Logika mintazh 2019/2020 2. félév

1 Ítéletlogika

Adott a következő eldöntésprobléma: $\{\neg(X \wedge \neg Y), Y \supset Z\} \models_0 \neg X \vee Z$

1. (10 pont)
   (a) Készítsen a fenti eldöntésproblémához közös igazságtáblát!
   (b) Miként igazolja a következtetés helyességét a közös igazságtábla?
2. (10 pont) Fejezze be a következő ítéletkalkulusbeli levezetést!
   - Kiindulásként átalakítottuk úgy a formulákat, hogy csak $\supset$ és $\neg$ műveleteket tartalmazzanak. Így a következő levezetést kell ellenőrizni: $X \supset Y, Y \supset Z \vdash_0 X \supset Z$
   - A levezetés első lépése:
     1. $(X \supset (Y \supset Z)) \supset ((X \supset Y) \supset (X \supset Z))$ $[C2, A \parallel X, B \parallel Y, C \parallel Z]$
3. (10 pont) Igazolja természetes levezetéssel, hogy a fenti eldöntésproblémát kifejező levezetés megkonstruálható!
   - A megoldás kiindulásához használja a következőt: $\neg X \vee Y, Y \supset Z \vdash_0 \neg X \vee Z$
4. (10 pont) Igazolja Gentzen szekvent módszerrel, hogy a fenti eldöntésproblémát kifejező szekvent megalapozható! Megjegyzés:
   - A megoldás kiindulásához használandó szekvent: $\neg(X \wedge \neg Y), Y \supset Z \longrightarrow \neg X \vee Z$
   - Választhat a G és C kalkulusok közül. A választást mindenképp jelezze a megoldás mellett!
5. (10 pont) Igazolja tabló módszerrel a következtetés helyességét!

2 Elsőrendű logika

1. (15 pont) Adott a következő elsőrendű formula: $\exists x \forall y Q(x, y) \wedge \neg P(z) \supset \neg \forall x(Q(x, k(x)) \vee P(x))$.
   (a) Adja meg a formula prímkomponenseit!
   (b) Írja fel az értéktábla fejlécét!
   (c) Töltse ki az értéktáblát azon interpretáció esetén, ahol $U = \{1, 2, 3\}$, k^I : rákövetkező univerzumon belül (3 rákövetkezője 1), P^I : szám páros, Q^I: első szám osztója a másodiknak.
   (d) Mit tudunk leolvasni a 3 alap szemantikus tulajdonságról az értéktábla alapján?
2. (25 pont) Adott a következő szemantikus következmény:
   $$\{\forall x \exists y P(x, y) \wedge \forall x Q(g(x))\} \models \forall x \exists y(P(x, y) \wedge Q(g(y)))$$
   Mutassuk meg rezolúcióval, hogy a szemantikus következmény teljesül!
   (a) Adja meg ehhez a változóidegen elsőrendű klózhalmazt!
   (b) Adja meg a Herbrand-univerzum H_0, H_1, H_2 halmazát, majd a klózok alappéldányának legalább 5 elemét!
   (c) A Herbrand-univerzum alapján készítsen alaprezolúciós levezetést a szemantikus következmény bizonyítására!
   (d) A legáltalánosabb illesztési algoritmus alkalmazásával készítsen elsőrendú rezolúciós levezetést!

Egyéb információk:

- FONTOS: A feladatok még kiegészülnek a megadott ponton belül 1-2 pontos elméletibb, értést tesztelő kérdésekkel. Ezekre látható 1 példa az igazságtáblához és egy az értéktáblához, de a többi feladatnál is lehet. Ezekre a megoldásban nem adunk választ, mert az értést szeretnénk velük vizsgálni.
- Az ítéletlogikai rész 5 feladatából 4 feladat az, ami az alap pontozásba beleszámít. Az, hogy melyik ez a 4, azt a hallgató választhatja meg a dolgozat végén. Ha az 5. feladatra is lesz beadva megoldás, akkor az plusz pontként érvényesül a 3-as jegy elérése után, vagyis ha a hallgató minimum 50 pontot elért *csak a dolgozat alapján.*

- Összesen az összes feladatból 90 pont szerezhető
- A dolgozathoz plusz pont szerezhető még a beadandók minimumja felett megszerzett többletpontokért, ha a hallgató eléri a minimum 35 pontot.
- Ponthatárok: 2-es 40-től, 3-as 50-től, 4-es 60-tól, 5-ös 70-től.