3. gyakorlat

Lineáris egyenletrendszer (LER) megoldása Gauss-eliminációval, mátrix determinánsának és inverzének kiszámítása

1. Oldjuk meg Gauss-eliminációval mindkét LER-t!

$$\begin{array}{lcc|c} x_1 - x_2 + 2x_3 + x_4 & = & 3 & 3 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 - x_4 & = & 5 & 5 \\ 3x_1 + 2x_2 + 3x_3 & = & 8 & 8 \\ x_1 + 4x_2 - x_3 - 2x_4 & = & 2 & 0 \end{array}$$

2.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Számítsuk ki az A mátrix determinánsát és inverzét!
(Háromszög alakú mátrix determinánsa a főátlójában levő elemeinek szorzata.
Az elemi sor(oszlop)műveletek hatása a determinánsra:

sor(oszlop)csere esetén a determináns (-1)-gyel szorzódik;

ha egy sort(oszlopot) nemnulla számmal szorzunk, a determináns értéke ennek a számnak a reciprokával szorzódik.)

3. Adott a lineáris egyenletrendszer

$$\begin{bmatrix} \varepsilon & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix},$$

ahol $0 < \varepsilon << 1$.

(a) Oldjuk meg a LER-t GE-vel sorcsere nélkül.

(b) Legyen $\varepsilon = 10^{-17}$, oldjuk meg a LER-t GE-vel sorcsere nélkül úgy, hogy 16 értékes jeggyel számolunk.

(c) Oldjuk meg a LER-t részleges főelemkiválasztás] Gauss eliminációval.

4. Határozzuk meg a következő mátrix inverzét Gauss-eliminációval!

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

5. Oldjuk meg az $A\underline{x} = \underline{b}$ LER-t Gauss-eliminációval, ahol az A olyan $n \times n$-es szalagmátrix, melyben a főátlóban 1-ek, a főátló alatti második átlóban (-1)-ek vannak.

6.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 4 & 4 & 7 \\ 2 & 5 & 9 \end{bmatrix}, \quad \underline{b} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Oldjuk meg az $A\underline{x} = \underline{b}$ LER-t

(a) GE-vel (sor- és oszlopcsere nélkül)

(b) részleges főelemkiválasztással GE-vel.

(c) Mennyi az A determinánsa?