

Név:, NEPTUN-kód

Csoport, gyak.vez.:

Pontszám:

*Programtervező informatikus szak I. évfolyam
Matematikai alapok 2. zárthelyi
2018. november 23.*

<i>Minden feladathoz indoklást, levezetést kérünk.</i>
--

<i>A 6. feladat (tételkimondás és bizonyítás) megoldását csak e feladatlap hátoldalára írva fogadjuk el.</i>
--

1. (7 pont) Igazoljuk teljes indukcióval:

$$\forall n \in \mathbb{N}^+ : \quad \sum_{k=1}^n \frac{1}{(4k-3) \cdot (4k+1)} = \frac{n}{4n+1}$$

2. a) (7 pont) Tekintsük a $z_1 = 1 - i$, $z_2 = 2 + i$, $z_3 = 3 - i$ komplex számokat. Számítsuk ki az alábbi kifejezés értékét (az eredményt algebrai alakban kérjük):

$$\frac{\overline{z_1}}{z_2^2} - \frac{1}{z_3}$$

- b) (5 pont) Oldjuk meg az $x^3 - 10x^2 + 34x = 0$ egyenletet a komplex számok halmazán.

3. (7 pont) Legyen $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 2 & 3 & 4 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 4 & 2 & -1 \\ 1 & 3 & 7 \end{bmatrix}$, $C = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \end{bmatrix}$.

Határozzuk meg az $(A - B) \cdot C^T$ mátrix inverzét.

4. a) (5 pont) Altér-e \mathbb{R}^5 -ben az alábbi részhalmaz?

$$S := \{x = (x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) \mid x_1^2 + x_2^2 = x_3^2 + x_4^2 + x_5^2\}$$

- b) (4 pont) Adjunk meg véges generátorrendszert \mathbb{R}^4 alábbi alterében:

$$W := \{(x + 2y + 3z, -x - y, y + 2z, x + 2y + 3z) \mid x, y, z \in \mathbb{R}\}$$

5. (8 pont) Döntsük el, hogy a következő vektorrendszer bázist alkot-e \mathbb{R}^4 -ben:

$$x_1 = (-3, 0, 4, 2), \quad x_2 = (0, 1, 0, 0), \quad x_3 = (1, -6, 8, 8), \quad x_4 = (-5, 3, 2, -1)$$

6. (7 pont) Tételkimondás és bizonyítás (a megoldást kérjük e feladatlap hátoldalára írni):

Az inverz (azaz: az inverz mátrix) létezéséről szóló tétel.