Írja le a $\frac{0}{0}$ esetre vonatkozó *L'Hospital-szabályt.*

Tfh.:

1. $g, f \in D(a,b), -\infty \leq a < b < \infty$
2. $g'(x) \neq 0, x \in (a,b)$
3. $\exists \lim\limits_{a+0} f = \exists \lim\limits_{a+0} g = 0$
4. $\exists \lim\limits_{a+0} \frac{f'}{g'} = A \in \overline{\mathbb{R}}$

Ekkor: $\exists \lim\limits_{a+0} \frac{f}{g} = A \qquad \left(= \lim\limits_{a+0} \frac{f'}{g'} \right)$

Írja le a $\frac{+\infty}{-\infty}$ esetre vonatkozó *L'Hospital-szabályt.*

Tfh.:

1. $g, f \in D(a,b), -\infty \leq a < b < \infty$
2. $g'(x) \neq 0, x \in (a,b)$
3. $\exists \lim\limits_{a+0} f = \exists \lim\limits_{a+0} g = \infty$
4. $\exists \lim\limits_{a+0} \frac{f'}{g'} = A \in \overline{\mathbb{R}}$

Ekkor: $\exists \lim\limits_{a+0} \frac{f}{g} = A \qquad \left(= \lim\limits_{a+0} \frac{f'}{g'} \right)$

Fogalmazza meg a hatványsor összegfüggvényének a deriválására vonatkozó tételt.

Tfh.: a $\sum \alpha_k (x-a)^k$ hatványsor konvergens és $f(x) = \sum\limits_{k=n}^{\infty} \alpha_k (x-a)^k \qquad (x \in K_R(a), R > 0)$

Ekkor: $f^{(n)}(x) = \sum\limits_{k=n}^{\infty} \alpha_k k(k-1)(k-2)...(k-n+1)(x-a)^{k-n} \qquad (x \in K_R(a))$

Mi a kapcsolat a hatványsor összegfüggvénye és a hatványsor együtthatói között?

Tfh.: a $\sum \alpha_k (x-a)^k$ hatványsor konvergens és $f(x) = \sum_{k=n}^{\infty} \alpha_k (x-a)^k \qquad (x \in K_R(a), R > 0)$

Ekkor: $\alpha_n = \dfrac{f^{(n)}(a)}{n!} \qquad (n \in \mathbb{N})$

Hogyan definiálja egy függvény *Taylor-sorát?*

Ha $f \in D^\infty(a)$, akkor a $\sum_{k=0} \dfrac{f^{(k)}(a)}{k!}(x-a)^k$ sort f Taylor-sorának nevezzük.

Mi a *Taylor-polinom* definíciója?

Ha $f \in D^n(a)$, akkor a $\sum_{k=0}^{n} \dfrac{f^{(k)}(a)}{k!}(x-a)^k$ polinomot f n-edik Taylor-polinomjának nevezzük.

Fogalmazza meg a *Taylor-formula Lagrange maradéktaggal* névvel tanult tételt.

Tfh.: $f \in D^{n+1}(K(a))$

Ekkor $\forall x \in K(a), \exists \xi \in (a,x) : f(x) = \sum_{k=0}^{n} \dfrac{f^{(k)}(a)}{k!}(x-a)^k + \dfrac{f^{(n+1)}(\xi)}{(n+1)!}(x-a)^{n+1}$

Milyen *elégséges feltételt* ismer arra, hogy egy függvény Taylor-sora előállítja a függvényt?

Legyen $f \in D^\infty(K(a))$, Tfh.: $\exists 0 < M \in \mathbb{R} : |f^{(n)}(x)| \leq M \qquad (\forall x \in K(a), \forall n \in \mathbb{N})$

Ekkor $f(x) = \lim_{n \to +\infty} \sum_{k=0}^{n} \dfrac{f^{(k)}(a)}{k!}(x-a)^k = \sum_{k=0}^{+\infty} \dfrac{f^{(k)}(a)}{k!}(x-a)^k \qquad (x \in K(a))$