

## Лабораторная работа № 5

### Тема: "Трехмерная графика"

Реализовать вывод на экран трехмерной поверхности с использованием графических функций вывода точек, прямых линий и полигонов.

Реализовать 3 базовых аффинных преобразования над объектом (перемещение вдоль осей, масштабирование, вращение вокруг осей).

При сдаче лабораторной работы необходимо **письменно** подготовить ответы на следующие вопросы:

1) Какая модель описания трехмерной поверхности использовалась в вашей программе? Какие еще бывают модели? Привести формулы поверхности вашего варианта.

2) Какая проекция использовалась? Привести матрицу проецирования. Как расположена плоскость проецирования относительно системы мировых координат в данной проекции? Как расположены лучи проецирования относительно плоскости проецирования и относительно друг друга? Приготовить рисунок расположения системы координат, объекта, плоскости проецирования и проекторов. Какие еще бывают проекции?

3) Привести матрицы аффинных преобразований.

Минимальное требование для получения зачета по лабораторной работе – вывод каркасной модели. За самостоятельную! реализацию алгоритмов удаления невидимых поверхностей, закраски полигонов с учетом освещенности, градиентной закраски начисляются дополнительные баллы (за одно из преобразований).

Номер варианта в задании равен:

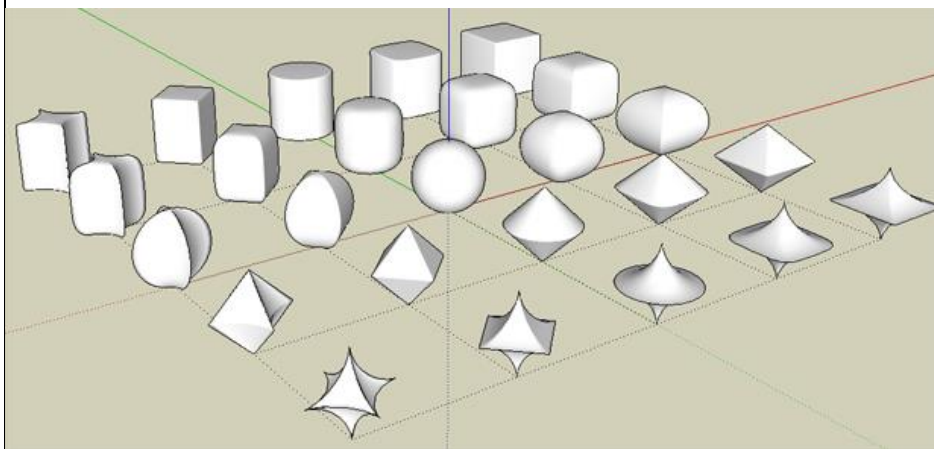
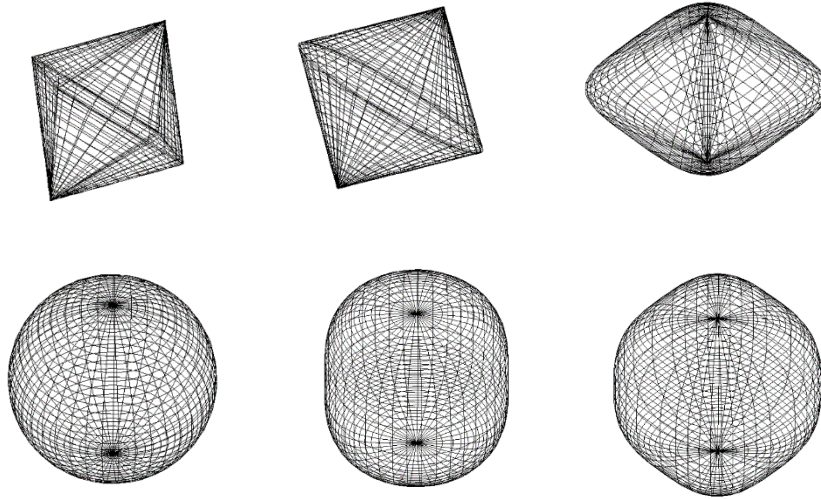
(номер студента по списку в группе) % (количество вариантов).

### Дополнительные вопросы по теме "Трехмерная графика"

1. Перечислите элементарные аффинные преобразования.
2. Каковы основные свойства аффинных преобразований?
3. Какие виды проекций вы знаете?
4. При каком виде проекции все лучи проецирования расположены под углом  $90^\circ$  к плоскости проецирования?
5. При каком виде проекции лучи проецирования исходят из одной точки?
6. Какие аффинные преобразования используются при преобразовании координат проекции в экранные координаты?
7. Какие методы описания формы поверхностей вы знаете?
8. Какие методы удаления невидимых фрагментов изображения вы знаете?
9. Модели освещения объемных фигур.
10. В чем особенности методов градиентной закраски (метод Гуро, метод Фонга)? Как они работают?
11. В чем заключается метод обратной трассировки лучей?

## Индивидуальные задания

1.



Суперэллипсоид.

Параметрическая форма задания:

$$x(u, v) = A \cdot c(v, 2/t) \cdot c(u, 2/r);$$

$$y(u, v) = B \cdot c(v, 2/t) \cdot s(u, 2/r);$$

$$z(u, v) = C \cdot s(v, 2/t);$$

где

$A, B, C$  – коэффициенты пропорции вдоль осей;

$v \in [-\pi/2, \pi/2]$  – долгота,  $u \in [-\pi, \pi]$  – широта;

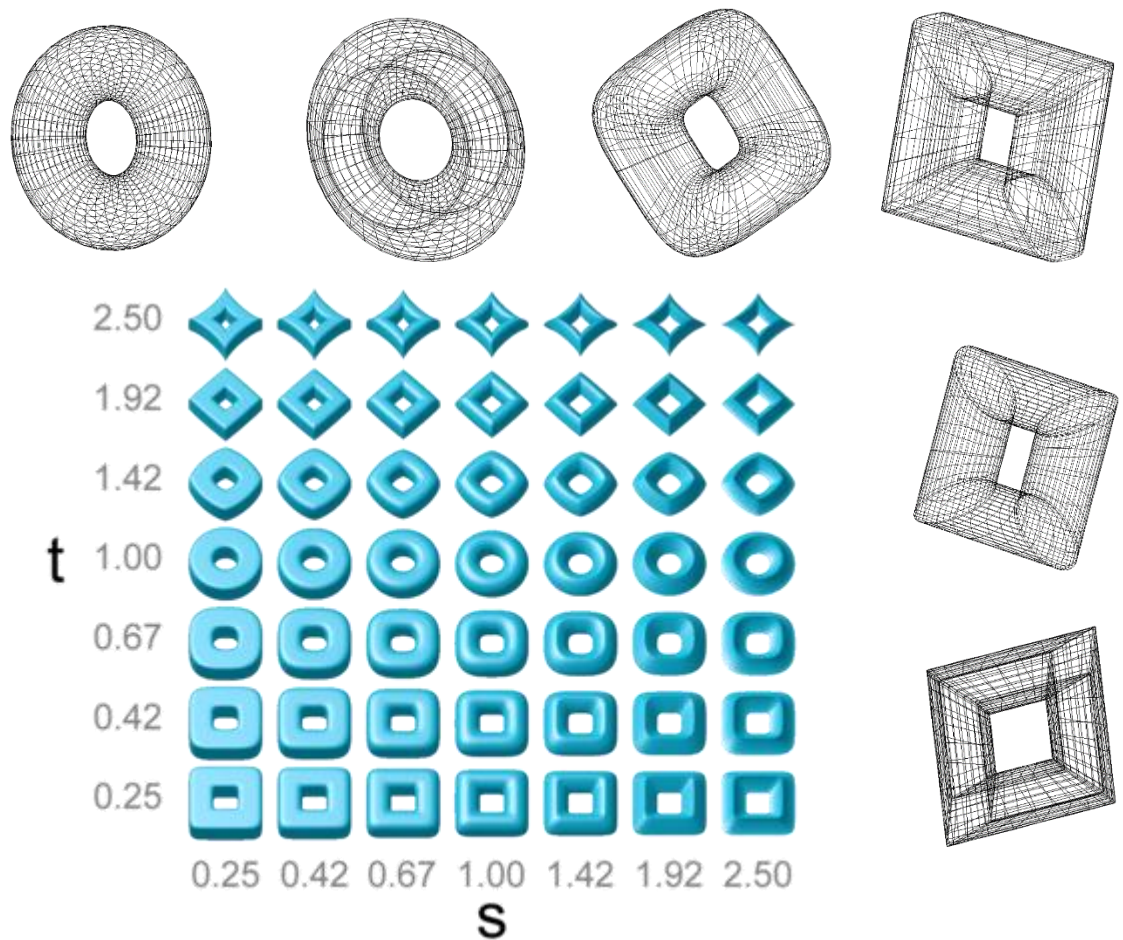
$$c(w, m) = \text{sgn}(\cos(w)) \cdot |\cos(w)|^m;$$

$$s(w, m) = \text{sgn}(\sin(w)) \cdot |\sin(w)|^m;$$

$$\text{sgn}(x) = f(x) = \begin{cases} -1, & x < 0, \\ 0, & x = 0, \\ +1, & x > 0. \end{cases}$$

Изменяя значения  $t$  и  $r$ , можно получить различные вариации формы тела.

2.



Supertoroids with  $a=b=2$ , and different combinations for the parameters  $s$  and  $t$ .

Супертороид.

Параметрическая форма задания:

$$x(u, v) = (a + c(u, s)) \cdot c(v, t);$$

$$y(u, v) = (b + c(u, s)) \cdot s(v, t);$$

$$z(u, v) = s(u, s);$$

где

$$v \in [0, 2\pi], u \in [0, 2\pi];$$

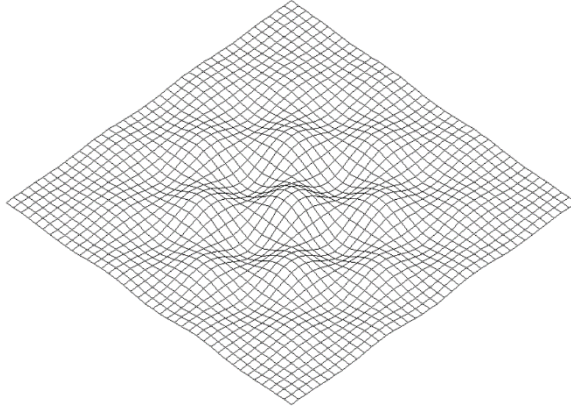
$$c(w, m) = \text{sgn}(\cos(w)) \cdot |\cos(w)|^m;$$

$$s(w, m) = \text{sgn}(\sin(w)) \cdot |\sin(w)|^m;$$

$$\text{sgn}(x) = f(x) = \begin{cases} -1, & x < 0, \\ 0, & x = 0, \\ +1, & x > 0. \end{cases}$$

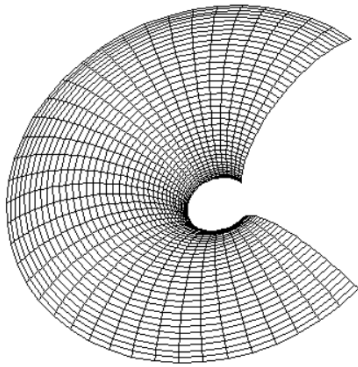
Изменяя значения  $t$  и  $s$ , можно получить различные вариации формы тела.

3.



$$y = f(x, z) = e^{-a(x^2+z^2)} \cos(\omega_x x) \cos(\omega_z z), \quad a=0,02; \quad \omega_x=1; \quad \omega_z=1.$$

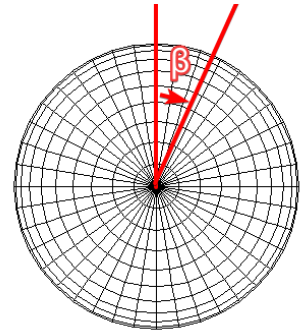
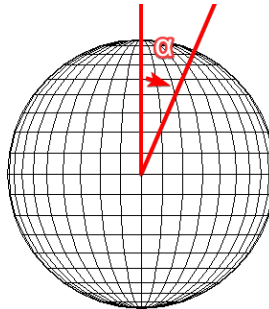
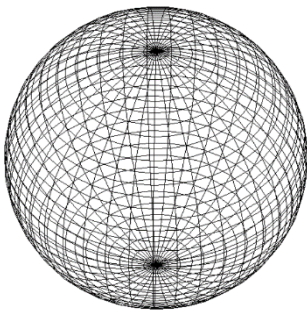
4.



$$\begin{cases} x(\tau, \theta) = (1 + \tau - \sin(\tau)) \cos(\theta), \\ y(\tau, \theta) = 1 - \cos(\tau), \\ z(\tau, \theta) = -(1 + \tau - \sin(\tau)) \sin(\theta), \end{cases}$$

$$\tau \in [0, 1\pi], \quad \theta \in [0, 1,5\pi].$$

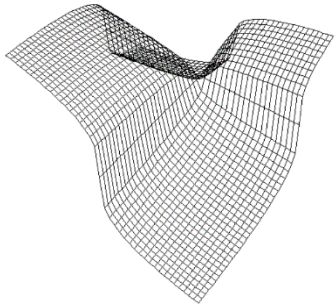
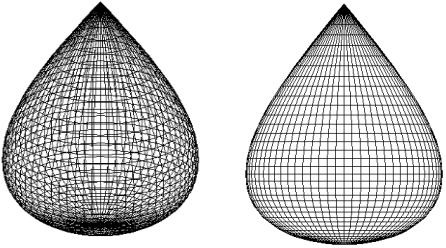
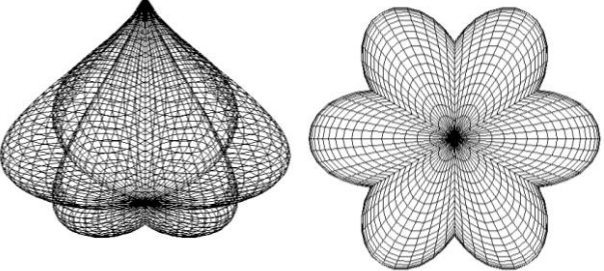
5.



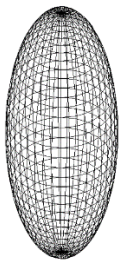
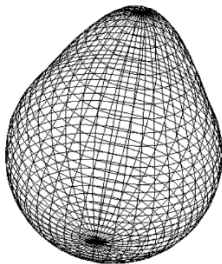
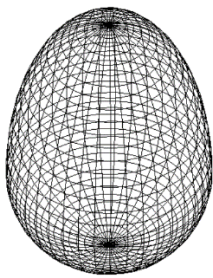
Шар.

$$\begin{cases} x = R \sin \alpha \cos \beta, \\ y = R \sin \alpha \sin \beta, \\ z = R \cos \alpha, \end{cases}$$

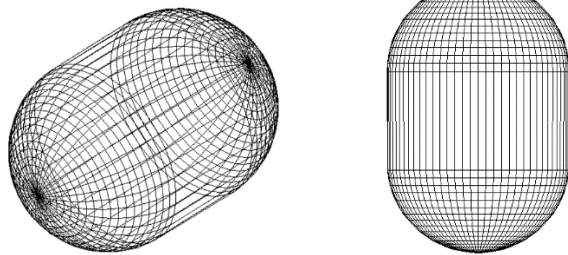
$$\alpha \in [0, \pi], \quad \beta \in [0, 2\pi].$$

6.	<p>Поверхность Кэли.  <math>y = z^3 - xy</math>,  <math>x \in [-2, 2], y \in [-2, 2]</math>.</p> 
7.	<p>Капля_1.  <math>x = R \sin \alpha \cos \beta</math>,  <math>y = R \sin \alpha \sin \beta</math>,  <math>z = \begin{cases} R \cos \alpha / \cos(\pi/3 - \alpha), &amp; \text{если } \alpha \in [0, \pi/3], \\ R \cos \alpha, &amp; \alpha \in [\pi/3, \pi], \end{cases}</math>  <math>\alpha \in [0, \pi], \beta \in [0, 2\pi]</math>.</p>
8.	 <p>Капля_2.  <math>x = R \sin \alpha \cos \beta</math>,  <math>y = R \sin \alpha \sin \beta</math>,  <math>z = -R \sqrt{A \cdot \sin(0,5 \cdot \alpha)^2} + 1,5 \cdot R</math>,  <math>A \in [1, \infty]</math> – влияет на высоту (рекомендуемое значение - 6),  <math>\alpha \in [0, \pi], \beta \in [0, 2\pi]</math>.</p>
9.	 <p>Чеснок.  <math>x = R \sin \alpha \cos \beta (1 + 0,5  \sin(K \cdot \beta) )</math>,  <math>y = R \sin \alpha \sin \beta (1 + 0,5  \sin(K \cdot \beta) )</math>,  <math>z = -R \sqrt{A \cdot \sin(0,5 \cdot \alpha)^{1,5}} + 1,5 \cdot R</math>,  <math>K = \text{количество зубчиков} \times 0,5</math>,  <math>A \in [1, \infty]</math> – влияет на высоту (рекомендуемое значение - 6),  <math>\alpha \in [0, \pi], \beta \in [0, 2\pi]</math>.</p>



10.	 <p>Эллипсоиды.</p> $\begin{cases} x = R \sin \alpha \cos \beta, \\ y = R \sin \alpha \sin \beta, \\ z = k \cdot R \cos \alpha, \end{cases}$ <p><math>k</math> – коэффициент сжатия (растяжения),  <math>\alpha \in [0, \pi], \beta \in [0, 2\pi]</math>.</p>
11.	 <p>Груша.</p> $\begin{cases} x = R \sin \alpha \cos \beta, \\ y = R \sin \alpha \sin \beta, \\ z = \begin{cases} R \cos \alpha + 2,5R(\cos \alpha - 0,5)^2, & \text{если } R \cos \alpha > 2, \\ R \cos \alpha, & \text{иначе,} \end{cases} \end{cases}$ <p><math>\alpha \in [0, \pi], \beta \in [0, 2\pi]</math>.</p>
12.	 <p>Яйцо.</p> $\begin{cases} x = R \sin \alpha \cos \beta, \\ y = R \sin \alpha \sin \beta, \\ z = \begin{cases} 2R \cos \alpha, & \text{если } R \cos \alpha > 0, \\ R \cos \alpha, & \text{иначе,} \end{cases} \end{cases}$ <p><math>\alpha \in [0, \pi], \beta \in [0, 2\pi]</math>.</p>

13.



Киндер-сюрприз.

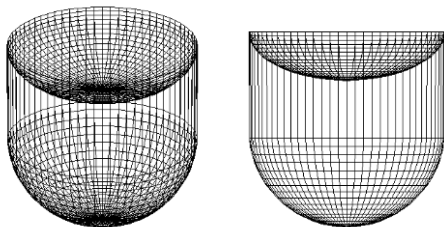
$$x = R \sin \alpha \cos \beta,$$

$$y = R \sin \alpha \sin \beta,$$

$$z = \begin{cases} R \cos \alpha + R, & \text{если } R \cos \alpha > 0, \\ R \cos \alpha, & \text{иначе,} \end{cases}$$

$$\alpha \in [0, \pi], \beta \in [0, 2\pi].$$

14.



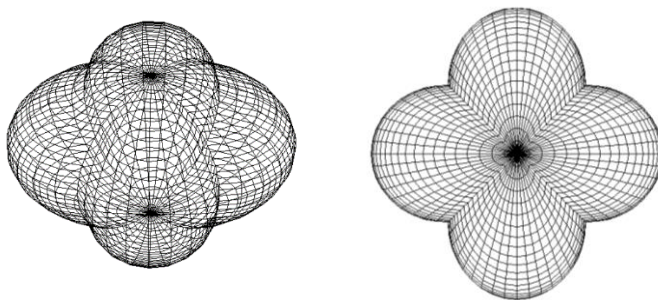
Половинка киндер-сюрприза.

$$x = R \sin \alpha \cos \beta,$$

$$y = R \sin \alpha \sin \beta,$$

$$z = \begin{cases} R - 0,5R \cos \alpha, & \text{если } R \cos \alpha > 0, \\ R \cos \alpha, & \text{иначе.} \end{cases}$$

15.



Тюк.

$$x = R \sin \alpha \cos \beta (1 + 0,5 |\sin(K \cdot \beta)|),$$

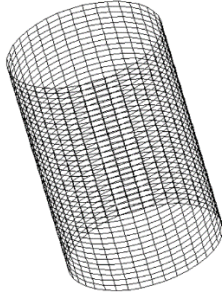
$$y = R \sin \alpha \sin \beta (1 + 0,5 |\sin(K \cdot \beta)|),$$

$$z = R \cos \alpha,$$

$K$  = количество "лепестков"  $\times 0,5$ ,

$$\alpha \in [0, \pi], \beta \in [0, 2\pi].$$

16.

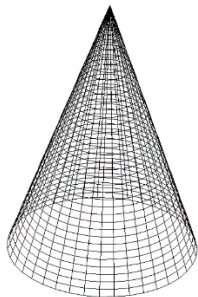


Цилиндр.

$$\begin{cases} x = R \sin \alpha, \\ y = R \cos \alpha, \\ z = H \cdot k, \end{cases}$$

$H$  – высота цилиндра,  $R$  – радиус цилиндра,  
 $\alpha \in [0, 2\pi]$ ,  $k \in [-1/2; 1/2]$ .

17.



Конус и усеченный конус.

$$\begin{cases} x = (R_1 + (R_2 - R_1)(k - 0,5)) \cdot \sin \alpha, \\ y = (R_1 + (R_2 - R_1)(k - 0,5)) \cdot \cos \alpha, \\ z = H \cdot k, \end{cases}$$

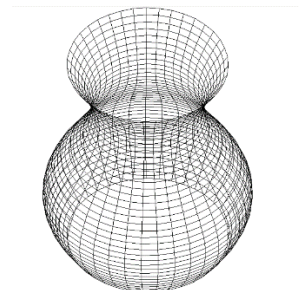
$H$  – высота конуса,  
 $R_1$  – радиус нижней части конуса,  
 $R_2$  – радиус верхней части конуса,  
 $\alpha \in [0, 2\pi]$ ,  $k \in [-1/2; 1/2]$ .

18.

Ваза.

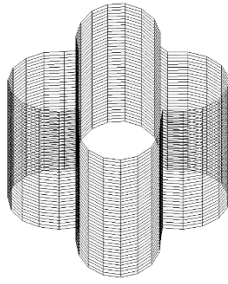
$$\begin{cases} x = R \cdot (1 - 0,3 \sin(2k\pi)) \cdot \sin \alpha, \\ y = R \cdot (1 - 0,3 \sin(2k\pi)) \cdot \cos \alpha, \\ z = H \cdot k, \end{cases}$$

$H$  – высота вазы,  
 $R$  – максимальный радиус вазы,  
 $\alpha \in [0, 2\pi]$ ,  $k \in [-1/2; 1/2]$ .





19.

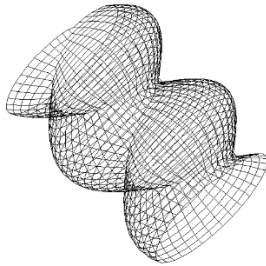


Формочка.

$$\begin{cases} x = R \cdot (1 + |\sin(2\alpha)|) \cdot \sin \alpha, \\ y = R \cdot (1 + |\sin(2\alpha)|) \cdot \cos \alpha, \\ z = H \cdot k, \end{cases}$$

 $H$  – высота формочки, $R$  – радиус формочки, $\alpha \in [0, 2\pi]$ ,  $k \in [-1/2; 1/2]$ .

20.



Макаронина.

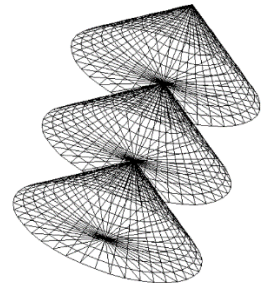
$$\begin{cases} x = R \cdot (1 + |\sin(2k\pi + 0,5\alpha)|) \cdot \sin \alpha, \\ y = R \cdot (1 + |\sin(2k\pi + 0,5\alpha)|) \cdot \cos \alpha, \\ z = H \cdot k, \end{cases}$$

 $H$  – высота макаронины, $R$  – радиус макаронины, $\alpha \in [0, 2\pi]$ ,  $k \in [-1/2; 1/2]$ .

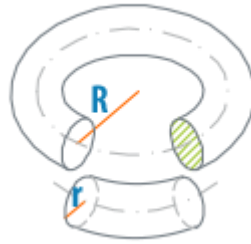
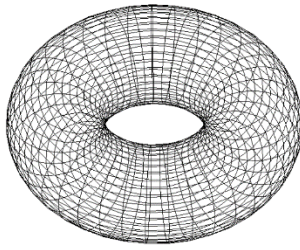
21.

Ёлочка.

$$\begin{cases} x = (k \cdot N \bmod R) \cdot \sin \alpha, \\ y = (k \cdot N \bmod R) \cdot \cos \alpha, \\ z = H \cdot k, \end{cases}$$

 $H$  – высота ёлочки, $R$  – максимальный радиус ёлочки, $N$  – количество ярусов, $\alpha \in [0, 2\pi]$ ,  $k \in [0; 1]$ .

22.

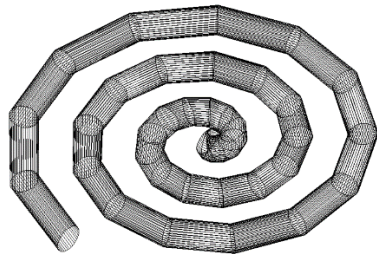


Тор.

$$\begin{cases} x = (R + r \cos \alpha) \cdot \sin \beta, \\ y = (R + r \cos \alpha) \cdot \cos \beta, \\ z = r \sin \alpha, \end{cases}$$

$R$  – расстояние от центра образующей окружности до оси вращения,  
 $r$  – радиус образующей окружности,  
 $\alpha \in [0, 2\pi]$ ,  $\beta \in [-\pi, \pi]$ .

23.



Спираль.

$$\begin{cases} x = (R + r \cos \alpha) \cdot \sin \beta, \\ y = (R + r \cos \alpha) \cdot \cos \beta, \\ z = r \sin \alpha, \end{cases}$$

$$R = A + B \cdot \beta,$$

$$\alpha \in [0, 2\pi], \beta \in [-2\pi, 2\pi].$$

24.

Пружина.

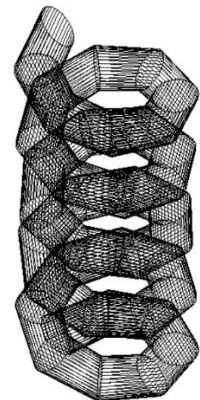
$$x = (R + r \cos \alpha) \sin \beta,$$

$$y = (R + r \cos \alpha) \cos \beta,$$

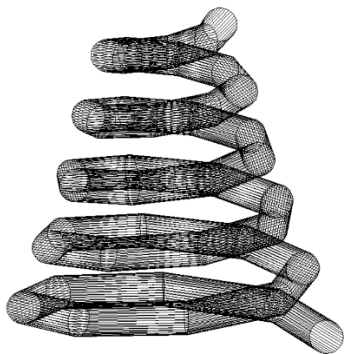
$$z = r \cdot \sin \alpha + k \cdot \beta,$$

$k$  – const (определяет шаг витков спирали по высоте),

$\alpha \in [0, 2\pi]$ ,  $\beta \in [-n \cdot \pi, n \cdot \pi]$ , где  $n$  – число витков спирали.



25.



Коническая спираль.

$$\begin{cases} x = (R + p\beta + r \cos \alpha) \sin \beta, \\ y = (R + p\beta + r \cos \alpha) \cos \beta, \\ z = r \sin \alpha + k\beta, \end{cases}$$

где  $p$  определяет увеличение большого радиуса пропорционально длине, а  $k$  – задает шаг витков пружины по высоте,  
 $\alpha \in [0, 2\pi]$ ,  $\beta \in [-n\pi, n\pi]$ , где  $n$  – число витков спирали.