

Analízis 2. (BSc) írásbeli vizsgakérdések
Programtervező informatikus szak

• **Függvények folytonossága**

1. Definiálja egy $f \in \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ függvény pontbeli folytonosságát.
2. Mi a kapcsolat a pontbeli folytonosság és a határérték között?
3. Hogyan szól a folytonosságra vonatkozó átviteli elv?
4. Definiálja a *megszüntethető szakadási hely* fogalmát.
5. Definiálja az *elsőfajú szakadási hely* fogalmát.
6. Mit tud mondani a korlátos és zárt $[a, b] \subset \mathbb{R}$ intervallumon folytonos függvény értékkészletéről?
7. Hogyan szól a *Weierstrass-tétel*?
8. Mit mond ki a *Bolzano-tétel*?
9. Mit tud mondani intervallumon értelmezett folytonos függvény értékkészletéről?
10. Mikor nevez egy függvényt egyenletesen folytonosnak?
11. Írja le a *Heine-tételt*.
12. Milyen állításokat ismer az inverz függvény folytonosságáról?
13. Legyen az $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ ($a < b, a, b \in \mathbb{R}$) függvény *folytonos* és *invertálható*. Mit mondhatunk ekkor az f függvény monotonitásáról?

• **Nevezetes függvények értelmezése és tulajdonságai**

14. Értelmezze az \ln függvényt.
15. Mi a definíciója az a^x ($a, x \in \mathbb{R}, a > 0$) hatványnak?
16. Értelmezze az \log_a függvényt.
17. Mi a definíciója az x^α ($x > 0, \alpha \in \mathbb{R}$) hatványfüggvénynek?

• **Differenciálszámítás**

18. Mikor mondja, hogy egy $f \in \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ függvény differenciálható valamely pontban?
19. Milyen ekvivalens átfogalmazást ismer a pontbeli deriválhatóságra a lineáris közelítéssel?
20. Mi a kapcsolat a pontbeli differenciálhatóság és a folytonosság között?
21. Milyen tételt ismer két függvény szorzatának valamely pontbeli differenciálhatóságáról és a deriváltjáról?

22. Milyen tételt ismer két függvény hányadosának valamely pontbeli differenciálhatóságáról és a deriváltjáról?
23. Milyen tételt ismer két függvény kompozíciójának valamely pontbeli differenciálhatóságáról és a deriváltjáról?
24. Milyen tételt tanult az inverz függvény differenciálhatóságáról és a deriváltjáról?
25. Milyen állítást tud mondani hatványsor összegfüggvényének a deriválhatóságáról és a deriváltjáról?
26. Mi az egyoldali derivált definíciója?
27. Mi a kétszer deriválható függvény fogalma?
28. Mi az n -szer deriválható függvény fogalma?
29. Fogalmazza meg a szorzatfüggvény deriváltjaira vonatkozó *Leibniz-tételt*.
30. Mondja ki a *Rolle-tételt*.
31. Mondja ki a *Cauchy-féle középértéktételt*.
32. Mondja ki a *Lagrange-féle középértéktételt*.
33. Mit ért azon, hogy az $f \in \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ függvénynek valamely helyen lokális minimuma van?
34. Mit ért azon, hogy egy függvény valamely helyen jelet vált?
35. Hogyan szól a lokális szélsőértékre vonatkozó *elsőrendű szükséges* feltétel?
36. Hogyan szól a lokális szélsőértékre vonatkozó *elsőrendű elégséges* feltétel?
37. Írja le a *lokális minimumra* vonatkozó *másodrendű elégséges* feltételt.
38. Milyen *szükséges és elégséges* feltételt ismer differenciálható függvény *monoton növekedésével* kapcsolatban?
39. Írja le a $\frac{0}{0}$ esetre vonatkozó *L'Hospital-szabályt*.
40. Írja le a $\frac{\infty}{\infty}$ esetre vonatkozó *L'Hospital-szabályt*.
41. Mi a kapcsolat a hatványsor összegfüggvénye és a hatványsor együtthatói között?
42. Hogyan definiálja egy függvény *Taylor-sorát*?
43. Fogalmazza meg a *Taylor-formula Lagrange maradéktaggal* néven tanult tételt.
44. Mi a konvex függvény definíciója?
45. Jellemezze egy függvény konvexitását (konkávitását) az első derivált segítségével.
46. Jellemezze egy függvény *konkávitását* a második derivált segítségével.

47. Mi az inflexiós pont definíciója?
48. Milyen szükséges feltételt ismer a második derivált és az inflexiós pont kapcsolatáról?
49. Milyen elégséges feltételt ismer a harmadrendű derivált és az inflexiós pont kapcsolatáról?

• **A határozatlan integrál (primitív függvények)**

50. Definiálja a primitív függvényt.
51. Adjon meg olyan függvényt, amelyiknek *nincs* primitív függvénye.
52. Definiálja az egy adott pontban eltűnő primitív függvény fogalmát.
53. A primitív függvény létezésére vonatkozó szükséges feltétel.
54. Mit jelent egy függvény határozatlan integrálja?
55. Mit ért a határozatlan integrál linearitásán?
56. Milyen állítást ismer hatványsor összegfüggvényének a primitív függvényéről?
57. Mit mond ki a primitív függvényekkel kapcsolatos *parciális integrálás tétele*?
58. Hogyan szól a primitív függvényekkel kapcsolatos *első helyettesítési szabály*?
59. Fogalmazza meg a primitív függvényekkel kapcsolatos *második helyettesítési szabályt*.
60. Adjon meg legalább három olyan függvényt, amelyiknek a primitív függvénye *nem elemi* függvény.

• **A határozott integrál**

61. Definiálja az intervallum egy felosztását.
62. Mit jelent egy felosztás finomítása?
63. Mi az alsó közelítő összeg definíciója?
64. Mi a felső közelítő összeg definíciója?
65. Mi történik egy alsó közelítő összeggel, ha a neki megfelelő felosztást finomítjuk?
66. Mi történik egy felső közelítő összeggel, ha a neki megfelelő felosztást finomítjuk?
67. Milyen viszony van az alsó és a felső közelítő összegek között?
68. Mi a *Darboux-féle alsó integrál* definíciója?
69. Mi a *Darboux-féle felső integrál* definíciója?
70. Mikor nevez egy függvényt (Riemann)-integrálhatónak?

71. Hogyan értelmezi egy függvény határozott (vagy Riemann-) integrálját?
72. Adjon meg egy példát *nem integrálható* függvényre.
73. Mi az *oszcillációs összeg* definíciója?
74. Hogyan szól a Riemann-integrálhatósággal kapcsolatban tanult kritérium az oszcillációs összegekkel megfogalmazva?
75. Felosztássorozatok segítségével adja meg a Riemann-integrálhatóság egy ekvivalens átfogalmazását.
76. Hogyan szól a Riemann-integrálható függvények összegével kapcsolatban tanult tétel?
77. Hogyan szól a Riemann-integrálható függvények szorzatával kapcsolatban tanult tétel?
78. Hogyan szól a Riemann-integrálható függvények hányadosával kapcsolatban tanult tétel?
79. Mit ért a Riemann-integrál intervallum szerinti additivitásán?
80. Mi a kapcsolat a folytonosság és a Riemann-integrálhatóság között?
81. Mi a kapcsolat a monotonitás és a Riemann-integrálhatóság között?
82. Milyen tételt tanult Riemann-integrálható függvény megváltoztatását illetően?
83. Mit ért azon, hogy a Riemann-integrál az integrandusban monoton?
84. Mit lehet mondani Riemann-integrálható függvény abszolút értékéről integrálhatóság szempontjából?
85. Mi az integrálszámítás első középértéktétele?
86. Mi az integrálszámítás második középértéktétele?
87. Hogyan szól a *Newton–Leibniz-tétel*?
88. Definiálja az integrálfüggvényt.
89. Fogalmazza meg a differenciál- és integrálszámítás alaptételét.
90. Mit ért parciális integráláson a Riemann-integrálokkal kapcsolatban?
91. Mit mond ki a helyettesítéses integrálás tétele Riemann-integrálokra vonatkozóan?
92. Mit tud mondani függvénygrafikon hosszának a kiszámításáról?
93. Hogyan számítja ki forgástest térfogatát?
94. Hogyan számítja ki forgástest felszínét?