Feladatok 1. gyakorlatra

Célja: A formális nyelvek elmélete alapfogalmainak elmélyítése, a műveletek gyakorlása.

Fogalmak: Ábécé, szó, nyelv, nyelvcsalád. Műveletek szavakon, nyelveken. Reguláris műveletek unió, konkatenáció, lezárás.

Feladatok jellege: A műveletek bemutatása konkrét nyelvekre való alkalmazásukon keresztül, műveletekre vonatkozó azonosságok felismerése, bizonyítása.

1. Legyen **V ={a,b,c}** és legyen $\mathbf{u_1}$ **=cca**, $\mathbf{u_2}$ **=aabc** egy–egy V feletti szó.

   Soroljuk fel u_1 és u_2 *valódi részszavait*, adjuk meg a *hosszukat*, k*onkatenáltjukat*, t*ükörképüket*, 0-adik, 1.,2.,3. *hatványukat*!

2. Döntsük el, hogy az alábbi nyelvek végesek vagy végtelenek! A végteleneket kezdjük el felsorolni lexikografikusan!

   L=∅ //üres nyelv

   L={ε} //üres szót tartalmazó nyelv

   $L=\{a^nb^n \mid n\geq 0\}$

   L={a}*{b}* // ez még nem reg.kif., hanem nyelvi műveletekkel felírt kifejezés

   $L=\{ a^nb^k \mid n\geq 0, k\geq 0\}$

   $L=\{ u\in\{a,b\}^* \mid u=u^{-1} \}$ //palindrom szavak

   $L=\{ uu^{-1} \mid u\in\{a,b\}^* \}$ //szimmetrikus szavak, ami részhalmaza a palindromáknak

3. Igaz-e a disztributivitás?

   $(L_1 \cup L_2)L_3 = L_1L_3 \cup L_2L_3$

4. Igaz-e a disztributivitás?

   $(L_1 \cap L_2)L_3 = L_1L_3 \cap L_2L_3$

   Ellenpélda: $L_1=\{\varepsilon\}$, $L_2=\{a\}$, $L_3=\{ \varepsilon,a\}$

5. Legyen $L_1 := \{a\}^*\{ba\}^*$ $L_2 := \{b^na \mid n \geq 0\}$.

   Mivel egyenlők az alábbi nyelvek?

   a) $L_2\cap L_1 = ?$ // ={a , ba}
   b) $L_2 \setminus L_1 = ?$ // $=\{b^na \mid n \geq 2\}$
   c) $L_2^*\cap L_1^* = ?$ // $=L_1^*$

6. Legyen $L_1 = \{a^n b^m \mid m \geq n \geq 0\}$ és $L_2 = \{ab\}^*$, adja meg az alábbi nyelveket!
   a) $L_1 \cap L_2 = ?$ // $= \{ \varepsilon , ab\}$
   b) $L_1 \setminus L_2^* = ?$ // $= L_1 \setminus L_2 = \{a^n b^m \mid m \geq n \geq 2\}$
   c) $L_2 \setminus L_1^* = ?$ // $= \emptyset$

7. Legyen $L_1 := \{ab, a\}$ és$L_2 := \{a^k b^n \mid k >= 1, n >= 0\}$. Mivel egyenlők az alábbi nyelvek?
   a) $L_1 \cap L_2 = ?$ // $= L_1$
   b) $L_1 \setminus L_2 = ?$ // $= \emptyset$
   c) $L_2 \setminus L_1^* = ?$ // $= \{a^k b^n \mid k >= 1, n >= 2\}$

8. Azonos vagy nem azonos?

   $L^* \setminus \{\varepsilon\} = L^+$ Mo.: nem azonos, ha $\varepsilon \in L$.

   $L^* = L^* L^*$ Mo.: azonos.

   $(L_1 \cup L_2)^* = (L_1^* L_2^*)^*$ Mo.: azonaos.

9. Mikor igaz?

   $\emptyset \cup L = L$ Mo: mindig.

   $\{\varepsilon\} \cup L = L$ Mo.: Ha $\varepsilon \in L$.

   $\emptyset L = L$ Mo: Ha $L = \emptyset$.

   $\{\varepsilon\} L = L$ Mo.: mindig.

10. Igazak-e az alábbi tartalmazások?

    $L_1 = \{a^n b^n \mid n \geq 0\}$ és $L_2 = \{a^{2n+1} b \mid n \geq 0\}$

    a) $\{a^n b^n a^n b \mid n \geq 0\} \subseteq L_1 L_2$ Mo.: nem igaz.
    b) $\{a^n b^n a^{2n+1} b \mid n \geq 0\} \subseteq L_1 L_2$ Mo.: igaz.
    c) $\{(a^n b^n)^n \mid n \geq 0\} \subseteq L_1^*$ Mo.: igaz.
    d) $\{(ab)^n \mid n \geq 0\}$? $\subseteq L_2^+$ Mo.: nem igaz.