

昆明理工大学试卷(A卷)

勤奋求学 诚信考试

考试科目：概率论与数理统计 B (48学时) 考试日期：2021 年 1 月 4 日命题教师：外校专家

题号	一	二	三	四	总分
评分					
阅卷人					

得分

一、填空题（每空 4 分，共 40 分）

1. 掷两枚骰子（6个面上的数字分别是1,2,3,4,5,6），事件A表示出现的点数之和等于3，则事件A发生的概率是_____.
2. 设随机变量X在区间(1,6)上服从均匀分布，则方程 $t^2 + Xt + 1 = 0$ 有实根的概率是_____.
3. 设随机变量X的分布律是

X	-1	2	3
p	$\frac{3}{10}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{5}$

则 $P\{X > \frac{1}{2}\} =$ _____.

4. 已知随机变量X的分布函数 $F(x) = \begin{cases} a + be^{-x}, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0, \end{cases}$ ，则

$P\{-1 \leq X < 1\} =$ _____.

5. 若随机变量X和Y互相独立，则由X和Y的边缘分布_____（填：一定、不一定、一定不）能确定其联合分布.

6. 设两个随机变量X和Y满足： $P\{X \geq 0, Y \geq 0\} = \frac{3}{7}$, $P\{X \geq 0\} = P\{Y \geq 0\} = \frac{4}{7}$,

则 $P\{\max(X, Y) \geq 0\} =$ _____.

7. 已知随机变量X和Y独立同分布，且 $P\{X = 1\} = P\{X = 3\} = 0.2$,

$P\{X=2\}=0.6$, 则 $D(X-Y)=$ _____.

8. 设总体 $X \sim U(\theta, 2\theta)$, 其中 $\theta > 0$ 未知, X_1, X_2, \dots, X_n 为取自该总体的一个样本, \bar{X} 为样本均值, 则当 $a =$ _____时, $\hat{\theta} = a\bar{X}$ 是参数 θ 的无偏估计.

9. 设总体 X 服从参数为 $\frac{1}{2}$ 的指数分布, X_1, X_2, \dots, X_n 是来自总体 X 的简单随机样本, $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$, 则统计量 $S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$ 的数学期望为_____.

10. 设 X_1, X_2, \dots, X_n 为取自总体 $N(\mu, \sigma^2)$ 的一个样本, 其中 $\mu \in R$, $\sigma > 0$ 均未知, $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$, $S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$ 分别表示样本均值和样本方差, 则对于给定的常数 $\alpha (0 < \alpha < 1)$, 区间 $[\bar{X} - \frac{S}{\sqrt{n}} t_{\alpha/2}(n-1), \bar{X} + \frac{S}{\sqrt{n}} t_{\alpha/2}(n-1)]$ 包含 μ 的概率是_____.

得分 | _____ 二、计算题 (12 分)

11. (12 分) 设甲, 乙, 丙三人独立的向同一飞行目标各射击一次, 击中的概率分别为 0.4, 0.5, 0.8, 如果只有一人击中目标, 则目标被击落的概率为 0.3; 如果有两人击中目标, 则目标被击落的概率为 0.6; 如果三人都击中目标, 则目标一定被击落. 求目标被击落的概率.

得分 三、计算题（24 分）

12.(12 分) 设随机变量 X 的概率密度函数为

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2}{9}, & 0 < x < 3 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}, \quad \text{令随机变量 } Y = \begin{cases} 2, & X \leq 1 \\ X, & 1 < X < 2 \\ 1, & X \geq 2 \end{cases}$$

求：(1) Y 分布函数； (2) $P\{X \leq Y\}$.

13. (12 分) 设二维随机变量 (X, Y) 的联合概率密度函数为

$$f(x, y) = \begin{cases} cye^{-x}, & x > 0, 0 \leq y \leq 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

求 (1) 常数 c 的值； (2) X 和 Y 的边缘概率密度函数，判断 X 和 Y 是否相互独立并说明理由.

得分

四、综合题（24 分）

14.（12 分）设总体 X 服从标准正态分布 $X \sim N(0,1)$ ， X_1, X_2, X_3, X_4, X_5 为来自总体的的一个样本，令 $Y = a(X_1 + X_2 + X_3)^2 + b(X_4 + X_5)^2$ ，如果 $Y \sim \chi^2(n)$ ，求 a, b, n 。

15（12 分）设总体 X 的分布函数是

$$F(x, \theta) = \begin{cases} 1 - \frac{1}{x^\theta}, & x > 1 \\ 0, & x \leq 1 \end{cases},$$

其中未知参数 $\theta > 1$ ， X_1, X_2, \dots, X_n 为来自总体 X 的样本。

求：（1） θ 的矩估计量；（2） θ 的最大似然估计量。