

**Beadható házi feladatok**  
**II. éves prog.inf. Bsc szakos hallgatóknak**  
**(Beadható az 2. zh előtt az alábbiak közül.)**

**HF1.** Igazoljuk, hogy  $\|a \cdot b^T\|_2 = \|a\|_2 \cdot \|b\|_2 \quad \forall a, b \in \mathbb{R}^n$ -re.

(A baloldalon mátrix norma, míg a jobboldalon vektornorma áll.)

**HF2.** Igazoljuk, hogy  $\|a \cdot b^T\|_1 = \|a\|_1 \cdot \|b\|_\infty \quad \forall a, b \in \mathbb{R}^n$ -re

illetve  $\|a \cdot b^T\|_\infty = \|a\|_\infty \cdot \|b\|_1 \quad \forall a, b \in \mathbb{R}^n$ -re.

(A baloldalon mátrix norma, míg a jobboldalon vektornorma áll.)

**HF3.** Igazoljuk, hogy  $2 \times 2$ -es mátrix esetén

$$\text{cond}_1(A) = \text{cond}_\infty(A).$$

**HF4.** Igazoljuk az előadáson szereplő perturbációs lemma általánosítását!

Ha  $\det(A) \neq 0$  és  $\|A^{-1}\| \cdot \|B\| < 1$ , akkor létezik  $A + B$ -nek inverze és

$$\|(A + B)^{-1}\| \leq \frac{\|A^{-1}\|}{1 - \|A^{-1}\| \cdot \|B\|}.$$

**HF5.** Vizsgáljuk meg a  $\begin{bmatrix} 2 & t & 0 \\ t & 2 & t \\ 0 & t & 2 \end{bmatrix}$  mátrixra alkalmazott

- a) Jacobi iterációt és
- b) Gauss-Seidel iterációt.

Milyen  $t$ -re konvergensek? (Szükséges és elégséges feltételt kérek.)

**HF6.** Az  $A\underline{x} = \underline{b}$  egyenletrendszer megoldására alkalmazzuk

- a) a Jacobi iterációt és
- b) a Gauss-Seidel iterációt.

Pontosan mely  $a$ -kra lesz konvergensek a két iteráció (külön-külön)?  
(Szükséges és elégséges feltételt kérek.)

$$A = \begin{bmatrix} 1 & a & -a \\ 1 & 1 & 1 \\ a & a & 1 \end{bmatrix}, \quad \underline{b} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}.$$

**HF7.** Adjunk iterációs módszert (rekurziót) a  $\sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2 + \dots}}}$  értékének meghatározására. Igazoljuk a konvergenciáját és a konvergencia rendjét.

**HF8.** Vizsgáljuk az  $x_{k+1} := \sqrt{\cos(x_k)}$  iterációt. Konvergens-e? Milyen intervallumból válasszuk az  $x_0$  kezdőértéket?