

**Programtervező informatikus BSc, A és B szakirány**  
**Analízis II. Gy, 2. zárthelyi – 2019.12.13.**

1. (6 pont) Legyen  $f(x) := e^x + 2x - \sin x$  ( $x \in \mathbb{R}$ ). Bizonyítsa be, hogy  $f$  invertálható,  $f^{-1} \in D$ , és számítsa ki  $(f^{-1})'(1)$ -et.

2. (4+4 pont) Legyen  $f(x) := \frac{x+1}{x^2+3}$  ( $x \in \mathbb{R}$ ).

a) Határozza meg  $f$  lokális szélsőértékeit.

b) Határozza meg  $f$  abszolút szélsőértékeit a  $[-2; 2]$  halmazon.

3. (12 pont) Teljes függvényvizsgálat után vázolja a következő függvény grafikonját:

$$f(x) := \frac{x^2}{e^x} \quad (x \in \mathbb{R}).$$

4. (6 pont) Számítsa ki az alábbi határértéket:

$$\lim_{x \rightarrow 0+0} (\sin x)^{\frac{1}{\ln x}}.$$

5. (4+4 pont) Legyen  $f(x) := x \cdot \arctg x$  ( $x \in \mathbb{R}$ ).

a) Határozza meg az  $f$  függvény  $a = 0$  körüli második Taylor-polinomját,  $T_{2,0}(f, x)$ -et.

b) Adjon becslést az  $|f(x) - T_{2,0}(f, x)|$  hibára a  $[0; \frac{1}{8}]$  intervallumon.

**Tétel:** Folytonos függvény integrálható.

**Programtervező informatikus BSc, A és B szakirány**  
**Analízis II. Gy, 2. zárthelyi – 2019.12.13.**

1. (6 pont) Legyen  $f(x) := e^x + 2x - \sin x$  ( $x \in \mathbb{R}$ ). Bizonyítsa be, hogy  $f$  invertálható,  $f^{-1} \in D$ , és számítsa ki  $(f^{-1})'(1)$ -et.

2. (4+4 pont) Legyen  $f(x) := \frac{x+1}{x^2+3}$  ( $x \in \mathbb{R}$ ).

a) Határozza meg  $f$  lokális szélsőértékeit.

b) Határozza meg  $f$  abszolút szélsőértékeit a  $[-2; 2]$  halmazon.

3. (12 pont) Teljes függvényvizsgálat után vázolja a következő függvény grafikonját:

$$f(x) := \frac{x^2}{e^x} \quad (x \in \mathbb{R}).$$

4. (6 pont) Számítsa ki az alábbi határértéket:

$$\lim_{x \rightarrow 0+0} (\sin x)^{\frac{1}{\ln x}}.$$

5. (4+4 pont) Legyen  $f(x) := x \cdot \arctg x$  ( $x \in \mathbb{R}$ ).

a) Határozza meg az  $f$  függvény  $a = 0$  körüli második Taylor-polinomját,  $T_{2,0}(f, x)$ -et.

b) Adjon becslést az  $|f(x) - T_{2,0}(f, x)|$  hibára a  $[0; \frac{1}{8}]$  intervallumon.

**Tétel:** Folytonos függvény integrálható.