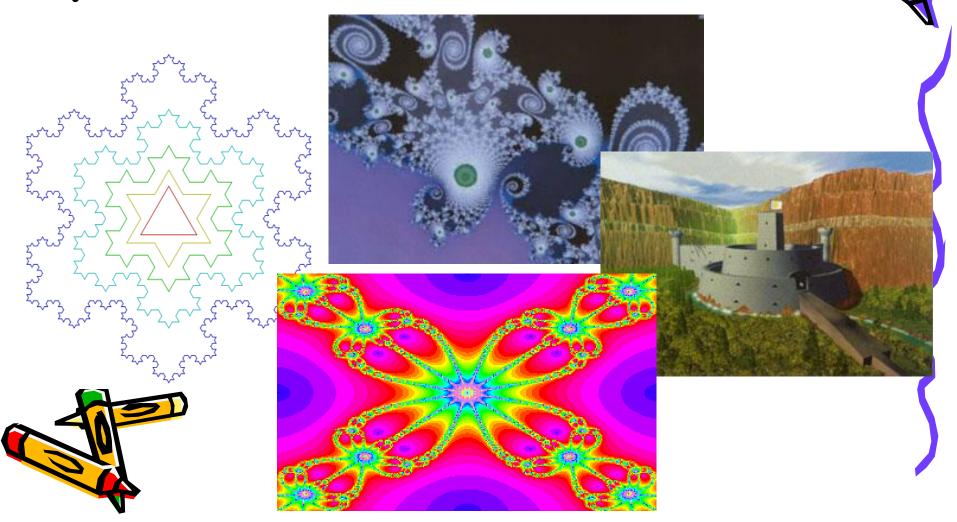
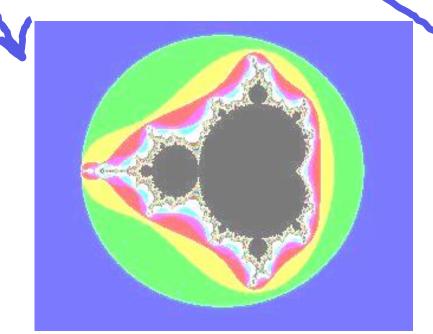


«Фракталом называется структура, состоящая из частей, которые в ком-то смысле подобны целому» (Бенуа Мандельброт (Benoît Mandelbrot) Les objets fractals, forn, hasard et dimension, 1975)

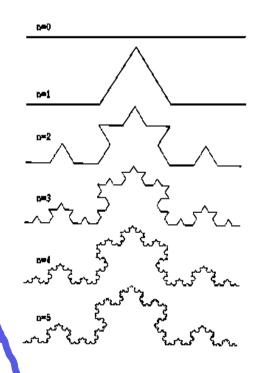


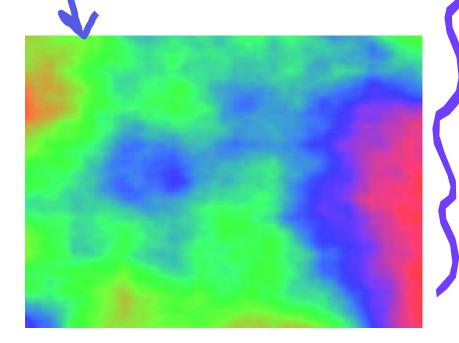
Фракталы принято разделять на три группы:

- геометрические,
- алгебраические,
- стохастические.

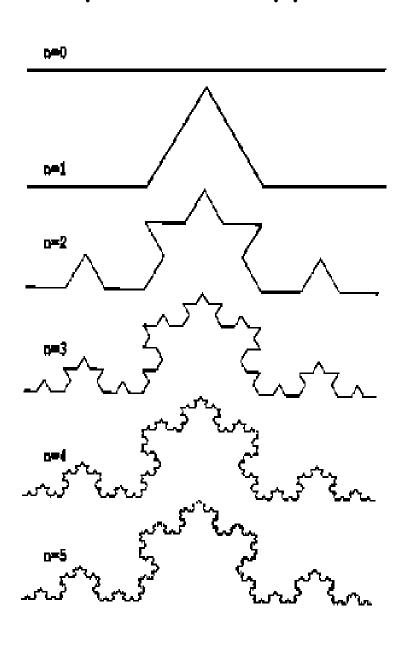


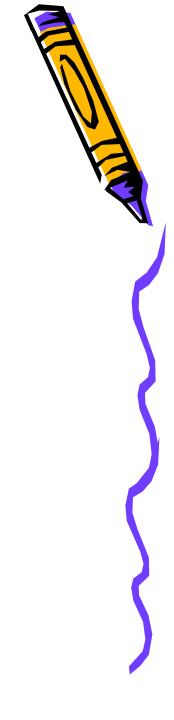






Геометрические фракталы







Метод L-систем (автор - Аристид Линденмайер)

Метод состоит из 2х шагов:

- 1) Создание результирующей строки
- 2) Рисование фрактала

Создание результирующей строки

Аксиома (строка, состоящая из символов).

Правила (набор строк, где каждое правило имеет вид:

символ → строка).

Пример

Аксиома: F

Правило: $F \rightarrow F-F++F-F$

На О шаге результирующая строка равна аксиоме!

На каждом последующем шаге символы, имеющие правило, заменяются на соответствующую строку из правой части правила.

S₀:

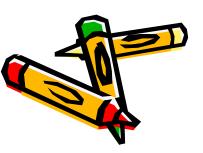


51

S₂:

Рисование фрактала

- Имеется некоторый исполнитель ("черепашка"), который может выполнять набор команд.
- Черепашка перемещается по плоскости.
- Текущее состояние черепашки задается координатами (x, y) и углом α , определяющим направление, в котором смотрит черепашка.
- Угол α это угол между положительным направлением оси x и направлением взгляда черепашки.
- У черепашки есть память, организованная в виде стека.



Черепашка выполняет действия на следующие символы:

"**F**" — переместиться вперед на шаг h в направлении α , оставив след (нарисовав отрезок);

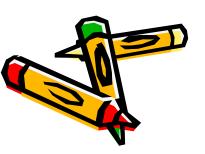
" \mathbf{f} " — переместиться вперед на шаг h в направлении α , не оставляя следа;

"+" — повернуть направо (по часовой стрелке) на угол β ;

"-" – повернуть налево (против часовой стрелки) на угол β ;

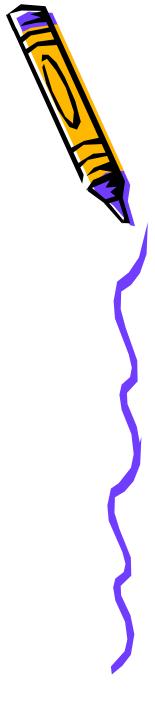
"[" – записать в стек текущее состояние (x, y, α) ;

"]" — взять из стека последнее сохраненное в памяти состояние (x, y, α) и установить черепашку в него.



Кроме вышеперечисленных символов («F», «f», «+», «-», «[», «]») в результирующей строке могут встречаться и любые другие.

Черепашка просматривает результирующую строку (программу) символ за символом. Команды она выполняет, а символы, не являющиеся командами, пропускает (игнорирует).





Алгебраические фракталы

В качестве примера рассмотрим множество Мандельброта.

Алгоритм его построения основан на простом итеративном выражении:

$$Z_{k+1} = Z_k^2 + Z_0 (1)$$

Здесь Z_k - комплексная переменная.

Для создания фрактала, необходимо для каждой точки изображения выполнить цикл итераций согласно формуле (1).

Стартовое значение $Z_0=x_0+iy_0$, где x_0 , y_0 - координаты точки изображения, для которой выполняется цикл.

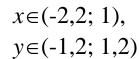
Цикл выполняется до тех пор, пока не выполнится условие завершения цикла, но не более MAXCOLOR раз (чтобы не произошло зацикливание).

Условие завершения цикла для множества Мандельброта $|Z_k| > 2$.

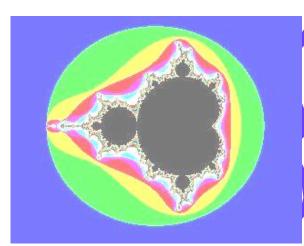
После остановки цикла текущая точка окрашивается в цвет, который зависит от количества выполненных итераций.

? Как влияет величина MAXCOLOR на

результирующую картинку?







Над комплексным числом Z = x + iy можно производить следующие арифметические действия:

 $|Z| = \sqrt{x^2 + y^2}$ - модуль комплексного числа; $Z^2 = (x + iy)(x + iy) = x^2 - y^2 + i2xy$ - квадрат комплексного числа; (a+ib)+(c+id) = (a+c)+i(b+d) - сумма комплексных чисел; $(a+ib)\cdot(cid) = (a\cdot c - b\cdot d)+i(a\cdot d + c\cdot b)$ - произведение комплексных чисел; $(a+ib)/(c+id) = (ac+bd)/(c^2+d^2)+i((cb-ad)/(c^2+d^2))$ - частное.



Стохастические фракталы

Плазма

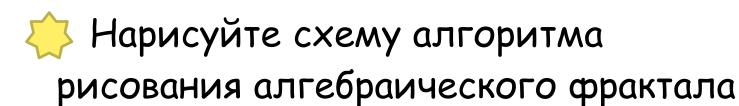
Для ее построения возьмем прямоугольник и для каждого его угла случайным образом определим цвет.

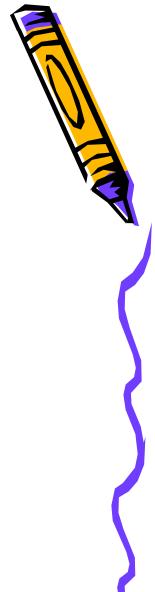
Далее находим центральную точку прямоугольника и раскрашиваем ее в цвет равный среднему арифметическому цветов по углам прямоугольника плюс некоторое случайное число.

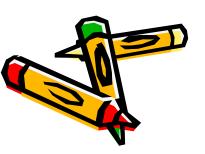
Таким же образом поступаем с центральной точкой каждого нового образовавшегося прямоугольника.

Чем больше случайное число - тем более "рваным" будет рисунок. Если мы теперь скажем, что цвет точки - это высота над уровнем моря, получим вместо плазмы горный массив. Именно с помощью этого принципа моделируются горы в большинстве программ. С помощью алгоритма, похожего на плазму строится карта высот, к ней применяются различные фильтры, накладываем текстуру и, пожалуйста, фотореалистичные горы готовы.











决 Нарисуйте схему алгоритма рисования геометрического фрактала

