

2017 级《高等数学下》试卷

一、填空题

1、函数 $z = \ln(x^2 + y^2 - 1)$, 则 $\left. \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} \right|_{(1,1)} =$ _____

2、曲面 $z = e^{yz} + x \cdot \sin(x + y)$ 在点 $(\frac{\pi}{2}, 0, 1 + \frac{\pi}{2})$ 处的切平面方程为 _____

3、若函数 $z = 2x^2 + 2y^2 + 3xy + ax + by + c$ 在点 $(-2, 3)$ 处取得极小值 -3 , 则 $a \cdot b \cdot c =$ _____

4、设 $f(x, y)$ 连续, 改变二次积分的积分次序: $\int_0^1 dy \int_{y^2}^y f(x, y) dx =$ _____

5、设 $f(x, y)$ 连续, 化积分 $\int_0^1 dx \int_x^1 f(x, y) dy$ 为极坐标下的二次积分, 则

$\int_0^1 dx \int_x^1 f(x, y) dy =$ _____

6、计算对弧长的曲线积分 $\int_L (y - x) ds$, 其中 L 为连接点 $(-3, 0)$ 到点 $(0, 3)$ 的直线段, 则

$\int_L (y - x) ds =$ _____

7、计算对坐标的曲线积分 $\oint_L xy^2 dy - x^2 y dx$, 其中 L 为圆周 $x^2 + y^2 = a^2 (a > 0)$ 按逆时针方向, 则 $\oint_L xy^2 dy - x^2 y dx =$ _____

8、计算对面积的曲面积分 $\iint_{\Sigma} (3x + 2y + 2z - 2) dS$, 其中 Σ 为平面 $x + y + z = 1$ 在第一卦限中的部分, 则 $\iint_{\Sigma} (3x + 2y + 2z - 2) dS =$ _____

9、若级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p}$ 收敛, 则 p 的取值范围是_____

二、计算题

10、设 $z = z(x, y)$ 由方程 $F(cx - az, cy - bz) = 0$ 确定, 其中 a, b, c 为常数, F 具有连续

偏导数, 且 $aF_u + bF_v \neq 0$, 证明: $a \frac{\partial z}{\partial x} + b \frac{\partial z}{\partial y} = c$.

11、已知空间上三点 $A(x_1, y_1, z_1), B(x_2, y_2, z_2), C(x_3, y_3, z_3)$, 在此空间上求一点 M , 使其到点 A, B, C 的距离平方和为最小.

12、计算 $I = \iint_D [\cos(x-1)^2 + e^{y^2}] dx dy$, 其中区域 D 是由 $x=0, y=x, y=1$ 所围成的闭区域.

13、验证 $(3x^2y + 8xy^2)dx + (x^3 + 8x^2y + 12e^y)dy$ 是某函数 $u(x, y)$ 的全微分，
并求 $u(x, y)$.

14、计算 $\oiint_{\Sigma} 2xzdydz + yzdzdx - z^2dxdy$ ，其中 Σ 由曲面 $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ 与曲面 $z = \sqrt{2 - x^2 - y^2}$ 所围立体 Ω ($\sqrt{x^2 + y^2} \leq z \leq \sqrt{2 - x^2 - y^2}$) 的边界曲面的外侧.

15、将函数 $f(x) = \frac{1}{x}$ 展开成关于 $x - 2$ 的幂级数.