

Igazsáértékelés függvény

Gyakorlat

Logika

2020/2021 1. félév

Bevezető fogalmak

Dedukciós tétel

Legyenek A_1, A_2, \dots, A_n, B ($n \geq 1$) tetszőleges ítéletlogikai formulák.
 $\{A_1, A_2, \dots, A_{n-1}, A_n\} \models_0 B$ pontosan akkor, ha $\{A_1, A_2, \dots, A_{n-1}\} \models_0 A_n \supset B$.

Az eldöntésprobléma tétele

Legyenek A_1, A_2, \dots, A_n, B ítéletlogikai formulák. $\{A_1, A_2, \dots, A_{n-1}, A_n\} \models_0 B$ pontosan akkor, ha $\models_0 A_1 \supset A_2 \supset \dots \supset A_{n-1} \supset A_n \supset B$.

Tétel

Legyenek A_1, A_2, \dots, A_n, B ($n \geq 1$) tetszőleges ítéletlogikai formulák.
 $\{A_1, A_2, \dots, A_{n-1}, A_n\} \models_0 B$ pontosan akkor, ha az $\{A_1, A_2, \dots, A_n, \neg B\}$ formulahalmaz kielégíthetetlen, vagy másképp a $A_1 \wedge A_2 \wedge \dots \wedge A_n \wedge \neg B$ formula kielégíthetetlen.

Bevezető fogalmak

Az előző tételéből látható, hogy két különböző **szemantikus eldöntésproblémát** tudunk vizsgálni.

1. Tetszőleges ítéletlogikai formuláról eldönteni, hogy tautológia-e.

$$\models_0 A_1 \supset A_2 \supset \dots \supset A_{n-1} \supset A_n \supset B$$

2. Tetszőleges ítéletlogikai formuláról eldönteni, hogy kielégíthetetlen-e.

$$\not\models_0 A_1 \wedge A_2 \wedge \dots \wedge A_{n-1} \wedge A_n \wedge \neg B$$

Tautológia vizsgálat

Ellenőrizzük, hogy az alábbi szemantikus következmény valóban teljesül!

1. Ha esik az eső, akkor fúj a szél. $E \supset F$

2. Esik az eső és nem fúj a szél. $E \wedge \neg F$

K. Nem esik az eső. $\neg E$

E	F	$E \supset F$	$E \wedge \neg F$	$\neg E$
i	i	i	h	
i	h	h	i	
h	i	i	h	
h	h	i	h	

A kérdés valójában az, hogy a következő teljesül-e:

$$\{E \supset F, E \wedge \neg F\} \models_0 \neg E$$

Tautológia vizsgálat

Ha a dedukciós tételt kétszer alkalmazzuk a következő formulát kapjuk:

$$\models_0 (E \supset F) \supset ((E \wedge \neg F) \supset \neg E)$$

Annak vizsgálatához, hogy a fenti formula tautológia-e, készítsük el igazságtábláját.

E	F	$(E \supset F) \supset ((E \wedge \neg F) \supset \neg E)$
i	i	i
i	h	i
h	i	i
h	h	i

Látható, hogy mindenhol igaz a helyettesítési érték, így ez a formula tautológia, tehát az eredeti szemantikus következmény is teljesül.

Kielégíthetlenség vizsgálat

Bizonyítsuk be, hogy az előző ellentmondásos formulahalmazból bármilyen formula következik!

$$\{E \supset F, E \wedge \neg F\} \models_0 \neg E$$

Vizsgáljuk a következő formulahalmazt, hogy kielégíthetetlen-e igazságtáblájával:

$$\{E \supset F, E \wedge \neg F, \neg\neg E\}$$

E	F	$E \supset F$	$E \wedge \neg F$	$\neg\neg E$
i	i	i	h	..
i	h	h	i	..
h	i	i	h	..
h	h	i	h	..

Látható már az eredeti formulahalmazból is, hogy a következményformula helyettesítési értékétől függetlenül a formulahalmaz kielégíthetetlen lesz.

SŐT! Bármilyen következményformula esetén **MINDIG** kielégíthetetlen lesz!

Igazságértékelés függvény fogalma

Egy formula **igaz**-/**hamishalmaz**ának előállításához az eddig tanultak alapján a formula igazságtáblájának felírására van szükségünk.

Azonban ezeket előállíthatjuk úgy is, hogy igazságértékelés függvény segítségével megkeressük a formula bázisának interpretációira azokat a feltételeket, amelyek biztosítják azt, hogy az az igazhalmaz, illetve hamishalmaz eleme legyen.

Igazságértékelés függvény szabályai

Igazságértékelés szabályok grafikus ábrázolása

$$\varphi(\neg A)^i$$

$$\varphi(A \wedge B)^i$$

$$\varphi(A \vee B)^i$$

$$\varphi(A \supset B)^i$$

$$\varphi(\neg A)^h$$

$$\varphi(A \wedge B)^h$$

$$\varphi(A \vee B)^h$$

$$\varphi(A \supset B)^h$$

Igazságértékelés függvény szabályai

Igazságértékelés szabályok grafikus ábrázolása

$$\begin{array}{c} \varphi(\neg A)^i \\ | \end{array}$$

$$\varphi(A \wedge B)^i$$

$$\varphi(A \vee B)^i$$

$$\varphi(A \supset B)^i$$

$$\varphi(\neg A)^h$$

$$\varphi(A \wedge B)^h$$

$$\varphi(A \vee B)^h$$

$$\varphi(A \supset B)^h$$

Igazságértékelés függvény szabályai

Igazságértékelés szabályok grafikus ábrázolása

$$\begin{array}{c} \varphi(\neg A)^i \\ | \\ \varphi(A)^h \end{array}$$

$$\varphi(A \wedge B)^i$$

$$\varphi(A \vee B)^i$$

$$\varphi(A \supset B)^i$$

$$\varphi(\neg A)^h$$

$$\varphi(A \wedge B)^h$$

$$\varphi(A \vee B)^h$$

$$\varphi(A \supset B)^h$$

Igazságértékelés függvény szabályai

Igazságértékelés szabályok grafikus ábrázolása

$$\begin{array}{c} \varphi(\neg A)^i \\ | \\ \varphi(A)^h \end{array}$$

$$\varphi(A \wedge B)^i$$

$$\varphi(A \vee B)^i$$

$$\varphi(A \supset B)^i$$

$$\begin{array}{c} \varphi(\neg A)^h \\ | \end{array}$$

$$\varphi(A \wedge B)^h$$

$$\varphi(A \vee B)^h$$

$$\varphi(A \supset B)^h$$

Igazságértékelés függvény szabályai

Igazságértékelés szabályok grafikus ábrázolása

$$\begin{array}{c} \varphi(\neg A)^i \\ | \\ \varphi(A)^h \end{array}$$

$$\varphi(A \wedge B)^i$$

$$\varphi(A \vee B)^i$$

$$\varphi(A \supset B)^i$$

$$\begin{array}{c} \varphi(\neg A)^h \\ | \\ \varphi(A)^i \end{array}$$

$$\varphi(A \wedge B)^h$$

$$\varphi(A \vee B)^h$$

$$\varphi(A \supset B)^h$$

Igazságértékelés függvény szabályai

Igazságértékelés szabályok grafikus ábrázolása

$$\begin{array}{c} \varphi(\neg A)^i \\ | \\ \varphi(A)^h \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \varphi(A \wedge B)^i \\ | \end{array}$$

$$\varphi(A \vee B)^i$$

$$\varphi(A \supset B)^i$$

$$\begin{array}{c} \varphi(\neg A)^h \\ | \\ \varphi(A)^i \end{array}$$

$$\varphi(A \wedge B)^h$$

$$\varphi(A \vee B)^h$$

$$\varphi(A \supset B)^h$$

Igazságértékelés függvény szabályai

Igazságértékelés szabályok grafikus ábrázolása

$$\begin{array}{c} \varphi(\neg A)^i \\ | \\ \varphi(A)^h \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \varphi(A \wedge B)^i \\ | \\ \varphi(A)^i \end{array}$$

$$\varphi(A \vee B)^i$$

$$\varphi(A \supset B)^i$$

$$\begin{array}{c} \varphi(\neg A)^h \\ | \\ \varphi(A)^i \end{array}$$

$$\varphi(A \wedge B)^h$$

$$\varphi(A \vee B)^h$$

$$\varphi(A \supset B)^h$$

Igazságértékelés függvény szabályai

Igazságértékelés szabályok grafikus ábrázolása

$$\begin{array}{c} \varphi(\neg A)^i \\ | \\ \varphi(A)^h \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \varphi(A \wedge B)^i \\ | \\ \varphi(A)^i \\ | \end{array}$$

$$\varphi(A \vee B)^i$$

$$\varphi(A \supset B)^i$$

$$\begin{array}{c} \varphi(\neg A)^h \\ | \\ \varphi(A)^i \end{array}$$

$$\varphi(A \wedge B)^h$$

$$\varphi(A \vee B)^h$$

$$\varphi(A \supset B)^h$$

Igazságértékelés függvény szabályai

Igazságértékelés szabályok grafikus ábrázolása

$$\begin{array}{c} \varphi(\neg A)^i \\ | \\ \varphi(A)^h \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \varphi(A \wedge B)^i \\ | \\ \varphi(A)^i \\ | \\ \varphi(B)^i \end{array}$$

$$\varphi(A \vee B)^i$$

$$\varphi(A \supset B)^i$$

$$\begin{array}{c} \varphi(\neg A)^h \\ | \\ \varphi(A)^i \end{array}$$

$$\varphi(A \wedge B)^h$$

$$\varphi(A \vee B)^h$$

$$\varphi(A \supset B)^h$$

Igazságértékelés függvény szabályai

Igazságértékelés szabályok grafikus ábrázolása

$$\begin{array}{c} \varphi(\neg A)^i \\ | \\ \varphi(A)^h \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \varphi(A \wedge B)^i \\ | \\ \varphi(A)^i \\ | \\ \varphi(B)^i \end{array}$$

$$\varphi(A \vee B)^i$$

$$\varphi(A \supset B)^i$$

$$\begin{array}{c} \varphi(\neg A)^h \\ | \\ \varphi(A)^i \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \varphi(A \wedge B)^h \\ \wedge \end{array}$$

$$\varphi(A \vee B)^h$$

$$\varphi(A \supset B)^h$$

Igazságértékelés függvény szabályai

Igazságértékelés szabályok grafikus ábrázolása

$$\begin{array}{c} \varphi(\neg A)^i \\ | \\ \varphi(A)^h \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \varphi(A \wedge B)^i \\ | \\ \varphi(A)^i \\ | \\ \varphi(B)^i \end{array}$$

$$\varphi(A \vee B)^i$$

$$\varphi(A \supset B)^i$$

$$\begin{array}{c} \varphi(\neg A)^h \\ | \\ \varphi(A)^i \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \varphi(A \wedge B)^h \\ \swarrow \searrow \\ \varphi(A)^h \end{array}$$

$$\varphi(A \vee B)^h$$

$$\varphi(A \supset B)^h$$

Igazságértékelés függvény szabályai

Igazságértékelés szabályok grafikus ábrázolása

$$\begin{array}{c} \varphi(\neg A)^i \\ | \\ \varphi(A)^h \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \varphi(A \wedge B)^i \\ | \\ \varphi(A)^i \\ | \\ \varphi(B)^i \end{array}$$

$$\varphi(A \vee B)^i$$

$$\varphi(A \supset B)^i$$

$$\begin{array}{c} \varphi(\neg A)^h \\ | \\ \varphi(A)^i \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \varphi(A \wedge B)^h \\ \swarrow \quad \searrow \\ \varphi(A)^h \quad \varphi(B)^h \end{array}$$

$$\varphi(A \vee B)^h$$

$$\varphi(A \supset B)^h$$

Igazságértékelés függvény szabályai

Igazságértékelés szabályok grafikus ábrázolása

$$\begin{array}{c} \varphi(\neg A)^i \\ | \\ \varphi(A)^h \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \varphi(A \wedge B)^i \\ | \\ \varphi(A)^i \\ | \\ \varphi(B)^i \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \varphi(A \vee B)^i \\ \wedge \end{array}$$

$$\varphi(A \supset B)^i$$

$$\begin{array}{c} \varphi(\neg A)^h \\ | \\ \varphi(A)^i \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \varphi(A \wedge B)^h \\ \wedge \\ \varphi(A)^h \quad \varphi(B)^h \end{array}$$

$$\varphi(A \vee B)^h$$

$$\varphi(A \supset B)^h$$

Igazságértékelés függvény szabályai

Igazságértékelés szabályok grafikus ábrázolása

$$\begin{array}{c} \varphi(\neg A)^i \\ | \\ \varphi(A)^h \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \varphi(A \wedge B)^i \\ | \\ \varphi(A)^i \\ | \\ \varphi(B)^i \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \varphi(A \vee B)^i \\ \swarrow \quad \searrow \\ \varphi(A)^i \end{array}$$

$$\varphi(A \supset B)^i$$

$$\begin{array}{c} \varphi(\neg A)^h \\ | \\ \varphi(A)^i \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \varphi(A \wedge B)^h \\ \swarrow \quad \searrow \\ \varphi(A)^h \quad \varphi(B)^h \end{array}$$

$$\varphi(A \vee B)^h$$

$$\varphi(A \supset B)^h$$

Igazságértékelés függvény szabályai

Igazságértékelés szabályok grafikus ábrázolása

$$\begin{array}{c} \varphi(\neg A)^i \\ | \\ \varphi(A)^h \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \varphi(A \wedge B)^i \\ | \\ \varphi(A)^i \\ | \\ \varphi(B)^i \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \varphi(A \vee B)^i \\ \swarrow \quad \searrow \\ \varphi(A)^i \quad \varphi(B)^i \end{array}$$

$$\varphi(A \supset B)^i$$

$$\begin{array}{c} \varphi(\neg A)^h \\ | \\ \varphi(A)^i \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \varphi(A \wedge B)^h \\ \swarrow \quad \searrow \\ \varphi(A)^h \quad \varphi(B)^h \end{array}$$

$$\varphi(A \vee B)^h$$

$$\varphi(A \supset B)^h$$

Igazságértékelés függvény szabályai

Igazságértékelés szabályok grafikus ábrázolása

$$\begin{array}{c} \varphi(\neg A)^i \\ | \\ \varphi(A)^h \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \varphi(A \wedge B)^i \\ | \\ \varphi(A)^i \\ | \\ \varphi(B)^i \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \varphi(A \vee B)^i \\ \swarrow \quad \searrow \\ \varphi(A)^i \quad \varphi(B)^i \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \varphi(A \supset B)^i \\ \swarrow \quad \searrow \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \varphi(\neg A)^h \\ | \\ \varphi(A)^i \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \varphi(A \wedge B)^h \\ \swarrow \quad \searrow \\ \varphi(A)^h \quad \varphi(B)^h \end{array}$$

$$\varphi(A \vee B)^h$$

$$\varphi(A \supset B)^h$$

Igazságértékelés függvény szabályai

Igazságértékelés szabályok grafikus ábrázolása

$$\begin{array}{c} \varphi(\neg A)^i \\ | \\ \varphi(A)^h \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \varphi(A \wedge B)^i \\ | \\ \varphi(A)^i \\ | \\ \varphi(B)^i \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \varphi(A \vee B)^i \\ \swarrow \quad \searrow \\ \varphi(A)^i \quad \varphi(B)^i \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \varphi(A \supset B)^i \\ \swarrow \quad \searrow \\ \varphi(A)^h \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \varphi(\neg A)^h \\ | \\ \varphi(A)^i \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \varphi(A \wedge B)^h \\ \swarrow \quad \searrow \\ \varphi(A)^h \quad \varphi(B)^h \end{array}$$

$$\varphi(A \vee B)^h$$

$$\varphi(A \supset B)^h$$

Igazságértékelés függvény szabályai

Igazságértékelés szabályok grafikus ábrázolása

$$\begin{array}{c} \varphi(\neg A)^i \\ | \\ \varphi(A)^h \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \varphi(A \wedge B)^i \\ | \\ \varphi(A)^i \\ | \\ \varphi(B)^i \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \varphi(A \vee B)^i \\ \swarrow \quad \searrow \\ \varphi(A)^i \quad \varphi(B)^i \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \varphi(A \supset B)^i \\ \swarrow \quad \searrow \\ \varphi(A)^h \quad \varphi(B)^i \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \varphi(\neg A)^h \\ | \\ \varphi(A)^i \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \varphi(A \wedge B)^h \\ \swarrow \quad \searrow \\ \varphi(A)^h \quad \varphi(B)^h \end{array}$$

$$\varphi(A \vee B)^h$$

$$\varphi(A \supset B)^h$$

Igazságértékelés függvény szabályai

Igazságértékelés szabályok grafikus ábrázolása

$$\begin{array}{c} \varphi(\neg A)^i \\ | \\ \varphi(A)^h \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \varphi(A \wedge B)^i \\ | \\ \varphi(A)^i \\ | \\ \varphi(B)^i \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \varphi(A \vee B)^i \\ \swarrow \quad \searrow \\ \varphi(A)^i \quad \varphi(B)^i \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \varphi(A \supset B)^i \\ \swarrow \quad \searrow \\ \varphi(A)^h \quad \varphi(B)^i \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \varphi(\neg A)^h \\ | \\ \varphi(A)^i \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \varphi(A \wedge B)^h \\ \swarrow \quad \searrow \\ \varphi(A)^h \quad \varphi(B)^h \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \varphi(A \vee B)^h \\ | \end{array}$$

$$\varphi(A \supset B)^h$$

Igazságértékelés függvény szabályai

Igazságértékelés szabályok grafikus ábrázolása

$$\begin{array}{c} \varphi(\neg A)^i \\ | \\ \varphi(A)^h \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \varphi(A \wedge B)^i \\ | \\ \varphi(A)^i \\ | \\ \varphi(B)^i \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \varphi(A \vee B)^i \\ \swarrow \quad \searrow \\ \varphi(A)^i \quad \varphi(B)^i \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \varphi(A \supset B)^i \\ \swarrow \quad \searrow \\ \varphi(A)^h \quad \varphi(B)^i \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \varphi(\neg A)^h \\ | \\ \varphi(A)^i \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \varphi(A \wedge B)^h \\ \swarrow \quad \searrow \\ \varphi(A)^h \quad \varphi(B)^h \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \varphi(A \vee B)^h \\ | \\ \varphi(A)^h \end{array}$$

$$\varphi(A \supset B)^h$$

Igazságértékelés függvény szabályai

Igazságértékelés szabályok grafikus ábrázolása

$$\begin{array}{c} \varphi(\neg A)^i \\ | \\ \varphi(A)^h \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \varphi(A \wedge B)^i \\ | \\ \varphi(A)^i \\ | \\ \varphi(B)^i \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \varphi(A \vee B)^i \\ \swarrow \quad \searrow \\ \varphi(A)^i \quad \varphi(B)^i \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \varphi(A \supset B)^i \\ \swarrow \quad \searrow \\ \varphi(A)^h \quad \varphi(B)^i \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \varphi(\neg A)^h \\ | \\ \varphi(A)^i \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \varphi(A \wedge B)^h \\ \swarrow \quad \searrow \\ \varphi(A)^h \quad \varphi(B)^h \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \varphi(A \vee B)^h \\ | \\ \varphi(A)^h \\ | \end{array}$$

$$\varphi(A \supset B)^h$$

Igazságértékelés függvény szabályai

Igazságértékelés szabályok grafikus ábrázolása

$$\begin{array}{c} \varphi(\neg A)^i \\ | \\ \varphi(A)^h \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \varphi(A \wedge B)^i \\ | \\ \varphi(A)^i \\ | \\ \varphi(B)^i \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \varphi(A \vee B)^i \\ \swarrow \quad \searrow \\ \varphi(A)^i \quad \varphi(B)^i \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \varphi(A \supset B)^i \\ \swarrow \quad \searrow \\ \varphi(A)^h \quad \varphi(B)^i \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \varphi(\neg A)^h \\ | \\ \varphi(A)^i \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \varphi(A \wedge B)^h \\ \swarrow \quad \searrow \\ \varphi(A)^h \quad \varphi(B)^h \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \varphi(A \vee B)^h \\ | \\ \varphi(A)^h \\ | \\ \varphi(B)^h \end{array}$$

$$\varphi(A \supset B)^h$$

Igazságértékelés függvény szabályai

Igazságértékelés szabályok grafikus ábrázolása

$$\begin{array}{c} \varphi(\neg A)^i \\ | \\ \varphi(A)^h \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \varphi(A \wedge B)^i \\ | \\ \varphi(A)^i \\ | \\ \varphi(B)^i \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \varphi(A \vee B)^i \\ \swarrow \quad \searrow \\ \varphi(A)^i \quad \varphi(B)^i \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \varphi(A \supset B)^i \\ \swarrow \quad \searrow \\ \varphi(A)^h \quad \varphi(B)^i \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \varphi(\neg A)^h \\ | \\ \varphi(A)^i \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \varphi(A \wedge B)^h \\ \swarrow \quad \searrow \\ \varphi(A)^h \quad \varphi(B)^h \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \varphi(A \vee B)^h \\ | \\ \varphi(A)^h \\ | \\ \varphi(B)^h \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \varphi(A \supset B)^h \\ | \end{array}$$

Igazságértékelés függvény szabályai

Igazságértékelés szabályok grafikus ábrázolása

$$\begin{array}{c} \varphi(\neg A)^i \\ | \\ \varphi(A)^h \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \varphi(A \wedge B)^i \\ | \\ \varphi(A)^i \\ | \\ \varphi(B)^i \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \varphi(A \vee B)^i \\ \swarrow \quad \searrow \\ \varphi(A)^i \quad \varphi(B)^i \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \varphi(A \supset B)^i \\ \swarrow \quad \searrow \\ \varphi(A)^h \quad \varphi(B)^i \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \varphi(\neg A)^h \\ | \\ \varphi(A)^i \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \varphi(A \wedge B)^h \\ \swarrow \quad \searrow \\ \varphi(A)^h \quad \varphi(B)^h \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \varphi(A \vee B)^h \\ | \\ \varphi(A)^h \\ | \\ \varphi(B)^h \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \varphi(A \supset B)^h \\ | \\ \varphi(A)^i \end{array}$$

Igazságértékelés függvény szabályai

Igazságértékelés szabályok grafikus ábrázolása

$$\begin{array}{c} \varphi(\neg A)^i \\ | \\ \varphi(A)^h \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \varphi(A \wedge B)^i \\ | \\ \varphi(A)^i \\ | \\ \varphi(B)^i \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \varphi(A \vee B)^i \\ \swarrow \quad \searrow \\ \varphi(A)^i \quad \varphi(B)^i \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \varphi(A \supset B)^i \\ \swarrow \quad \searrow \\ \varphi(A)^h \quad \varphi(B)^i \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \varphi(\neg A)^h \\ | \\ \varphi(A)^i \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \varphi(A \wedge B)^h \\ \swarrow \quad \searrow \\ \varphi(A)^h \quad \varphi(B)^h \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \varphi(A \vee B)^h \\ | \\ \varphi(A)^h \\ | \\ \varphi(B)^h \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \varphi(A \supset B)^h \\ | \\ \varphi(A)^i \\ | \end{array}$$

Igazságértékelés függvény szabályai

Igazságértékelés szabályok grafikus ábrázolása

$$\begin{array}{c} \varphi(\neg A)^i \\ | \\ \varphi(A)^h \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \varphi(A \wedge B)^i \\ | \\ \varphi(A)^i \\ | \\ \varphi(B)^i \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \varphi(A \vee B)^i \\ \swarrow \quad \searrow \\ \varphi(A)^i \quad \varphi(B)^i \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \varphi(A \supset B)^i \\ \swarrow \quad \searrow \\ \varphi(A)^h \quad \varphi(B)^i \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \varphi(\neg A)^h \\ | \\ \varphi(A)^i \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \varphi(A \wedge B)^h \\ \swarrow \quad \searrow \\ \varphi(A)^h \quad \varphi(B)^h \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \varphi(A \vee B)^h \\ | \\ \varphi(A)^h \\ | \\ \varphi(B)^h \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \varphi(A \supset B)^h \\ | \\ \varphi(A)^i \\ | \\ \varphi(B)^h \end{array}$$

Igazságértékelés függvény

Igazságértékelés függvény segítségével határozzuk meg az alábbi formula igaz-/hamishalmazát!

$$(\neg A \vee B) \wedge (A \vee \neg B)$$

Igazságértékelés függvény

Keressük először az igazhalmazt.

$$\varphi((\neg A \vee B) \wedge (A \vee \neg B))^i$$

Igazságértékelés függvény

Keressük először az igazhalmazt.

$$\varphi((\neg A \vee B) \wedge (A \vee \neg B))^i \quad (1)$$

Igazságértékelés függvény

Keressük először az igazhalmazt.

$$\varphi((\neg A \vee B) \wedge (A \vee \neg B))^i \quad (1)$$

|

Igazságértékelés függvény

Keressük először az igazhalmazt.

$$\begin{array}{c} \varphi((\neg A \vee B) \wedge (A \vee \neg B))^i \quad (1) \\ | \\ \varphi(\neg A \vee B)^i \end{array}$$

Igazságértékelés függvény

Keressük először az igazhalmazt.

$$\varphi((\neg A \vee B) \wedge (A \vee \neg B))^i \quad (1)$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(\neg A \vee B)^i \\ | \end{array}$$

Igazságértékelés függvény

Keressük először az igazhalmazt.

$$\varphi((\neg A \vee B) \wedge (A \vee \neg B))^i \quad (1)$$

$$\quad \quad \quad |$$
$$\varphi(\neg A \vee B)^i$$

$$\quad \quad \quad |$$
$$\varphi(A \vee \neg B)^i$$

Igazságértékelés függvény

Keressük először az igazhalmazt.

$$\varphi((\neg A \vee B) \wedge (A \vee \neg B))^i \quad (1)$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(\neg A \vee B)^i \quad (2) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(A \vee \neg B)^i \end{array}$$

Igazságértékelés függvény

Keressük először az igazhalmazt.

$$\varphi((\neg A \vee B) \wedge (A \vee \neg B))^i \quad (1)$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(\neg A \vee B)^i \quad (2) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(A \vee \neg B)^i \end{array}$$



Igazságértékelés függvény

Keressük először az igazhalmazt.

$$\begin{array}{c} \varphi((\neg A \vee B) \wedge (A \vee \neg B))^i \quad (1) \\ | \\ \varphi(\neg A \vee B)^i \quad (2) \\ | \\ \varphi(A \vee \neg B)^i \\ \swarrow \quad \searrow \\ \varphi(\neg A)^i \quad \underline{\varphi(B)^i} \end{array}$$

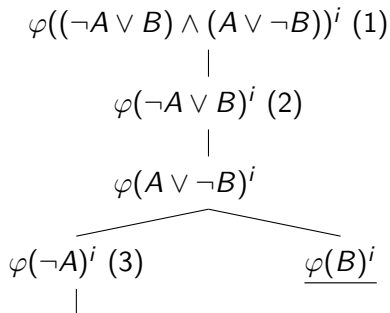
Igazságértékelés függvény

Keressük először az igazhalmazt.

$$\begin{array}{c} \varphi((\neg A \vee B) \wedge (A \vee \neg B))^i \quad (1) \\ | \\ \varphi(\neg A \vee B)^i \quad (2) \\ | \\ \varphi(A \vee \neg B)^i \\ \swarrow \quad \searrow \\ \varphi(\neg A)^i \quad (3) \quad \underline{\varphi(B)^i} \end{array}$$

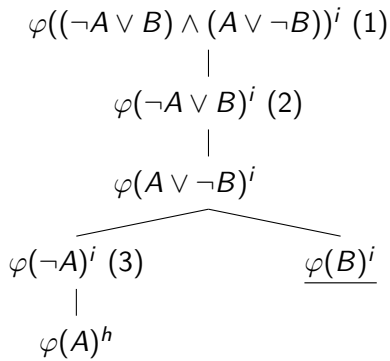
Igazságértékelés függvény

Keressük először az igazhalmazt.



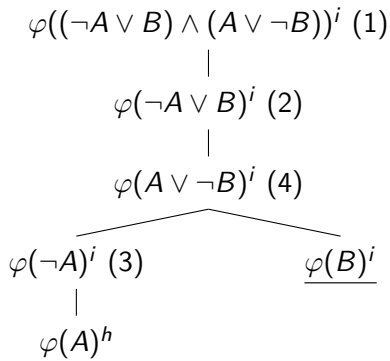
Igazságértékelés függvény

Keressük először az igazhalmazt.



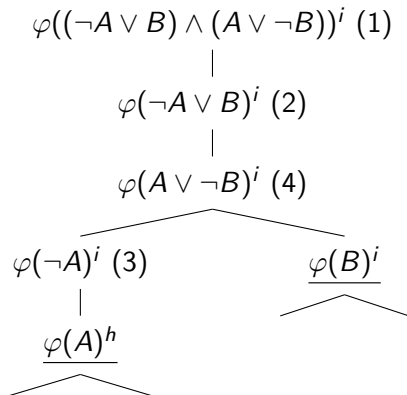
Igazságértékelés függvény

Keressük először az igazhalmazt.



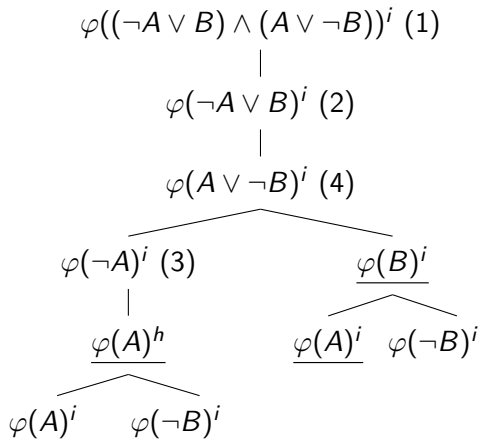
Igazságértékelés függvény

Keressük először az igazhalmazt.



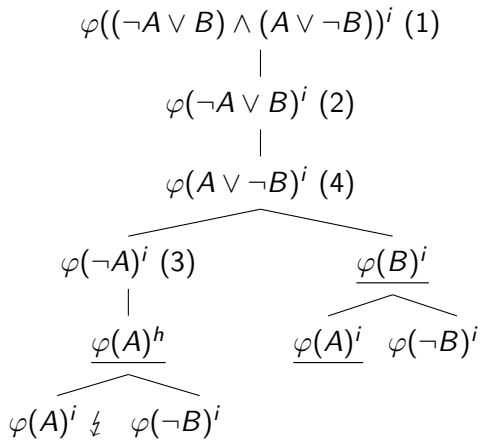
Igazságértékelés függvény

Keressük először az igazhalmazt.



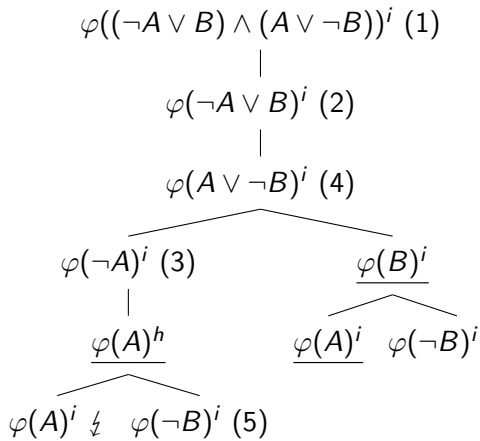
Igazságértékelés függvény

Keressük először az igazhalmazt.



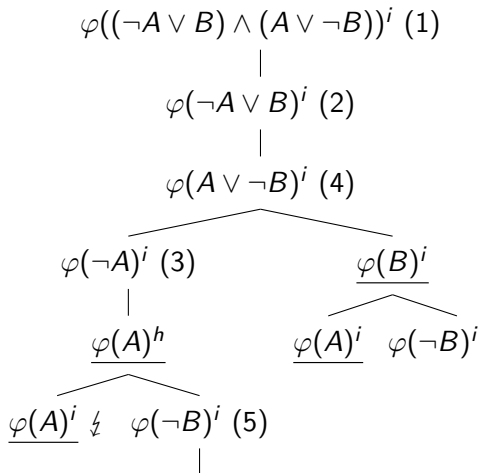
Igazságértékelés függvény

Keressük először az igazhalmazt.



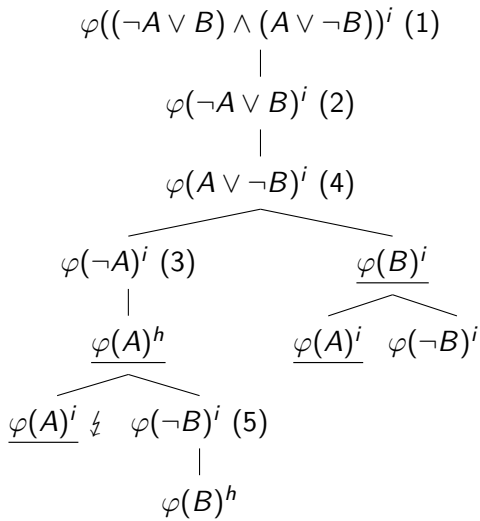
Igazságértékelés függvény

Keressük először az igazhalmazt.



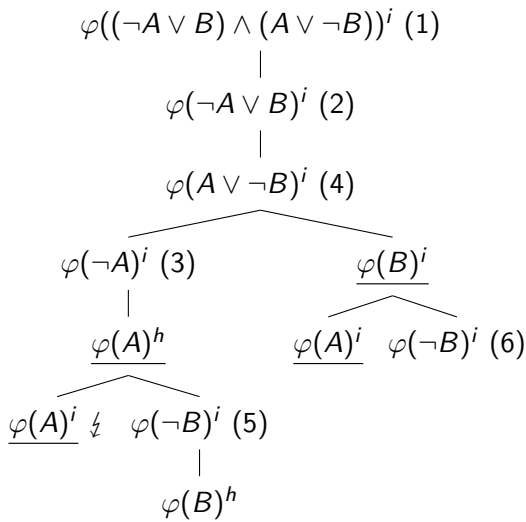
Igazságértékelés függvény

Keressük először az igazhalmazt.



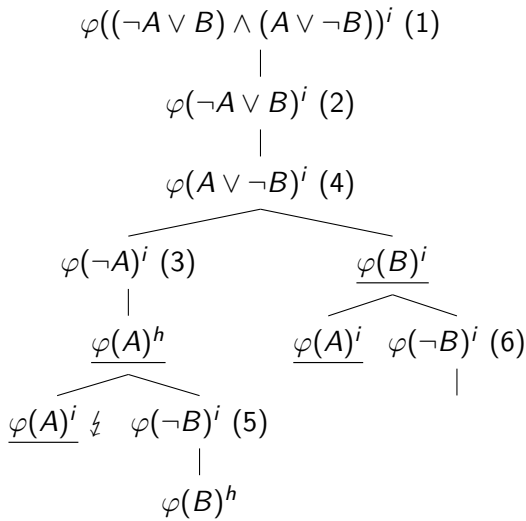
Igazságértékelés függvény

Keressük először az igazhalmazt.



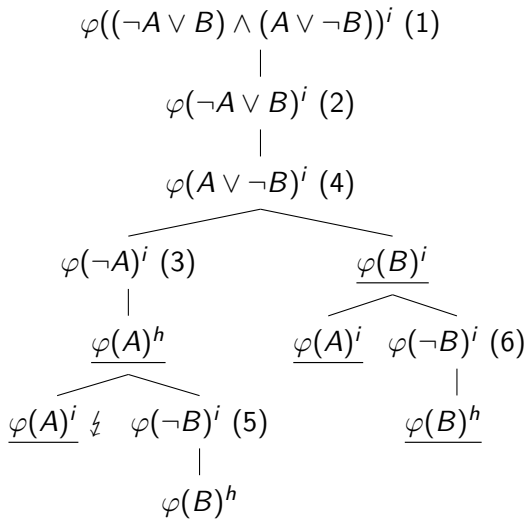
Igazságértékelés függvény

Keressük először az igazhalmazt.



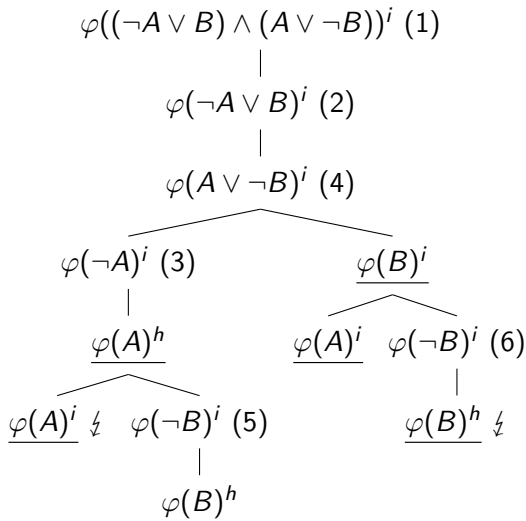
Igazságértékelés függvény

Keressük először az igazhalmazt.



Igazságértékelés függvény

Keressük először az igazhalmazt.



Igazságértékelés függvény

Keressük először az igazhalmazt.

$$\varphi((\neg A \vee B) \wedge (A \vee \neg B))^i \quad (1)$$

$$\downarrow$$
$$\varphi(\neg A \vee B)^i \quad (2)$$

$$\downarrow$$
$$\varphi(A \vee \neg B)^i \quad (4)$$

$$\swarrow \quad \searrow$$
$$\varphi(\neg A)^i \quad (3)$$

$$\varphi(B)^i$$

$$\downarrow$$
$$\varphi(A)^h$$

$$\swarrow \quad \searrow$$
$$\varphi(A)^i \quad \varphi(\neg B)^i \quad (6)$$

$$\varphi(B)^h$$

$$\swarrow \quad \searrow$$
$$\varphi(A)^i \quad \varphi(\neg B)^i \quad (5)$$

$$\downarrow$$
$$\varphi(B)^h$$

$$\downarrow$$
$$\varphi(B)^h$$

Az egyes ágakon az alábbi feltételeket kapjuk:

1.ág	2.ág		3.ág		4.ág
	A	B	A	B	
⚡	h	h	i	i	⚡

A kapott feltételek alapján az alábbi interpretációk elemei az igazhalmaznak:

A	B
i	i
h	h

Igazságértékelés függvény

Keressük a hamishalmazt.

$$\varphi((\neg A \vee B) \wedge (A \vee \neg B))^h$$

Igazságértékelés függvény

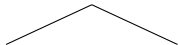
Keressük a hamishalmazt.

$$\varphi((\neg A \vee B) \wedge (A \vee \neg B))^h (1)$$

Igazságértékelés függvény

Keressük a hamishalmazt.

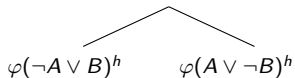
$$\varphi((\neg A \vee B) \wedge (A \vee \neg B))^h (1)$$



Igazságértékelés függvény

Keressük a hamishalmazt.

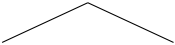
$$\varphi((\neg A \vee B) \wedge (A \vee \neg B))^h \quad (1)$$



Igazságértékelés függvény

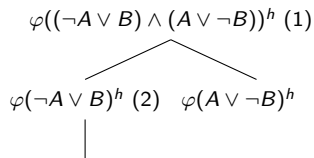
Keressük a hamishalmazt.

$$\varphi((\neg A \vee B) \wedge (A \vee \neg B))^h \quad (1)$$


$$\varphi(\neg A \vee B)^h \quad (2) \quad \varphi(A \vee \neg B)^h \quad (3)$$

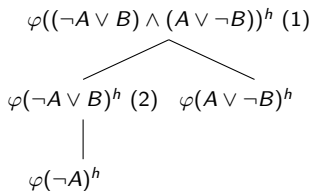
Igazságértékelés függvény

Keressük a hamishalmazt.



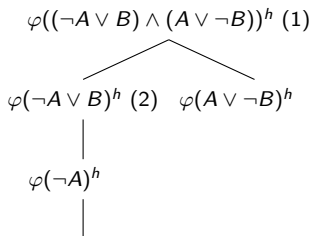
Igazságértékelés függvény

Keressük a hamishalmazt.



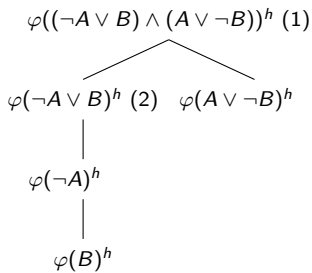
Igazságértékelés függvény

Keressük a hamishalmazt.



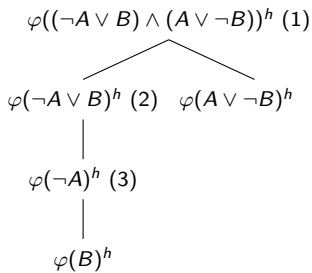
Igazságértékelés függvény

Keressük a hamishalmazt.



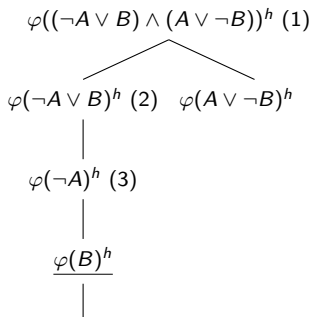
Igazságértékelés függvény

Keressük a hamishalmazt.



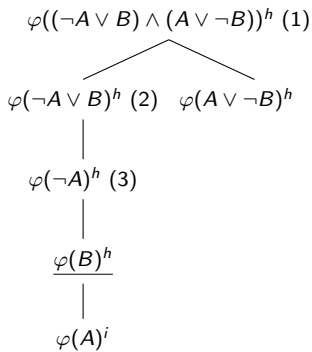
Igazságértékelés függvény

Keressük a hamishalmazt.



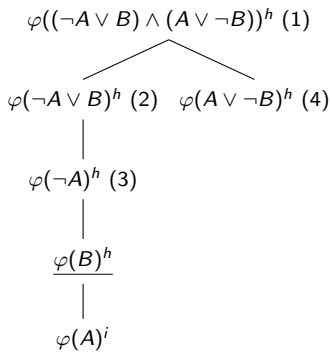
Igazságértékelés függvény

Keressük a hamishalmazt.



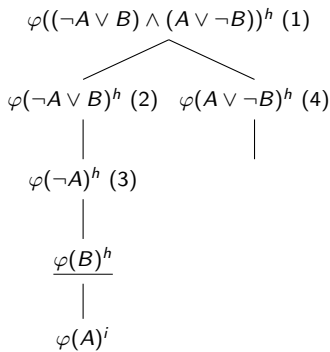
Igazságértékelés függvény

Keressük a hamishalmazt.



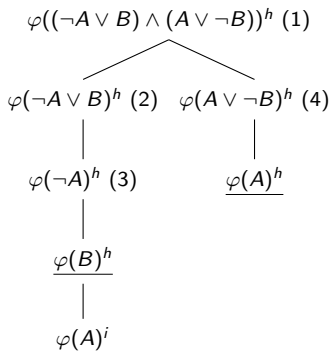
Igazságértékelés függvény

Keressük a hamishalmazt.



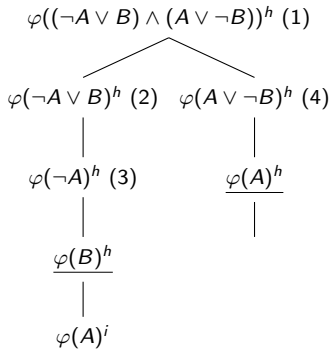
Igazságértékelés függvény

Keressük a hamishalmazt.



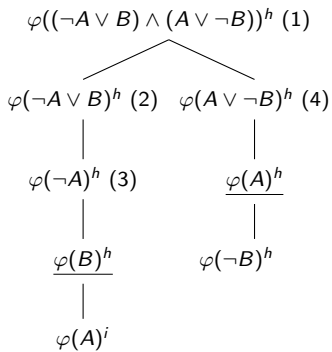
Igazságértékelés függvény

Keressük a hamishalmazt.



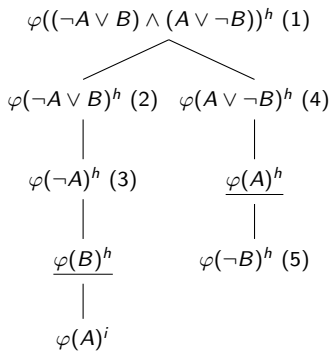
Igazságértékelés függvény

Keressük a hamishalmazt.



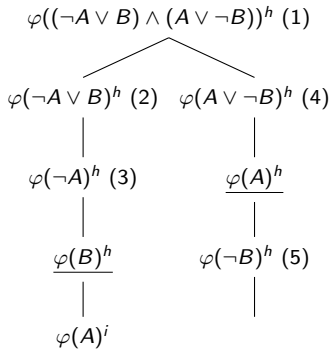
Igazságértékelés függvény

Keressük a hamishalmazt.



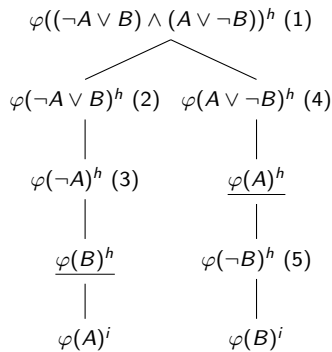
Igazságértékelés függvény

Keressük a hamishalmazt.



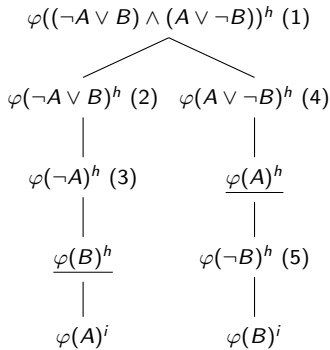
Igazságértékelés függvényy

Keressük a hamishalmazt.



Igazságértékelés függvény

Keressük a hamishalmazt.



Az egyes ágakon az alábbi feltételeket kapjuk:

1. ág		2.ág	
A	B	A	B
i	h	h	i

A kapott feltételek alapján az alábbi interpretációk elemei a hamishalmaznak:

A	B
i	h
h	i

Az előbb kiszámított igazhalmaz:

A	B
i	i
h	h

Igazságértékelés függvény

Igazságértékelés függvény segítségével határozzuk meg az alábbi formula igazhalmazát!

$$A \wedge (\neg A \supset B)$$

Igazságértékelés függvény

Keressük az igazhalmazt.

$$\varphi(A \wedge (\neg A \supset B))^i$$

Igazságértékelés függvény

Keressük az igazhalmazt.

$$\varphi(A \wedge (\neg A \supset B))^i (1)$$

Igazságértékelés függvény

Keressük az igazhalmazt.

$$\varphi(A \wedge (\neg A \supset B))^i (1)$$

|

Igazságértékelés függvény

Keressük az igazhalmazt.

$$\begin{array}{c} \varphi(A \wedge (\neg A \supset B))^i \text{ (1)} \\ | \\ \underline{\varphi(A)^i} \end{array}$$

Igazságértékelés függvény

Keressük az igazhalmazt.

$$\begin{array}{c} \varphi(A \wedge (\neg A \supset B))^i \text{ (1)} \\ | \\ \hline \varphi(A)^i \\ | \end{array}$$

Igazságértékelés függvény

Keressük az igazhalmazt.

$$\begin{array}{c} \varphi(A \wedge (\neg A \supset B))^i \quad (1) \\ | \\ \varphi(A)^i \\ \hline | \\ \varphi(\neg A \supset B)^i \end{array}$$

Igazságértékelés függvény

Keressük az igazhalmazt.

$$\varphi(A \wedge (\neg A \supset B))^i \quad (1)$$

|

$$\frac{\varphi(A)^i}{}$$

|

$$\varphi(\neg A \supset B)^i \quad (2)$$

Igazságértékelés függvény

Keressük az igazhalmazt.

$$\begin{array}{c} \varphi(A \wedge (\neg A \supset B))^i \quad (1) \\ | \\ \frac{\varphi(A)^i}{\varphi(\neg A \supset B)^i} \quad (2) \\ \wedge \end{array}$$

Igazságértékelés függvény

Keressük az igazhalmazt.

$$\begin{array}{c} \varphi(A \wedge (\neg A \supset B))^i \text{ (1)} \\ | \\ \underline{\varphi(A)^i} \\ | \\ \varphi(\neg A \supset B)^i \text{ (2)} \\ \swarrow \quad \searrow \\ \varphi(\neg A)^i \quad \underline{\varphi(B)^i} \end{array}$$

Igazságértékelés függvény

Keressük az igazhalmazt.

$$\begin{array}{c} \varphi(A \wedge (\neg A \supset B))^i \quad (1) \\ | \\ \hline \varphi(A)^i \\ | \\ \varphi(\neg A \supset B)^i \quad (2) \\ \swarrow \quad \searrow \\ \varphi(\neg A)^i \quad (3) \quad \underline{\varphi(B)^i} \end{array}$$

Igazságértékelés függvény

Keressük az igazhalmazt.

$$\begin{array}{c} \varphi(A \wedge (\neg A \supset B))^i \text{ (1)} \\ | \\ \frac{\varphi(A)^i}{} \\ | \\ \varphi(\neg A \supset B)^i \text{ (2)} \\ \swarrow \quad \searrow \\ \varphi(\neg A)^i \text{ (3)} \quad \frac{\varphi(B)^i}{} \\ | \end{array}$$

Igazságértékelés függvény

Keressük az igazhalmazt.

$$\varphi(A \wedge (\neg A \supset B))^i \quad (1)$$

|

$$\underline{\varphi(A)^i}$$

|

$$\varphi(\neg A \supset B)^i \quad (2)$$

$$\varphi(\neg A)^i \quad (3) \quad \underline{\varphi(B)^i}$$

|

$$\underline{\varphi(A)^i}$$

Igazságértékelés függvény

Keressük az igazhalmazt.

$$\begin{array}{c} \varphi(A \wedge (\neg A \supset B))^i \quad (1) \\ | \\ \underline{\varphi(A)^i} \\ | \\ \varphi(\neg A \supset B)^i \quad (2) \\ \swarrow \quad \searrow \\ \varphi(\neg A)^i \quad (3) \quad \underline{\varphi(B)^i} \\ | \\ \underline{\varphi(A)^i} \end{array}$$

Az egyes ágakon az alábbi feltételeket kapjuk:

1. ág		2.ág	
A	B	A	B
i	*	i	i

A kapott feltételek alapján az alábbi interpretációk elemei az igazhalmaznak:

A	B
i	h
i	i

Igazságértékelés függvény

Igazságértékelés függvény segítségével határozzuk meg az alábbi formula hamishalmazát!

$$(\neg A \vee B) \supset (\neg B \supset \neg A)$$

Keressük a hamishalmazt.

$$\varphi((\neg A \vee B) \supset (\neg B \supset \neg A))^h$$

Igazságértékelés függvény

Igazságértékelés függvény segítségével határozzuk meg az alábbi formula hamishalmazát!

$$(\neg A \vee B) \supset (\neg B \supset \neg A)$$

Keressük a hamishalmazt.

$$\varphi((\neg A \vee B) \supset (\neg B \supset \neg A))^h$$

Igazságértékelés függvény

Igazságértékelés függvény segítségével határozzuk meg az alábbi formula hamishalmazát!

$$(\neg A \vee B) \supset (\neg B \supset \neg A)$$

Keressük a hamishalmazt.

$$\varphi((\neg A \vee B) \supset (\neg B \supset \neg A))^h (1)$$

Igazságértékelés függvény

Igazságértékelés függvény segítségével határozzuk meg az alábbi formula hamishalmazát!

$$(\neg A \vee B) \supset (\neg B \supset \neg A)$$

Keressük a hamishalmazt.

$$\varphi((\neg A \vee B) \supset (\neg B \supset \neg A))^h (1)$$

|

Igazságértékelés függvény

Igazságértékelés függvény segítségével határozzuk meg az alábbi formula hamishalmazát!

$$(\neg A \vee B) \supset (\neg B \supset \neg A)$$

Keressük a hamishalmazt.

$$\begin{array}{c} \varphi((\neg A \vee B) \supset (\neg B \supset \neg A))^h \text{ (1)} \\ | \\ \varphi(\neg A \vee B)^i \end{array}$$

Igazságértékelés függvény

Igazságértékelés függvény segítségével határozzuk meg az alábbi formula hamishalmazát!

$$(\neg A \vee B) \supset (\neg B \supset \neg A)$$

Keressük a hamishalmazt.

$$\begin{array}{c} \varphi((\neg A \vee B) \supset (\neg B \supset \neg A))^h \text{ (1)} \\ | \\ \varphi(\neg A \vee B)^i \\ | \end{array}$$

Igazságértékelés függvény

Igazságértékelés függvény segítségével határozzuk meg az alábbi formula hamishalmazát!

$$(\neg A \vee B) \supset (\neg B \supset \neg A)$$

Keressük a hamishalmazt.

$$\varphi((\neg A \vee B) \supset (\neg B \supset \neg A))^h \quad (1)$$

$$\quad |$$
$$\varphi(\neg A \vee B)^i$$

$$\quad |$$
$$\varphi(\neg B \supset \neg A)^h$$

Igazságértékelés függvény

Igazságértékelés függvény segítségével határozzuk meg az alábbi formula hamishalmazát!

$$(\neg A \vee B) \supset (\neg B \supset \neg A)$$

Keressük a hamishalmazt.

$$\varphi((\neg A \vee B) \supset (\neg B \supset \neg A))^h \quad (1)$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(\neg A \vee B)^i \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(\neg B \supset \neg A)^h \quad (2) \end{array}$$

Igazságértékelés függvény

Igazságértékelés függvény segítségével határozzuk meg az alábbi formula hamishalmazát!

$$(\neg A \vee B) \supset (\neg B \supset \neg A)$$

Keressük a hamishalmazt.

$$\varphi((\neg A \vee B) \supset (\neg B \supset \neg A))^h \quad (1)$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(\neg A \vee B)^i \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(\neg B \supset \neg A)^h \quad (2) \\ | \end{array}$$

Igazságértékelés függvény

Igazságértékelés függvény segítségével határozzuk meg az alábbi formula hamishalmazát!

$$(\neg A \vee B) \supset (\neg B \supset \neg A)$$

Keressük a hamishalmazt.

$$\varphi((\neg A \vee B) \supset (\neg B \supset \neg A))^h \quad (1)$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(\neg A \vee B)^i \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(\neg B \supset \neg A)^h \quad (2) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(\neg B)^i \end{array}$$

Igazságértékelés függvény

Igazságértékelés függvény segítségével határozzuk meg az alábbi formula hamishalmazát!

$$(\neg A \vee B) \supset (\neg B \supset \neg A)$$

Keressük a hamishalmazt.

$$\varphi((\neg A \vee B) \supset (\neg B \supset \neg A))^h \quad (1)$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(\neg A \vee B)^i \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(\neg B \supset \neg A)^h \quad (2) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(\neg B)^i \\ | \end{array}$$

Igazságértékelés függvény

Igazságértékelés függvény segítségével határozzuk meg az alábbi formula hamishalmazát!

$$(\neg A \vee B) \supset (\neg B \supset \neg A)$$

Keressük a hamishalmazt.

$$\varphi((\neg A \vee B) \supset (\neg B \supset \neg A))^h \quad (1)$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(\neg A \vee B)^i \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(\neg B \supset \neg A)^h \quad (2) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(\neg B)^i \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(\neg A)^h \end{array}$$

Igazságértékelés függvény

Igazságértékelés függvény segítségével határozzuk meg az alábbi formula hamishalmazát!

$$(\neg A \vee B) \supset (\neg B \supset \neg A)$$

Keressük a hamishalmazt.

$$\varphi((\neg A \vee B) \supset (\neg B \supset \neg A))^h \quad (1)$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(\neg A \vee B)^i \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(\neg B \supset \neg A)^h \quad (2) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(\neg B)^i \quad (3) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(\neg A)^h \end{array}$$

Igazságértékelés függvény

Igazságértékelés függvény segítségével határozzuk meg az alábbi formula hamishalmazát!

$$(\neg A \vee B) \supset (\neg B \supset \neg A)$$

Keressük a hamishalmazt.

$$\varphi((\neg A \vee B) \supset (\neg B \supset \neg A))^h \quad (1)$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(\neg A \vee B)^i \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(\neg B \supset \neg A)^h \quad (2) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(\neg B)^i \quad (3) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(\neg A)^h \\ | \end{array}$$

Igazságértékelés függvény

Igazságértékelés függvény segítségével határozzuk meg az alábbi formula hamishalmazát!

$$(\neg A \vee B) \supset (\neg B \supset \neg A)$$

Keressük a hamishalmazt.

$$\varphi((\neg A \vee B) \supset (\neg B \supset \neg A))^h \text{ (1)}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(\neg A \vee B)^i \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(\neg B \supset \neg A)^h \text{ (2)} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(\neg B)^i \text{ (3)} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(\neg A)^h \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \underline{\varphi(B)^h} \end{array}$$

Igazságértékelés függvény

Igazságértékelés függvény segítségével határozzuk meg az alábbi formula hamishalmazát!

$$(\neg A \vee B) \supset (\neg B \supset \neg A)$$

Keressük a hamishalmazt.

$$\varphi((\neg A \vee B) \supset (\neg B \supset \neg A))^h \text{ (1)}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(\neg A \vee B)^i \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(\neg B \supset \neg A)^h \text{ (2)} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(\neg B)^i \text{ (3)} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(\neg A)^h \text{ (4)} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \underline{\varphi(B)^h} \end{array}$$

Igazságértékelés függvény

Igazságértékelés függvény segítségével határozzuk meg az alábbi formula hamishalmazát!

$$(\neg A \vee B) \supset (\neg B \supset \neg A)$$

Keressük a hamishalmazt.

$$\varphi((\neg A \vee B) \supset (\neg B \supset \neg A))^h \text{ (1)}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(\neg A \vee B)^i \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(\neg B \supset \neg A)^h \text{ (2)} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(\neg B)^i \text{ (3)} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(\neg A)^h \text{ (4)} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \hline \varphi(B)^h \\ | \end{array}$$

Igazságértékelés függvény

Igazságértékelés függvény segítségével határozzuk meg az alábbi formula hamishalmazát!

$$(\neg A \vee B) \supset (\neg B \supset \neg A)$$

Keressük a hamishalmazt.

$$\varphi((\neg A \vee B) \supset (\neg B \supset \neg A))^h \text{ (1)}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(\neg A \vee B)^i \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(\neg B \supset \neg A)^h \text{ (2)} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(\neg B)^i \text{ (3)} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(\neg A)^h \text{ (4)} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \hline \varphi(B)^h \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \hline \varphi(A)^i \end{array}$$

Igazságértékelés függvény

Igazságértékelés függvény segítségével határozzuk meg az alábbi formula hamishalmazát!

$$(\neg A \vee B) \supset (\neg B \supset \neg A)$$

Keressük a hamishalmazt.

$$\varphi((\neg A \vee B) \supset (\neg B \supset \neg A))^h \text{ (1)}$$

|

$$\varphi(\neg A \vee B)^i \text{ (5)}$$

|

$$\varphi(\neg B \supset \neg A)^h \text{ (2)}$$

|

$$\varphi(\neg B)^i \text{ (3)}$$

|

$$\varphi(\neg A)^h \text{ (4)}$$

|

$$\underline{\varphi(B)^h}$$

|

$$\underline{\varphi(A)^i}$$

Igazságértékelés függvény

Igazságértékelés függvény segítségével határozzuk meg az alábbi formula hamishalmazát!

$$(\neg A \vee B) \supset (\neg B \supset \neg A)$$

Keressük a hamishalmazt.

$$\varphi((\neg A \vee B) \supset (\neg B \supset \neg A))^h \text{ (1)}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(\neg A \vee B)^i \text{ (5)} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(\neg B \supset \neg A)^h \text{ (2)} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(\neg B)^i \text{ (3)} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(\neg A)^h \text{ (4)} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \hline \varphi(B)^h \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \hline \varphi(A)^i \\ \hline \end{array}$$

Igazságértékelés függvény

Igazságértékelés függvény segítségével határozzuk meg az alábbi formula hamishalmazát!

$$(\neg A \vee B) \supset (\neg B \supset \neg A)$$

Keressük a hamishalmazt.

$$\varphi((\neg A \vee B) \supset (\neg B \supset \neg A))^h \text{ (1)}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(\neg A \vee B)^i \text{ (5)} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(\neg B \supset \neg A)^h \text{ (2)} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(\neg B)^i \text{ (3)} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(\neg A)^h \text{ (4)} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \underline{\varphi(B)^h} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \underline{\varphi(A)^i} \end{array}$$

$$\begin{array}{cc} \varphi(\neg A)^i & \underline{\varphi(B)^i} \not\vdash \end{array}$$

Igazságértékelés függvény

Igazságértékelés függvény segítségével határozzuk meg az alábbi formula hamishalmazát!

$$(\neg A \vee B) \supset (\neg B \supset \neg A)$$

Keressük a hamishalmazt.

$$\varphi((\neg A \vee B) \supset (\neg B \supset \neg A))^h \text{ (1)}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(\neg A \vee B)^i \text{ (5)} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(\neg B \supset \neg A)^h \text{ (2)} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(\neg B)^i \text{ (3)} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(\neg A)^h \text{ (4)} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \underline{\varphi(B)^h} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \underline{\varphi(A)^i} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \varphi(\neg A)^i \text{ (6)} \quad \underline{\varphi(B)^i} \quad \not\vdash \end{array}$$

Igazságértékelés függvény

Igazságértékelés függvény segítségével határozzuk meg az alábbi formula hamishalmazát!

$$(\neg A \vee B) \supset (\neg B \supset \neg A)$$

Keressük a hamishalmazt.

$$\varphi((\neg A \vee B) \supset (\neg B \supset \neg A))^h (1)$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(\neg A \vee B)^i (5) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(\neg B \supset \neg A)^h (2) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(\neg B)^i (3) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(\neg A)^h (4) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \underline{\varphi(B)^h} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \underline{\varphi(A)^i} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \overbrace{\varphi(\neg A)^i (6) \quad \underline{\varphi(B)^i} \not\vdash} \\ | \end{array}$$

Igazságértékelés függvény

Igazságértékelés függvény segítségével határozzuk meg az alábbi formula hamishalmazát!

$$(\neg A \vee B) \supset (\neg B \supset \neg A)$$

Keressük a hamishalmazt.

$$\varphi((\neg A \vee B) \supset (\neg B \supset \neg A))^h (1)$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(\neg A \vee B)^i (5) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(\neg B \supset \neg A)^h (2) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(\neg B)^i (3) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(\neg A)^h (4) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \underline{\varphi(B)^h} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \underline{\varphi(A)^i} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \varphi(\neg A)^i (6) \quad \underline{\varphi(B)^i} \not\vdash \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \underline{\varphi(A)^h} \not\vdash \end{array}$$

Igazságértékelés függvényy

Igazságértékelés függvény segítségével határozzuk meg az alábbi formula hamishalmazát!

$$(\neg A \vee B) \supset (\neg B \supset \neg A)$$

Keressük a hamishalmazt.

$$\varphi((\neg A \vee B) \supset (\neg B \supset \neg A))^h (1)$$

$$\downarrow$$
$$\varphi(\neg A \vee B)^i (5)$$

$$\downarrow$$
$$\varphi(\neg B \supset \neg A)^h (2)$$

$$\downarrow$$
$$\varphi(\neg B)^i (3)$$

$$\downarrow$$
$$\varphi(\neg A)^h (4)$$

$$\downarrow$$
$$\underline{\varphi(B)^h}$$

$$\downarrow$$
$$\underline{\varphi(A)^i}$$

$$\varphi(\neg A)^i (6) \quad \underline{\varphi(B)^i} \quad \downarrow$$

$$\downarrow$$
$$\underline{\varphi(A)^h} \quad \downarrow$$

Az egyes ágakon az alábbi feltételeket kapjuk:

1. ág	2.ág
\downarrow	\downarrow

Mivel minden ágon ellentmondásra jutottunk, ezért a formula **hamishalmaz**a üres, tehát a formula **tautológia**.

Szemantikus következmény vizsgálat

Eddig: **Igazságtábla** készítése formulahalmazokhoz és azok vizsgálata.

Milyen nehézségek vannak ezzel a megoldással?

- Csak kevés különböző ítéletváltozó esetén hatékony.
- Könnyű hibázni a behelyettesítés során.
- Nehezen átlátható.

Most: **Tautológia** és **kielégíthetetlenség** vizsgálata igazságértékelés függvény segítségével.

Szemantikus következmény vizsgálat emlékeztető

Az alábbi szemantikus következmény vizsgálat esetén:

$$\{A_1, A_2, \dots, A_{n-1}, A_n\} \models_0 B$$

A két különböző **szemantikus eldöntésprobléma** amit vizsgálni tudunk:

1. Tetszőleges ítéletlogikai formuláról eldönteni, hogy tautológia-e.

$$\models_0 A_1 \supset A_2 \supset \dots \supset A_{n-1} \supset A_n \supset B$$

2. Tetszőleges ítéletlogikai formuláról eldönteni, hogy kielégíthetetlen-e.

$$\not\models_0 A_1 \wedge A_2 \wedge \dots \wedge A_{n-1} \wedge A_n \wedge \neg B$$

Szemantikus következmény vizsgálat

A nyomozós példa

1. Ha férfi a tettes, akkor kistermetű. $F \supset K$
 2. Ha kistermetű, akkor az ablakon mászott be. $K \supset A$
 3. Az ablakon nem mászott be senki. $\neg A$
-
- K. A tettes nem férfi. $\neg F$

A fentiek alapján a következő szemantikus következmény-t vizsgáljuk:

$$\{F \supset K, K \supset A, \neg A\} \models_0 \neg F$$

Szemantikus következmény vizsgálat

A nyomozós példa

$$\{F \supset K, K \supset A, \neg A\} \models_0 \neg F$$

Az **eldöntésprobléma tétele** alapján azt kell megvizsgálnunk, hogy a következő formula **tautológia**-e:

$$(F \supset K) \supset ((K \supset A) \supset (\neg A \supset \neg F))$$

Illetve vizsgálhatjuk, hogy a következő formula **kielégíthetetlen**-e:

$$(F \supset K) \wedge (K \supset A) \wedge \neg A \wedge \neg \neg F$$

Szemantikus következmény vizsgálat

A nyomozós példa

Először vizsgáljuk meg, hogy a következő formula **tautológia**-e igazságértékelés függvény segítségével, tehát a kérdés a következő:

$A (F \supset K) \supset ((K \supset A) \supset (\neg A \supset \neg F))$ formula **hamishalmaza** üres-e?

Szemantikus következmény vizsgálat

A nyomozós példa

Keressük a hamishalmazt.

$$\varphi((F \supset K) \supset ((K \supset A) \supset (\neg A \supset \neg F)))^h$$

Szemantikus következmény vizsgálat

A nyomozós példa

Keressük a hamishalmazt.

$$\varphi((F \supset K) \supset ((K \supset A) \supset (\neg A \supset \neg F)))^h (1)$$

Szemantikus következmény vizsgálat

A nyomozós példa

Keressük a hamishalmazt.

$$\varphi((F \supset K) \supset ((K \supset A) \supset (\neg A \supset \neg F)))^h (1)$$

|

Szemantikus következmény vizsgálat

A nyomozós példa

Keressük a hamishalmazt.

$$\begin{array}{c} \varphi((F \supset K) \supset ((K \supset A) \supset (\neg A \supset \neg F)))^h (1) \\ | \\ \varphi(F \supset K)^i \end{array}$$

Szemantikus következmény vizsgálat

A nyomozós példa

Keressük a hamishalmazt.

$$\begin{array}{c} \varphi((F \supset K) \supset ((K \supset A) \supset (\neg A \supset \neg F)))^h (1) \\ | \\ \varphi(F \supset K)^i \\ | \end{array}$$

Szemantikus következmény vizsgálat

A nyomozós példa

Keressük a hamishalmazt.

$$\varphi((F \supset K) \supset ((K \supset A) \supset (\neg A \supset \neg F)))^h (1)$$

$$\quad \quad \quad |$$
$$\varphi(F \supset K)^i$$

$$\quad \quad \quad |$$
$$\varphi(K \supset A)^i$$

Szemantikus következmény vizsgálat

A nyomozós példa

Keressük a hamishalmazt.

$$\varphi((F \supset K) \supset ((K \supset A) \supset (\neg A \supset \neg F)))^h (1)$$

$$\quad |$$
$$\varphi(F \supset K)^i$$

$$\quad |$$
$$\varphi(K \supset A)^i$$

$$\quad |$$

Szemantikus következmény vizsgálat

A nyomozós példa

Keressük a hamishalmazt.

$$\varphi((F \supset K) \supset ((K \supset A) \supset (\neg A \supset \neg F)))^h (1)$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(F \supset K)^i \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(K \supset A)^i \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(\neg A)^i \end{array}$$

Szemantikus következmény vizsgálat

A nyomozós példa

Keressük a hamishalmazt.

$$\varphi((F \supset K) \supset ((K \supset A) \supset (\neg A \supset \neg F)))^h (1)$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(F \supset K)^i \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(K \supset A)^i \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(\neg A)^i \\ | \end{array}$$

Szemantikus következmény vizsgálat

A nyomozós példa

Keressük a hamishalmazt.

$$\varphi((F \supset K) \supset ((K \supset A) \supset (\neg A \supset \neg F)))^h (1)$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(F \supset K)^i \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(K \supset A)^i \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(\neg A)^i \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(\neg F)^h \end{array}$$

Szemantikus következmény vizsgálat

A nyomozós példa

Keressük a hamishalmazt.

$$\varphi((F \supset K) \supset ((K \supset A) \supset (\neg A \supset \neg F)))^h (1)$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(F \supset K)^i \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(K \supset A)^i \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(\neg A)^i (2) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(\neg F)^h \end{array}$$

Szemantikus következmény vizsgálat

A nyomozós példa

Keressük a hamishalmazt.

$$\varphi((F \supset K) \supset ((K \supset A) \supset (\neg A \supset \neg F)))^h (1)$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(F \supset K)^i \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(K \supset A)^i \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(\neg A)^i (2) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(\neg F)^h \\ | \end{array}$$

Szemantikus következmény vizsgálat

A nyomozós példa

Keressük a hamishalmazt.

$$\varphi((F \supset K) \supset ((K \supset A) \supset (\neg A \supset \neg F)))^h \quad (1)$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(F \supset K)^i \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(K \supset A)^i \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(\neg A)^i \quad (2) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(\neg F)^h \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \underline{\varphi(A)^h} \end{array}$$

Szemantikus következmény vizsgálat

A nyomozós példa

Keressük a hamishalmazt.

$$\varphi((F \supset K) \supset ((K \supset A) \supset (\neg A \supset \neg F)))^h \quad (1)$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(F \supset K)^i \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(K \supset A)^i \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(\neg A)^i \quad (2) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(\neg F)^h \quad (3) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \underline{\varphi(A)^h} \end{array}$$

Szemantikus következmény vizsgálat

A nyomozós példa

Keressük a hamishalmazt.

$$\varphi((F \supset K) \supset ((K \supset A) \supset (\neg A \supset \neg F)))^h \quad (1)$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(F \supset K)^i \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(K \supset A)^i \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(\neg A)^i \quad (2) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(\neg F)^h \quad (3) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \hline \varphi(A)^h \\ | \end{array}$$

Szemantikus következmény vizsgálat

A nyomozós példa

Keressük a hamishalmazt.

$$\varphi((F \supset K) \supset ((K \supset A) \supset (\neg A \supset \neg F)))^h \quad (1)$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(F \supset K)^i \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(K \supset A)^i \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(\neg A)^i \quad (2) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(\neg F)^h \quad (3) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \underline{\varphi(A)^h} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \underline{\varphi(F)^i} \end{array}$$

Szemantikus következmény vizsgálat

A nyomozós példa

Keressük a hamishalmazt.

$$\varphi((F \supset K) \supset ((K \supset A) \supset (\neg A \supset \neg F)))^h \quad (1)$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(F \supset K)^i \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(K \supset A)^i \quad (4) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(\neg A)^i \quad (2) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(\neg F)^h \quad (3) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \underline{\varphi(A)^h} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \underline{\varphi(F)^i} \end{array}$$

Szemantikus következmény vizsgálat

A nyomozós példa

Keressük a hamishalmazt.

$$\varphi((F \supset K) \supset ((K \supset A) \supset (\neg A \supset \neg F)))^h (1)$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(F \supset K)^i \\ | \\ \varphi(K \supset A)^i (4) \\ | \\ \varphi(\neg A)^i (2) \\ | \\ \varphi(\neg F)^h (3) \\ | \\ \underline{\varphi(A)^h} \\ | \\ \underline{\varphi(F)^i} \\ \hline \end{array}$$

Szemantikus következmény vizsgálat

A nyomozós példa

Keressük a hamishalmazt.

$$\varphi((F \supset K) \supset ((K \supset A) \supset (\neg A \supset \neg F)))^h \quad (1)$$

|

$$\varphi(F \supset K)^i$$

|

$$\varphi(K \supset A)^i \quad (4)$$

|

$$\varphi(\neg A)^i \quad (2)$$

|

$$\varphi(\neg F)^h \quad (3)$$

|

$$\underline{\varphi(A)^h}$$

|

$$\underline{\varphi(F)^i}$$

$$\frac{\quad}{\underline{\varphi(K)^h} \quad \underline{\varphi(A)^i} \quad \downarrow}$$

Szemantikus következmény vizsgálat

A nyomozós példa

Keressük a hamishalmazt.

$$\varphi((F \supset K) \supset ((K \supset A) \supset (\neg A \supset \neg F)))^h \quad (1)$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(F \supset K)^i \quad (5) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(K \supset A)^i \quad (4) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(\neg A)^i \quad (2) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(\neg F)^h \quad (3) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \underline{\varphi(A)^h} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \underline{\varphi(F)^i} \end{array}$$

$$\begin{array}{cc} \underline{\varphi(K)^h} & \underline{\varphi(A)^i} \quad \downarrow \end{array}$$

Szemantikus következmény vizsgálat

A nyomozós példa

Keressük a hamishalmazt.

$$\begin{array}{c} \varphi((F \supset K) \supset ((K \supset A) \supset (\neg A \supset \neg F)))^h \quad (1) \\ | \\ \varphi(F \supset K)^i \quad (5) \\ | \\ \varphi(K \supset A)^i \quad (4) \\ | \\ \varphi(\neg A)^i \quad (2) \\ | \\ \varphi(\neg F)^h \quad (3) \\ | \\ \underline{\varphi(A)^h} \\ | \\ \underline{\varphi(F)^i} \\ \swarrow \quad \searrow \\ \underline{\varphi(K)^h} \quad \underline{\varphi(A)^i} \quad \not\vdash \\ \swarrow \quad \searrow \end{array}$$

Szemantikus következmény vizsgálat

A nyomozós példa

Keressük a hamishalmazt.

$$\varphi((F \supset K) \supset ((K \supset A) \supset (\neg A \supset \neg F)))^h (1)$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(F \supset K)^i (5) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(K \supset A)^i (4) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(\neg A)^i (2) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(\neg F)^h (3) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \underline{\varphi(A)^h} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \underline{\varphi(F)^i} \end{array}$$

$$\begin{array}{cc} \underline{\varphi(K)^h} & \underline{\varphi(A)^i} \not\vdash \end{array}$$

$$\begin{array}{cc} \underline{\varphi(F)^h} \not\vdash & \underline{\varphi(K)^i} \not\vdash \end{array}$$

Szemantikus következmény vizsgálat

A nyomozós példa

Keressük a hamishalmazt.

$$\varphi((F \supset K) \supset ((K \supset A) \supset (\neg A \supset \neg F)))^h \quad (1)$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(F \supset K)^i \quad (5) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(K \supset A)^i \quad (4) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(\neg A)^i \quad (2) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(\neg F)^h \quad (3) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \underline{\varphi(A)^h} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \underline{\varphi(F)^i} \end{array}$$

$$\begin{array}{cc} \underline{\varphi(K)^h} & \underline{\varphi(A)^i} \quad \downarrow \end{array}$$

$$\begin{array}{cc} \underline{\varphi(F)^h} \quad \downarrow & \underline{\varphi(K)^i} \quad \downarrow \end{array}$$

Az egyes ágakon az alábbi feltételeket kapjuk:

1. ág	2.ág	3.ág
\downarrow	\downarrow	\downarrow

Mivel minden ágon ellentmondásra jutottunk,ezért a formula **hamishalmaz**a üres, tehát a formula **tautológia**.

Ebből következik,hogy a szemantikus következmény teljesül,tehát

$$\{F \supset K, K \supset A, \neg A\} \models_0 \neg F .$$

Szemantikus következmény vizsgálat

A nyomozós példa

Most pedig vizsgáljuk meg, hogy a következő formula **kielégíthetetlen-e** igazságértékelés függvény segítségével, tehát a kérdés a következő:

$A (F \supset K) \wedge (K \supset A) \wedge \neg A \wedge \neg \neg F$ formula **igazhalmaz-e** üres-e?

Szemantikus következmény vizsgálat

A nyomozós példa

Keressük a igazhalmazt.

$$\varphi((F \supset K) \wedge (K \supset A) \wedge \neg A \wedge \neg\neg F)^i$$

Szemantikus következmény vizsgálat

A nyomozós példa

Keressük a igazhalmazt.

$$\varphi((F \supset K) \wedge (K \supset A) \wedge \neg A \wedge \neg\neg F)^i \quad (1)$$

Szemantikus következmény vizsgálat

A nyomozós példa

Keressük a igazhalmazt.

$$\varphi((F \supset K) \wedge (K \supset A) \wedge \neg A \wedge \neg\neg F)^i \quad (1)$$

|

Szemantikus következmény vizsgálat

A nyomozós példa

Keressük a igazhalmazt.

$$\begin{array}{c} \varphi((F \supset K) \wedge (K \supset A) \wedge \neg A \wedge \neg\neg F)^i \text{ (1)} \\ | \\ \varphi(F \supset K)^i \end{array}$$

Szemantikus következmény vizsgálat

A nyomozós példa

Keressük a igazhalmazt.

$$\varphi((F \supset K) \wedge (K \supset A) \wedge \neg A \wedge \neg\neg F)^i \quad (1)$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(F \supset K)^i \\ | \end{array}$$

Szemantikus következmény vizsgálat

A nyomozós példa

Keressük a igazhalmazt.

$$\varphi((F \supset K) \wedge (K \supset A) \wedge \neg A \wedge \neg\neg F)^i \quad (1)$$

$$\quad \quad \quad |$$
$$\varphi(F \supset K)^i$$

$$\quad \quad \quad |$$
$$\varphi(K \supset A)^i$$

Szemantikus következmény vizsgálat

A nyomozós példa

Keressük a igazhalmazt.

$$\varphi((F \supset K) \wedge (K \supset A) \wedge \neg A \wedge \neg\neg F)^i \quad (1)$$

|

$$\varphi(F \supset K)^i$$

|

$$\varphi(K \supset A)^i$$

|

Szemantikus következmény vizsgálat

A nyomozós példa

Keressük a igazhalmazt.

$$\varphi((F \supset K) \wedge (K \supset A) \wedge \neg A \wedge \neg\neg F)^i \quad (1)$$

$$\quad |$$
$$\varphi(F \supset K)^i$$

$$\quad |$$
$$\varphi(K \supset A)^i$$

$$\quad |$$
$$\varphi(\neg A)^i$$

Szemantikus következmény vizsgálat

A nyomozós példa

Keressük a igazhalmazt.

$$\varphi((F \supset K) \wedge (K \supset A) \wedge \neg A \wedge \neg\neg F)^i \quad (1)$$

|

$$\varphi(F \supset K)^i$$

|

$$\varphi(K \supset A)^i$$

|

$$\varphi(\neg A)^i$$

|

Szemantikus következmény vizsgálat

A nyomozós példa

Keressük a igazhalmazt.

$$\varphi((F \supset K) \wedge (K \supset A) \wedge \neg A \wedge \neg\neg F)^i \quad (1)$$

$$\quad |$$
$$\varphi(F \supset K)^i$$

$$\quad |$$
$$\varphi(K \supset A)^i$$

$$\quad |$$
$$\varphi(\neg A)^i$$

$$\quad |$$
$$\varphi(\neg\neg F)^i$$

Szemantikus következmény vizsgálat

A nyomozós példa

Keressük a igazhalmazt.

$$\varphi((F \supset K) \wedge (K \supset A) \wedge \neg A \wedge \neg\neg F)^i \quad (1)$$

$$\mid$$
$$\varphi(F \supset K)^i$$

$$\mid$$
$$\varphi(K \supset A)^i$$

$$\mid$$
$$\varphi(\neg A)^i \quad (2)$$

$$\mid$$
$$\varphi(\neg\neg F)^i$$

Szemantikus következmény vizsgálat

A nyomozós példa

Keressük a igazhalmazt.

$$\varphi((F \supset K) \wedge (K \supset A) \wedge \neg A \wedge \neg\neg F)^i \quad (1)$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(F \supset K)^i \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(K \supset A)^i \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(\neg A)^i \quad (2) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(\neg\neg F)^i \\ | \end{array}$$

Szemantikus következmény vizsgálat

A nyomozós példa

Keressük a igazhalmazt.

$$\varphi((F \supset K) \wedge (K \supset A) \wedge \neg A \wedge \neg\neg F)^i \quad (1)$$

$$\mid$$
$$\varphi(F \supset K)^i$$

$$\mid$$
$$\varphi(K \supset A)^i$$

$$\mid$$
$$\varphi(\neg A)^i \quad (2)$$

$$\mid$$
$$\varphi(\neg\neg F)^i$$

$$\mid$$
$$\underline{\varphi(A)^h}$$

Szemantikus következmény vizsgálat

A nyomozós példa

Keressük a igazhalmazt.

$$\varphi((F \supset K) \wedge (K \supset A) \wedge \neg A \wedge \neg\neg F)^i \quad (1)$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(F \supset K)^i \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(K \supset A)^i \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(\neg A)^i \quad (2) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(\neg\neg F)^i \quad (3) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \underline{\varphi(A)^h} \end{array}$$

Szemantikus következmény vizsgálat

A nyomozós példa

Keressük a igazhalmazt.

$$\varphi((F \supset K) \wedge (K \supset A) \wedge \neg A \wedge \neg\neg F)^i \quad (1)$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(F \supset K)^i \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(K \supset A)^i \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(\neg A)^i \quad (2) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(\neg\neg F)^i \quad (3) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \hline \varphi(A)^h \\ | \end{array}$$

Szemantikus következmény vizsgálat

A nyomozós példa

Keressük a igazhalmazt.

$$\varphi((F \supset K) \wedge (K \supset A) \wedge \neg A \wedge \neg\neg F)^i \quad (1)$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(F \supset K)^i \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(K \supset A)^i \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(\neg A)^i \quad (2) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(\neg\neg F)^i \quad (3) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \underline{\varphi(A)^h} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(\neg F)^h \end{array}$$

Szemantikus következmény vizsgálat

A nyomozós példa

Keressük a igazhalmazt.

$$\varphi((F \supset K) \wedge (K \supset A) \wedge \neg A \wedge \neg\neg F)^i \quad (1)$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(F \supset K)^i \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(K \supset A)^i \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(\neg A)^i \quad (2) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(\neg\neg F)^i \quad (3) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \underline{\varphi(A)^h} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(\neg F)^h \quad (4) \end{array}$$

Szemantikus következmény vizsgálat

A nyomozós példa

Keressük a igazhalmazt.

$$\varphi((F \supset K) \wedge (K \supset A) \wedge \neg A \wedge \neg\neg F)^i \quad (1)$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(F \supset K)^i \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(K \supset A)^i \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(\neg A)^i \quad (2) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(\neg\neg F)^i \quad (3) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \underline{\varphi(A)^h} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(\neg F)^h \quad (4) \\ | \end{array}$$

Szemantikus következmény vizsgálat

A nyomozós példa

Keressük a igazhalmazt.

$$\varphi((F \supset K) \wedge (K \supset A) \wedge \neg A \wedge \neg\neg F)^i \quad (1)$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(F \supset K)^i \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(K \supset A)^i \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(\neg A)^i \quad (2) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(\neg\neg F)^i \quad (3) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \underline{\varphi(A)^h} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(\neg F)^h \quad (4) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \underline{\varphi(F)^i} \end{array}$$

Szemantikus következmény vizsgálat

A nyomozós példa

Keressük a igazhalmazt.

$$\varphi((F \supset K) \wedge (K \supset A) \wedge \neg A \wedge \neg\neg F)^i \quad (1)$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(F \supset K)^i \quad (5) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(K \supset A)^i \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(\neg A)^i \quad (2) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(\neg\neg F)^i \quad (3) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \underline{\varphi(A)^h} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(\neg F)^h \quad (4) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \underline{\varphi(F)^i} \end{array}$$

Szemantikus következmény vizsgálat

A nyomozós példa

Keressük a igazhalmazt.

$$\varphi((F \supset K) \wedge (K \supset A) \wedge \neg A \wedge \neg\neg F)^i \quad (1)$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(F \supset K)^i \quad (5) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(K \supset A)^i \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(\neg A)^i \quad (2) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(\neg\neg F)^i \quad (3) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \underline{\varphi(A)^h} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(\neg F)^h \quad (4) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \underline{\varphi(F)^i} \end{array}$$

Szemantikus következmény vizsgálat

A nyomozós példa

Keressük a igazhalmzt.

$$\varphi((F \supset K) \wedge (K \supset A) \wedge \neg A \wedge \neg\neg F)^i \quad (1)$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(F \supset K)^i \quad (5) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(K \supset A)^i \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(\neg A)^i \quad (2) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(\neg\neg F)^i \quad (3) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \underline{\varphi(A)^h} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(\neg F)^h \quad (4) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \underline{\varphi(F)^i} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \hline \underline{\varphi(F)^h} \not\vdash \quad \underline{\varphi(K)^i} \end{array}$$

Szemantikus következmény vizsgálat

A nyomozós példa

Keressük a igazhalmazt.

$$\varphi((F \supset K) \wedge (K \supset A) \wedge \neg A \wedge \neg\neg F)^i \quad (1)$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(F \supset K)^i \quad (5) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(K \supset A)^i \quad (6) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(\neg A)^i \quad (2) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(\neg\neg F)^i \quad (3) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \underline{\varphi(A)^h} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(\neg F)^h \quad (4) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \underline{\varphi(F)^i} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \hline \underline{\varphi(F)^h} \not\vdash \quad \underline{\varphi(K)^i} \end{array}$$

Szemantikus következmény vizsgálat

A nyomozós példa

Keressük a igazhalmazt.

$$\varphi((F \supset K) \wedge (K \supset A) \wedge \neg A \wedge \neg\neg F)^i \quad (1)$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(F \supset K)^i \quad (5) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(K \supset A)^i \quad (6) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(\neg A)^i \quad (2) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(\neg\neg F)^i \quad (3) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \underline{\varphi(A)^h} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(\neg F)^h \quad (4) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \underline{\varphi(F)^i} \end{array}$$

$$\begin{array}{cc} \underline{\varphi(F)^h} \quad \not\vdash & \underline{\varphi(K)^i} \end{array}$$

Szemantikus következmény vizsgálat

A nyomozós példa

Keressük a igazhalmazt.

$$\varphi((F \supset K) \wedge (K \supset A) \wedge \neg A \wedge \neg\neg F)^i \quad (1)$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(F \supset K)^i \quad (5) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(K \supset A)^i \quad (6) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(\neg A)^i \quad (2) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(\neg\neg F)^i \quad (3) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \underline{\varphi(A)^h} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(\neg F)^h \quad (4) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \underline{\varphi(F)^i} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \swarrow \quad \searrow \\ \underline{\varphi(F)^h} \quad \not\vdash \end{array}$$

$$\underline{\varphi(K)^i}$$

$$\begin{array}{c} \swarrow \quad \searrow \\ \underline{\varphi(K)^h} \quad \not\vdash \quad \underline{\varphi(A)^i} \quad \not\vdash \end{array}$$

Szemantikus következmény vizsgálat

A nyomozós példa

Keressük a igazhalmazt.

$$\varphi((F \supset K) \wedge (K \supset A) \wedge \neg A \wedge \neg\neg F)^i \quad (1)$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(F \supset K)^i \quad (5) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(K \supset A)^i \quad (6) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(\neg A)^i \quad (2) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(\neg\neg F)^i \quad (3) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \underline{\varphi(A)^h} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(\neg F)^h \quad (4) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \underline{\varphi(F)^i} \end{array}$$

$$\begin{array}{cc} \varphi(F)^h \quad \downarrow & \varphi(K)^i \\ \hline \varphi(K)^h \quad \downarrow & \varphi(A)^i \quad \downarrow \end{array}$$

Az egyes ágakon az alábbi feltételeket kapjuk:

1. ág	2.ág	3.ág
\downarrow	\downarrow	\downarrow

Mivel minden ágon ellentmondásra jutottunk,ezért a formula **igazhalmaza** üres, tehát a formula **kielégíthetetlen**.

Ebből következik,hogy a szemantikus következmény teljesül,tehát

$$\{F \supset K, K \supset A, \neg A\} \models_0 \neg F .$$

Szemantikus következmény vizsgálat

1. Ha nem süt a Nap és jó a kedvem, akkor elmegyek sétálni. $\neg N \wedge J \supset S$
 2. Csak akkor megyek el sétálni, ha süt a Nap. $S \supset N$
 3. Jó kedvem van vagy nem megyek el sétálni. $J \vee \neg S$
-
- K. Süt a Nap vagy nincs jó kedvem. $N \vee \neg J$

A fentiek alapján a következő szemantikus következmény-t vizsgáljuk:

$$\{\neg N \wedge J \supset S, S \supset N, J \vee \neg S\} \models_0 N \vee \neg J$$

Szemantikus következmény vizsgálat

Vizsgáljuk meg, hogy a következő formula **tautológia**-e igazságértékelés függvény segítségével, tehát a kérdés a következő:

A $((\neg N \wedge J \supset S) \supset ((S \supset N) \supset ((J \vee \neg S) \supset (N \vee \neg J))))$ formula
hamishalmaza üres-e?

Szemantikus következmény vizsgálat

$$\varphi(((\neg N \wedge J) \supset S) \supset ((S \supset N) \supset ((J \vee \neg S) \supset (N \vee \neg J))))^h$$

Szemantikus következmény vizsgálat

$$\varphi(((\neg N \wedge J) \supset S) \supset ((S \supset N) \supset ((J \vee \neg S) \supset (N \vee \neg J))))^h (1)$$

Szemantikus következmény vizsgálat

$$\varphi(((\neg N \wedge J) \supset S) \supset ((S \supset N) \supset ((J \vee \neg S) \supset (N \vee \neg J))))^h (1)$$

Szemantikus következmény vizsgálat

$$\varphi(((\neg N \wedge J) \supset S) \supset ((S \supset N) \supset ((J \vee \neg S) \supset (N \vee \neg J))))^h (1)$$
$$\varphi((\neg N \wedge J) \supset S)^i$$

Szemantikus következmény vizsgálat

$$\begin{array}{c} \varphi(((\neg N \wedge J) \supset S) \supset ((S \supset N) \supset ((J \vee \neg S) \supset (N \vee \neg J))))^h (1) \\ | \\ \varphi((\neg N \wedge J) \supset S)^i \\ | \end{array}$$

Szemantikus következmény vizsgálat

$$\varphi(((\neg N \wedge J) \supset S) \supset ((S \supset N) \supset ((J \vee \neg S) \supset (N \vee \neg J))))^h (1)$$

$$\quad \quad \quad \downarrow$$
$$\varphi((\neg N \wedge J) \supset S)^i$$

$$\quad \quad \quad \downarrow$$
$$\varphi(S \supset N)^i$$

Szemantikus következmény vizsgálat

$$\varphi(((\neg N \wedge J) \supset S) \supset ((S \supset N) \supset ((J \vee \neg S) \supset (N \vee \neg J))))^h (1)$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi((\neg N \wedge J) \supset S)^i \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(S \supset N)^i \\ | \end{array}$$

Szemantikus következmény vizsgálat

$$\varphi(((\neg N \wedge J) \supset S) \supset ((S \supset N) \supset ((J \vee \neg S) \supset (N \vee \neg J))))^h (1)$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi((\neg N \wedge J) \supset S)^i \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(S \supset N)^i \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(J \vee \neg S)^i \end{array}$$

Szemantikus következmény vizsgálat

$$\varphi(((\neg N \wedge J) \supset S) \supset ((S \supset N) \supset ((J \vee \neg S) \supset (N \vee \neg J))))^h (1)$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi((\neg N \wedge J) \supset S)^i \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(S \supset N)^i \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(J \vee \neg S)^i \\ | \end{array}$$

Szemantikus következmény vizsgálat

$$\varphi(((\neg N \wedge J) \supset S) \supset ((S \supset N) \supset ((J \vee \neg S) \supset (N \vee \neg J))))^h (1)$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi((\neg N \wedge J) \supset S)^i \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(S \supset N)^i \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(J \vee \neg S)^i \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(N \vee \neg J)^h \end{array}$$

Szemantikus következmény vizsgálat

$$\varphi(((\neg N \wedge J) \supset S) \supset ((S \supset N) \supset ((J \vee \neg S) \supset (N \vee \neg J))))^h (1)$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi((\neg N \wedge J) \supset S)^i \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(S \supset N)^i \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(J \vee \neg S)^i \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(N \vee \neg J)^h (2) \end{array}$$

Szemantikus következmény vizsgálat

$$\varphi(((\neg N \wedge J) \supset S) \supset ((S \supset N) \supset ((J \vee \neg S) \supset (N \vee \neg J))))^h (1)$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi((\neg N \wedge J) \supset S)^i \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(S \supset N)^i \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(J \vee \neg S)^i \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(N \vee \neg J)^h (2) \end{array}$$

Szemantikus következmény vizsgálat

$$\varphi(((\neg N \wedge J) \supset S) \supset ((S \supset N) \supset ((J \vee \neg S) \supset (N \vee \neg J))))^h \quad (1)$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi((\neg N \wedge J) \supset S)^i \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(S \supset N)^i \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(J \vee \neg S)^i \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(N \vee \neg J)^h \quad (2) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \underline{\varphi(N)^h} \end{array}$$

Szemantikus következmény vizsgálat

$$\varphi(((\neg N \wedge J) \supset S) \supset ((S \supset N) \supset ((J \vee \neg S) \supset (N \vee \neg J))))^h (1)$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi((\neg N \wedge J) \supset S)^i \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(S \supset N)^i \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(J \vee \neg S)^i \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(N \vee \neg J)^h (2) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \hline \varphi(N)^h \\ | \end{array}$$

Szemantikus következmény vizsgálat

$$\varphi(((\neg N \wedge J) \supset S) \supset ((S \supset N) \supset ((J \vee \neg S) \supset (N \vee \neg J))))^h \quad (1)$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi((\neg N \wedge J) \supset S)^i \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(S \supset N)^i \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(J \vee \neg S)^i \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(N \vee \neg J)^h \quad (2) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \hline \varphi(N)^h \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(\neg J)^h \end{array}$$

Szemantikus következmény vizsgálat

$$\varphi(((\neg N \wedge J) \supset S) \supset ((S \supset N) \supset ((J \vee \neg S) \supset (N \vee \neg J))))^h (1)$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi((\neg N \wedge J) \supset S)^i \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(S \supset N)^i \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(J \vee \neg S)^i \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(N \vee \neg J)^h (2) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \hline \varphi(N)^h \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(\neg J)^h (3) \end{array}$$

Szemantikus következmény vizsgálat

$$\varphi(((\neg N \wedge J) \supset S) \supset ((S \supset N) \supset ((J \vee \neg S) \supset (N \vee \neg J))))^h (1)$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi((\neg N \wedge J) \supset S)^i \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(S \supset N)^i \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(J \vee \neg S)^i \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(N \vee \neg J)^h (2) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \underline{\varphi(N)^h} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(\neg J)^h (3) \end{array}$$

Szemantikus következmény vizsgálat

$$\varphi(((\neg N \wedge J) \supset S) \supset ((S \supset N) \supset ((J \vee \neg S) \supset (N \vee \neg J))))^h \quad (1)$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi((\neg N \wedge J) \supset S)^i \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(S \supset N)^i \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(J \vee \neg S)^i \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(N \vee \neg J)^h \quad (2) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \underline{\varphi(N)^h} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(\neg J)^h \quad (3) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \underline{\varphi(J)^i} \end{array}$$

Szemantikus következmény vizsgálat

$$\varphi(((\neg N \wedge J) \supset S) \supset ((S \supset N) \supset ((J \vee \neg S) \supset (N \vee \neg J))))^h \quad (1)$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi((\neg N \wedge J) \supset S)^i \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(S \supset N)^i \quad (4) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(J \vee \neg S)^i \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(N \vee \neg J)^h \quad (2) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \underline{\varphi(N)^h} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(\neg J)^h \quad (3) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \underline{\varphi(J)^i} \end{array}$$

Szemantikus következmény vizsgálat

$$\varphi(((\neg N \wedge J) \supset S) \supset ((S \supset N) \supset ((J \vee \neg S) \supset (N \vee \neg J))))^h (1)$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi((\neg N \wedge J) \supset S)^i \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(S \supset N)^i (4) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(J \vee \neg S)^i \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(N \vee \neg J)^h (2) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \hline \varphi(N)^h \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(\neg J)^h (3) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \hline \varphi(J)^i \end{array}$$

$$\hline$$

Szemantikus következmény vizsgálat

$$\varphi(((\neg N \wedge J) \supset S) \supset ((S \supset N) \supset ((J \vee \neg S) \supset (N \vee \neg J))))^h \quad (1)$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi((\neg N \wedge J) \supset S)^i \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(S \supset N)^i \quad (4) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(J \vee \neg S)^i \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(N \vee \neg J)^h \quad (2) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \underline{\varphi(N)^h} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(\neg J)^h \quad (3) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \underline{\varphi(J)^i} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \hline \underline{\varphi(S)^h} \qquad \underline{\varphi(N)^i} \quad \bot \end{array}$$

Szemantikus következmény vizsgálat

$$\varphi(((\neg N \wedge J) \supset S) \supset ((S \supset N) \supset ((J \vee \neg S) \supset (N \vee \neg J))))^h \quad (1)$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi((\neg N \wedge J) \supset S)^i \quad (5) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(S \supset N)^i \quad (4) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(J \vee \neg S)^i \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(N \vee \neg J)^h \quad (2) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \hline \varphi(N)^h \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(\neg J)^h \quad (3) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \hline \varphi(J)^i \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \hline \varphi(S)^h \qquad \varphi(N)^i \quad \bot \end{array}$$

Szemantikus következmény vizsgálat

$$\begin{array}{c}
 \varphi(((\neg N \wedge J) \supset S) \supset ((S \supset N) \supset ((J \vee \neg S) \supset (N \vee \neg J))))^h \quad (1) \\
 \vdots \\
 \varphi((\neg N \wedge J) \supset S)^i \quad (5) \\
 \vdots \\
 \varphi(S \supset N)^i \quad (4) \\
 \vdots \\
 \varphi(J \vee \neg S)^i \\
 \vdots \\
 \varphi(N \vee \neg J)^h \quad (2) \\
 \vdots \\
 \underline{\varphi(N)^h} \\
 \vdots \\
 \varphi(\neg J)^h \quad (3) \\
 \vdots \\
 \underline{\varphi(J)^i} \\
 \hline
 \underline{\varphi(S)^h} \qquad \underline{\varphi(N)^i} \not\vdash
 \end{array}$$

Szemantikus következmény vizsgálat

$$\varphi(((\neg N \wedge J) \supset S) \supset ((S \supset N) \supset ((J \vee \neg S) \supset (N \vee \neg J))))^h \quad (1)$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi((\neg N \wedge J) \supset S)^i \quad (5) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(S \supset N)^i \quad (4) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(J \vee \neg S)^i \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(N \vee \neg J)^h \quad (2) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \underline{\varphi(N)^h} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(\neg J)^h \quad (3) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \underline{\varphi(J)^i} \end{array}$$

$$\begin{array}{cc} \underline{\varphi(S)^h} & \varphi(N)^i \quad \cancel{\downarrow} \end{array}$$

$$\begin{array}{cc} \varphi(\neg N \wedge J)^h & \underline{\varphi(S)^i} \quad \cancel{\downarrow} \end{array}$$

Szemantikus következmény vizsgálat

$$\varphi(((\neg N \wedge J) \supset S) \supset ((S \supset N) \supset ((J \vee \neg S) \supset (N \vee \neg J))))^h \quad (1)$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi((\neg N \wedge J) \supset S)^i \quad (5) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(S \supset N)^i \quad (4) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(J \vee \neg S)^i \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(N \vee \neg J)^h \quad (2) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \underline{\varphi(N)^h} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(\neg J)^h \quad (3) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \underline{\varphi(J)^i} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \underline{\varphi(S)^h} \qquad \underline{\varphi(N)^i} \quad \cancel{\downarrow} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \underline{\varphi(\neg N \wedge J)^h} \quad (6) \qquad \underline{\varphi(S)^i} \quad \cancel{\downarrow} \end{array}$$

Szemantikus következmény vizsgálat

$$\begin{array}{c}
 \varphi(((\neg N \wedge J) \supset S) \supset ((S \supset N) \supset ((J \vee \neg S) \supset (N \vee \neg J))))^h \quad (1) \\
 \vdots \\
 \varphi((\neg N \wedge J) \supset S)^i \quad (5) \\
 \vdots \\
 \varphi(S \supset N)^i \quad (4) \\
 \vdots \\
 \varphi(J \vee \neg S)^i \\
 \vdots \\
 \varphi(N \vee \neg J)^h \quad (2) \\
 \vdots \\
 \underline{\varphi(N)^h} \\
 \vdots \\
 \varphi(\neg J)^h \quad (3) \\
 \vdots \\
 \underline{\varphi(J)^i} \\
 \hline
 \begin{array}{cc}
 \underline{\varphi(S)^h} & \varphi(N)^i \not\vdash \\
 \hline
 \varphi(\neg N \wedge J)^h \quad (6) & \underline{\varphi(S)^i} \not\vdash
 \end{array}
 \end{array}$$

Szemantikus következmény vizsgálat

$$\varphi(((\neg N \wedge J) \supset S) \supset ((S \supset N) \supset ((J \vee \neg S) \supset (N \vee \neg J))))^h \quad (1)$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi((\neg N \wedge J) \supset S)^i \quad (5) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(S \supset N)^i \quad (4) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(J \vee \neg S)^i \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(N \vee \neg J)^h \quad (2) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \underline{\varphi(N)^h} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(\neg J)^h \quad (3) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \underline{\varphi(J)^i} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \hline \underline{\varphi(S)^h} \qquad \underline{\varphi(N)^i} \quad \cancel{\downarrow} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \hline \varphi(\neg N \wedge J)^h \quad (6) \quad \underline{\varphi(S)^i} \quad \cancel{\downarrow} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \hline \varphi(\neg N)^h \quad \underline{\varphi(J)^h} \quad \cancel{\downarrow} \end{array}$$

Szemantikus következmény vizsgálat

$$\varphi(((\neg N \wedge J) \supset S) \supset ((S \supset N) \supset ((J \vee \neg S) \supset (N \vee \neg J))))^h \quad (1)$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi((\neg N \wedge J) \supset S)^i \quad (5) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(S \supset N)^i \quad (4) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(J \vee \neg S)^i \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(N \vee \neg J)^h \quad (2) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \underline{\varphi(N)^h} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(\neg J)^h \quad (3) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \underline{\varphi(J)^i} \end{array}$$

$$\begin{array}{cc} \underline{\varphi(S)^h} & \underline{\varphi(N)^i} \quad \cancel{\downarrow} \end{array}$$

$$\begin{array}{cc} \varphi(\neg N \wedge J)^h \quad (6) & \underline{\varphi(S)^i} \quad \cancel{\downarrow} \end{array}$$

$$\begin{array}{cc} \varphi(\neg N)^h \quad (7) & \underline{\varphi(J)^h} \quad \cancel{\downarrow} \end{array}$$

Szemantikus következmény vizsgálat

$$\varphi(((\neg N \wedge J) \supset S) \supset ((S \supset N) \supset ((J \vee \neg S) \supset (N \vee \neg J))))^h \quad (1)$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi((\neg N \wedge J) \supset S)^i \quad (5) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(S \supset N)^i \quad (4) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(J \vee \neg S)^i \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(N \vee \neg J)^h \quad (2) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \underline{\varphi(N)^h} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(\neg J)^h \quad (3) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \underline{\varphi(J)^i} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \underline{\varphi(S)^h} \qquad \underline{\varphi(N)^i} \quad \cancel{\downarrow} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \underline{\varphi(\neg N \wedge J)^h} \quad (6) \quad \underline{\varphi(S)^i} \quad \cancel{\downarrow} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \underline{\varphi(\neg N)^h} \quad (7) \quad \underline{\varphi(J)^h} \quad \cancel{\downarrow} \end{array}$$

Szemantikus következmény vizsgálat

$$\varphi(((\neg N \wedge J) \supset S) \supset ((S \supset N) \supset ((J \vee \neg S) \supset (N \vee \neg J))))^h \quad (1)$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi((\neg N \wedge J) \supset S)^i \quad (5) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(S \supset N)^i \quad (4) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(J \vee \neg S)^i \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(N \vee \neg J)^h \quad (2) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \underline{\varphi(N)^h} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \varphi(\neg J)^h \quad (3) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \underline{\varphi(J)^i} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \underline{\varphi(S)^h} \qquad \underline{\varphi(N)^i} \quad \cancel{\downarrow} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \underline{\varphi(\neg N \wedge J)^h} \quad (6) \quad \underline{\varphi(S)^i} \quad \cancel{\downarrow} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \varphi(\neg N)^h \quad (7) \quad \underline{\varphi(J)^h} \quad \cancel{\downarrow} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \underline{\varphi(N)^i} \quad \cancel{\downarrow} \end{array}$$

Szemantikus következmény vizsgálat

$$\varphi(((\neg N \wedge J) \supset S) \supset ((S \supset N) \supset ((J \vee \neg S) \supset (N \vee \neg J))))^h \quad (1)$$

$$\varphi((\neg N \wedge J) \supset S)^i \quad (5)$$

$$\varphi(S \supset N)^i \quad (4)$$

$$\varphi(J \vee \neg S)^i$$

$$\varphi(N \vee \neg J)^h \quad (2)$$

$$\varphi(N)^h$$

$$\varphi(\neg J)^h \quad (3)$$

$$\varphi(J)^i$$

$$\varphi(S)^h$$

$$\varphi(N)^i \quad \bot$$

$$\varphi(\neg N \wedge J)^h \quad (6)$$

$$\varphi(S)^i \quad \bot$$

$$\varphi(\neg N)^h \quad (7) \quad \varphi(J)^h \quad \bot$$

$$\varphi(N)^i \quad \bot$$

Az egyes ágakon az alábbi feltételeket kapjuk:

1. ág	2.ág	3.ág	4.ág
\bot	\bot	\bot	\bot

Mivel minden ágon ellentmondásra jutottunk,ezért a formula **hamishalmaz**a üres, tehát a formula **tautológia**.

Ebből következik,hogy a szemantikus következmény teljesül,tehát

$$\{\neg N \wedge J \supset S, S \supset N, J \vee \neg S\} \models_0 N \vee \neg J .$$

Szemantikus következmény vizsgálat - gondolkodós

1. Ha tudjuk, hogy \mathcal{F} kielégíthető és $\mathcal{F} \cup \{\neg G\}$ kielégíthetetlen, akkor
- (a) mit tudunk elmondani az $\mathcal{F} \cup \{G\}$ -ről?
 - (b) G lehet-e tautológia?
 - (c) G lehet-e kielégíthetetlen?

Válaszod indokold!

2. Ha adott egy végigszámlolt fa, amin van ellentmondás, akkor kaphatunk-e abból megoldást?

3. Ha minden ágon ellentmondásra jutottunk, akkor mi mondható el?

Fejtörő

John Black-et 2 héttel ezelőtt holtan találták háza középső termében, halálának oka, pontos helyszíne és az elkövető ismeretlen. A mai postával azonban levél érkezett a rendőrségre, amelyben a következő áll:

"Levelemben állítások találhatók, melyek elárulják John Black halálának okát és pontos helyszínét, amennyiben a rendőrség a mai napon lapzártáig helyesen megválaszolja ezeket a rejtélyeket és az esti lapban közzéteszik, holnap reggel feladom magam a rendőrségen."

A rendőrség legkiválóbb nyomozóját fogadja fel a rejtély megfejtésére. A levélben a következő szerepel:

"Feltéve, hogy a konyhában vagy az étkezőben történt a gyilkosság, a gyilkos eszköz egy gyertyatartó volt. Csak abban az esetben történt a nappaliban, ha nem az étkezőben. A gyilkosság történhetett a biliárdszobában, de akkor kötéllel követtem el. A gyilkosság vagy a konyhában történt vagy a gyilkos eszköz egy gyertyatartó volt, hacsak nem kötéllel követtem el. Az étkezőben nem történhetett."

Hosszas gondolkodás után erre a következményre jut a nyomozó: "A gyilkos eszköz a gyertyatartó volt és a nappaliban történt."

Bizonyítsd be, hogy a következtetés helyes! Válaszod indokold!