

## 2020 级《高等数学 A1》试卷 (A)

一、填空题 (每题 4 分, 共 40 分)

1.  $\lim_{x \rightarrow 0} x^2 \sin \frac{1}{x} =$  \_\_\_\_\_

2.  $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n$  存在是数列  $\{x_n\}$  有界的 \_\_\_\_\_ 条件 (填充分, 必要或必要);

3. 设函数  $f(x) = xe^{x^2}$ , 则  $f'(0) =$  \_\_\_\_\_

4. 设  $f(x)$  可导,  $y = f(x^2)$ , 则  $\frac{dy}{dx} =$  \_\_\_\_\_

5. 设函数  $y = x + \sqrt{1-x}$ , 则函数的极值点为 \_\_\_\_\_

6. 曲线  $f(x) = \sqrt[3]{x}$  的拐点为 \_\_\_\_\_

7.  $\int 2xe^{x^2} dx =$  \_\_\_\_\_

8.  $\int_{-\frac{1}{e}}^e |\ln x| dx =$  \_\_\_\_\_

9. 若反常积分  $\int_1^2 \frac{1}{(x-1)^q} dx$  收敛, 则  $q$  的取值范围是: \_\_\_\_\_

10. 微分方程  $y'' + 2y' - 3y = 0$  的通解为 \_\_\_\_\_

二、计算题 (每题 6 分, 共 18 分)

11. 求极限  $\lim_{x \rightarrow 0} (x + e^x)^{\frac{1}{x}}$ .

12. 设  $F(x) = \int_0^x f(t) dt$ , 其中  $f(t) = \begin{cases} \frac{\sin t}{t}, & t \neq 0, \\ 1, & t = 0, \end{cases}$  求  $F'(0)$ .

13. 设  $y = f(x)$  由方程  $y = 1 + xe^y$  所确定, 求  $\frac{d^2y}{dx^2}$ .

三、计算题 (每题 6 分, 共 18 分)

14. 求定积分  $\int_{-1}^1 \frac{x}{\sqrt{5-4x}} dx$ .

15. 求不定积分  $\int e^{-x} \cos x dx$ .

16. 求解微分方程  $y' + y \cos x = e^{-\sin x}$  的通解.

四、计算与应用题（每题 8 分，共 24 分）

17. 求微分方程  $y'' - 5y' + 6y = xe^{2x}$  的通解.

18. 设函数  $y = y(x)$  由方程  $e^y + xy = e$  所确定，求  $y''(0)$ .

19. 求过点  $(2, 0, -3)$  且与直线  $\begin{cases} x - 2y + 4z - 7 = 0 \\ 3x + 5y - 2z + 1 = 0 \end{cases}$  垂直的平面方程.