

I. Feladatok

1. Adott az $A := \left\{ \frac{5x-1}{2x-7} \in \mathbb{R} \mid x \in [4; +\infty) \right\}$ halmaz. Határozza meg $\sup A$, $\inf A$, $\min A$, $\max A$ -t ha léteznek és állításait bizonyítsa is be.

2. Adott az $f(x) := \sqrt{\frac{x}{1+x}}$ ($x \in [0; +\infty)$) függvény. Igazolja, hogy f invertáható és adja meg a $D_{f^{-1}}$; $R_{f^{-1}}$ halmazokat és $x \in D_{f^{-1}}$ esetén $f^{-1}(x)$ -et.

3. Határozza meg az $f \circ g$ összetett függvényt és az $(f \circ g)^{-1}$ inverz függvényt (ha léteznek), ahol :

$$f(x) := \frac{1}{(x+3) \cdot \sqrt{2-x}} \quad (x \in (-\infty; 2) \setminus \{-3\}) \quad \wedge \quad g(x) := |x-2| - 3 \quad (x \in \mathbb{R}).$$

4. Határozza meg a $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{n-1}{2n+1} \right)^2$ határértéket és állítását igazolja a *definíció* segítségével.

5. Számítsa ki a következő határértékeket :

$$a) \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{n^2 + 2^{2n}} - n}{2^n + 3}; \quad b) \lim_{n \rightarrow +\infty} n^k \cdot (\sqrt{n^2 + 7n + 3} - n) \quad (k \in \mathbb{N}).$$