

Beadható házi feladatok
II. éves prog.inf. Bsc szakos hallgatóknak
(Beadható az 1. zh-ig az alábbiak közül.)

HF1. Az $\sqrt{6}$ -t és $\sqrt{3}$ -t közelítsük az $M(4,-5,5)$ gépi számok halmazában, majd számítsuk ki a $\sqrt{6} + \sqrt{3}$ és $\sqrt{6} - \sqrt{3}$ -t az adott gépi aritmetikában. Adjunk (a számábrázolásból adódó) abszolút és relatív hibakorlátot a közelítő értékekre.

HF2. Legyen $\Lambda = \{L \in \mathbb{R}^{n \times n} \mid l_{ij} = 0, i < j \ (i, j = 1 \dots n)\}$ az alsóháromszög mátrixok halmaza. Igazoljuk, hogy $L_1, L_2 \in \Lambda$ esetén $L_1 \cdot L_2 \in \Lambda$, illetve $L_1^{-1} \in \Lambda$.

HF3. Legyen $\Lambda^{(1)} = \{L \in \mathbb{R}^{n \times n} \mid l_{ii} = 1, l_{ij} = 0, i < j \ (i, j = 1 \dots n)\}$ az 1-es átlójú alsóháromszög mátrixok halmaza. Igazoljuk, hogy $L_1, L_2 \in \Lambda^{(1)}$ esetén $L_1 \cdot L_2 \in \Lambda^{(1)}$, illetve $L_1^{-1} \in \Lambda^{(1)}$.

H4. Legyen $Y = \{U \in \mathbb{R}^{n \times n} \mid u_{ij} = 0, i > j \ (i, j = 1 \dots n)\}$ a felsőháromszög mátrixok halmaza. Igazoljuk, hogy $U_1, U_2 \in Y$ esetén $U_1 \cdot U_2 \in Y$, illetve $U_1^{-1} \in Y$.

HF5. Határozzuk meg a következő mátrix inverzét Gauss-eliminációval (indukciós bizonyítást kérek).

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & 1 & 1 & & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{n \times n}$$

HF6. Határozzuk meg a következő tridiagonális mátrix

- a) LU felbontását és
- b) Cholesky-féle felbontását.

Indukciós bizonyítást kérek, nem csak sejtést, képleteket! LU-felbontásból lehet Cholesky-t előállítani.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 1 & \ddots & 1 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & 1 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{n \times n}$$

HF7. A $H(\underline{v})$ Householder mátrixnak adjuk meg a sajátértékeit.
 (A geometriai szemlélet segít.)

HF8. A $H(\underline{v})$ Householder mátrix determinánsáról mit tudunk mondani?

HF9. Készítsük el a Gauss-eliminációval történő mátrix inverz meghatározás algoritmusát és visszahelyettesítést a felfelé történő soronkénti nullázásokkal. A jobboldali egységmátrixon csak a legszükségesebb műveletekkel számoljunk. Számítsuk ki mindkét algoritmus műveletigényét.