Programozás
8. előadás

Tartalom

Másolással összeépítés

A **másolás** programozási tétellel összeépítés minden programozási tételre működik.

Csupán annyi a teendő, hogy a bemenetben szereplő $X_{1..N} \in H^N$ sorozat X_i elemei helyett i-edik feldolgozandó elemként az $f(X_i)$-t kell írni, pl.

$$\sum_{i=1}^{N} X_i \rightarrow \sum_{i=1}^{N} f(X_i) \quad \text{vagy} \quad \max_{i=1}^{N} X_i \rightarrow \max_{i=1}^{N} f(X_i)$$

… a kimenetben:

$$\underset{\substack{i=1\\T(X_i)}}{\overset{N}{\text{Kiválogat}}}\, X_i \rightarrow \underset{\substack{i=1\\T(X_i)}}{\overset{N}{\text{Kiválogat}}}\, f(X_i)$$

Specifikáció:

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}$,
  $X \in H_1^N$
  $f: H_1 \rightarrow H_2$
- Kimenet: $Y \in H_2^N$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel: $\forall i(1 \leq i \leq N)$: $Y_i = f(X_i)$

Másolással összeépítés

A **másolás** programozási tételnek volt azonban egy változata, ami új lehetőségeket teremt:

Utófeltétel: $\forall i(1 \leq i \leq N): Y_{p(i)}=X_i$, ahol p(i) lehet pl. N–i+1, ami éppen a sorozat elemei sorrendje megfordítását jelenti.

Több programozási tétel megoldása kihasználta az elemek sorrendjét, pl. a lehetséges megoldások közül az elsőt adta meg, vagy az összes várt elemet a bemenet sorrendjében adta meg.

Ez az összeépítés lehetőséget teremt a hátulról feldolgozásra.

Specifikáció:

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}$, $X \in H_1^N$, $f: H_1 \to H_2$
- Kimenet: $Y \in H_2^N$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel: $\forall i(1 \leq i \leq N): Y_{p(i)}=f(X_i)$

Másolás + keresés

Feladat:

Adott tulajdonságú utolsó elem keresése.

Specifikáció:

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}$, $X_{1..N} \in H^N$, $T: H \to \mathbb{L}$
- Kimenet: $Van \in \mathbb{L}$, $Ind \in \mathbb{N}$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel: $Van = \exists i (1 \le i \le N): T(X_i)$ és
  $Van \to 1 \le Ind \le N$ és $T(X_{Ind})$ és
  $\forall i (Ind < i \le N):$ nem $T(X_i)$

Specifikáció:

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}$, $X \in H^N$, $T: H \to \mathbb{L}$
- Kimenet: $Van \in \mathbb{L}$, $Ind \in \mathbb{N}$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel: $Van = \exists i (1 \le i \le N): T(X_i)$ és
  $Van \to 1 \le Ind \le N$ és $T(X_{Ind})$

Másolás + keresés

Feladat:

Adott tulajdonságú utolsó elem keresése.

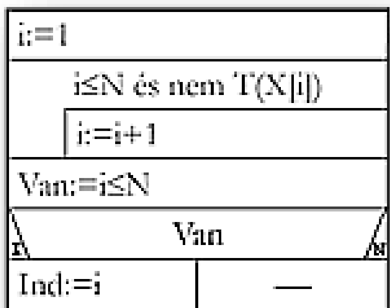
i:=1
i≤N és nem T(X[i])
i:=i+1
Van:=i≤N
Van (I / N)
Ind:=i | —

Változó
i:**Egész**
Y:**Tömb**[…]

i=1..N
Y[N–i+1]:=X[i]
i:=1
i≤N és nem T(Y[i])
i:=i+1
Van:=i≤N
Van (I / N)
Ind:=N–i+1 | —

Másolás + keresés

Vezessük be a j=N–i+1 jelölést! Így i=1 esetén j=N, i növelése esetén j csökken, i≤N helyett N–j+1≤N, azaz 1≤j lesz. Ezzel i-ről j-re áttérve a megoldás a hátulról keresésre:



Változó
j:**Egész**

j:=N
j≥1 és nem T(X[j])
j:=j–1
Van:=j≥1

I	Van	N
Ind:=j		—

Kiválogatás + összegzés

Feladat:

Adott tulajdonságú elemek összege – **feltételes összegzés**.

Specifikáció:

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}, X_{1..N} \in \mathbb{Z}^N, T:\mathbb{Z} \to \mathbb{L}$
- Kimenet: $S \in \mathbb{Z}$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel: $S = \sum_{\substack{i=1 \\ T(X_i)}}^{N} X_i$

Specifikáció (a végleges):

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}$,
  $X \in H^N$
- Kimenet: $S \in H$
- Előfeltétel: $N \geq 0$
- Utófeltétel: $S = F(X_{1..N})$
- Definíció:

$$F(X_{1..N}) := \begin{cases} F_0 & , N = 0 \\ f(F(X_{1..N-1}), X_N) & , N > 0 \end{cases}$$

$$\sum_{i=1}^{N} X_i := \begin{cases} 0 & , N = 0 \\ \sum_{i=1}^{N-1} X_i + X_N & , N > 0 \end{cases}$$

Kiválogatás + összegzés

Specifikáció$_a$:

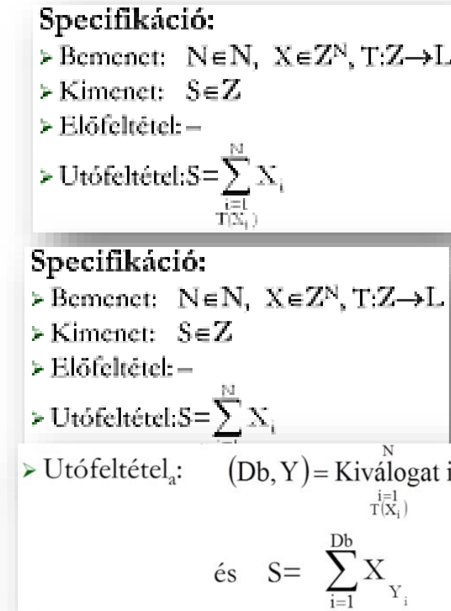
- Utófeltétel$_a$: $(Db,Y)=\underset{\substack{i=1\\T(X_i)}}{\overset{N}{\text{Kiválogat}}}\ i$ és

$$S=\sum_{i=1}^{Db} X_{Y_i}$$

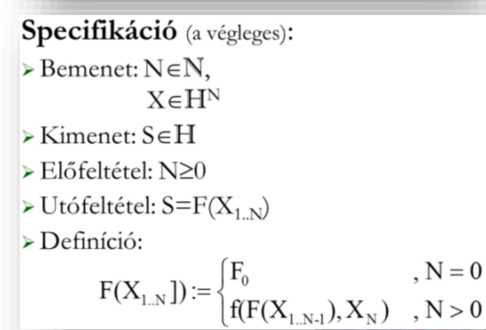
Specifikáció$_b$:

- Utófeltétel$_b$: $(Db,Y)=\underset{\substack{i=1\\T(X_i)}}{\overset{N}{\text{Kiválogat}}}\ X_i$ és

$$S=\sum_{i=1}^{Db} Y_i$$


Specifikáció:
- Bemenet: $N\in\mathbb{N}$, $X\in\mathbb{Z}^N$, $T:\mathbb{Z}\to\mathbb{L}$
- Kimenet: $S\in\mathbb{Z}$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel: $S=\sum_{\substack{i=1\\T(X_i)}}^{N} X_i$

Specifikáció:
- Bemenet: $N\in\mathbb{N}$, $X\in\mathbb{Z}^N$, $T:\mathbb{Z}\to\mathbb{L}$
- Kimenet: $S\in\mathbb{Z}$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel: $S=\sum_{i=1}^{N} X_i$
- Utófeltétel$_a$: $(Db,Y)=\underset{\substack{i=1\\T(X_i)}}{\overset{N}{\text{Kiválogat}}}\ i$ és $S=\sum_{i=1}^{Db} X_{Y_i}$


Specifikáció (a végleges):
- Bemenet: $N\in\mathbb{N}$, $X\in H^N$
- Kimenet: $S\in H$
- Előfeltétel: $N\geq 0$
- Utófeltétel: $S=F(X_{1..N})$
- Definíció:

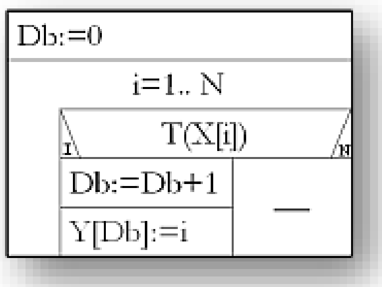
$$F(X_{1..N}]):=\begin{cases}F_0 & ,N=0\\ f(F(X_{1..N-1}),X_N) & ,N>0\end{cases}$$

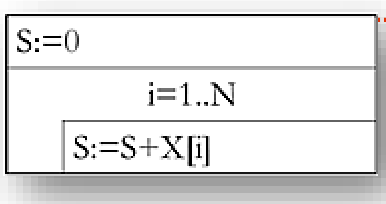
Kiválogatás + összegzés

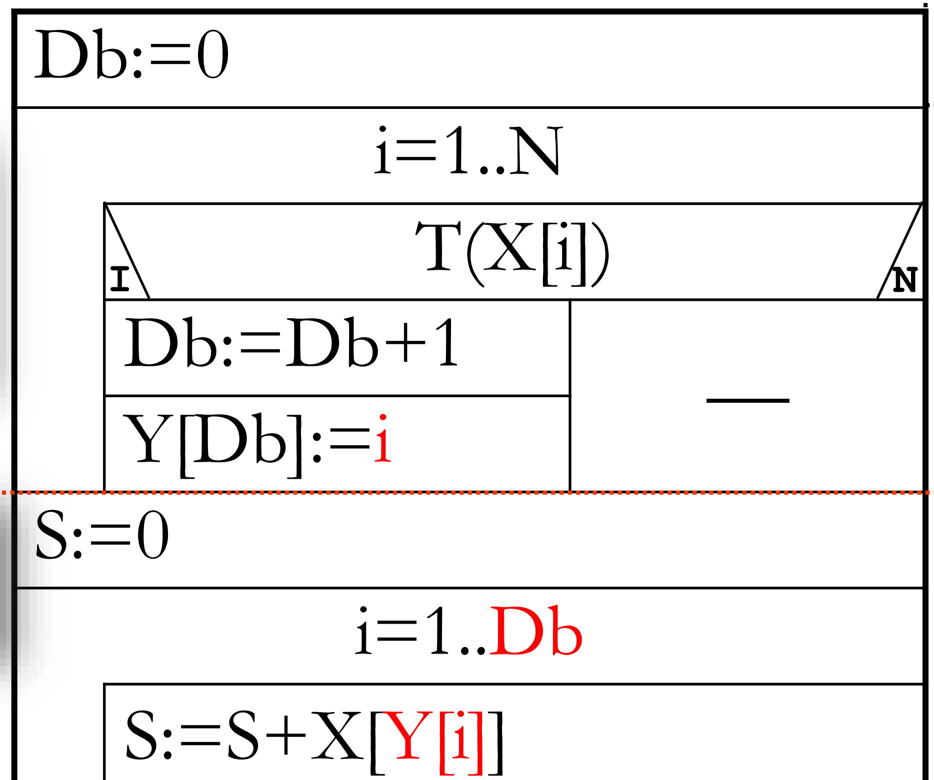
1. megoldási ötlet$_a$:

Válogassuk ki az adott tulajdonságúakat, majd utána adjuk össze őket!

Változó
i,Db:**Egész**
Y:Tömb[…]





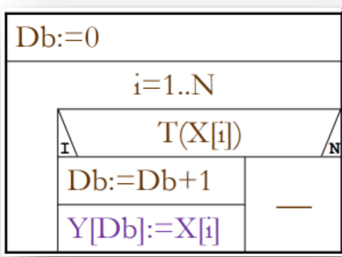


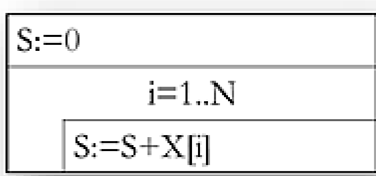
Kiválogatás + összegzés

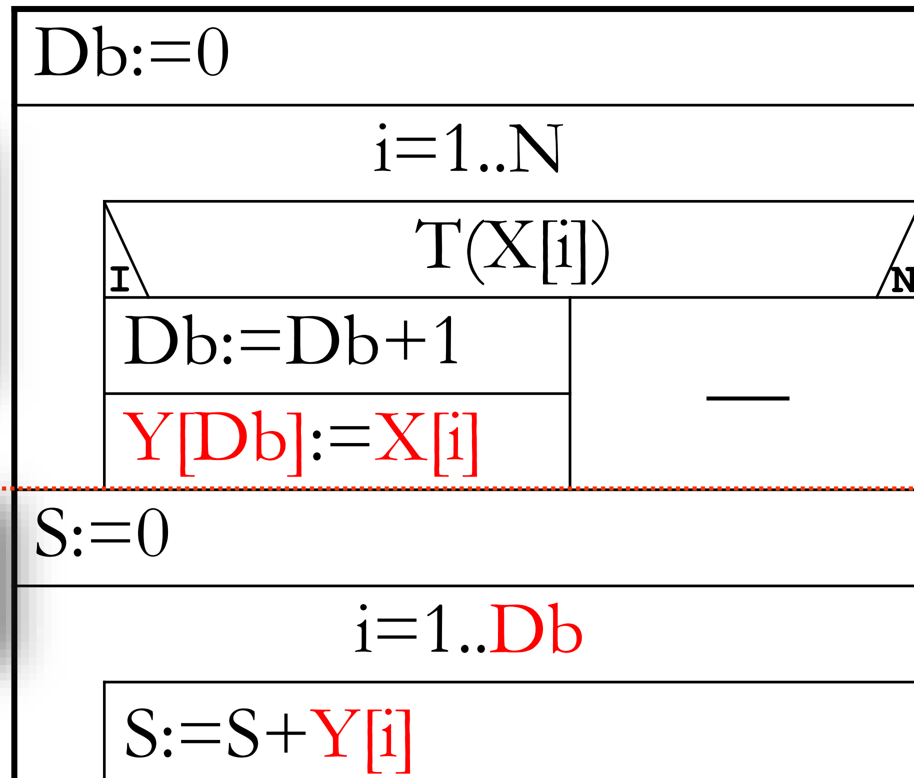
1. megoldási ötlet$_b$:

Válogassuk ki az adott tulajdonságúakat, majd utána adjuk össze őket!

Változó
i,Db:**Egész**
Y:Tömb[…]





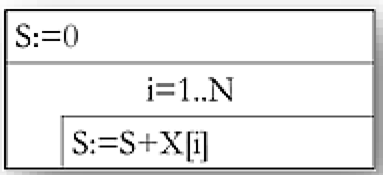


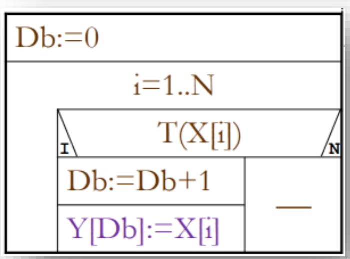
Kiválogatás + összegzés

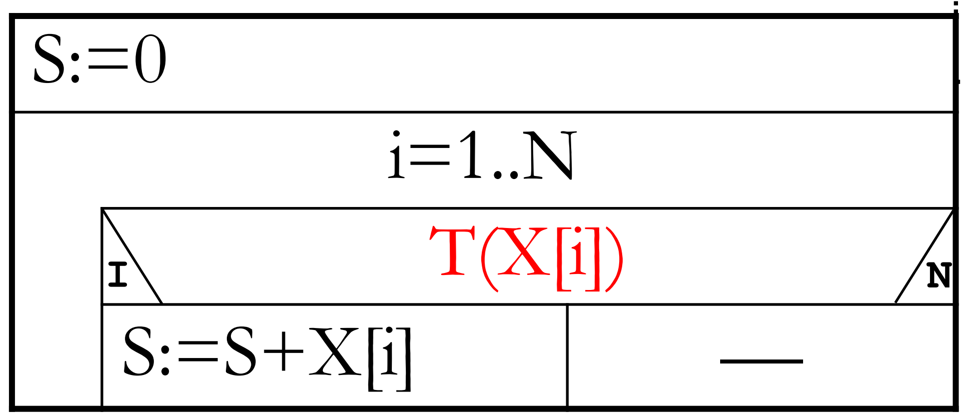
2. megoldási ötlet:

Kiválogatás helyett azonnal adjuk össze a megfelelő elemeket!

→ nincs érték-/index-feljegyzés (Y-ban) + nincs számlálás (Db-ben)







Változó
i:Egész

Kiválogatás + maximum-kiválasztás

Feladat:

Adott tulajdonságú elemek maximuma – **feltételes maximumkeresés**.

Specifikáció:

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}$, $X_{1..N} \in \mathbb{H}^N$, $T: \mathbb{H} \to \mathbb{L}$
- Kimenet: $MaxI \in \mathbb{N}$, $Van \in \mathbb{L}$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel: $Van = \exists i\ (1 \le i \le N): T(X_i)$ és $Van \to (1 \le MaxI \le N$ és $T(X_{MaxI})$ és $\forall i (1 \le i \le N): T(X_i) \to X_{MaxI} \ge X_i)$

Specifikáció:

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}$, $X \in \mathbb{H}^N$
- Kimenet: $Max \in \mathbb{N}$
- Előfeltétel: $N>0$
- Utófeltétel: $1 \le Max \le N$ és $\forall i\ (1 \le i \le N): X_{Max} \ge X_i$

Specifikáció:

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}$, $X \in \mathbb{H}^N$, $T: \mathbb{H} \to \mathbb{L}$
- Kimenet: $Van \in \mathbb{L}$, $Ind \in \mathbb{N}$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel: $Van = \exists i\ (1 \le i \le N): T(X_i)$ és $Van \to 1 \le Ind \le N$ és $T(X_{Ind})$

Kiválogatás + maximum-kiválasztás

Specifikáció$_2$:

- Utófeltétel$_2$: $(Van,MaxI)=\underset{\substack{i=1\\T(X_i)}}{\overset{N}{\mathrm{MaxInd}}}\, X_i$

Specifikáció:
- Bemenet: $N \in \mathbb{N}$, $X \in H^N$
- Kimenet: $MaxI \in \mathbb{N}$, $Van \in \mathbb{L}$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel: $Van = \exists i\ (1 \le i \le N): T(X_i)$ és $Van \rightarrow (1 \le MaxI \le N$ és $T(X_{MaxI})$ és $\forall i (1 \le i \le N): T(X_i) \rightarrow X_{MaxI} \ge X_i)$

Specifikáció$_3$:

- Utófeltétel$_3$: $(Van,Ind,\acute{E}rt)=\underset{\substack{i=1\\T(X_i)}}{\overset{N}{\mathrm{Max}}}\, X_i$

Kiválogatás + maximum-kiválasztás

A megoldás felé:

Specifikáció’:

- Utófeltétel’: $(Db,Y)=\underset{\substack{i=1\\T(X_i)}}{\overset{N}{\text{Kiválogat}}}\ i$ és

  $Van=Db>0$ és

  $Van \rightarrow (1 \le MaxI \le N$ és $T(X_{MaxI})$ és

  $MaxI = \underset{i=1}{\overset{Db}{\text{MaxInd}}}\ X_{Y_i})$

Specifikáció:

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}$
  $X \in H^N$
  $T: H \rightarrow L$
- Kimenet: $Db \in \mathbb{N}$
  $Y \in \mathbb{N}^{Db}$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel: $Db=\sum_{\substack{i=1\\T(X_i)}}^{N} 1$ és
  $\forall i(1 \le i \le Db): T(X_{Y_i})$ és
  $Y \subseteq (1,2,\ldots,N)$

Specifikáció:

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}$,
  $X \in H^N$
- Kimenet: $Max \in \mathbb{N}$
- Előfeltétel: $N>0$
- Utófeltétel: $1 \le Max \le N$ és
  $\forall i\ (1 \le i \le N): X_{Max} \ge X_i$

Kiolvasható az algoritmikus ötlet:

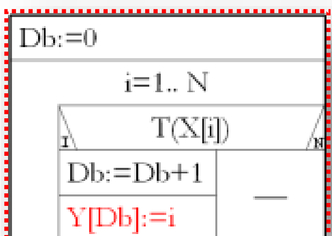
Válogassuk ki az adott tulajdonságúakat, majd válasszuk ki a maximumot, ha van értelme!

Kiválogatás + maximum-kiválasztás

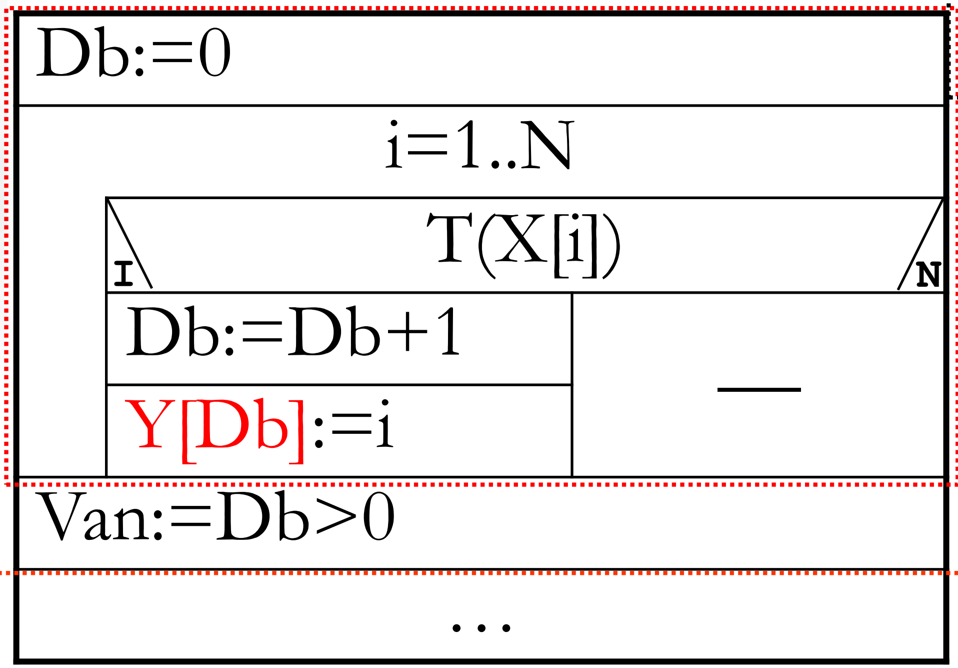
1. megoldás algoritmusa:

Válogassuk ki az adott tulajdonságúakat, majd …!

Specifikáció:
- Bemenet: $N \in \mathbb{N}$, $X \in H^N$
- Kimenet: $MaxI \in \mathbb{N}$, $Van \in \mathbb{L}$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel': $(Db, Y) = \underset{\substack{i=1\\T(X_i)}}{\overset{N}{\text{Kiválogat}}}\ i$ és $Van = Db > 0$ és $Van \to (1 \le MaxI \le N$ és $T(X_{MaxI})$ és $MaxI = \overset{Db}{\underset{i=1}{\text{MaxInd}}}\ X_{Y_i})$



Változó
i,Db:**Egész**
Y:Tömb[…]



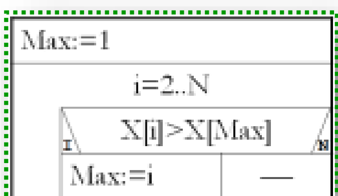
Kiválogatás + maximum-kiválasztás

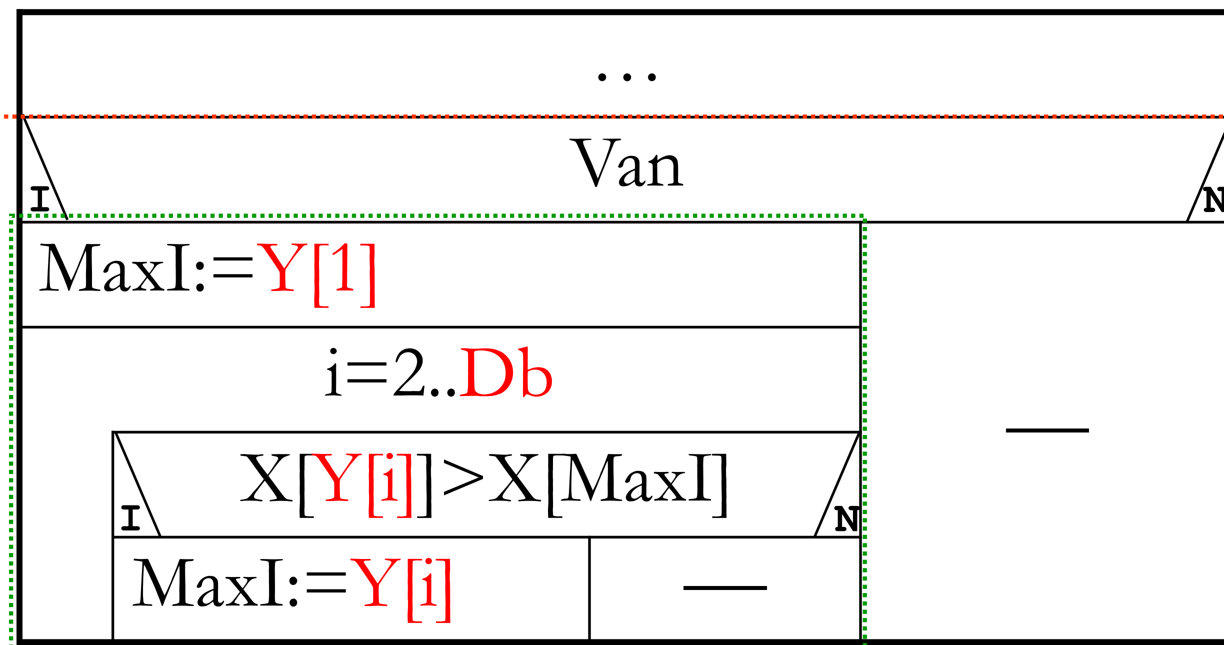
1. megoldása algoritmusa:

… , majd válasszuk ki a maximumot, ha van értelme!

Specifikáció:

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}$
  $X \in H^N$
  $T: H \to \mathbb{L}$
- Kimenet: $Db \in \mathbb{N}$
  $Y \in \mathbb{N}^{Db}$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel: $Db = \sum_{\substack{i=1 \\ T(X_i)}}^{N} 1$ és
  $\forall i(1 \le i \le Db): T(X_{Y_i})$ és
  $Y \subseteq (1,2,\ldots,N)$





Kiválogatás + maximum-kiválasztás

2. megoldási ötlet (és algoritmusa)**:**

Induljunk ki a specifikációban észrevett tételekből: a kiválogatás helyett keressük meg az első T-tulajdonságút, …

Specifikáció:

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}$, $X \in H^N$
- Kimenet: $MaxI \in \mathbb{N}$, $Van \in \mathbb{L}$
- Utófeltétel': $(Db, Y) = \text{Kiválogat}_{i=1,\ T(X_i)}^{N}\ i$ és
  $Van = Db > 0$ és
  $Van \rightarrow (1 \le MaxI \le N$ és $T(X_{MaxI})$ és
  $MaxI = \text{MaxInd}_{i=1}^{Db}\ X_{Y_i}\ )$

i:=1
i≤N és nem T(X[i])
i:=i+1
Van:= i≤N

i:=1
i≤N és nem T(X[i])
i:=i+1
Van:=i≤N
…

Változó
i:**Egész**

Kiválogatás + maximum-kiválasztás

2. megoldási ötlet (és algoritmusa)**:**

… majd válasszuk ki az **ilyenek** maximumát!

Specifikáció:

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}$, $X \in H^N$
- Kimenet: $MaxI \in \mathbb{N}$, $Van \in \mathbb{L}$
- Utófeltétel': $(Db, Y) = \underset{\substack{i=1 \\ T(X_i)}}{\overset{N}{\text{Kiválogat}}}\, i$ és
  $Van = Db > 0$ és
  $Van \rightarrow (1 \le MaxI \le N$ és $T(X_{MaxI})$ és
  $MaxI = \underset{i=1}{\overset{Db}{\text{MaxInd}}}\, X_{Y_i})$

Max:=1		
i=2..N		
	X[i]>X[Max] (I / N)	
	Max:=i	—

…				
Van (I / N)				
MaxI:=i				—
i=i+1..N				
	T(X[i]) (I / N)			
	X[i]>X[MaxI] (I / N)		—	
	MaxI:=i	—		

„ilyenek”

Kiválogatás + maximum-kiválasztás

2. megoldási ötlet (és algoritmusa)**:**

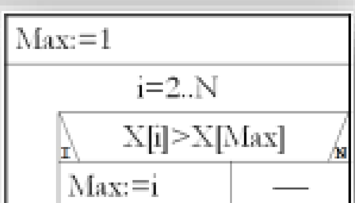
… majd válasszuk ki az **ilyenek** maximumát!

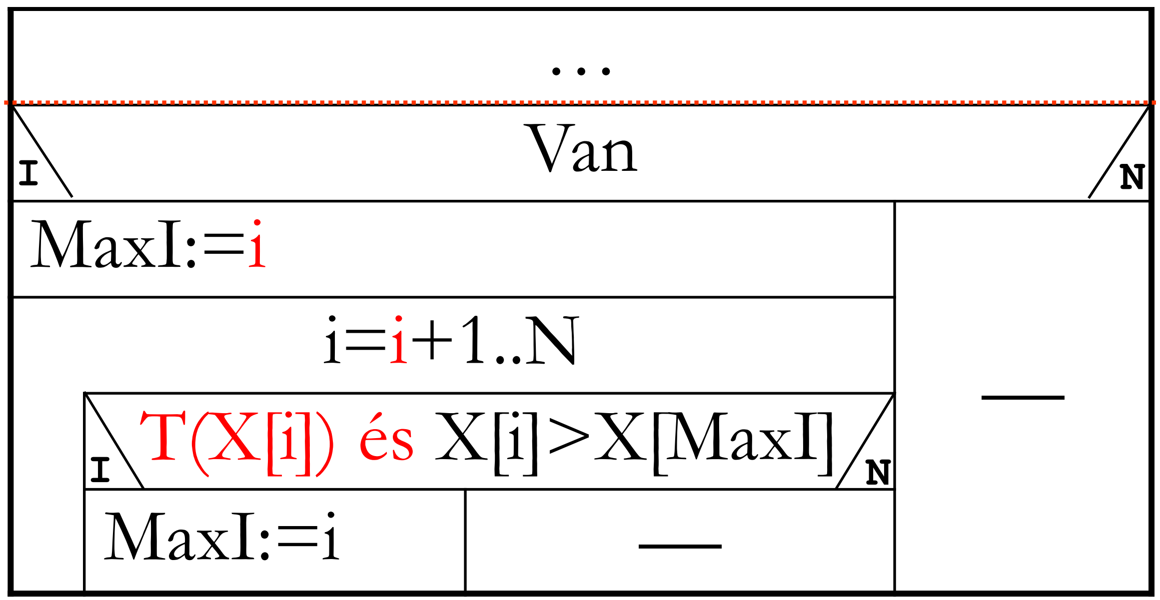
Specifikáció:

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}$, $X \in H^N$
- Kimenet: $MaxI \in \mathbb{N}$, $Van \in \mathbb{L}$
- Utófeltétel': $(Db, Y) = \underset{\substack{i=1 \\ T(X_i)}}{\overset{N}{\text{Kiválogat}}}\ i$ és

  $Van = Db > 0$ és

  $Van \rightarrow (1 \leq MaxI \leq N$ és $T(X_{MaxI})$ és $MaxI = \underset{i=1}{\overset{Db}{\text{MaxInd}}}\ X_{Y_i})$



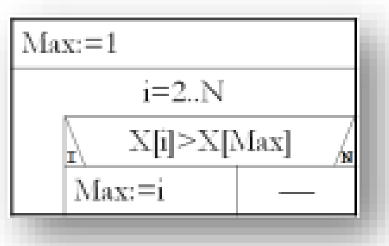


Kiválogatás + maximum-kiválasztás

3. megoldási ötlet (és algoritmusa)**:**

Kiválogatás, ill. keresés helyett azonnal válasszuk ki a maximumot!

Kell egy fiktív **0. elem** a maximum-kiválasztáshoz, amely **kisebb minden** „normál" elemnél.



X[0]:=-∞; MaxI:=0

i=1..N

I / T(X[i]) és X[i]>X[MaxI] / N

MaxI:=i | —

Van:=MaxI>0

Változó
i:Egész

Maximum-kiválasztás + kiválogatás

Feladat:

Összes maximális elem kiválogatása.

Specifikáció:

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}, X_{1..N} \in H^N$
- Kimenet: $Db \in \mathbb{N}$, $MaxI_{1..N} \in \mathbb{N}^N$
- Előfeltétel: $N>0$
- Utófeltétel: $Db = \sum_{\substack{i=1 \\ X_i = X_{MaxI_1}}}^{N} 1$ és

$\forall i(1 \leq i \leq Db): \forall j(1 \leq j \leq N): X_{MaxI_i} \geq X_j$ és

$MaxI \subseteq (1,2,\ldots,N)$

Specifikáció:

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}$, $X \in H^N$, $T:H \to L$
- Kimenet: $Db \in \mathbb{N}$, $Y \in \mathbb{N}^{Db}$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel: $Db = \sum_{\substack{i=1 \\ T(X_i)}}^{N} 1$ és $\forall i(1 \leq i \leq Db): T(X_{Y_i})$ és $Y \subseteq (1,2,\ldots,N)$

Specifikáció:

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}$, $X \in H^N$
- Kimenet: $Max \in \mathbb{N}$
- Előfeltétel: $N>0$
- Utófeltétel: $1 \leq Max \leq N$ és $\forall i\ (1 \leq i \leq N): X_{Max} \geq X_i$

Maximum-kiválasztás + kiválogatás

Feladat:

Összes maximális elem kiválogatása.

Specifikáció:

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}, X_{1..N} \in H^N$
- Kimenet: $Db \in \mathbb{N},$
  $MaxI_{1..N} \in \mathbb{N}^N$
- Előfeltétel: $N>0$
- Utófeltétel: $MaxÉ = \underset{i=1}{\overset{N}{\text{MaxÉrt}}}\ X_i$ és

$$(Db,MaxI) = \underset{\substack{i=1 \\ X_i = MaxÉ}}{\overset{N}{\text{Kiválogat}}}\ i$$

Specifikáció:

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}$
  $X \in H^N$
  $T: H \to \mathbb{L}$
- Kimenet: $Db \in \mathbb{N}$
  $Y \in \mathbb{N}^{Db}$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel: $Db = \sum_{\substack{i=1 \\ T(X_i)}}^{N} 1$ és
  $\forall i (1 \le i \le Db): T(X_{Y_i})$ és
  $Y \subseteq (1,2,\dots,N)$

Specifikáció:

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}$,
  $X \in H^N$
- Kimenet: $Max \in \mathbb{N}$
- Előfeltétel: $N>0$
- Utófeltétel: $1 \le Max \le N$ és
  $\forall i\ (1 \le i \le N): X_{Max} \ge X_i$

Maximum-kiválasztás + kiválogatás

1. megoldási ötlet:

Határozzuk meg a maximumot, majd válogassuk ki a vele egyenlőeket!

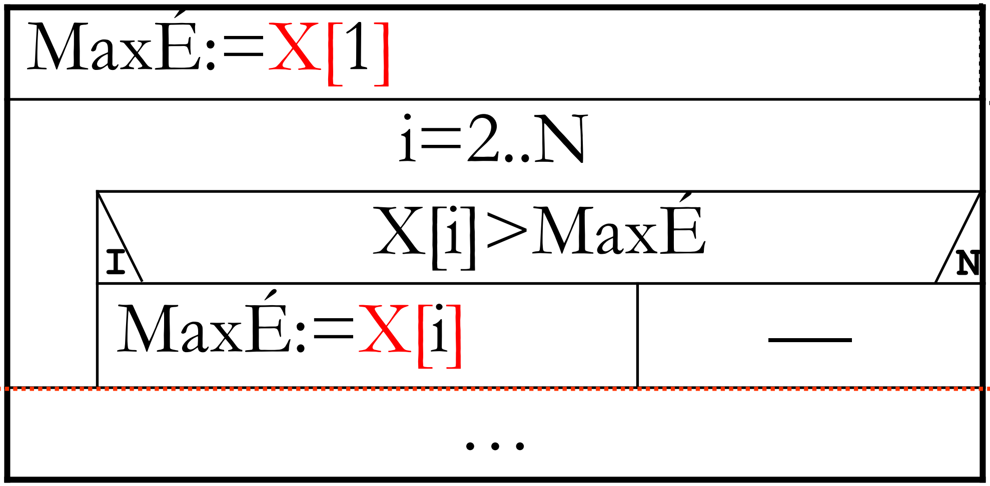
Specifikáció:

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}$, $X \in H^N$
- Kimenet: $Db \in \mathbb{N}$, $MaxI \in \mathbb{N}^{Db}$
- Előfeltétel: $N>0$
- Utófeltétel: $MaxÉ = \operatorname{MaxÉrt}_{i=1}^{N} X_i$ és $(Db, MaxI) = \operatorname{Kiválogat}_{\substack{i=1 \\ X_i=MaxÉ}}^{N} i$

Változó

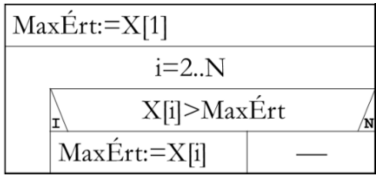
MaxÉ:TH

i:**Egész**



Specifikáció:

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}$, $X \in H^N$
- Kimenet: $Max \in \mathbb{N}$
- Előfeltétel: $N>0$
- Utófeltétel: $1 \le Max \le N$ és $\forall i\ (1 \le i \le N): X_{Max} \ge X_i$



Maximum-kiválasztás + kiválogatás

1. megoldási ötlet:

Határozzuk meg a maximumot, majd válogassuk ki a vele egyenlőeket!

Specifikáció:

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}$, $X \in H^N$
- Kimenet: $Db \in \mathbb{N}$, $MaxI \in \mathbb{N}^{Db}$
- Előfeltétel: $N>0$
- Utófeltétel: $MaxÉ = \underset{i=1}{\overset{N}{\text{MaxÉrt}}}\, X_i$ és $(Db, MaxI) = \underset{\substack{i=1 \\ X_i = MaxÉ}}{\overset{N}{\text{Kiválogat}}}\, i$

Specifikáció:

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}$, $X \in H^N$, $T: H \rightarrow L$
- Kimenet: $Db \in \mathbb{N}$, $Y \in \mathbb{N}^{Db}$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel: $Db = \sum_{\substack{i=1 \\ T(X_i)}}^{N} 1$ és $\forall i (1 \leq i \leq Db): T(X_{Y_i})$ és $Y \subseteq (1,2,\ldots,N)$

…	
Db:=0	
i=1..N	
X[i]=MaxÉ (I)	(N)
Db:=Db+1	—
MaxI[Db]:=i	

Db:=0	
i=1.. N	
T(X[i]) (I)	(N)
Db:=Db+1	—
Y[Db]:=i	

Maximum-kiválasztás + kiválogatás

2. megoldási ötlet:

A pillanatnyi maximálissal egyenlőeket azonnal válogassuk ki!
Ha „feleslegeset” válogattunk ki, azt a következő maximumnál felülírjuk.

Változó
MaxÉ:TH
i:**Egész**

Db:=1; MaxI[1]:=1; MaxÉ:=X[1]
i=2..N

X[i]>MaxÉ	X[i]=MaxÉ
Db:=1	Db:=Db+1
MaxI[1]:=i	MaxI[Db]:=i
MaxÉ:=X[i]	—

Specifikáció:
- Bemenet: $N \in \mathbb{N}$, $X \in H^N$
- Kimenet: $Db \in \mathbb{N}$, $MaxI \in \mathbb{N}^{Db}$
- Előfeltétel: $N>0$
- Utófeltétel: $MaxÉ = \underset{i=1}{\overset{N}{\text{MaxÉrt}}}\, X_i$ és $(Db, MaxI) = \underset{\substack{i=1\\ X_i=MaxÉ}}{\overset{N}{\text{Kiválogat}}}\, i$

Eldöntés + megszámolás

Feladat:

Van-e egy sorozatban legalább K darab adott tulajdonságú elem?

Specifikáció:

- Bemenet: $N,K \in \mathbb{N}$, $X_{1..N} \in \mathbb{H}^N$, $T: \mathbb{H} \to \mathbb{L}$
- Kimenet: $Van \in \mathbb{L}$
- Előfeltétel: $K>0$
- Utófeltétel: $db = \sum_{\substack{i=1 \\ T(X_i)}}^{N} 1$ és $Van = db \geq K$

Specifikáció:

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}$, $X \in \mathbb{H}^N$, $T: \mathbb{H} \to \mathbb{L}$
- Kimenet: $Van \in \mathbb{L}$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel: $Van = \exists i(1 \leq i \leq N): T(X_i)$

Specifikáció:

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}$, $X \in \mathbb{H}^N$, $T: \mathbb{H} \to \mathbb{L}$
- Kimenet: $Db \in \mathbb{N}$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel: $Db = \sum_{\substack{i=1 \\ T(X_i)}}^{N} 1$

Eldöntés + megszámolás

1. megoldási ötlet:

Számoljuk meg, hogy hány adott tulajdonságú van, majd nézzük meg, hogy ez legalább K-e! (Azaz valójában nincs: eldöntés tétel!)

Specifikáció:
- Bemenet: $N,K \in \mathbb{N}$, $X \in H^N$
- Kimenet: $Van \in \mathbb{L}$
- Előfeltétel: – [K>0]
- Utófeltétel: $db=\sum_{\substack{i=1\\T(X_i)}}^{N} 1$ és $Van = db \geq K$

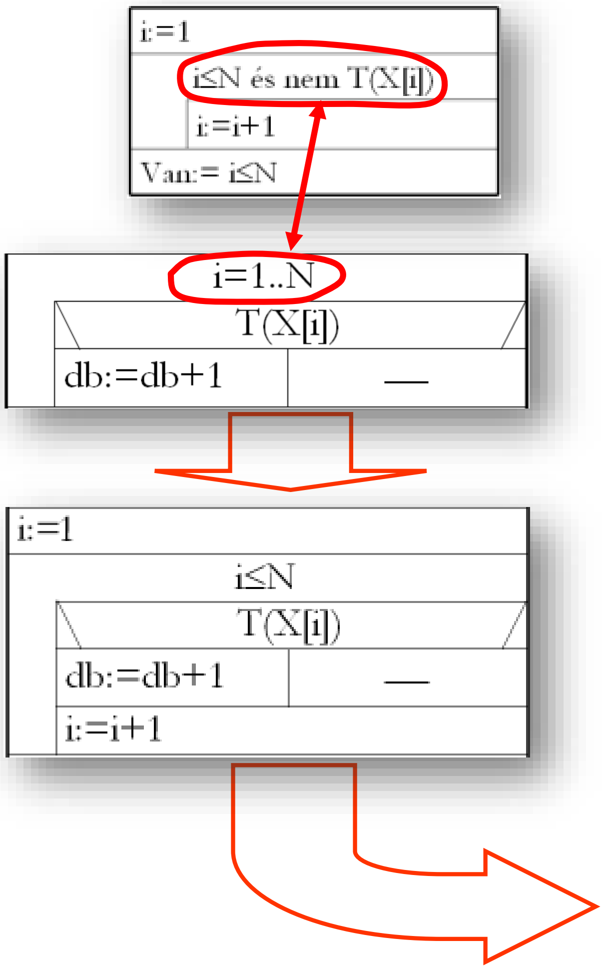
Specifikáció:
- Bemenet: $N \in \mathbb{N}$, $X \in H^N$, $T: H \rightarrow \mathbb{L}$
- Kimenet: $Db \in \mathbb{N}$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel: $Db=\sum_{\substack{i=1\\T(X_i)}}^{N} 1$

Változó
i:**Egész**

db:=0
i=1..N
T(X[i]) — I: db:=db+1 | N: —
Van:=db≥K

Db:=0
i=1..N
T(X[i]) — I: Db:=Db+1 | N: —

Eldöntés + megszámolás



2. megoldási ötlet:

Ha már találtunk K darab adott tulajdonságút, akkor ne nézzük tovább!

Változó
i:**Egész**

db:=0; i:=1

i≤N és db<K

T(X[i]) I / N

I: db:=db+1	N: —

i:=i+1

Van:=db=K

Keresés + megszámolás

Feladat:

Egy sorozatban melyik a K. adott tulajdonságú elem (ha van egyáltalán)?

Specifikáció:

- Bemenet: $N, K \in \mathbb{N}$, $X_{1..N} \in \mathbb{H}^N$, $T: \mathbb{H} \to \mathbb{L}$
- Kimenet: $Van \in \mathbb{L}$, $KI \in \mathbb{N}$
- Előfeltétel: $K>0$
- Utófeltétel: $Van = \exists i (1 \leq i \leq N): \sum_{\substack{j=1 \\ T(X_j)}}^{i} 1 = K$ és

$$Van \to 1 \leq KI \leq N \text{ és } \sum_{\substack{j=1 \\ T(X_j)}}^{KI} 1 = K \text{ és } T(X_{KI})$$

Specifikáció:

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}$, $X \in \mathbb{H}^N$, $T: \mathbb{H} \to \mathbb{L}$
- Kimenet: $Van \in \mathbb{L}$, $Ind \in \mathbb{N}$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel: $Van = \exists i (1 \leq i \leq N): T(X_i)$ és $Van \to 1 \leq Ind \leq N$ és $T(X_{Ind})$

Specifikáció:

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}$, $X \in \mathbb{H}^N$, $T: \mathbb{H} \to \mathbb{L}$
- Kimenet: $Db \in \mathbb{N}$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel: $Db = \sum_{\substack{i=1 \\ T(X_i)}}^{N} 1$

Keresés + megszámolás

1. megoldási ötlet:

Az előbbi ötlet: „számoljuk meg, hogy hány adott tulajdonságú van, majd nézzük meg, hogy ez legalább K-e…” kevés, még hátra van a K. újbóli megkeresése…

A működőnek látszó ötlet: a megszámolás helyett kiválogatás kell… és a keresésre nincs szükség…
… de helypazarló és túl hosszadalmas!

Specifikáció:

- Bemenet: $N, K \in \mathbb{N}$, $X \in H^N$
- Kimenet: $Van \in \mathbb{L}$, $KI \in \mathbb{N}$
- Előfeltétel: $K>0$
- Utófeltétel: $Van = \exists i (1 \le i \le N): \sum_{\substack{j=1 \\ T(X_j)}}^{i} 1 = K$ és

$$Van \rightarrow 1 \le KI \le N \text{ és } \sum_{\substack{j=1 \\ T(X_j)}}^{KI} 1 = K \text{ és } T(X_{KI})$$

Keresés + megszámolás

Specifikáció:
- Bemenet: $N,K\in N$, $X\in H^N$
- Kimenet: $Van\in L$, $KI\in N$
- Előfeltétel: $K>0$
- Utófeltétel: $Van=\exists i(1\le i\le N): \sum_{\substack{j=1\\T(X_j)}}^{i} 1=K$ és

  $Van\to 1\le KI\le N$ és $\sum_{\substack{j=1\\T(X_j)}}^{KI} 1=K$ és $T(X_{KI})$

Specifikáció:
- Bemenet: $N\in N$, $X\in H^N$, $T:H\to L$
- Kimenet: $Van\in L$, $Ind\in N$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel: $Van=\exists i\ (1\le i\le N): T(X_i)$ és

  $Van\to 1\le Ind\le N$ és $T(X_{Ind})$

Specifikáció:
- Bemenet: $N\in N$, $X\in H^N$, $T:H\to L$
- Kimenet: $Db\in N$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel: $Db=\sum_{\substack{i=1\\T(X_i)}}^{N} 1$

i:=1
i≤N és nem T(X[i])
i:=i+1
Van:=i≤N
Van
I | N
Ind:=i | —

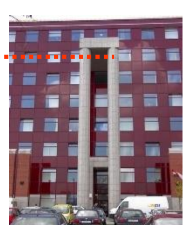
Db:=0
i=1..N
T(X[i])
I | N
Db:=Db+1 | —

2. megoldási ötlet:

Ha már találtunk K darab adott tulajdonságút, akkor ne nézzük tovább: keresés a K.-ig.

Változó
i:**Egész**

db:=0; i:=1
i≤N és db<K
T(X[i])
I | N
db:=db+1 | —
i:=i+1
Van:=db=K
…



Keresés + megszámolás

2. megoldási ötlet:

Ha megtaláltunk a K.-at, akkor jegyezzük föl az indexét!

Specifikáció:

- Bemenet: $N,K \in \mathbb{N}$, $X \in H^N$
- Kimenet: $Van \in \mathbb{L}$, $KI \in \mathbb{N}$
- Előfeltétel: $K>0$
- Utófeltétel: $Van = \exists i(1 \leq i \leq N): \sum_{\substack{j=1 \\ T(X_j)}}^{i} 1 = K$ és

  $Van \rightarrow 1 \leq KI \leq N$ és $\sum_{\substack{j=1 \\ T(X_j)}}^{KI} 1 = K$ és $T(X_{KI})$

...	
Van	
I	N
KI:=i–1	

i:=1	
i≤N és nem T(X[i])	
i:=i+1	
Van:=i≤N	
Van	
I	N
Ind:=i	—

Keresés + másolás

Feladat:

Egy sorozat első T tulajdonságú eleme előtti elemei kiválogatása (az összes, ha nincs T tulajdonságú).

Specifikáció:

- Bemenet: $N,K \in \mathbb{N}$, $X_{1..N} \in \mathbb{H}^N$, $T:\mathbb{H} \to \mathbb{L}$
- Kimenet: $Db \in \mathbb{N}$, $Y_{1..N} \in \mathbb{H}^N$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel: $Van = \exists i(1 \le i \le N): T(X_i)$ és
  $(Van$ és $0 \le Db < N$ és $T(X_{Db+1})$ vagy $Db = N)$ és
  $\forall i(1 \le i \le Db):$ nem $T(X_i)$ és $Y_i = X_i$

Specifikáció:

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}$, $X \in \mathbb{H}^N$, $T:\mathbb{H} \to \mathbb{L}$
- Kimenet: $Van \in \mathbb{L}$, $Ind \in \mathbb{N}$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel: $Van = \exists i\ (1 \le i \le N): T(X_i)$ és
  $Van \to 1 \le Ind \le N$ és $T(X_{Ind})$

Specifikáció:

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}$, $X \in \mathbb{H}^N$, $T:\mathbb{H} \to \mathbb{L}$
- Kimenet: $Db \in \mathbb{N}$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel: $Db = \sum_{\substack{i=1 \\ T(X_i)}}^{N} 1$

Keresés + másolás

1. megoldási ötlet:

Az első ötlet: „keressük meg az első adott tulajdonságú elemet, majd az előtte levőket másoljuk le…”

… hosszadalmas!

Specifikáció:

- Bemenet: $N,K \in \mathbb{N}$, $X \in H^N$
- Kimenet: $Van \in \mathbb{L}$, $KI \in \mathbb{N}$
- Előfeltétel: $K>0$
- Utófeltétel: $Van = \exists i(1 \le i \le N): \sum_{\substack{j=1 \\ T(X_j)}}^{i} 1 = K$ és

  $Van \rightarrow 1 \le KI \le N$ és $\sum_{\substack{j=1 \\ T(X_j)}}^{KI} 1 = K$ és $T(X_{KI})$

Keresés + másolás

Specifikáció:
- Bemenet: $N,K \in N$, $X \in H^N$
- Kimenet: $Van \in L$, $KI \in N$
- Előfeltétel: $K>0$
- Utófeltétel: $Van = \exists i(1 \le i \le N): \sum_{\substack{j=1 \\ T(X_j)}}^{i} 1 = K$ és
  $Van \to 1 \le KI \le N$ és $\sum_{\substack{j=1 \\ T(X_j)}}^{KI} 1 = K$ és $T(X_{KI})$

Specifikáció:
- Bemenet: $N \in N$, $X \in H^N$, $T: H \to L$
- Kimenet: $Van \in L$, $Ind \in N$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel: $Van = \exists i\ (1 \le i \le N): T(X_i)$ és
  $Van \to 1 \le Ind \le N$ és $T(X_{Ind})$

Specifikáció:
- Bemenet: $N \in N$,
  $X \in H^N$,
  $T: H \to L$
- Kimenet: $Db \in N$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel: $Db = \sum_{\substack{i=1 \\ T(X_i)}}^{N} 1$

i:=1	
i≤N és nem T(X[i])	
i:=i+1	
Van:=i≤N	
Van: I	N
Ind:=i	—

Db:=0	
i=1..N	
T(X[i]): I	N
Db:=Db+1	—

2. megoldási ötlet:

Keresés közben másoljuk le a szükséges elemeket:

i:=1
i≤N és nem T(X[i])
Y[i]:=X[i]
i:=i+1
Db:=i–1

Változó
  i:**Egész**

Eldöntés + eldöntés

Specifikáció:
- Bemenet: $N \in \mathbb{N}$,
  $X \in H^N$,
  $T: H \to \mathbb{L}$
- Kimenet: $Van \in \mathbb{L}$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel: $Van = \exists i(1 \le i \le N): T(X_i)$

Feladat:

Van-e két sorozatnak közös eleme?

Specifikáció:

- Bemenet: $N,M \in \mathbb{N}$, $X_{1..N} \in \mathbb{H}^N$, $Y_{1..M} \in \mathbb{H}^M$
- Kimenet: $Van \in \mathbb{L}$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel: $Van = \exists i(1 \le i \le N), \exists j(1 \le j \le M)$:
  $X_i = Y_j$
- Utófeltétel': $Van = \overset{N}{\underset{i=1}{\exists}} \left(\overset{M}{\underset{j=1}{\exists}} X_i = Y_j \right)$

Eldöntés + eldöntés

1. megoldási ötlet:

Határozzuk meg a két sorozat közös elemeit (metszet), s ha ennek elemszáma legalább 1, akkor van közös elem!

Specifikáció:

- Az utófeltétel „igazítása”:
  - a metszet részeredménye volt: $Db \in \mathbb{N}$
  - a módosított utófeltétel:

    metszet utófeltétele és $Van = Db > 0$.

Megjegyzés:

A metszet = kiválogatás + eldöntés

Specifikáció:

- Bemenet: $N,M \in \mathbb{N}$, $X \in H^N$, $Y \in H^M$
- Kimenet: $Van \in \mathbb{L}$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel: $Van = \exists i(1 \le i \le N), \exists j(1 \le j \le M): X_i = Y_j$

Specifikáció:

- Bemenet: $N,M \in \mathbb{N}$, $X \in H^N$, $Y \in H^M$
- Kimenet: $Db \in \mathbb{N}$, $Z \in H^{Db}$
- Előfeltétel: HalmazE(X) és HalmazE(Y)
- Utófeltétel: $Db = \sum_{\substack{i=1 \\ X_i \in Y}}^{N} 1$ és $\forall i(1 \le i \le Db): (Z_i \in X$ és $Z_i \in Y)$ és HalmazE(Z)

Eldöntés + eldöntés

2. megoldási ötlet :

Ha már találtunk 1 darab közös elemet, akkor ne nézzük tovább!

- Utófeltétel': $Van = \overset{N}{\underset{i=1}{\exists}} \left(\overset{M}{\underset{j=1}{\exists}} X_i = Y_j \right)$

Változó
i,j:**Egész**

i:=0; Van:=Hamis	
i<N és nem Van	
	i:=i+1; j:=1
	j≤M és X[i]≠Y[j]
	j:=j+1
	Van:=j≤M

Specifikáció:

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}$, $X \in H^N$, $T: H \to L$
- Kimenet: $Van \in L$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel: $Van = \exists i(1 \le i \le N): T(X_i)$

i:=0	
Van:=Hamis	
i<N és nem Van	
	i:=i+1
	Van:=T(X[i])

Összegzés mátrixra

Feladat:

Egy mátrix elemeinek összege.

Specifikáció:

- Bemenet: $N, M \in \mathbb{N}$, $X_{1..N,1..M} \in \mathbb{Z}^{N \times M}$
- Kimenet: $S \in \mathbb{Z}$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel: $S = \sum_{i=1}^{N} \left(\sum_{j=1}^{M} X_{i,j} \right)$

Specifikáció (a végleges):

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}$,
  $X \in H^N$
- Kimenet: $S \in H$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel: $S = F(X_{1..N})$
- Definíció:
  $F: H^* \to H$
  $$F(X_{1..N}) := \begin{cases} F_0 & , N = 0 \\ f(F(X_{1..N-1}), X_N) & , N > 0 \end{cases}$$

$$\sum_{i=1}^{N} X_i := \begin{cases} 0 & , N = 0 \\ \sum_{i=1}^{N-1} X_i + X_N & , N > 0 \end{cases}$$

Összegzés mátrixra

Algoritmus:

Ez két – egymásba ágyazott – összegzés tétel alkalmazását kívánja meg.

Specifikáció:

- Bemenet: $N,M \in \mathbb{N}$, $X \in \mathbb{Z}^{N \times M}$
- Kimenet: $S \in \mathbb{Z}$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel: $S = \sum_{i=1}^{N} \left(\sum_{j=1}^{M} X_{i,j} \right)$

```
S:=0
i=1..N
    S0:=0
    j=1..M
        S0:=S0+X[i,j]
    S:=S+S0
```

Változó
i,j,S0:**Egész**

Összegzés mátrixra

Algoritmus:

A megoldás lényegében csak abban különbözik az alapváltozattól, hogy a mátrix miatt két – egymásba ágyazott – ciklusra van szükség.

Specifikáció:

- Bemenet: $N,M \in \mathbb{N}$, $X \in \mathbb{Z}^{N \times M}$
- Kimenet: $S \in \mathbb{Z}$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel: $S = \sum_{i=1}^{N} \left(\sum_{j=1}^{M} X_{i,j} \right)$

Változó
i,j:**Egész**

S:=0

i=1..N

  j=1..M

    S:=S+X[i,j]

Megjegyzés: a másolás, a megszámolás és a maximum-kiválasztás tétel hasonló elven valósítható meg mátrixokkal.

Eldöntés mátrixra

Feladat:

Van-e egy mátrixban adott tulajdonságú elem?

Specifikáció:

- Bemenet: $N,M \in \mathbb{N}$, $X_{1..N,1..M} \in \mathbb{H}^{N \times M}$
- Kimenet: $Van \in \mathbb{L}$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel: $Van = \exists i(1 \leq i \leq N), \exists j(1 \leq j \leq M): T(X_{i,j})$
- Utófeltétel’: $Van = \underset{i=1}{\overset{N}{\exists}} \left(\underset{j=1}{\overset{M}{\exists}} T(X_{i,j}) \right)$

Specifikáció:

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}$,
  $X \in \mathbb{H}^N$,
  $T: \mathbb{H} \rightarrow \mathbb{L}$
- Kimenet: $Van \in \mathbb{L}$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel: $Van = \exists i(1 \leq i \leq N): T(X_i)$

Eldöntés mátrixra

Algoritmus:

Az alapváltozathoz képest itt meg kell fogalmazni a mátrix elemein való – nem feltétlenül – végighaladást, soronként, balról jobbra!

i:=1
i≤N és nem T(X[i])
i:=i+1
Van:= i≤N

i:=1; j:=1	
i≤N és nem T(X[i,j])	
j<M	
I	N
j:=j+1	i:=i+1; j:=1;
Van:= i≤N	

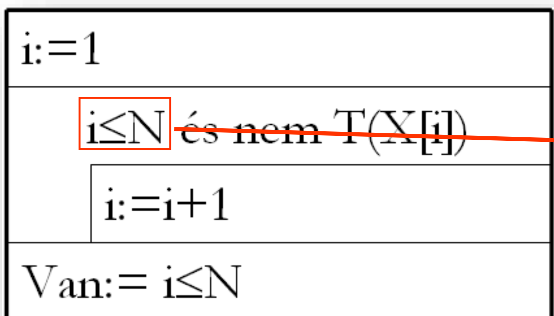
Változó
i,j:**Egész**

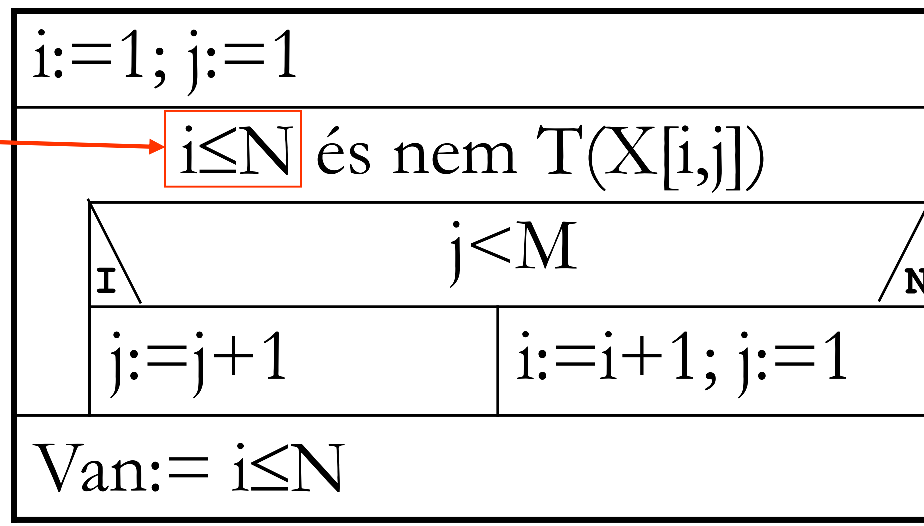
Eldöntés mátrixra

Algoritmus:

Az alapváltozathoz képest itt meg kell fogalmazni a mátrix elemein való – nem feltétlenül – végighaladást, soronként, balról jobbra!

Változó
i,j:**Egész**



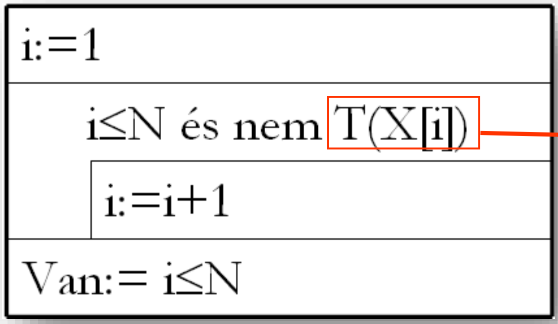


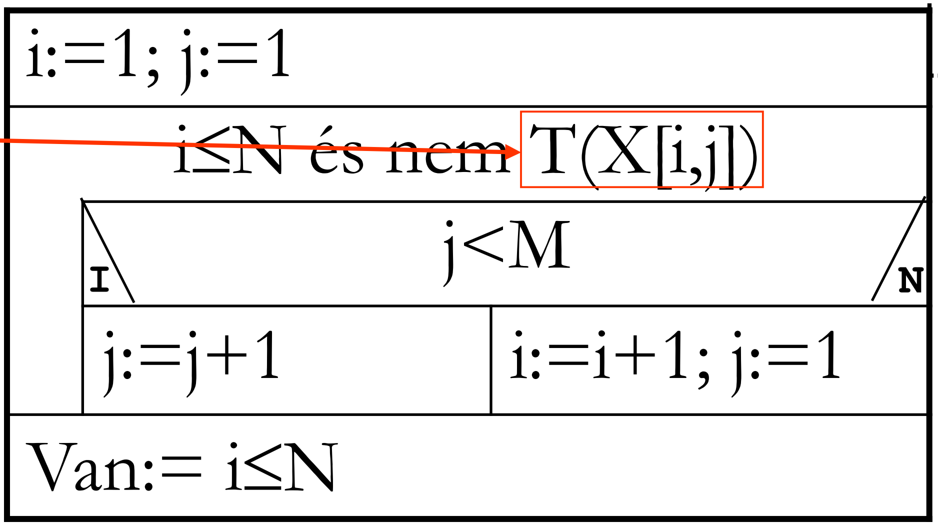
Eldöntés mátrixra

Algoritmus:

Az alapváltozathoz képest itt meg kell fogalmazni a mátrix elemein való – nem feltétlenül – végighaladást, soronként, balról jobbra!

Változó
i,j:**Egész**

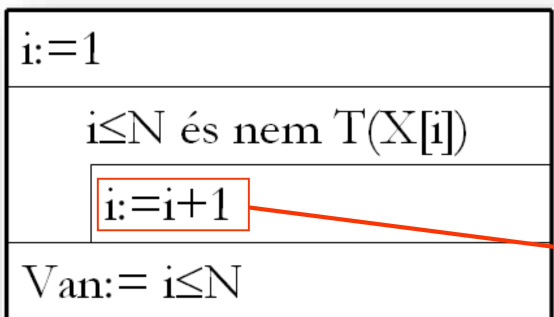


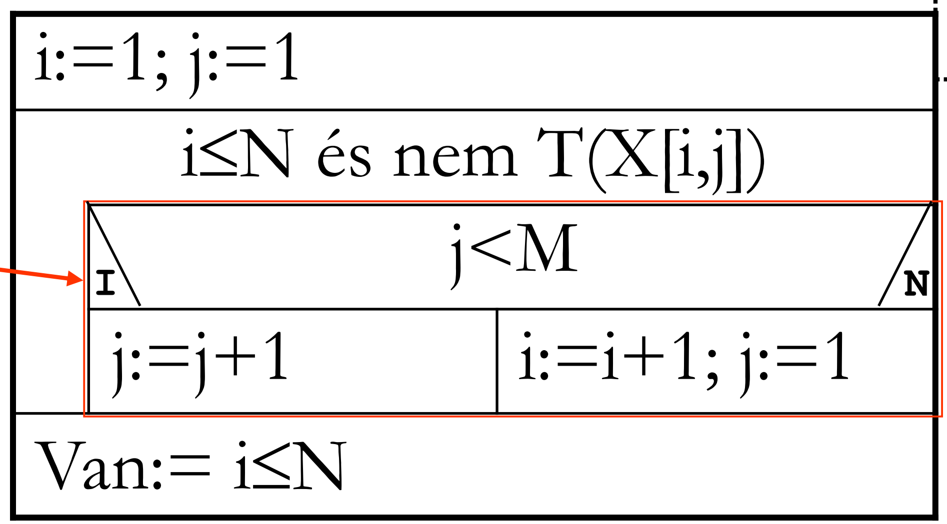


Eldöntés mátrixra

Algoritmus:

Az alapváltozathoz képest itt meg kell fogalmazni a mátrix elemein való – nem feltétlenül – végighaladást, soronként, balról jobbra!





Változó
i,j:**Egész**

Megjegyzés: a keresés és a kiválasztás tétel is hasonlóan fogalmazható meg mátrixokra.

Áttekintés

- Másolással összeépítés
- Kiválogatás + összegzés
- Kiválogatás + maximum-kiválasztás
- Maximum-kiválasztás + kiválogatás
- Eldöntés + megszámolás
- Eldöntés + eldöntés
- Sorozatszámítás mátrixra
- Eldöntés mátrixra