理定律: 一定质量气体体积不变时, $\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2}$ 或 $\frac{P}{T} = \text{恒量}$

c、盖·吕萨克定律：一定质量气体压强不变时， $\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$ 或 $\frac{V}{T} = \text{恒量}$

2. 如图所示，一端封闭、内径均匀的玻璃管长 $L=100\text{cm}$ ，其中有一段长 $L'=15\text{cm}$ 的水银柱把一部分空气封闭在管中。当管水平放置时，封闭气柱 A 长 $L_A=40\text{cm}$ 。现把管缓慢旋转至竖直后，在把开口端向下插入水银槽中，直至 A 端气柱长 $L_A''=37.5\text{cm}$ 为止，这时系统处于静止平衡。已



知大气压强 $P_0=75\text{cmHg}$ ，过程温度不变，试求槽内水银进入管内的水银柱的长度 h 。

2、理想气体

宏观定义：严格遵守气体实验定律的气体。

微观特征：a、分子本身的大小比起它们的间距可以忽略，分子不计重力势能；b、除了短暂的碰撞过程外，分子间的相互作用可以忽略——意味着不计分子势能；c、分子间的碰撞完全是弹性的。

*理想气体是一种理想模型，是实际气体在某些条件约束下的近似，如果这些条件不满足，我们称之为实际气体，如果条件满足不是很好，我们还可以用其它的模型去归纳，如范德瓦尔斯气体、昂尼斯气体等。

理想气体压强的微观解释： $P = \frac{2}{3} n \overline{\epsilon_k}$ ，其中 n 为分子数密度 ($n = \frac{N}{V}$)。

- 3、理想气体状态方程：一定质量的理想气体， $\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2}$ 或 $\frac{PV}{T} = \text{恒量}$

d、道尔顿分压定律：当有 n 种混合气体混合在一个容器中时，它们产生的压强等于每一种气体单独充在这个容器中时所产生的压强之和。即 $P = P_1 + P_2 + P_3 + \cdots + P_n$

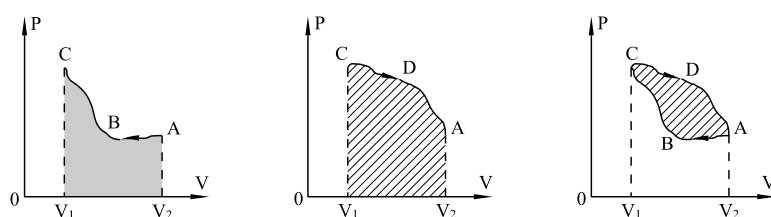
4、理想气体的内能、做功与吸放热计算

a、理想气体的内能计算：由于不计分子势能，故 $E = N \cdot \overline{\epsilon_k} = N \cdot \frac{1}{2} kT = N \cdot \frac{1}{2} \frac{R}{N_A} T = \nu \cdot \frac{1}{2} RT$ ，

其中 N 为分子总数， ν 为气体的摩尔数。由于（对一定量的气体）内能是温度的单值函数，故内能的变化与过程完全没有关系。

b、理想气体的做功计算：气体在状态变化时，其压强完全可以是变化的，所以气体压力的功从定义角度寻求比较困难。但我们可以从等压过程的功外推到变压过程的功（☆无限分割→代数累计…），并最终得出这样一个非常实用的结论：准静态过程理想气体的功 W 总是对应 $P-V$ 图象中的“面积”。这个面积的理解分三层意思——

①如果体积是缩小的，外界对气体做功，面积计为正；②如果体积是增大的，气体对外界做功，面积计为负；③如果体积参量变化不是单调的（例如循环过程），则面积应计相应的差值。如图所示。



c、吸放热的计算

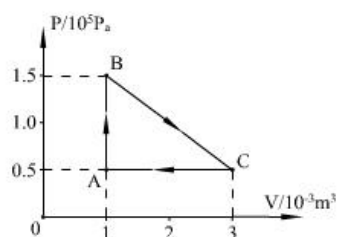
初中所学的通式 $Q = cm \Delta T$ 仍适用，但值得注意的是，对固体和液体而言，比热容 c 基本恒定（和材料相关），但对气体而言， c 会随着过程的不同而不同。对理想气体，我们一般引进“摩尔热容” C （从克拉珀龙方程知，我们关心气体的摩尔数更甚于关心气体的质量），物理意义：1 摩尔物质温度每升高 1K 所吸收的热量。摩尔热容和比热容的关系 $C = \frac{cm}{\nu}$ 。

①等容过程的摩尔热容称为“定容摩尔热容”，用 C_V 表示，所以 $Q = \nu C_V \Delta T$

②等压过程的摩尔热容称为“定压摩尔热容”，用 C_P 表示，所以 $Q = \nu C_P \Delta T$

对于其它的复杂过程而言，摩尔热容的表达比较困难，因此，用直接的途径求热量不可取，这时，我们改用间接途径：即求得 ΔE 和 W 后，再用热力学第一定律求 Q 。（☆从这个途径不难推导出：① $C_V = \frac{1}{2} R$ ， $C_P = \frac{1}{2} R + R$ ，即 $C_P = C_V + R \cdots$ ；② $E = \nu C_V T$ ）

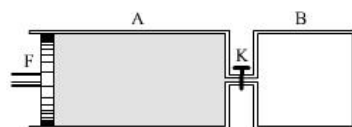
3. 0.1mol 的单原子分子理想气体，经历如图所示的 $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow A$ 循环，已知的状态途中已经标示。试问：



- (1) 此循环过程中，气体所能达到的最高温度状态在何处，最高温度是多少？(2) $C \rightarrow A$ 过程中，气体的内能增量、做功情况、吸放热情况怎样？

4. 如图所示，A 和 B 是两个圆筒形绝热容器，中间用细而短的管子连接，管中有导热性能良好的阀门 K，而管和阀门对外界却是绝热的。F 是带柄的绝热活塞，与容器 A 的内表面紧密接触，不漏气，且不计摩擦。

开始时，K 关闭，F 处于 A 的左端。A 中有 ν 摩尔、温度为 T_0 的理想气体，B 中则为真空。现向右推动 F，直到 A 中气体的体积与 B 的容积相等。在这个过程中，已知 F 对气体做功为 W，气体温度升为 T_1 ，然后将 K 稍稍打开一点，使 A 中的气体缓慢向 B 扩散，同时让活塞 F 缓慢前进，并保持 A 中活塞 F 附近气体的压强近似不变。不计活塞、阀门、容器的热容量，试问：在此过程中，气体最后的温度 T_2 是多少？



热学系统中物理性质均匀的部分。系统按化学成分多少和相的种类多少可以成为一元二相系(如冰水混合物)和二元单相系(如水和酒精的混合液体)。相变分气液相变、固液相变和固气相变三大类,每一类中又有一些具体的分支。相变的共同热学特征是:相变伴随相变潜热。

1、气液相变,分气化和液化。气化又有两种方式:蒸发和沸腾,涉及的知识点有饱和气压、沸点、汽化热、临界温度等。

a、蒸发。蒸发是液体表面进行的缓慢平和的气化现象(任何温度下都能进行)。影响蒸发的因素主要有①液体的表面积、②液体的温度、③通风条件。从分子动理论的角度不难理解,蒸发和液化必然总是同时进行着,当两者形成动态平衡时,液体上方的气体称为——

饱和气,饱和气的压强称为饱和气压 $P_{\text{气}}$ 。①同一温度下,不同液体的 $P_{\text{气}}$ 不同(挥发性大的液体 $P_{\text{气}}$ 大),但同种液体的 $P_{\text{气}}$ 有唯一值(与气、液的体积比无关,与液体上方是否存在其它气体无关);②同一种液体,在不同的温度下 $P_{\text{气}}$ 不同(温度升高, $P_{\text{气}}$ 增大,函数 $P_{\text{气}} = P_0 e^{-\frac{L}{RT}}$, 式中 L 为汽化热, P_0 为常量)。

汽化热 L : 单位质量的液体变为同温度的饱和气时所吸收的热量,它是相变潜热的一种。汽化热与内能改变的关系 $L = \Delta E + P_{\text{气}}(V_{\text{气}} - V_{\text{液}}) \approx \Delta E + P_{\text{气}}V_{\text{气}}$

b、沸腾。一种剧烈的汽化,指液体温度升高到一定程度时,液体的汽化将不仅仅出现在表面,它的现象是液体内部或容器壁出现大量气泡,这些气泡又升到液体表面并破裂。液体沸腾时,液体种类不变和外界压强不变时,温度不再改变。

(从气泡的动力学分析可知)液体沸腾的条件是液体的饱和气压等于外界压强。(如在 1 标准大气压下,水在 100°C 沸腾,就是因为在此温度时水的饱和气压为 760cmHg。)

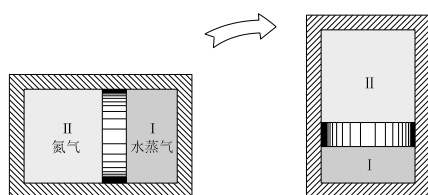
沸点,液体沸腾时的温度。①同一外界气压下,不同液体的沸点不同;②同一种液体,在不同的外界气压下,沸点不同(压强升高,沸点增大)。

c、液化。气体凝结成液体的现象。对饱和气,体积减小或温度降低时可实现液化;对非饱和气,则须先使它变成饱和气,然后液化。

常用的液化方法:①保持温度不变,通过增大压强来减小气体的体积;②保持体积不变,降低温度。

5. 有一体积为 22.4L 的密闭容器，充有温度 T_1 、压强 3atm 的空气和饱和水汽，并有少量的水。今保持温度 T_1 不变，将体积加倍、压强变为 2atm ，这时容器底部的水恰好消失。将空气、饱和水汽都看成理想气体，试问：(1) T_1 的值是多少？(2) 若保持温度 T_1 不变，体积增为原来的 4 倍，容器内的压强又是多少？(3) 容器中水和空气的摩尔数各为多少？

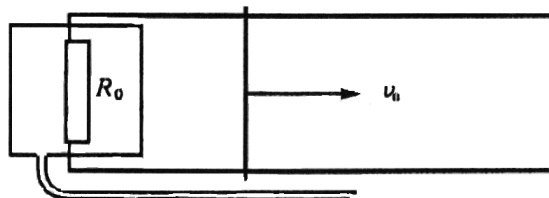
6. 如图所示，在一个横截面积为 S 的封闭容器中，有一质量 M 的活塞把容器隔成 I、II 两室，I 室中为饱和水蒸气，II 室中有质量为 m 的氮气，活塞可以在容器中无摩擦地滑动。开始时，容器被水平地放置在地面上，活塞处于平衡，I、II 两室的温度均为 $T_0 = 373\text{K}$ ，压强为 P_0 。现将整个容器缓慢地转到竖直位置，两室的温度仍为 T_0 ，但 I 室中有少量水蒸气液化成水。已知水的汽化热为 L ，水蒸气 and 氮气的摩尔质量分别为 μ_1 和 μ_2 ，试求在整个过程中，I 室内系统与外界交换的热量。



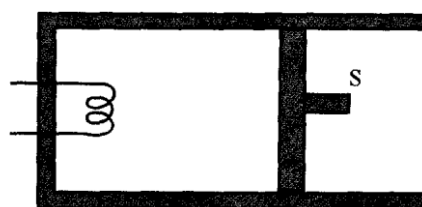
练习：

1. 如图所示。两根位于同一水平面内的平行的直长金属导轨，处于恒定磁场中。磁场方向与导轨所在平面垂直。一质量为 m 的均匀导体细杆，放在导轨上，并与导轨垂直，可沿导轨无摩擦地滑动，细杆与导轨的电阻均可忽略不计。导轨的左端与一根阻值为

R_0 的电阻丝相连，电阻丝置于一绝热容器中，电阻丝的热容量不计。容器与一水平放置的开口细管相通，细管内有一截面为 S 的小液柱(质量不计)，液柱将 1 mol 气体(可视为理想气体)封闭在容器中。已知温度升高 1 K 时，该气体的内能的增加量为 $5R/2$ (R 为普适气体常量)，大气压强为 p_0 ，现令细杆沿导轨方向以初速 v_0 向右运动，试求达到平衡时细管中液柱的位移。



2. 如图所示，绝热的活塞 S 把一定质量的稀薄气体(可视为理想气体)密封在水平放置的绝热气缸内。活塞可在气缸内无摩擦地滑动。气缸左端的电热丝可通弱电流对气缸内气体十分缓慢地加热。气缸处在大气中，大气压强为 p_0 。初始时，气体的体积为 V_0 、压强为



p_0 。已知 1 mol 该气体温度升高 1 K 时其内能的增量为 ν 。求以下两种过程中电热丝传给气体的热量 Q_1 与 Q_2 之比。

1. 从初始状态出发，保持活塞 S 位置固定，在电热丝中通以弱电流，并持续一段时间，然后停止通电，待气体达到热平衡时，测得气体的压强为 p_1 。
2. 仍从初始状态出发，让活塞处在自由状态，在电热丝中通以弱电流，也持续一段时间，然后停止通电，最后测得气体的体积为 V_2 。

3. 在一大水银槽中竖直插有一根玻璃管，管上端封闭，下端开口。已知槽中水银液面以上的那部分玻璃管的长度 $l = 76 \text{ cm}$ ，管内封闭有 $n = 1.0 \times 10^{-3} \text{ mol}$ 的空气，保持水银槽与玻璃管都不动而设法使玻璃管内空气的温度缓慢地降低 10°C ，问在此过程中管内空气放出的热量为多少？已知管外大气的压强为 76 cm 汞柱高，每摩尔空气的内能 $U = C_V T$ ，其中 T 为绝对温度，常量 $C_V = 20.5 \text{ J} \cdot (\text{mol} \cdot \text{K})^{-1}$ ，普适气体常量 $R = 8.31 \text{ J} \cdot (\text{mol} \cdot \text{K})^{-1}$ 。

4. 1 mol 的理想气体经历了一个在 T - V 图上标为 $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 1$ 的循环过程，如图所示。其中，过程 $1 \rightarrow 2$ 的方程式为 $T = 2T_1 (1 - \frac{1}{2} \beta V) \beta V$ ，过程 $2 \rightarrow 3$ 为经过原点的直线上的一段，过程 $3 \rightarrow 1$ 的方程式为 $T = T_1 \beta^2 V^2$ ，式中 β 是常量。状态 1 和 2 的热力学温度已知为 T_1 和 $\frac{3}{4} T_1$ 。求该气体在此循环过程中对外所做的功。



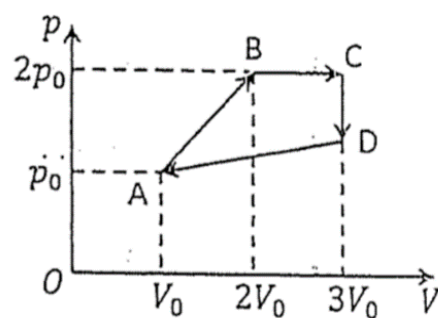
5. 理想气体在任一缓慢变化过程的摩尔热容可表示为

$$C_x = C_V + \frac{pR}{p + V \frac{dp}{dV}}$$

式中， C_V 和 R 分别为定容摩尔热容和理想气体常数；

6. 求理想气体经历热力学过程 $p=kV$ 时对应的摩尔热容 C , 其中 k 为常数。可用作已知量的仅有 R (普适气体常数), C_V (摩尔等体热容)。已知温度固定时, 摩尔气体内能与体积无关。

7. 单原子分子理想气体所经 A-B, B-C, C-D, D-A 四个直线过程如图所示。其中温度最高的状态与温度最低的状态之间温度之比为_____, 其中吸热量最大的直线过程与吸热量最小 (不含负值) 的直线过程之间吸热量之比为_____。



磁场

一、磁场与安培力

1、磁场

a、永磁体、电流磁场→磁现象的电本质 b、磁感强度、磁通量

c、稳恒电流的磁场：毕奥·萨伐尔定律 (Biot-Savart law) 对于电流强度为 I 、长度为 $d\vec{l}$ 的导体元段, 在距离为 r 的点激发的“元磁感应强度”为 $d\vec{B}$ 。矢量式 $d\vec{B} = k \frac{I d\vec{l} \times \vec{r}}{r^3}$, ($d\vec{l}$ 表示导体元段的方向沿电流的方向、 \vec{r} 为导体元段到考查点的方向矢量); 或用大小关系式 $dB = k \frac{Idl \sin \theta}{r^2}$ 结合安培定则寻求方向亦可。其中 $k = 1.0 \times 10^{-7} \text{N/A}^2$ 。应用毕萨定律再结合矢量叠加原理, 可以求解任何形状导线在任何位置激发的磁感强度。

毕萨定律应用在“无限长”直导线的结论: $B = 2k \frac{I}{r}$

毕萨定律应用在“无限长”螺线管内部的结论: $B = 2\pi knI$ 。其中 n 为单位长度螺线管的匝数。

2、安培力

a、对直导体，矢量式为 $\vec{F} = I \vec{L} \times \vec{B}$ ；或表达为大小关系式 $F = BIL \sin \theta$ 再结合“左手定则”解决方向问题（ θ 为 B 与 L 的夹角）。

b、弯曲导体的安培力

整体合力：折线导体所受安培力的合力等于连接始末端连线导体（电流不变）的的安培力。

二、洛伦兹力

1、概念与规律

a、 $\vec{f} = q \vec{v} \times \vec{B}$ ，或展开为 $f = qvB \sin \theta$ 再结合左、右手定则确定方向（其中 θ 为 \vec{B} 与 \vec{v} 的夹角）。安培力是大量带电粒子所受洛伦兹力的宏观体现。

b、能量性质：由于 \vec{f} 总垂直 \vec{B} 与 \vec{v} 确定的平面，故 \vec{f} 总垂直 \vec{v} ，只能起到改变速度方向的作用。结论——洛伦兹力可对带电粒子形成冲量，却不可能做功（或洛伦兹力可使带电粒子的动量发生改变却不能使其动能发生改变）

问题：安培力可以做功，为什么洛伦兹力不能做功？

2、仅受洛伦兹力的带电粒子运动

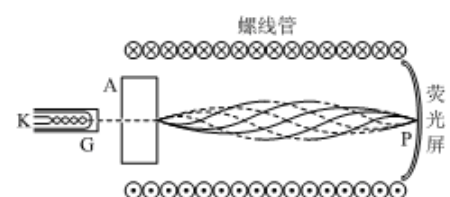
a、 $\vec{v} \perp \vec{B}$ 时，匀速圆周运动，半径 $r = \frac{mv}{qB}$ ，周期 $T = \frac{2\pi m}{qB}$

b、 \vec{v} 与 \vec{B} 成一般夹角 θ 时，做等螺距螺旋运动，半径 $r = \frac{mv \sin \theta}{qB}$ ，螺距 $d = \frac{2\pi mv \cos \theta}{qB}$

3、磁聚焦

a、结构：如图，K 和 G 分别为阴极和控制极，A 为阳极加共轴限制膜片，螺线管提供匀强磁场。

b、原理：由于控制极和共轴膜片的存在，电子进磁场的发散角极小，即速度和磁场的夹角 θ 极小，



各粒子做螺旋运动时可以认为螺距彼此相等(半径可以不等)，故所有粒子会“聚焦”在荧光屏上的 P 点。

4、回旋加速器

a、结构&原理(注意加速时间应忽略)

b、磁场与交变电场频率的关系：因回旋周期 T 和交变电场周期 T' 必相等，故 $\frac{2\pi m}{qB} = \frac{1}{f}$

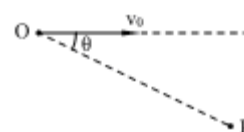
c、最大速度 $v_{\max} = \frac{qBR}{m} = 2\pi Rf$

典型例题解析

一、磁场与安培力的计算

二、带电粒子在匀强磁场中的运动

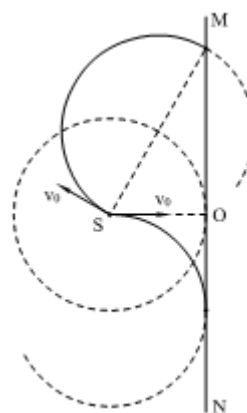
1. 电子质量为 m 、电量为 q ，以初速度 v_0 垂直磁场进入磁感强度为 B 的匀强磁场中。某时刻，电子第一次通过图 9-12 所示的 P 点， θ 为已知量，试求：



(1) 电子从 O 到 P 经历的时间

(2) O→P 过程洛伦兹力的冲量。

2. 如图所示，S 是粒子源，只能在纸面上的 360° 范围内发射速率相同、质量为 m 、电量为 q 的电子。MN 是一块足够大的挡板，与 S 相距 $OS = L$ 。它们处在磁感强度为 B 方向垂直纸面向里的匀强磁场中，试求：



(1) 要电子能到达挡板，其发射速度至少应为多大？

(2) 若发射速率为 $\frac{eBL}{m}$ ，则电子击打在挡板上的范围怎样？

三、带电粒子在电磁复合场中的运动

一般考虑两种典型的复合情形： B 和 E 平行， B 和 E 垂直。

对于前一种情形，如果 v_0 和 $B(E)$ 成 θ 角，可以将 v_0 分解为 $v_{0\tau}$ 和 v_{0n} ，则在 n 方向粒子做匀速圆周运动，在 τ 方向粒子做匀加速运动。所以，粒子的合运动是螺距递增（或递减）的螺旋运动。

对于后一种情形（垂直复合场），难度较大，必须起用动力学工具和能量（动量）工具共同求解。一般结论是，当 v_0 和 B 垂直而和 E 成一般夹角时，粒子的轨迹是摆线（的周期性衔接）。

3. 在三维直角坐标中，沿 $+z$ 方向有磁感强度为 B 的匀强磁场，沿 $-z$ 方向有电场强度为 E 的匀强电场。在原点 O 有一质量为 m 、电量为 $-q$ 的粒子（不计重力）以正 x 方向、大小为 v 的初速度发射。试求粒子再过 z 轴的坐标与时间。
4. 在相互垂直的匀强电、磁场中， E 、 B 值已知，一个质量为 m 、电量为 $+q$ 的带电微粒（重力不计）无初速地释放，试定量寻求该粒子的运动规律。

电磁感应

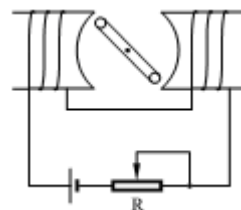
一、楞次定律

1、定律：感应电流的磁场总是阻碍引起感应电流的磁通量的变化。

注意点：阻碍“变化”而非阻碍原磁场本身；两个磁场的存在。

2、能量实质：发电结果总是阻碍发电过程本身——能量守恒决定了楞次定律的必然结果。

1. 在图所示的装置中，令变阻器 R 的触头向左移动，判断移动过程中线圈的感应电流的方向。

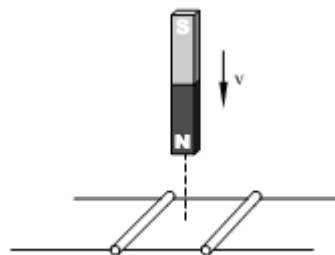


二、法拉第电磁感应定律

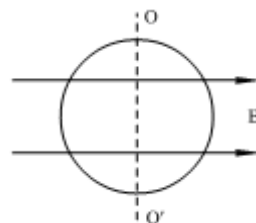
1、定律：闭合线圈的感应电动势和穿过此线圈的磁通量的变化率成正比，即 $\varepsilon = N \frac{\Delta\phi}{\Delta t}$

物理意义： N 为线圈匝数； $\frac{\Delta\phi}{\Delta t}$ 有瞬时变化率和平均变化率之分，在定律中的 ε 分别对应瞬时电动势和平均电动势。

图象意义：在 $\phi - t$ 图象中，瞬时变化率 $\frac{\Delta\phi}{\Delta t}$ 对应图线切线的斜率。



2. 面积为 S 的圆形(或任何形)线圈绕平行环面且垂直磁场的轴匀速转动。已知匀强磁场的磁感应强度为 B ，线圈转速为 ω ，试求：线圈转至图所示位置的瞬时电动势和从图示位置开始转过 90° 过程的平均电动势。



2、动生电动势：磁感应强度不变而因闭合回路的整体或局部运动形成的电动势成为动生电动势。

在磁感应强度为 B 的匀强磁场中，当长为 L 的导体棒一速度 v 平动切割磁感线，且 B 、 L 、 v 两两垂直时， $\varepsilon = BLv$ ，电势的高低由“右手定则”判断。这个结论的推导有两种途径——

①设置辅助回路，应用法拉第电磁感应定律

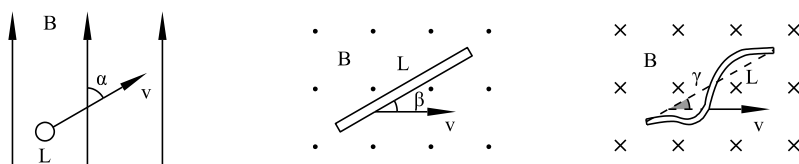
②导体内部洛伦兹力与电场力平衡。导体两端形成固定电势差后，导体内部将形成电场，且自由电子不再移动，此时，对于不在定向移动的电子而言，洛伦兹力 f 和电场力 F 平衡，即 $F=f$ 即 $qE=qvB$ 而导体内部可以看成匀强电场，即 $\frac{\varepsilon}{L}=E$ 所以 $\varepsilon = BLv$

当导体有转动，或 B 、 L 、 v 并不两两垂直时，我们可以分以下四种情况讨论(结论推导时建议使用法拉第电磁感应定律)——

①直导体平动， $L \perp B$ ， $L \perp v$ ，但 v 与 B 夹 α 角(如图所示)，则 $\varepsilon = BLv \sin \alpha$

②直导体平动， $v \perp B$ ， $L \perp B$ ，但 v 与 L 夹 β 角(如图所示)，则 $\varepsilon = BLv \sin \beta$

推论：弯曲导体平动，端点始末连线为 L ， $v \perp B$ ， $L \perp B$ ，但 v 与 L 夹 γ 角(如图所示)，则 $\varepsilon = BLv \sin \gamma$

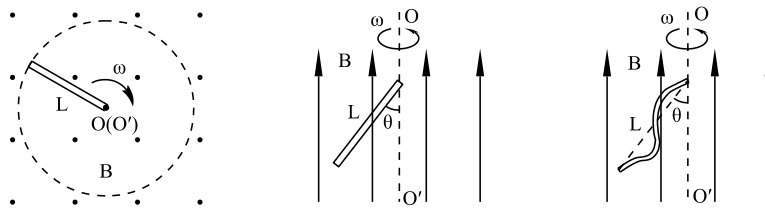


③直导体转动，转轴平行 B 、垂直 L 且过导体的端点，角速度为 ω (如图所示)，则 $\varepsilon = \frac{1}{2} B \omega L^2$

推论：直导体转动，转轴平行 B 、垂直 L 、但不过导体的端点(和导体一端相距 s)，角速度为 ω (如图所示)，则 $\varepsilon_1 = BL \omega (s + \frac{L}{2})$ (轴在导体外部)

$\varepsilon_2 = \frac{1}{2} B \omega (L^2 - 2s) = B(L - 2s) \omega (s + \frac{L-2s}{2})$ (轴在导体内部)

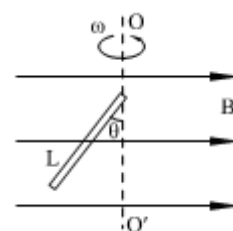
④直导体转动，转轴平行 B 、和 L 成一般夹角 θ 、且过导体的端点，角速度为 ω (如图所示)，则 $\varepsilon = \frac{1}{2} B \omega L^2 \sin^2 \theta$



推论：弯曲导体(始末端连线为 L)转动，转轴转轴平行 B 、和 L 成一般夹角 θ 、且过导体的端点，角速度为 ω (如图所示)，则 $\varepsilon = \frac{1}{2} B \omega L^2 \sin^2 \theta$

统一的结论：种种事实表明，动生电动势可以这样寻求——即 $\varepsilon = BLv$ ，而 B 、 L 、 v 应彼此垂直的(分)量。

3. 一根长为 L 的直导体，绕过端点的、垂直匀强磁场的转轴匀角速转动，而导体和转轴夹 θ 角，已知磁感应强度 B 和导体的角速度 ω ，试求导体在图所示瞬间的动生电动势。



三、感生电动势

造成回路磁通量改变的情形有两种：磁感应强度 B 不变回路面积 S 改变(部分导体切割磁感线)；回路面积 S 不变而磁感应强度 B 改变。对于这两种情形，法拉第电磁感应定律都能够求出(整个回路的)感应电动势的大小(前一种情形甚至还可以从洛伦兹力的角度解释)。但是，在解决感应电动势的归属问题上，法拉第电磁感应定律面临这前所未有的困难(而且洛伦兹力角度也不能解释其大小)。因此，我们还是将两种情形加以区别，前一种叫动生电动势，后一种叫感生电动势。

感生电动势的形成通常是用麦克斯韦的涡旋电磁理论解释的。

1、概念与意义

根据麦克斯韦电磁场的理论，变化的磁场激发(涡旋)电场。涡旋电场力作用于单位电荷，使之运动一周所做的功，叫感生电动势，即 $\varepsilon_{\text{感}} = \frac{W_{\text{感}}}{q}$

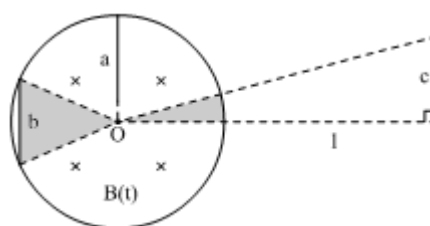
值得注意的是，这里的涡旋电场力是一种比较特殊的力，它和库仑电场力、洛伦兹力并称为驱动电荷运动的三大作用力，但是，它和库仑电场力有重大的区别，特别是：库仑电场力可以引入电位、电场线有始有终，而涡旋电场不能引入电位、电场线是闭合的(用数学语言讲，前者是有源无旋场，后者是有旋无源场)。

2、感生电动势的求法：感生电动势的严谨求法是求法拉第电磁感应定律的微分方程即

$\oint_L \vec{E}_{\text{感}} \cdot d\vec{l} = - \iint_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$ 在一般的情形下，解这个方程有一定的难度。但是， $\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ 具有相对涡旋中心的轴对称性，根据这种对称性解则可以是问题简化。

4. 半径为 R 的无限长螺线管，其电流随时间均匀增加时，其内部的磁感应强度也随时间均匀增加，由于“无限长”的原因，其外部的有限空间内可以认为磁感应强度恒为零。设内部 $\frac{\Delta B}{\Delta t} = k$ ，试求解管内、外部空间的感生电场。

5. 半径为 R 螺线管内充满匀强磁场，磁感应强度随时间的变化率 $\frac{\Delta B}{\Delta t}$ 已知。求长为 L 的直导体在图中 a、b、c 三个位置的感应电动势大小分别是多少？

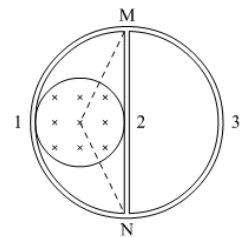


五、电势、电流、能量和电量

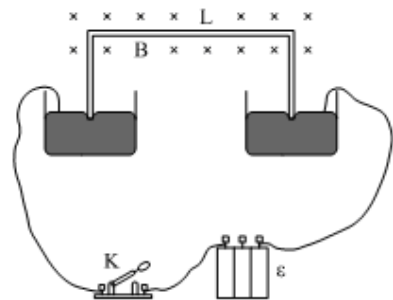
1、只要感应电路闭合，将会形成感应电流，进而导致能量的转化。关于感应电路的电流、能量和电量的计算，可以借助《稳恒电流》一章中闭合电路欧姆定律的知识。但是，在处理什么是“外电路”、什么是“内电路”的问题上，常常需要不同寻常的眼光。我们这里分两种情形归纳：如果发电是“动生”的，内电路就是(切割)运动部分；

如果发电是“感生”的，内、外电路很难分清，需要具体问题具体分析，并适当运用等效思想。(内电路中的电动势分布还可能不均匀。)

6. 如图所示，均匀导体做成的半径为 R 的 Φ 形环，内套半径为 $R/2$ 的无限长螺线管，其内部的均匀磁场随时间正比例地增大， $B=kt$ ，试求导体环直径两端 M 、 N 的电势差 U_{MN} 。

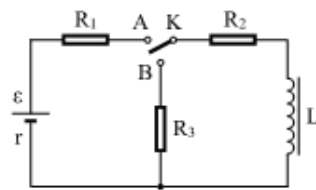


7. 在图所示的装置中，重 $G = 0.50\text{N}$ 、宽 $L = 20\text{cm}$ 的 Π 型导体置于水银槽中，空间存在区域很窄(恰好覆盖住导体)的、磁感应强度 $B = 2.0\text{T}$ 的匀强磁场。现将开关 K 合上后，导体立即跳离水银槽，且跳起的最大高度 $h = 3.2\text{cm}$ ，重力加速度 $g = 10\text{m/s}^2$ ，忽略电源内阻。



若通电时间 $t = 0.01\text{s}$ ，忽略导体加速过程产生的感应电动势，求通电过程流过导体的电量；

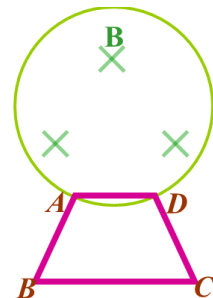
8. 在图所示的电路中, $\varepsilon = 12\text{V}$, $r = 1.0\Omega$, $R_1 = 2.0\Omega$, $R_2 = 9.0\Omega$, $R_3 = 15\Omega$, $L = 2.0\text{H}$ 。现让 K 先与 A 接通, 然后迅速拨至 B, 求自感线圈上可产生的最大自感电动势。



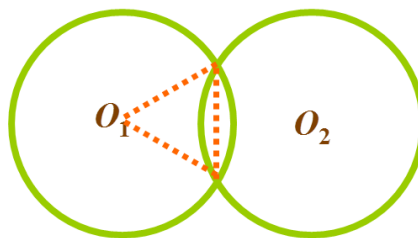
练习:

1. 长直圆柱形载流导线内磁场具有轴对称性, 离轴 r 处的磁感应强度 $B = \frac{\mu_0}{2} \cdot j \cdot r$ 。现有半径为 a 的金属长圆柱体内挖去一半径为 b 的圆柱体, 两圆柱体的轴线平行, 相距 d , 如图所示。电流 I 沿轴线方向通过, 且均匀分布在柱体的截面上, 试求空心部分中的磁感应强度。

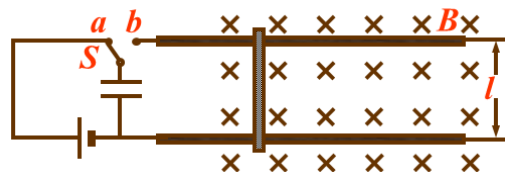
2. 在半径为 a 的细长螺线管中, 均匀磁场的磁感应强度随时间均匀增大, 即 $B = B_0 + bt$ 。一均匀导线弯成等腰梯形闭合回路 $ABCD$, 上底长为 a , 下底长为 $2a$, 总电阻为 R , 放置如图所示: 试求: (1) 梯形各边上的感生电动势, 及整个回路中的感生电动势; (2) B 、 C 两点间的电势差。



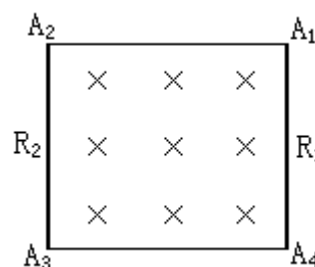
3. 两个同样的金属环半径为 R , 质量为 m , 放在均匀磁场中, 磁感应强度为 B_0 , 其方向垂直于环面, 如图所示。两环接触点 A 和 C 有良好的电接触, 角 $\alpha = \pi/3$ 。若突然撤去磁场, 求每个环具有的速度。构成环的这段导线的电阻为 r , 环的电感不计, 在磁场消失时环的移动忽略不计, 没有摩擦。



4. 如图所示为一“电磁枪”，它有一轨距为 l 、电阻可以忽略的水平导轨，导轨另一端与一个电容为 C 、所充电压为 U_0 的电容器相连接，该装置的电感可以忽略，整个装置放入均匀的竖直的磁感应强度为 B 的磁场中，一根无摩擦的质量为 m 、电阻为 R 的导体棒垂直于轨道放在导轨上，将开关翻转到 b ，求导体棒获得的最大速度 v_{\max} 及这个“电磁枪”的最大效率。

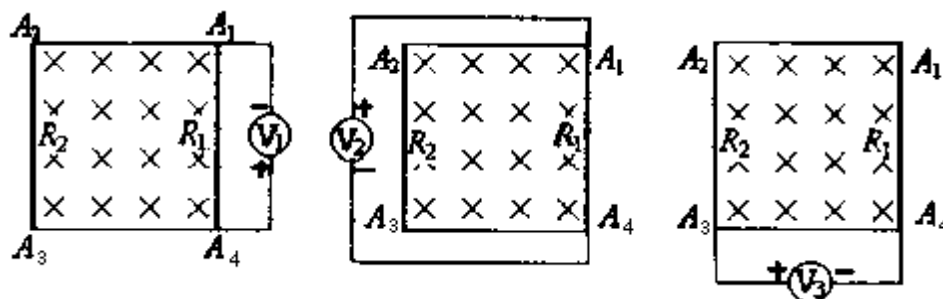


5. 如图所示，在正方形导线回路所围的区域 $A_1A_2A_3A_4$ 内分布有方向垂直于回路平面向里的匀强磁场，磁感应强度 B 随时间以恒定的变化率增大，回路中的感应电流为 $I = 1.0\text{mA}$ 。已知 A_1A_2 、 A_3A_4 两边的电阻皆为零； A_4A_1 边的电阻 $R_1 = 3.0\text{k}\Omega$ ， A_2A_3 边的电阻 $R_2 = 7.0\text{k}\Omega$ 。



1. 试求 A_1A_2 两点间的电压 U_{12} 、 A_2A_3 两点间的电压 U_{23} 、 A_3A_4 两点间的电压 U_{34} 、 A_4A_1 两点间的电压 U_{41}

2. 若一内阻可视为无限大的电压表 V 位于正方形导线回路所在的平面内，其正负端与连线位置分别如图左、图中和图右所示，求三种情况下电压表的读数 V_1 、 V_2 、 V_3



6. 环形金属丝箍围在很长的直螺线管的中部，箍的轴与螺线管的轴重合，如图所示．箍由两部分组成，每部分的电阻 R_1 、 R_2 不同且未知．三个有内阻的伏特表接到两部分接头处 A 点和 B 点，并且导体 $A-V_3-B$ 严格地沿箍的直径放置，而导体 $A-V_1-B$ 和 $A-V_2-B$ 沿螺线管任意两个不同方位放置，交变电流通过螺线管，发现这时伏特表 V_3 的读数 $u_0 = 5\text{ V}$ ，伏特表 V_1 的读数 $u_1 = 10\text{ V}$ ．问伏特表 V_2 的读数是多少？螺线管外的磁场以及回路电感不计．

