

**Programtervező informatikus BSc, A és B szakirány**  
**Analízis II. Gy, 1. zárthelyi – 2019.10.22.**

1. (8 pont) A definíció alapján határozza meg a következő határértéket:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 1}.$$

2. (4+4 pont) Számítsa ki az alábbi határértékeket (a *L'Hospital-szabály* használata nélkül):

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^3 + 3} - 2}{\sqrt{x^2 + 3} - 2}, \quad \text{b) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{5x} - e^{2x}}{x \cdot \cos 2x + \sin 3x}.$$

3. (8 pont) Határozza meg a következő függvény szakadási helyeit és azok típusát:

$$f(x) := \begin{cases} \frac{x^2 - 1}{x^2 + 4x + 3}, & \text{ha } x \in \mathbb{R} \setminus \{-1, -3\}, \\ 0, & \text{ha } x \in \{-1, -3\}. \end{cases}$$

4. (4 pont) Bizonyítsa be, hogy az  $x^2 = e^{-x^2}$  egyenletnek van megoldása a  $(0, 1)$  intervallumon.

5. (8+4 pont) Tekintsük az alábbi függvényt ( $\alpha$  és  $\beta$  valós paraméterek):

$$f(x) := \begin{cases} x \cdot \cos x + \alpha \cdot \sin x + 1, & \text{ha } x \leq 0, \\ \beta \cdot e^x + x^2 + 3x, & \text{ha } x > 0. \end{cases}$$

- a) Milyen paraméterek esetén lesz az  $f$  függvény minden pontban differenciálható? Adja meg a deriváltfüggvényt is.  
b) Írja fel a függvény grafikonjának az  $x_0 = -\pi/2$  abszcisszájú pontjához tartozó érintőegyenésének az egyenletét.

**Tétel:** Differenciálható függvények szorzatára vonatkozó tétel.

**Programtervező informatikus BSc, A és B szakirány**  
**Analízis II. Gy, 1. zárthelyi – 2019.10.22.**

1. (8 pont) A definíció alapján határozza meg a következő határértéket:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 1}.$$

2. (4+4 pont) Számítsa ki az alábbi határértékeket (a *L'Hospital-szabály* használata nélkül):

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^3 + 3} - 2}{\sqrt{x^2 + 3} - 2}, \quad \text{b) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{5x} - e^{2x}}{x \cdot \cos 2x + \sin 3x}.$$

3. (8 pont) Határozza meg a következő függvény szakadási helyeit és azok típusát:

$$f(x) := \begin{cases} \frac{x^2 - 1}{x^2 + 4x + 3}, & \text{ha } x \in \mathbb{R} \setminus \{-1, -3\}, \\ 0, & \text{ha } x \in \{-1, -3\}. \end{cases}$$

4. (4 pont) Bizonyítsa be, hogy az  $x^2 = e^{-x^2}$  egyenletnek van megoldása a  $(0, 1)$  intervallumon.

5. (8+4 pont) Tekintsük az alábbi függvényt ( $\alpha$  és  $\beta$  valós paraméterek):

$$f(x) := \begin{cases} x \cdot \cos x + \alpha \cdot \sin x + 1, & \text{ha } x \leq 0, \\ \beta \cdot e^x + x^2 + 3x, & \text{ha } x > 0. \end{cases}$$

- a) Milyen paraméterek esetén lesz az  $f$  függvény minden pontban differenciálható? Adja meg a deriváltfüggvényt is.  
b) Írja fel a függvény grafikonjának az  $x_0 = -\pi/2$  abszcisszájú pontjához tartozó érintőegyenésének az egyenletét.

**Tétel:** Differenciálható függvények szorzatára vonatkozó tétel.