-2.(-1.(0) +1.(30) -10.(-4)) +1.(-1.(-40) + 15.(-30) -2 (-60 +30 +40) GEOMETRIA ANALÍTICA (2025-1) Prova 1 Prof. Tiago J. Arruda

Ciencia da Computação

30/30/500/30/30/50

## Matrizes e Determinantes<sup>1</sup>

1. (2,5 pt.) Considere as matrizes 
$$A=(a_{ij})_{2\times 2}$$
, tal que  $a_{ij}=\begin{cases}3i-j^2,\ i=j\\j+2,\ i\neq j\end{cases}$ , e  $B=(b_{ij})_{2\times 2}$ , onde  $b_{ij}=i-2j$ . Determine:

(d) (0,5 pt.) 
$$\det(B^6) - \operatorname{tr}(A + B)$$

(b) 
$$(0.5 \text{ pt.}) -2A + 3B$$

(c) (0,5 pt.) 
$$A^2 - BA^t$$

(e) (0,5 pt.) 
$$\det(2A^{-1}B^t)$$

(2,0 pt.) Resolva os exercícios abaixo.

(a) (1,0 pt.) Calcule 
$$x, y \in z$$
 para que  $A = \begin{pmatrix} \frac{1}{z} + 3 & 2x & x+1 \\ \frac{1}{z} & 2 - \frac{y^2}{2} & -4x \\ 1 & x^3 & 2 - \sqrt{2y} \end{pmatrix}$  seja antissimétrica, isto é,  $A = -A^t$ .

(b) (1,0 pt.) Para quais valores de t a matriz  $B=\begin{pmatrix} 12-t & 0 & 3t \\ 13t & -26 & 39 \\ \hline 0 & 6 & 0 \end{pmatrix}$ 

3. (2,0 pt.) Use o desenvolvimento de Laplace para calcular 
$$\begin{vmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -2 & 0 & 0 & 4 & 30 \\ 7 & 1 & 0 & 1 & -10 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 15 \end{vmatrix}$$
.

4. (2,5 pt.) Considere a equação matricial

(a) (0,5 pt.) Determine X em função das matrizes  $A, B \in C$  e comente se é necessária

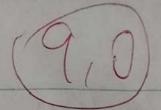
alguma imposição à matriz 
$$B$$
.

(b) (2,0 pt.) Sendo  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 6 \\ 2 & -3 & 4 \\ 6 & 4 & -1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & 0 & 2 \\ 4 & 1 & 8 \end{pmatrix}$  e  $C = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & 0 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ , determine a matriz  $X$  e calcule o seu  $traço$ .

5. (1,0 pt.) Sabendo que 
$$\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \\ x_3 & y_3 & z_3 \end{vmatrix} = 14$$
, calcule o valor de  $\begin{vmatrix} x_3 + 2y_3 & x_3 - y_3 & z_3 \\ x_2 + 2y_2 & x_2 - y_2 & z_2 \\ x_1 + 2y_1 & x_1 - y_1 & z_1 \end{vmatrix}$ .

Coloque o nome completo nas folhas de prova e escreva o resultado final das questões à caneta Respostas sem resolução e/on justificativa não serão consideradas. Não é permitido o uso de queisquer equipamentos eletrônicos. Data da Avaliação: 26/03/2025

## Petrônie Dies de Cornelhe Tunier



1) 
$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{112} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$$
  $a_{ij} = \begin{cases} 3i - j^{2}, i = j \\ j + 2, i \neq i \end{cases}$ 

$$B = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{pmatrix}$$
  $b_{ij} = i - 2j$ 

a) 
$$A = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$$
  $B = \begin{pmatrix} -1 & -3 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$ 

b) 
$$-3A = \begin{pmatrix} -4 & -8 \\ -6 & -4 \end{pmatrix} + 3B = \begin{pmatrix} -3 & -9 \\ 0 & -6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -7 & -19 \\ -6 & -10 \end{pmatrix}$$

c) 
$$\left(\frac{9}{3},\frac{4}{2}\right)\left(\frac{2}{3},\frac{4}{2}\right)$$
  $A^{2} = \left(\frac{4}{12},\frac{19}{8},\frac{19}{8}\right) = \left(\frac{16}{12},\frac{16}{16}\right)$ 

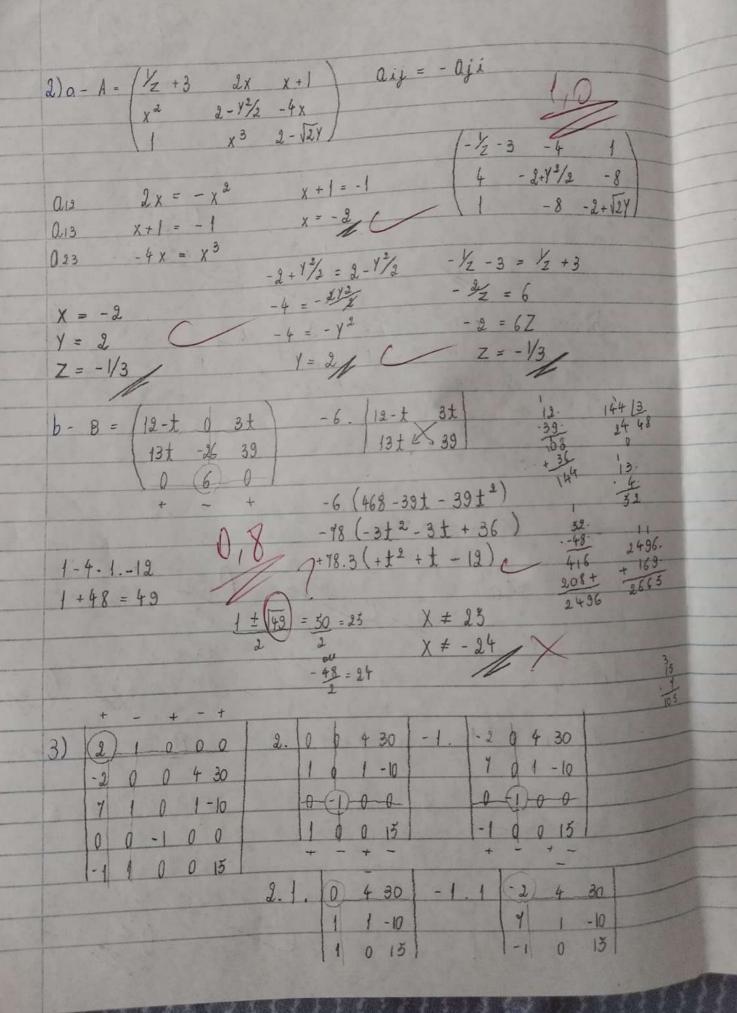
$$B = \begin{pmatrix} -1 & -3 \\ 0 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 2 \end{pmatrix} \qquad B.A^{\pm} = \begin{pmatrix} -2 - 12 & -3 - 6 \\ 0 - 8 & 0 - 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -14 & -9 \\ -8 & -4 \end{pmatrix}$$

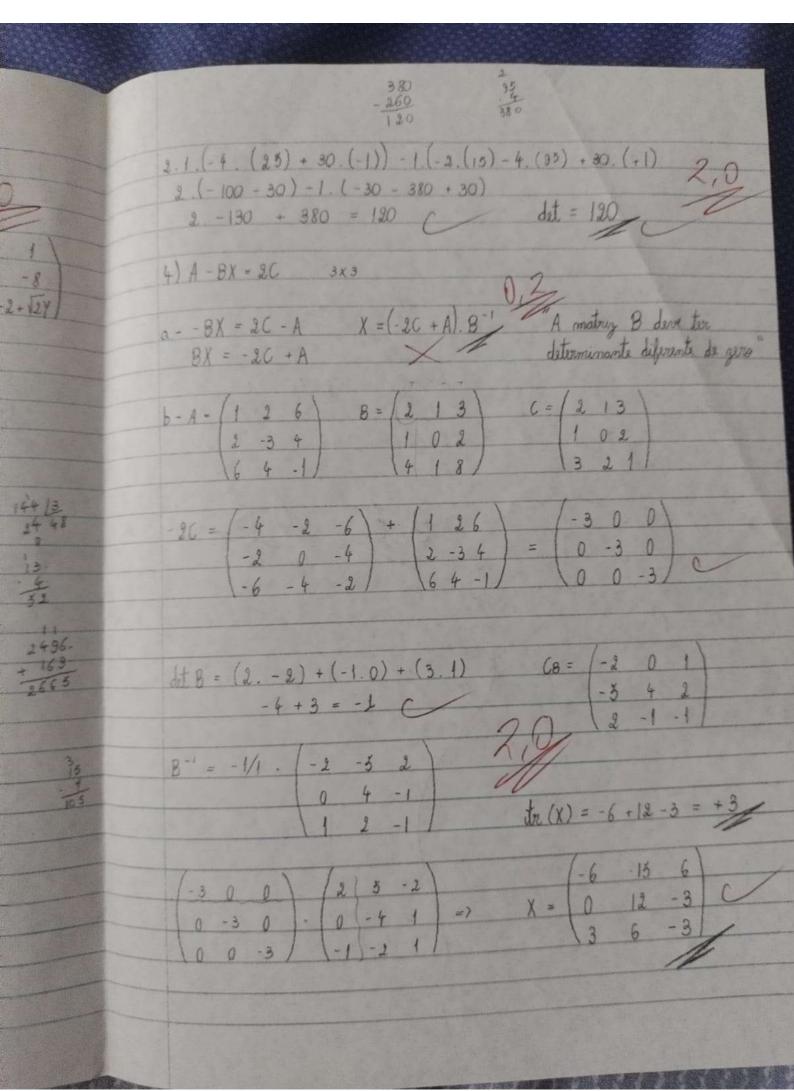
$$A^2 - BA^{\pm} = \begin{pmatrix} 30 & 25 \\ 20 & 20 \end{pmatrix}$$

## $d) B = \begin{pmatrix} -1 & -3 \\ 0 & = 2 \end{pmatrix} \qquad tr A = 2 + 2 = 4 \qquad 64 - 1 = 63 \qquad 0.5$ $det = +2 \qquad tr (A+B) = 4 - 3 = 1 \qquad 2^{6} = 64$

2) 
$$\det A = -8$$
  $\det (2A^{-1}) = 2^{2}$ .  $\det A^{-1}$   $\det (B) = \det (B^{*}) = 2$   
 $\det A^{-1} = \frac{1}{-8}$   $\det (2A^{-1}) = 4 \cdot -\frac{1}{8}$   
 $\det (2A^{-1}) = -\frac{1}{2}$   $\det (2A^{-1}) \cdot \det (B^{\pm})$ 

$$\frac{dt(2A^{-1}). det(B^{2})}{-1/2. 2 = -1}$$





| 7)                                     |                |
|--|----------------|
| 3)   X1   Y1   Z1                      |                |
| X2 Y2 Z2 = 14<br>  X3 Y3 Z3            |                |
| 143 /3 23 (                            |                |
| X3 + 2 Y3 X3 - Y3 Z3                   |                |
| $ x_2 + 2y_2  =  x_2 - y_2  =  4 $     |                |
| $ X_1+2Y_1  \times  -Y_1  =  Z_1 $     | -0             |
|  |                |
| X3 X3 Z3 X3 -Y3 Z3 243 X3              |                |
|  | Z <sub>2</sub> |
| x  $ x $ $ x $ $ x $ $ x $ $ x $ $ x $ | Z, ]           |
| det = 0 det = -14 det = 28             |                |
| 1 1 05                                 |                |
| 2 y 3 - y 3 Z 3                        |                |
| 2/2 - 1/2 22                           | 7311 215       |
| 21, -y, Z, 1                           |                |
| det = 0                                |                |
|  |                |
|  |                |
|  |                |
|  |                |
|  |                |
|  |                |
|  |                |
|  |                |
|  |                |
|  |                |