$\begin{pmatrix} -2 & 1 & 0 \\ -m & -4 & -m \\ 1 & m & 3 \end{pmatrix}$ $24 - m + 0 - 0 + 3m - 2m^2$

$-2m^2 + 2m + 24 = 0$

$m^2 - m - 12 = 0$

$\left(\begin{array}{ccc|c} -4 & 1 & 0 & -2 \\ -m & -6 & -m & -2 \\ 1 & m & 1 & -2 \end{array}\right) + 4l_3$ $\left(\begin{array}{ccc|c} 0 & 1+4m & 4 & -10 \\ -m & -6 & -m & -2 \\ 1 & m & 1 & -2 \end{array}\right)$

Sistemas Lineares[1]

$1 - 4 \cdot 1 \cdot -12$

$\sqrt{49} = 7$

1. **(1,5 pt.)** Resolva os sistemas lineares usando a *regra de Cramer*.

(a) **(0,5 pt.)** $\begin{cases} 2x + y - 3 = 6 \\ 3x - 2y + 4 = 0 \end{cases}$ (b) **(1,0 pt.)** $\begin{cases} x + 2y - 2z = -3 \\ 2x + y - z = 3 \\ x - 3y - 9 = 0 \end{cases}$

2. **(2,5 pt.)** Considere os exercícios abaixo.

(a) **(0,5 pt.)** A solução do sistema $\begin{cases} (2a-1)x + by = 1 \\ (a+1)x + 2by = 5 \end{cases}$ é $x = 1$ e $y = 2$. Determine os valores de a e b.

(b) **(1,0 pt.)** O sistema linear $\begin{cases} x + 2y + z = 1 \\ 2x - m^2y - 3z = 2 \\ x - 2y - z = 3m \end{cases}$ *admite uma única solução* para quais valores de m? Justifique.

$A^{-1} \cdot AX = A^{-1} \cdot -2X$

(c) **(1,0 pt.)** Sendo $A = \begin{pmatrix} -4 & 1 & 0 \\ -n & -6 & -n \\ 1 & n & 1 \end{pmatrix}$ e X uma matriz coluna de ordem 3×1, encontre o(s) valor(es) de n para que o sistema $AX = -2X$ *admita infinitas soluções* para a incógnita X. Justifique sua resposta.

$IX = A^{-1} \cdot -2X$

$X \cdot -2X^{-1} = A^{-1}$

$-2I = A^{-1}$

3. **(3,0 pt.)** Para cada um dos sistemas abaixo, obtenha a *forma escalonada reduzida* da matriz ampliada, determine o conjunto solução e o grau de liberdade associado.

(a) **(1,5 pt.)** $\begin{cases} x - 2y + z = -1 \\ 2x - 3y + z = -3 \\ 3x + 4y + 2z = -4 \end{cases}$ (b) **(1,5 pt.)** $\begin{cases} x - y + 3z = -2 \\ 2x + 3y - 4z = 6 \\ x + 4y - 7z = 8 \end{cases}$

4. **(1,5 pt.)** Considere o seguinte sistema linear: $\begin{cases} x + y + z = 1 \\ 2x + 3y + z = 2 \\ 3x + 2y + (a^2 - 21)z = 13 - 2a \end{cases}$.

Encontre todos os valores de a para os quais o sistema *não tem solução*, *tem solução única* ou *tem infinitas soluções*.

5. **(1,5 pt.)** Use a matriz identidade e as *operações elementares entre linhas* para encontrar a matriz inversa de $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 6 \\ 1 & 0 & 2 \\ 2 & -1 & 3 \end{pmatrix}$.

[1]Coloque o nome completo nas folhas de prova e escreva o resultado final das questões à caneta. Respostas sem resolução e/ou justificativa não serão consideradas. Não é permitido o uso de quaisquer equipamentos eletrônicos. Data da Avaliação: 16/04/2025

Prova 2 GA   Petrônio Dias de Carvalho Júnior   9,2

1) a- $\begin{cases} 2x + y - 3 = 6 \\ 3x - 2y + 4 = 0 \end{cases}$ $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$ det = -7 $\begin{pmatrix} 9 & 1 \\ -4 & -2 \end{pmatrix}$ detx = -14

0,5

$\begin{pmatrix} 2 & 9 \\ 3 & -4 \end{pmatrix}$ det y = -35 $x = -14/-7 = 2$ $y = -35/-7 = 5$ (2, 5)

b- $\begin{cases} x + 2y - 2z = -3 \\ 2x + y - z = 3 \\ x - 3y - 9 = 0 \end{cases}$ $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & -3 & 0 \end{pmatrix}$ det = 0 - 2 + 12 - (-2) - 0 - 3

det = 10 + 2 - 3

det = 9

$\begin{pmatrix} -3 & 2 & -2 \\ 3 & 1 & -1 \\ 9 & -3 & 0 \end{pmatrix}$ det x = 0 + 18 - 18 - (-18) - 0 - (-9)

det x = 27

$x = 27/9 = 3$

$y = -18/9 = -2$

$z = 9/9 = 1$

$\begin{pmatrix} 1 & -3 & -2 \\ 2 & 3 & -1 \\ 1 & 9 & 0 \end{pmatrix}$ det y = 0 + 3 - 36 - (-6) - 0 - (-9)

det y = -18

(3, -2, 1)

1,0

$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 2 & 1 & 3 \\ 1 & -3 & 9 \end{pmatrix}$ det z = 9 + 6 + 18 - (-3) - 36 - (-9)

$\cancel{33 + 3} \; \cancel{-36} + 9$

det z = 9

2) a- $\begin{cases} (2a-1)x + by = 1 \\ (a+1)x + 2by = 5 \end{cases}$ x = 1   y = 2 $\begin{cases} -4a + 2 - \cancel{4b} = -2 \\ a + 1 + \cancel{4b} = 5 \end{cases}$

$-3a + 3 = 3$

$-3a = 0$

$a = 0$

0,5

$\begin{cases} (2a-1) + 2b = 1 \quad .(-2) \\ (a+1) + 4b = 5 \end{cases}$

$a + 1 + 4b = 5$ $2.0 - 1 + 2b = 1$ a = 0

$4b = 5 - 1$ $-1 + 2b = 1$ b = 1

$4b = 4$ $2b = 2$

$b = 1$ $b = 1$

b- $\begin{cases} x + 2y + z = 1 \\ 2x - m^2 y - 3z = 2 \\ x - 2y - z = 3m \end{cases}$

$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 1 & 1 \\ 2 & -m^2 & -3 & 2 \\ 1 & -2 & -1 & 3m \end{array}\right) L1+L3$ $\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 0 & 0 & 1+3m \\ 2 & -m^2 & -3 & 2 \\ 1 & -2 & -1 & 3m \end{array}\right) \begin{array}{l} /2 \\ -2L1 \\ -L1 \end{array}$

$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & \frac{1+3m}{2} \\ 0 & -m^2 & -3 & 2-1+3m \\ 0 & -2 & -1 & 3m - \frac{1+3m}{2} \end{array}\right) -3L3$ $\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 1+3m/2 \\ 0 & -m^2+6 & 0 & 1+12m+\frac{3+9m}{2} \\ 0 & -2 & -1 & 3m - \frac{1+3m}{2} \end{array}\right)$

$-m^2 + 6 \neq 0$

$-m^2 \neq -6$

$m \neq \sqrt{6}$

0,7

c- $\begin{pmatrix} -4 & 1 & 0 \\ -m & -6 & -m \\ 1 & m & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2a \\ -2b \\ -2c \end{pmatrix}$ SPI

justificativa ???

$\begin{cases} -4a + 1b + 0c = -2a \\ -ma - 6b - mc = -2b \\ 1a + mb + 1c = -2c \end{cases}$

$\begin{vmatrix} -2 & 1 & 0 \\ -m & -4 & -m \\ 1 & m & 3 \end{vmatrix}$

$det = 24 - m + 0 - 0 + 3m - 2m^2$

$det = -2m^2 + 2m + 24$

$m^2 - m + 12 = 0$

$\begin{cases} -2a + b = 0 \\ -ma - 4b - mc = 0 \\ a + mb + 3c = 0 \end{cases}$

$1 - 4 . 1 . -12 = 49$

$\frac{1 \pm \sqrt{49}}{2} = \frac{1 \pm 7}{2} = 4$ ou -3

$m = 4$ ou $m = -3$

0,7

3) a- $\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & 1 & -1 \\ 2 & -3 & 1 & -3 \\ 3 & 4 & 2 & -4 \end{array}\right) \begin{array}{l} \\ -2L1 \\ -3L1 \end{array}$ $\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 10 & -1 & -1 \end{array}\right) L1+2L2$ $\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -1 & -3 \\ 0 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 10 & -1 & -1 \end{array}\right) L3-10L2$

$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -1 & -3 \\ 0 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 9 & 9 \end{array}\right) \begin{array}{l} +L3 \\ +L3 \\ /9 \end{array}$ $\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{array}\right)$

S: (-2, 0, 1)

Grau 0

$p = 3$ $3 - 3$

$m = 3$ 0

1,5

b-

4)

5

b - $\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 3 & -2 \\ 2 & 3 & -4 & 6 \\ 1 & 4 & -7 & 8 \end{array}\right)\begin{array}{l} \\ -2L1 \\ -L1 \end{array}$ $\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 3 & -2 \\ 0 & 5 & -10 & 10 \\ 0 & 5 & -10 & 10 \end{array}\right)\begin{array}{l} \\ /5 \\ -L2 \end{array}$ $\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 3 & -2 \\ 0 & 1 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right)\begin{array}{l} +L2 \\ \\ \\ \end{array}$

$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 2 \end{array}\right)$ $S = (-\lambda, 2+2\lambda, \lambda)$

Grau 1

$p = 2$ $3-2$

$m = 3$ 1

C

1,5

$x + z = 0$ $y - 2z = 2$

$x = -z$ $y = 2 + 2z$

4) $\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & a^2-21 & 13-2a \end{array}\right)\begin{array}{l} \\ -2L1 \\ -3L1 \end{array}$ $\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & a^2-24 & 10-2a \end{array}\right)\begin{array}{l} +L2 \\ \\ \\ \end{array}$ $\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & a^2-24 & 10-2a \end{array}\right)\begin{array}{l} \\ \\ +L2 \end{array}$

$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & a^2-25 & 10-2a \end{array}\right)$

$a^2 - 25 \neq 0$
$a^2 \neq 25$
$a \neq \pm 5$

$a^2 - 25 = 0$ e $10 - 2a = 0$
$a = \pm 5$ $2a = 10$
$a = +5$

$a = \pm 5$ $a \neq +5$

(SPD) $\rightarrow a \neq \pm 5$
(SPI) $\rightarrow a = +5$
(SI) $\rightarrow a = -5$

C

1,5

5) $\left(\begin{array}{ccc|ccc} 3 & 1 & 6 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & -1 & 3 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right)\begin{array}{l} -3L2 \\ \\ -2L2 \end{array}$ $\left(\begin{array}{ccc|ccc} 0 & 1 & 0 & 1 & -3 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & 0 & -2 & 1 \end{array}\right)\begin{array}{l} \\ \\ +L1 \end{array}$ $\left(\begin{array}{ccc|ccc} 0 & 1 & 0 & 1 & -3 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & -3 & 1 \end{array}\right)\begin{array}{l} \\ +2L3 \\ \\ \end{array}$

$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 0 & 1 & 0 & 1 & -3 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 2 & 9 & 2 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & -3 & 1 \end{array}\right)\begin{array}{l} \\ \\ \cdot(-1) \end{array}$ $\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 2 & 9 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 3 & -1 \end{array}\right)$ $A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & 9 & 2 \\ 1 & -3 & 0 \\ -1 & 3 & -1 \end{pmatrix}$

X 1,3