

Tartalom



- Összetett adatszerkezetek halmozása
 - ✓ <u>Mátrixok</u> vektorok vektora
 - ✓ Rekordok vektora
- Halmazzá alakítás
- Halmaz típus elemek felsorolásával
- Halmaz típus logikai vektorral



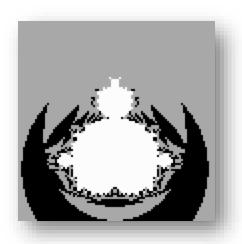


Feladat:

Egy N×M-es raszterképet nagyítsunk a kétszeresére pontsokszorozással: minden régi pont helyébe 2×2 azonos színű pontot rajzolunk a nagyított képen.











Problémák/válaszok:

- Hogyan ábrázoljunk egy képet?
 A kép rendezett pontokból áll, azaz biztosan valamilyen sorozatként adható meg.
- Nehézkes lenne azonban a pontokra egy sorszámozást adni. Kézenfekvőbb azt megmondani, hogy egy képpont a kép hányadik sorában, illetve oszlopában található, azaz alkalmazzunk dupla indexelést! A kétindexes tömböket hívjuk mátrixnak.





Specifikáció:

- ➤ Bemenet: $N,M \in \mathbb{N}, K_{1..N,1..M} \in \mathbb{N}^{N \times M}$
- \gt Kimenet: $NK_{1..2*N,1..2*M} \in \mathbb{N}^{2 \cdot N \times 2 \cdot M}$
- ➤ Előfeltétel: –
- ightharpoonup Utófeltétel: \forall i(1≤i≤N): \forall j(1≤j≤M):

$$NK_{2\cdot i,2\cdot j} = K_{i,j}$$
 és $NK_{2\cdot i-1,2\cdot j} = K_{i,j}$ és $NK_{2\cdot i,2\cdot j-1} = K_{i,j}$ és $NK_{2\cdot i-1,2\cdot j-1} = K_{i,j}$

Feladat:

Egy N*M-es raszterképet nagyítsunk a kétszeresére *pontsokszorozás*sal: minden régi pont helyébe 2*2 azonos színű pontot rajzolunk a nagyított képen.

$$:=(\mathbb{N}^{\mathrm{M}})^{\mathrm{N}}$$

N - a sorok,

M – az oszlopok száma

Ez a **másolás** tétel egy variációja, csak egy elemből négy elem keletkezik.



i,j:Egész

Algoritmus:

Specifikáció:

- \triangleright Bemenet: N,M \in N, K \in N^{N×M}
- \rightarrow Kimenet: NK \in N^{2·N×2·M}
- ➤ Előfeltétel: –
- ➤ Utófeltétel: ∀i (1≤i≤N): ∀j (1≤j≤M):

 $NK_{2\cdot i,2\cdot j}=K_{i,j}$ és

 $NK_{2\cdot i-1,2\cdot j}=K_{i,j}$ és

 $NK_{2\cdot i,2\cdot i-1}=K_{i,i}$ és

 $NK_{2\cdot i-1,2\cdot i-1} = K_{i,i}$

	Változó	
i=1N		
j=1M		
NK[2*i,2*j]:=K[i,j]		
NK[2*i-1,2*j]:=K[i,j]		
NK[2*i,2*j-1]:=K[i,j]		
NK[2*i-1,2*j-1]:=K[i,j]		

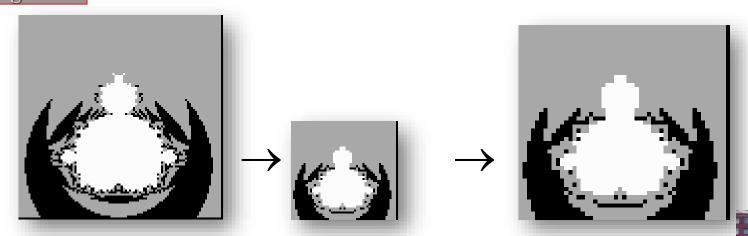
Megjegyzés: programozási nyelvekben a mátrix elemének elérésére más jelölés is lehet, pl.: C++ esetén K[i][j].



Feladat:

Egy N×M-es raszterképet kicsinyítsünk a felére (N/2×M/2 méretűre) pontátlagolással: a kicsinyített kép minden pontja az eredeti kép 2×2 pontjának "átlaga" legyen!

"átlag": színkódok átlaga





Specifikáció: (másolás)

➤ Bemenet: $N,M \in \mathbb{N}, K_{1..N,1..M} \in \mathbb{N}^{N \times M}$

> Kimenet: $KK_{1..N/2,1..M/2} \in \mathbb{N}^{N/2 \times M/2}$

- ➤ Előfeltétel: PárosE(N) és PárosE(M)
- ➤ Utófeltétel: $\forall i(1 \le i \le N/2)$: $\forall j(1 \le j \le M/2)$:

$$KK_{i,j} = (K_{2*i,2*j} + K_{2*i-1,2*j} + K_{2*i,2*j-1} + K_{2*i-1,2*j-1})/4$$

➤ Definíció: PárosE:N→L

 $P\acute{a}rosE(x):=(x Mod 2)=0$

Feladat:

Egy N*M-es raszterképet kicsinyítsünk a felére (N/2*M/2 méretűre) *pontátlagolás*sal: a kicsinyített kép minden pontja az eredeti kép 2*2 pontjának "átlaga" legyen!





i,j:Egé

Algoritmus:

```
Változó
          i=1..N/2
           j=1..M/2
KK[i,j]:=(K[2*i,2*j]+K[2*i-1,2*j]+
   K[2*i,2*j-1]+K[2*i-1,2*j-1])/4
```

Megjegyzés:

- 1) a színes képeknél az átlagolással baj lehet! Milyen szín egy piros és egy kék színű pont átlaga? (hamis színek)
- 2) RGB esetén a szín: **Rekord**(piros, zöld, kék: Egész); és az átlag? (komponensenkénti átlag)





Feladat:

A Rák-köd képére alkalmazzunk egyféle Rank-szűrőt! Minden pontot helyettesítsünk magának és a 8 szomszédjának maximumával!











Specifikáció: (másolás+maximum-kiválasztás)

- > Bemenet: N,M \in N, K_{1.N.1.M} \in N^{N×M}
- \triangleright Kimenet: $RK_{1..N,1..M} \in \mathbb{N}^{N \times M}$
- ➤ Előfeltétel: –
- ightharpoonup Utófeltétel: $\forall i (1 \le i \le N)$: $\forall j (1 \le j \le M)$:

$$RK_{i,j} = \max_{\scriptscriptstyle p=i-1} \, \max_{\scriptscriptstyle q=j-1} \, K_{\scriptscriptstyle p,q} \ \text{\'es}$$

$$\forall j (1 \leq j \leq M): RK_{1,j} = K_{1,j}$$
 és $RK_{N,j} = K_{N,j}$

$$\forall i(1 \le i \le N): RK_{i,1} = K_{i,1}$$
 és $RK_{i,M} = K_{i,M}$

Feladat:

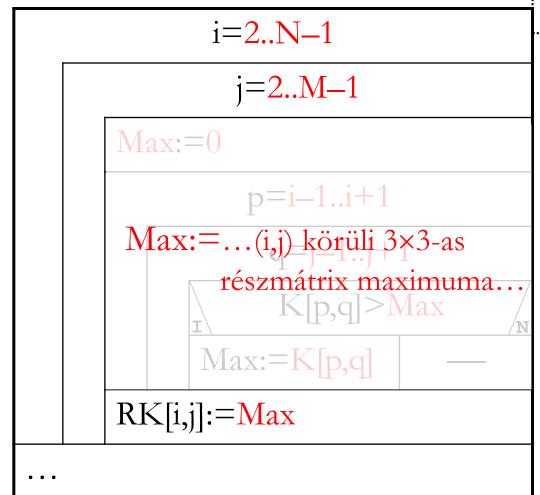
A Rák-köd képére alkalmazzunk egyféle Rank-szűrőt! Minden pontot helyettesítsünk magának és a 8 szomszédjának maximumával!





Algoritmus:

> Utófeltétel: $\forall i (1 \leq i \leq N)$: $\forall j (1 \leq j \leq M)$: $RK_{i,j} = \max_{p=i-1} \max_{q=i-1} K_{p,q} \text{ és}$ $\forall i (1 \leq i \leq N): \forall j (1 \leq j \leq M):$ $RK_{1,j} = K_{1,j} \text{ és } RK_{N,j} = K_{N,j}$ $RK_{i,1} = K_{i,1} \text{ és } RK_{i,M} = K_{i,M}$



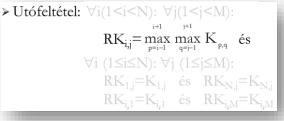
Változó i,j:Egész





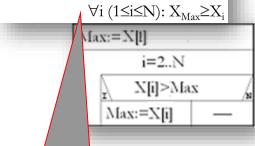
i,j:Egész

Algoritmus:

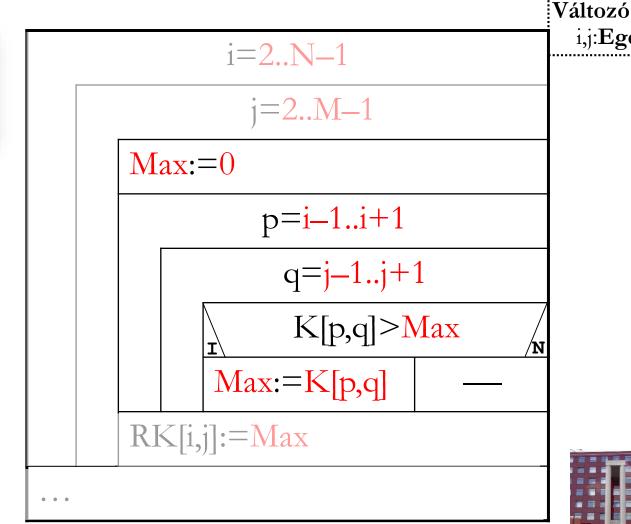


Specifikáció:

- \triangleright Bemenet: $N \in \mathbb{N}$,
 - $X \in H^N$
- \gt Kimenet: Max \in N
- > Előfeltétel: N>0
- > Utófeltétel: 1≤Max≤N és

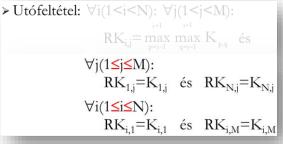


Maximumértékkiválasztás tétel.





Algoritmus (folytatás):



•••	
	j=1M
	RK[1,j]:=K[1,j]
	RK[N,j]:=K[N,j]
	i=1N
	RK[i,1]:=K[i,1]
	RK[i,M]:=K[i,M]

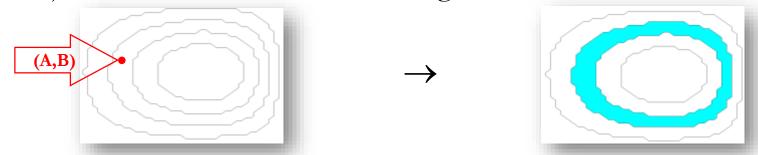
Változó i,j:Egész





Feladat:

Egy kép egy adott (fehér színű) tartományát egy (A,B) belső pontjából kiindulva fessük be világoskékre!



Festendők a "**belső pontok**", ha Belső(i,j)=Igaz.





Specifikáció:

- \triangleright Bemenet: N,M \in N, K_{1..N,1..M} \in N^{N×M}, A,B \in N
- > Kimenet: $KK_{1..N,1..M} \in \mathbb{N}^{N \times M}$
- \triangleright Előfeltétel: $A \in (1..N)$ és $B \in (1..M)$ és

 \triangleright Utófeltétel: $\forall i(1 \le i \le N)$: $\forall j(1 \le j \le M)$:

Belső(i,j) \rightarrow KK_{i,i}=világoskék és

nem Belső(i,j) $\rightarrow KK_{i,j}=K_{i,j}$

Algoritmus:

KK:=K
Festés(A,B)





Algoritmus:

- > Utófeltétel: $\forall i (1 \le i \le N)$: $\forall j (1 \le j \le M)$:

 Belső(i,j) $\rightarrow KK_{i,j} = világoskék és$ nem Belső(i,j) $\rightarrow KK_{i,j} = K_{i,j}$
- Definíció:
 Belső(i,j)=(i=A és j=B vagy
 Fehér(i,j) és
 (Belső(i-1,j) vagy Belső(i+1,j) vagy
 Belső(i,j-1) vagy Belső(i,j+1)))



	Festés(i,	:Egész)		
KK[i,j]:=vilá	goskék			
I	KK[i–1,	j]=fehér	és i>1	N
Festés(i–1,j)				
I	KK[i+1,	,j]=fehér	és i <n< td=""><td>N</td></n<>	N
Festés(i+1,j)				
I	KK[i,j-1	1]=fehér	és j>1	N
Festés(i,j–1)				
I	KK[i,j+	1]=fehér	és j <m< td=""><td>N</td></m<>	N
Festés(i,j+1)				



Feladat:

Egy adott napon N-szer volt földrengés. Ismerjük az egyes rengések időpontját (időrendben). Mondjuk meg, hogy hány másodpercenként volt földrengés!

Megoldás felé:

Definiálni kellene, mi az idő! Az időt megadhatjuk az (óra, perc, másodperc) hármassal, azaz az idő:

$$Idő=O\times P\times Mp, O, P, Mp=N$$

> Algoritmikus sablon: **Másolás** tétel!





Specifikáció:

> Bemenet: N∈N, R_1 N∈Idő^N

- \triangleright Kimenet: $T_1 \sim 10^{N-1}$
- ► Előfeltétel: $\forall i(1 \le i \le N)$: $0 \le R_i . \acute{o} \le 23$ és $0 \le R_i . p \le 59$ és $0 \le R_i . mp \le 59$ és $\forall i(1 \le i \le N)$: $R_i \le R_{i+1}$
- \rightarrow Utófeltétel: $\forall i(1 \le i \le N-1)$: $T_i = R_{i+1} R_i$
- ➤ Definíció: -:Idő×Idő→N

$$i1 - i2 := ... ??? ...$$

<:Idő×Idő→L

Feladat:

Egy adott napon N-szer volt földrengés. Ismerjük az egyes rengések időpontját. Mondjuk meg, hogy hány másodpercenként volt földrengés!





Idők különbsége

- 1. megoldási ötlet:
 - Felfoghatjuk úgy, mint két háromjegyű szám különbsége, ahol a három jegy nem azonos alapú. (Vegyes alapú számrendszer.) Majd másodpercekké konvertáljuk.
- 2. megoldási ötlet:
 - Kifejezzük az időket másodpercben, így már két egész szám különbségét kell kiszámolni.
 - másodpercben(i):=idő.ó*3600+idő.p*60+idő.mp

Meggondolandó, hogy mekkora egész szám kell hozzá? (24*3600=86 400) Milyen típusú lehet? (>2 byte)





Specifikáció:

> Bemenet: N∈N, R_1 N∈Idő^N

$$Idő=O\times P\times Mp, O,P,Mp=N$$

- \gt Kimenet: $T_1 \underset{N-1}{\sim} \in \mathbb{N}^{N-1}$
- \gt Előfeltétel: $\forall i(1 \le i \le N)$: $0 \le R_i.\acute{o} \le 23$ és

 $0 \le R_i \cdot p \le 59$ és $0 \le R_i \cdot mp \le 59$ és

$$\forall i (1 \le i < N): R_i < R_{i+1}$$

- \rightarrow Utófeltétel: $\forall i(1 \le i \le N-1)$: $T_i = R_{i+1} R_i$
- > Definíció:

$$i1 - i2 := i1.6*3600+i1.p*60+i1.mp -$$





Algoritmus₁:

```
> Utófeltétel: \forall i \ (1 \le i \le N-1): T_i = R_{i+1} - R_i
> Definíció:

- :Idő×Idő→N

i1 - i2 := i1.o*3600+i1.p*60+i1.mp -

(i2.o*3600+i2.p*60+i2.mp)
```

```
i=1..N \\ i:Eg\acute{e}sz \\ s:T\"{o}mb[...] \\ S[i]:=R[i].\acute{o}*3600+ \\ R[i].p*60+R[i].mp \\ i=1..N-1 \\ T[i]:=S[i+1]-S[i]
```

Megjegyzések:

- 1. Egy S segédtömböt használunk.
- 2. A TIdők közötti "–" operátor az S-en keresztül, közvetve kerül az algoritmusba.



Algoritmus₂:

- > Utófeltétel: $\forall i \ (1 \le i \le N-1)$: $T_i = R_{i+1} R_i$
- ➤ Definíció:

másodpercben(i):=i.o*3600+i.p*60+i.mp

	Változó
i=1N	i: Egész <mark>S</mark> :Tömb[]
S[i]:=másodpercben(R[i])	
i=1N-1	
T[i]:=S[i+1]-S[i]	

Megjegyzések:

- 1. A másodpercben fv. megvalósítandó!
- 2. Ha a különbség (óra, perc, másodperc)-ben kell, akkor T[i]ből vissza kell alakítani! **Újabb művelet.**





Változó

i:Egész

Algoritmus₃:

- \succ Utófeltétel: $\forall i \ (1 \le i \le N-1)$: $T_i = R_{i+1} R_i$
- ➤ Definíció:

másodpercben(i):=i.o*3600+i.p*60+i.mp

$$i=1..N-1$$

T[i]:=másodpercben(R[i+1])másodpercben(R[i])

Megjegyzés:

A másodpercben fv. segítségével (sőt anélkül is) megspórolható az S segédtömb; és így az előkészítő ciklus... de cserében majdnem minden R[i]-t kétszer számítunk át másodpercekre.





Változó

i:Egész

Algoritmus₄:

- \succ Utófeltétel: $\forall i \ (1 \le i \le N-1)$: $T_i = R_{i+1} R_i$
- ➤ Definíció:

másodpercben(i):=i.o*3600+i.p*60+i.mp

$$i=1..N-1$$

$$T[i] := R[i+1] - R[i]$$

Megjegyzés:

A – operátort definiálni kell, amelyben a másodpercekben függvény (vagy annak törzse) felhasználható!



Sorozat → halmaz transzformáció



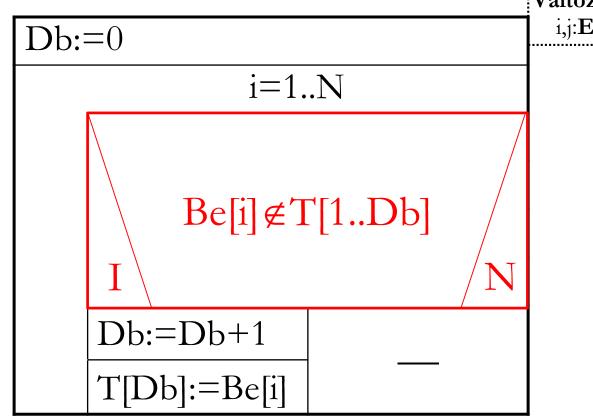
Egyes feladatoknál, mint pl. a metszet és unió tételnél a kiinduló adatok halmazban vannak. Ha a bemeneten tetszőleges sorozatot kapunk, akkor szükség lehet rá, hogy abból halmazt készítsünk.

Példa: N vásárlásról ismerjük, hogy egy vásárló milyen terméket vásárolt (Be[1..N]). Adjuk meg a vásárlásokban szereplő termékeket (T[1..Db])!

A megoldás egy **kiválogatás tétel**: válogassuk ki a bemenet azon elemeit, amelyek a kiválogatás eredményében még nem szerepeltek (**eldöntés**)!

Sorozat → halmaz transzformáció





Változó i,j:Egész





Értékhalmaz:

Az alaphalmaz (amely az Elemtípus által van meghatározva) iteráltja ("mely elemek lehetnek benne a halmazban").

Az Elemtípus általában valamely véges diszkrét típus lehet, legtöbbször még az elemszámát is korlátozzák (<256).

Ha nyelvi elemként nem létezik, akkor a megvalósításunkban lehet nagyobb elemszámú is.



Műveletek (matematika)

- ➤ metszet (∩)
- > unió (∪)
- különbség (\)
- komplemens nem mindig valósítható meg
- \triangleright eleme (elem benne van-e a halmazban) (\in)
- része (egyik halmaz részhalmaza-e a másiknak) (⊂,⊆)





Műveletek (megvalósítás)

- \blacktriangleright Halmazba (elem hozzá vétele egy halmazhoz): H:=H \cup {e}
- Halmazból (elem elhagyása egy halmazból): H:=H \ {e}
- Beolvasás (halmaz beolvasása)
- Kiírás (halmaz kiírása),
- Üres (üres halmaz létrehozás eljárás), vagy Üres'Halmaztípus előre definiált konstans
- Üres? (logikai értékű függvény).



Halmaz típus ábrázolása₁



Elemek felsorolása

Halmaz(Elemtípus)=

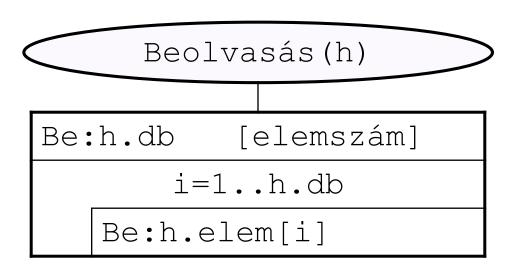
Rekord(db: Egész,

elem: **Tömb**[1..MaxDb:Elemtípus])

A halmaz elemeinek felsorolásával adjuk meg a halmazt, annyi elemű tömbben, ahány elemű éppen a halmaz (pontosabban az első db darab elemében).





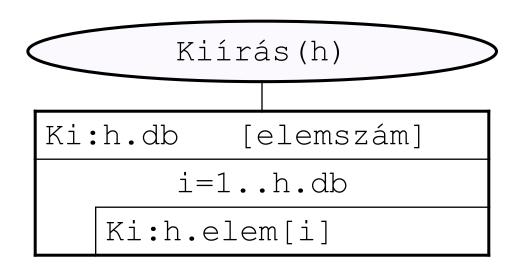


Feltesszük, hogy "halmazság" teljesül.

Műveletigény számítása:

A ciklus a halmaz elemeinek számaszor fut le, azaz a futási idő a halmaz elemszámával arányos.



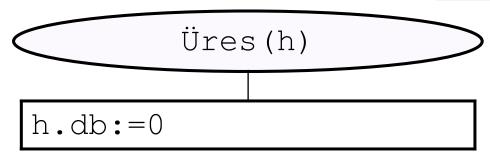


Műveletigény számítása:

A ciklus a halmaz elemeinek számaszor fut le, azaz a futási idő a halmaz elemszámával arányos.

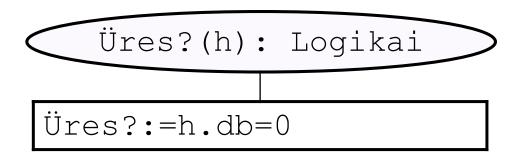






Műveletigény számítása:

Nem függ a halmaz elemszámától.



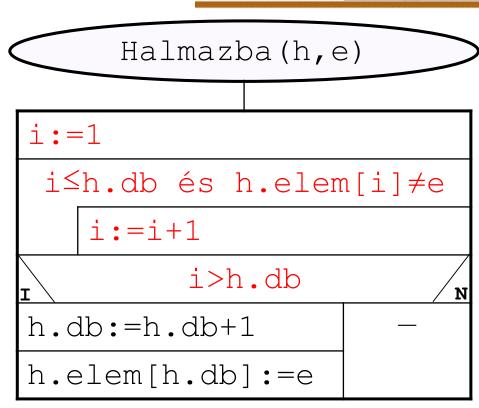
Műveletigény számítása:

Nem függ a halmaz elemszámától.





Az Eldöntés programozási tétel alkalmazása



Műveletigény számítása:

A ciklus a halmaz elemeinek számaszor fut le, azaz a futási idő a halmaz elemszámával arányos.



A Keresés programozási tétel alkalmazása

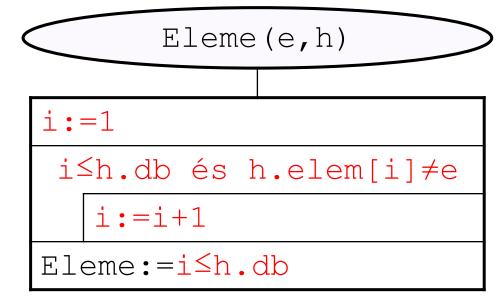
```
Halmazból(h,e)
i := 1
       i≤h.db és h.elem[i]≠e
   i := i+1
               i≤h.db
h.elem[i]:=h.elem[h.db]
h.db:=h.db-1
```

Műveletigény számítása:

A ciklus a halmaz elemeinek számaszor fut le, azaz a futási idő a halmaz elemszámával arányos.



Az Eldöntés programozási tétel alkalmazása



Műveletigény számítása:

A ciklus a halmaz elemeinek számaszor fut le, azaz a futási idő a halmaz elemszámával arányos.





Az Eldöntés programozási tétel alkalmazása, eldöntés tulajdonsággal

```
Része(a,b)

i:=1

i≤a.db és Eleme(a.elem[i],b)

i:=i+1

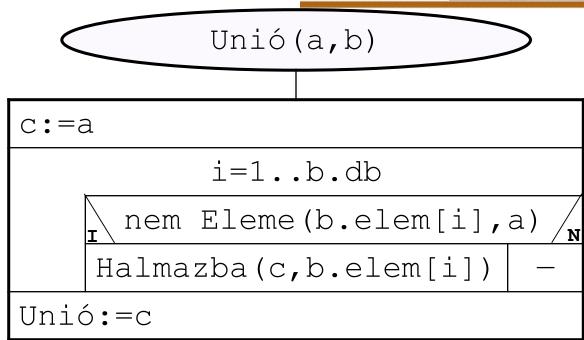
Része:=i>a.db
```

Műveletigény számítása:

A ciklus az A halmaz elemszámaszor fut le, az eleme függvény pedig a B halmaz elemszámaszor, azaz a futási idő a két halmaz elemszámának szorzatával arányos.



Másolás +Kiválogatás +Eldöntés



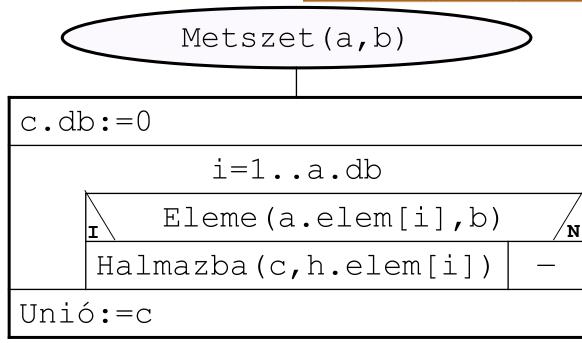
Műveletigény számítása:

A külső ciklus a B halmaz elemszámaszor fut le, az eleme függvény pedig az A halmaz elemszámaszor, azaz a futási idő a két halmaz elemszámának szorzatával arányos.





Kiválogatás +Eldöntés



Műveletigény számítása:

A ciklus az A halmaz elemszámaszor fut le, az eleme pedig legrosszabb esetben a B halmaz elemszámaszor, azaz a futási idő a két halmaz elemszámának szorzatával arányos.





Megjegyzések:

A megoldás alapvető **problémá**ja, hogy sehol sem ellenőrizhető, hogy a halmazban valóban csak a benne előfordulható elemek vannak.

Az így ábrázolt halmazok elemtípusára semmilyen megkötést nem kell tennünk, hiszen egy tömbben bármilyen elem elhelyezhető.

Arra sincs korlátozás, hogy mekkora lehet az alaphalmaz számossága, amiből a halmaz elemei származnak. Csak a konkrét halmazok elemszámát korlátozzuk.



Halmaz típus ábrázolása₂



Bittérkép – logikai vektor

Halmaz(Elemtípus)=

Tömb[Min'Elemtípus..Max'Elemtípus:Logikai]

A halmazt {igaz,hamis} elemekből álló vektorként értelmezzük, ahol indexként használjuk az elem típusú értéket.

Az ilyen halmaz mindig rendezett halmaz.



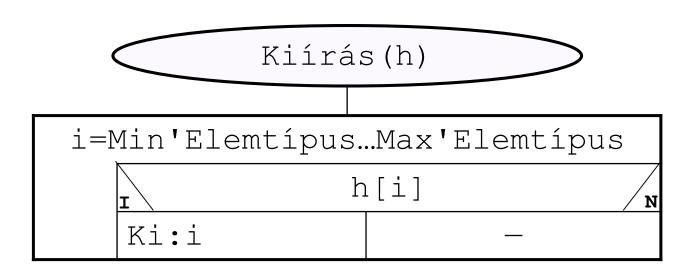


	Poolstagág (b)
	Beolvasás(h)
1	
	Üres(h)
	Be:N
	<u>i=1</u> N
	Be:e
	h[e]:=igaz

Műveletigény számítása:

Az Üres műveletigénye + a ciklus. A ciklus a halmaz elemeinek számaszor fut le, ami a futási idő a halmaz elemszámával arányos.





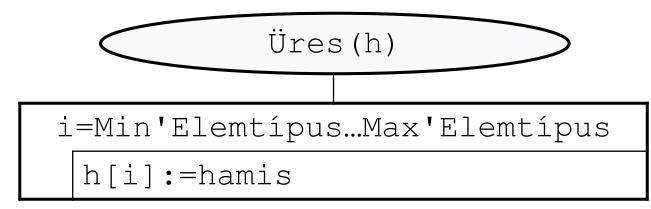
Műveletigény számítása:

A ciklus a halmaz lehetséges elemeinek számaszor fut le, azaz a futási idő a halmaz elemtípusának számosságával arányos.

Mi lenne, ha tárolnánk a halmaz legkisebb és legnagyobb elemét is!



A Másolás programozási tétel alkalmazása



Műveletigény számítása:





Az Eldöntés programozási tétel alkalmazása

```
Üres?(h)

i:=Min'Elemtípus

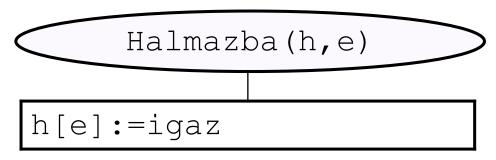
i≤Max'Elemtípus és nem h[i]

i:=i+1

Üres?:=i>Max'Elemtípus
```

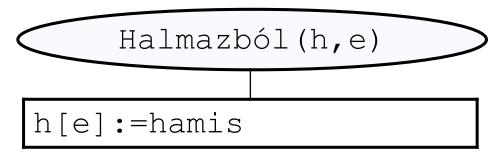
Műveletigény számítása:





Műveletigény számítása:

Nem függ a halmaz elemszámától.

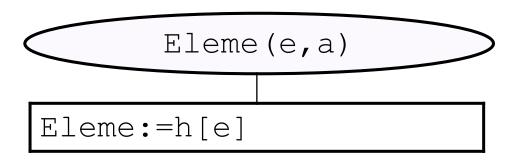


Műveletigény számítása:

Nem függ a halmaz elemszámától







Műveletigény számítása:

Nem függ a halmaz elemszámától.





Az Eldöntés programozási tétel alkalmazása

```
Része(a,b)

i:=Min'Elemtípus

i≤Max'Elemtípus és

nem (a[i] és nem b[i])

i:=i+1

Része:=i>Max'Elemtípus
```

Műveletigény számítása:



A Másolás programozási tétel alkalmazása:

```
Unió(a,b)

i=Min'Elemtípus...Max'Elemtípus

c[i]:=a[i] vagy b[i]

Unió:=c
```

Műveletigény számítása:



A Másolás programozási tétel alkalmazása

```
i=Min'Elemtípus...Max'Elemtípus
c[i]:=a[i] és b[i]
Unió:=c
```

Műveletigény számítása:

Áttekintés



- Összetett adatszerkezetek halmozása
 - ✓ <u>Mátrixok</u> vektorok vektora
 - ✓ Rekordok vektora
- Halmazzá alakítás
- Halmaz típus elemek felsorolásával
- Halmaz típus logikai vektorral

