

The background of the slide is a black and white aerial photograph of Budapest, Hungary. It shows the city's layout along the Danube River, with the Buda Castle and its hill on the left and the Pest side on the right. A semi-transparent white rectangle is centered over the image, containing the title text.

Programozás

5. előadás

Tartalom



- Típusdefiniálás –
adatabsztrakció
- Szöveg és tömb –
összevetés + szöveg feladatok
- Összetett típusok –
kitekintés
- Függvények –
algorithmikus absztrakció



A típus fogalma

egy kis összefoglaló

A típus:

- értékthalmaz

- művelethalmaz

Rekord-típus:

- Típus

TR = **Rekord**(
 $m_1:TM_1$,
 ...
 $m_N:TM_N$)

- • $:=$ •
- $.m_1$
- ...
- $.m_N$



A típus fogalma

egy kis összefoglaló



Rekord-típus:

➤ Típus

TR = **Rekord**(
 $m_1: TM_1,$
 ...
 $m_N: TM_N$)

- #### ➤
- $:=$ •
 - $.m_1$
 - ...
 - $.m_N$

C++ struktúra-típus:

➤ typedef

struct {
 $TM_1 m_1;$
 ...
 $TM_N m_N;$ } TR;

- #### ➤
- $=$ •
 - $.m_1$
 - ...
 - $.m_N$



A típus fogalma

egy kis összefoglaló

A típus:

- értékthalmaz

- művelethalmaz

Tömb-típus:

- Típus

$TT = \text{Tömb}[$

$TInd:$

$TElem]$

- $\bullet := \bullet$
- $\bullet [\bullet]$



A típus fogalma

egy kis összefoglaló



Tömb-típus:

➤ Típus

TT=**Tömb**[
TInd:
TElem]

- **:=** •
- **[•]**

C++ tömb-típus:

➤ typedef

TElem TT[
Számosság'TInd];

- **=** •
- **[• – Min'TInd]**



A típus fogalma példa



Specifikáció:

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}$,
 $Szül_{1..N} \in (\text{hó} \times \text{nap})^N$, $\text{hó}, \text{nap} = \mathbb{N}$
- Kimenet: $Első \in \mathbb{N}$
- Előfeltétel: $N > 0$ és
 $\forall i (1 \leq i \leq N): (Szül_i.\text{hó} \in [1..12] \text{ és } Szül_i.\text{nap} \in [1..31])$
- Utófeltétel: $1 \leq Első \leq N$ és
 $\forall i (1 \leq i \leq N): (Szül_{Első}.\text{hó} < Szül_i.\text{hó} \text{ vagy } Szül_{Első}.\text{hó} = Szül_i.\text{hó} \text{ és } Szül_{Első}.\text{nap} \leq Szül_i.\text{nap})$

5. Adjuk meg N születésnap alapján azt, akinek idén **először** van születésnapja!

Specifikáció:

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}$,
 $X \in H^N$
- Kimenet: $Max \in \mathbb{N}$
- Előfeltétel: $N > 0$
- Utófeltétel: $1 \leq Max \leq N$ és
 $\forall i (1 \leq i \leq N): X_{Max} \geq X_i$



A típus fogalma példa



Specifikáció₂:

- Bemenet: $N \in \mathbf{N}$,
 $Szül_{1..N} \in \text{Dátum}^N$, $\text{Dátum} = \text{hó} \times \text{nap}$, $\text{hó}, \text{nap} \in \mathbf{N}$
- Kimenet: $\text{Első} \in \mathbf{N}$
- Előfeltétel: $N > 0 \dots$
- Utófeltétel: $\text{Első} = \underset{i=1}{\overset{N}{\text{MinInd}}} Szül_i$
- Definíció:
 $\leq: \text{Dátum} \times \text{Dátum} \rightarrow \mathbf{L}$
 $d1 \leq d2 \iff d1.\text{hó} < d2.\text{hó} \text{ vagy}$
 $d1.\text{hó} = d2.\text{hó} \text{ és } d1.\text{nap} \leq d2.\text{nap}$



5. Adjuk meg N születésnap alapján azt, akinek idén **először** van születésnapja!

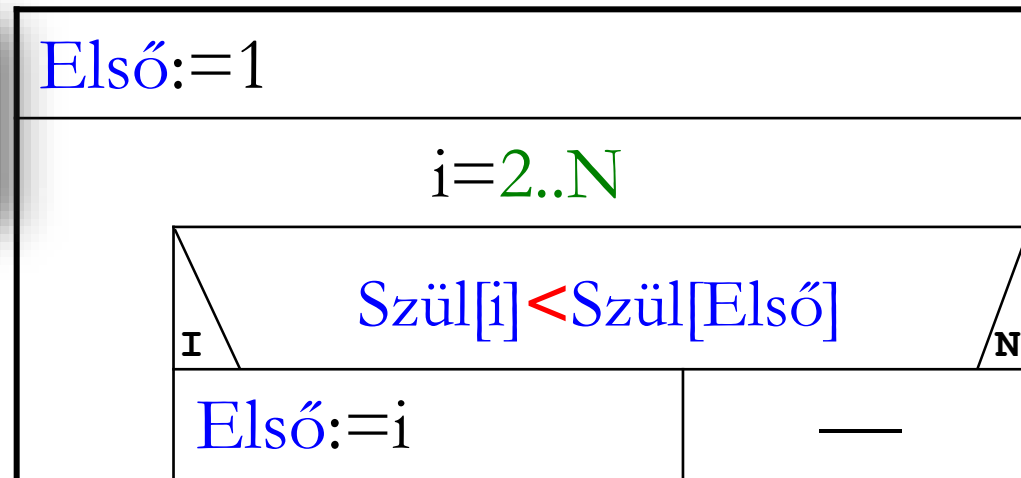
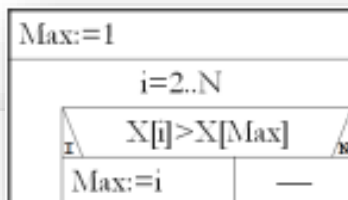
A típus fogalma példa



Algoritmus:

Specifikáció:

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}$,
 $X \in H^N$
- Kimenet: $Max \in \mathbb{N}$
- Előfeltétel: $N > 0$
- Utófeltétel: $1 \leq Max \leq N$ és
 $\forall i (1 \leq i \leq N): X_{Max} \geq X_i$



Változó
i:Egész

Természetesen meg kell még írni a **Dátum** típushoz a **<** relációt megvalósító függvényt (operátort).

Az világos, hogy a specifikációban felbukkanó **\leq** és az algoritmusbeli **<** a relációk egymással kifejezhetők.



A szöveg és a tömb

➤ hasonlóak:

- egyféle típusú elemekből állnak,
- indexelhetők;

➤ különbözőek:

- a tömb elem- (és index-) **típussal paraméterezendő** (típuskonstrukciós eszköz), a szöveg **karakter típusú** elemekből áll,
- algoritmikusan (!) a szöveg **1-től** indexelhető, a tömb **deklarációtól függően**,
- a klasszikus tömb hossza **konstans**, a szövegé **változtatható** (a dinamikus tömbhöz hasonlóan),
- szövegeken értelmezve van a `hossz()` függvény és a `+` művelet,
- problémás az **elemmódosítás** a szöveg típusnál!



Szöveg típus (C++)



➤ Fontosabb string-műveletek (tegyük föl, hogy: `string s;`)

- `""` //üres szöveg; pl.: `a=""`
- `cin >> s;` //olvasás **szóköz**ig v. **sorvé**gig
- `getline(cin,s);` //olvasás `'\n'`-ig
- `getline(cin,s,'x');` //olvasás `'x'` jelig
- `...s.length()`... //az `s` karakterei száma
- `...s.size()`... //=`s.length()`
- `...+...` //hozzáírás (konkatenáció)
- `...s[i]`... //s szöveg `i`. jele, **`0 ≤ i < s.length()`**,
//**túlcímezhető!**
- `...s.at(i)`... //=`s[i]`, **objektumos** jelöléssel,
//**ellenőrzött!**

$$\begin{aligned} s+t &\equiv s_1+...+s_{\text{hossz}(s)}+t_1+...+t_{\text{hossz}(t)} \\ &\rightarrow \text{hossz}(s+t)=\text{hossz}(s)+\text{hossz}(t) \end{aligned}$$



Szöveg típus (C++)



➤ Fontosabb string-műveletek (string s;)

- `...s.find(mit)...` //a mit szöveg helye s-ben
- `...s.substr(tól,db)...` //s[tól..től+db-1]
- `s.replace(tól,db,mivel);` //s-ben tól.-kal
//kezdvé db jelet helyettesít a mivel-lel

◦ Kapcsolódó char-műveletek (string s;)

- `...isalpha(s[i])...` //s[i] 'a'..'z',
// 'A'..'Z'?
- `...isdigit(s[i])...` //s[i] '0'..'9'?
- `...isupper(s[i])...` //s[i] 'A'..'Z'?
- `...islower(s[i])...` //s[i] 'a'..'z'?
- `...tolower(s[i])...` //s[i]-t kisbetűssé alakítja
- `...toupper(s[i])...` //s[i]-t nagybetűssé alakítja



Szöveg feladatok



Feladat:

Fordítsuk meg egy szó (szöveg) betűsorrendjét!

Specifikáció: (másolás tétel)

- Bemenet: $S \in \mathcal{S}$
- Kimenet: $T \in \mathcal{S}$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel: $\text{hossz}(T) = \text{hossz}(S)$ és
 $\forall i (1 \leq i \leq \text{hossz}(S)): T_i = S_{\text{hossz}(S) - i + 1}$

Előre definiált függvény:

$\text{hossz}: \mathcal{S} \rightarrow \mathbb{N}$

$\text{hossz}(s) := s$ karaktereinek a száma



Szöveg feladatok



Algoritmus: (**sorozatszámítás** tétel!)

A szöveg i -edik karaktere nem módosítható, ha még nincs.
Szükséges a **+** művelet!

Specifikáció:

- Bemenet: $S \in S$
- Kimenet: $T \in S$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel: $\text{hossz}(T) = \text{hossz}(S)$ és
 $\forall i (1 \leq i \leq \text{hossz}(S)): T_i = S_{\text{hossz}(S)-i+1}$

$T := ""$

$i = \text{hossz}(S) .. 1; -1\text{-esével}$

$T := T + S[i]$

Változó
 i : Egész

vagy

$T := ""$

$i = 1 .. \text{hossz}(S)$

$T := S[i] + T$

Változó
 i : Egész



Feladat:

Adjuk meg egy egyszerű angol névhez a monogramját (pl. James Black \Rightarrow JB)!

Specifikáció:

- Bemenet: $Név \in S$
- Kimenet: $Mon \in S$
- Előfeltétel: $SzabályosE(Név)$

Megjegyzés: a név szabályos, ha csak a szó kezdőbetűk nagyok, de azok biztosan... feltesszük, hogy definiált a „ $SzabályosE: S \rightarrow L$ ” függvény.



Szöveg feladatok



➤ Utófeltétel: $\text{hossz}(\text{Mon}) = \sum_{\substack{i=1 \\ \text{NagybetűE}(\text{Név}_i)}}^{\text{hossz}(\text{Név})} 1$ és

- Bemenet: $\text{Név} \in S$
- Kimenet: $\text{Mon} \in S$
- Előfeltétel: $\text{SzabályosE}(\text{Név})$

$\forall i (1 \leq i \leq \text{hossz}(\text{Mon})) : \text{NagybetűE}(\text{Mon}_i)$ és
 $\text{Mon} \subseteq \text{Név}$

Rövidebben: $\text{Mon} = \bigcup_{\substack{i=1 \\ \text{NagybetűE}(\text{Név}_i)}}^{\text{hossz}(\text{Név})} \text{Név}_i$

➤ Megjegyzések:

1. létezik a „ $\text{NagybetűE}: K \rightarrow L$ ” függvény,
2. „ \subseteq ” művelet, az ún. **részsorozata-e** művelet ($x \subseteq y$ akkor igaz, ha x megkapható legfeljebb az y bizonyos elemeinek elhagyásával).

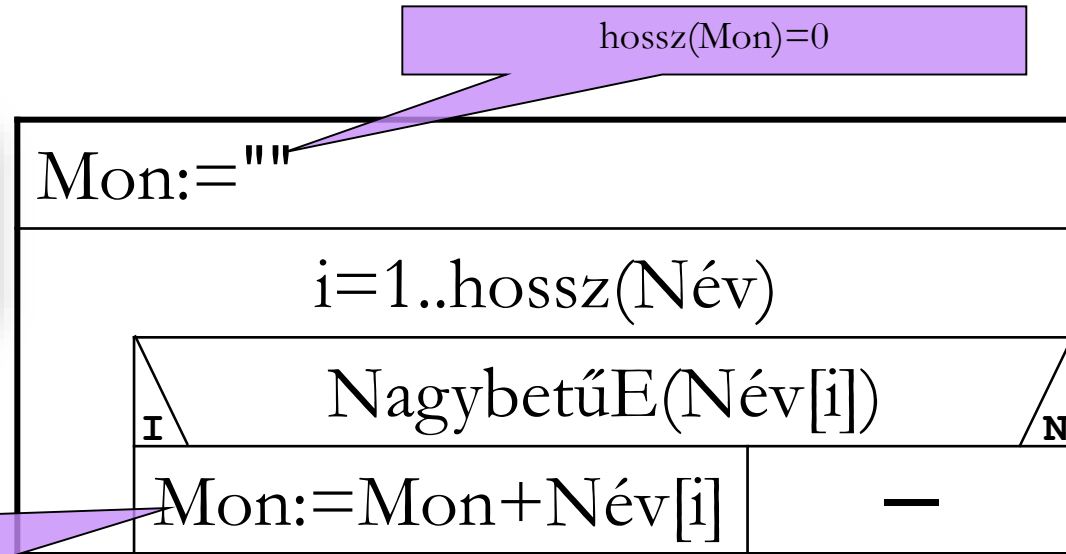


Szöveg feladatok



Algoritmus:

Utófeltétel: $\text{hossz}(\text{Mon}) = \sum_{i=1}^{\text{hossz}(\text{Név})} 1$ és
 $\forall i (1 \leq i \leq \text{hossz}(\text{Mon})) : \text{NagybetűE}(\text{Mon}_i) \text{ és } \text{Mon} \subseteq \text{Név}$



Változó
i:Egész

$\text{Mon} + \text{Név}_i \equiv$
 $\equiv \text{Mon}_1 + \dots + \text{Mon}_{\text{hossz}(\text{Mon})} + \text{Név}_i$
 \rightarrow
 $\text{hossz}(\text{Mon} + \text{Név}_i) = \text{hossz}(\text{Mon}) + 1$



Feladat:

Adjuk meg egy magyar névhez a monogramját (pl. **Sz**abó Éva \Rightarrow **SzÉ**)!

Specifikáció:

- Bemenet: $Név \in S$
- Kimenet: $Mon \in S$
- Előfeltétel: SzabályosE(Név)
- Utófeltétel: ... hf ... ☺

Probléma: a monogramban nagybetűk szerepelnek, valamint a kettős mássalhangzókból a nagybetűt követő kisbetűk.



Adatábrázolás:

Konstans Többes:Tömb[1..8:**Szöveg**=
("Cs","Dz","Gy","Ly","Ny",
"Sz","Ty","Zs")

Az algoritmus vázлата:

képezzük a Név kétbetűs részeit, és megnézzük, hogy bent van-e a Többesben, vagy a betűpár első jele nagybetűs-e, ha igen, akkor monogramhoz írjuk...



Szöveg feladatok



Algoritmus:

Változó
i:Egész
K:Szöveg

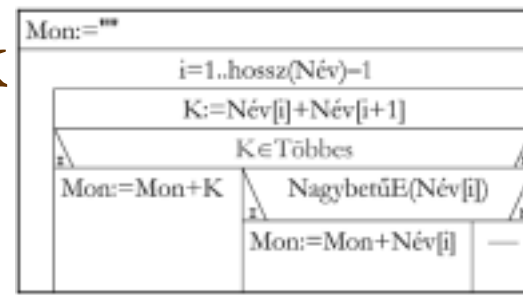
Mon:=""		
i=1..hossz(Név)-1		
K:=Név[i]+Név[i+1]		
<div style="display: flex; justify-content: space-between;"> I K ∈ Többses N </div>		
Mon:=Mon+K	<div style="display: flex; justify-content: space-between;"> I NagybetűE(Név[i]) N </div>	
	Mon:=Mon+Név[i]	—

Problémák:

- 1) Hívhatnak-e valakit „Nagy A”-nak? 2) Fölcserélhető-e a feltételek? 3) Optimális-e?



Szöveg feladatok



Algoritmus hatékonyabban:

Mon:="" ; i:=1

$i \leq \text{hossz}(\text{Név}) - 1$

K:=Név[i]+Név[i+1]

K ∈ Többses

Mon:=Mon+K

i:=i+2

NagybetűE(Név[i])

Mon:=Mon+Név[i]

i:=i+1

Változó
i:Egész
K:Szöveg



Karakter- rendezés



Feladat:

Döntsük el, hogy az A vagy a B **betű** van-e a **magyar** ábécében előbb!

Specifikáció:

- Bemenet: $A, B \in \mathbb{K}$
- Kimenet: $\text{Előbb} \in \mathbb{L}$
- Előfeltétel: $\text{BetűE}(A)$ és $\text{BetűE}(B)$
- Utófeltétel: $\text{Előbb} = A <_{\mathbf{M}} B$
- Definíció:
 $x <_{\mathbf{M}} y$ akkor és csak akkor, ha ???
- Feltételezés: $\exists \text{BetűE}: \mathbb{K} \rightarrow \mathbb{L}$ függvény



Karakter- rendezés



Megoldásötlet:

Tároljuk a helyes sorrendben a betűket, és amelyiket előbb lehet megtalálni, az legyen az előbbi.

→ Kiválasztás tételt alkalmazunk kétszer!

➤ Definíció:

Betűk $\in \mathbb{K}^{2*35} =$

("a", "A", "á", "Á", "b", "B", ..., "z", "Z")

Konstans Betűk: Tömb[1..2*35: **Karakter**] =

("a", "A", "á", "Á", "b", "B", ..., "z", "Z")

Egy másik megoldás alapulhat egy szövegen is:

Betűk $\in \underline{\mathbf{S}} = \text{"aAáÁbB...zZ"}$

Konstans Betűk: **Szöveg** = ("aAáÁbB...zZ")



Karakter- rendezés



Algoritmus:

Specifikáció:

- Bemenet: $A, B \in K$
- Kimenet: $Előbb \in L$
- Előfeltétel: $BetűE(A)$ és $BetűE(B)$
- Utófeltétel: $Előbb = A <_M B$

Definíció:

$Betűk \in K^{2*35} =$

$(\text{"a"}, \text{"A"}, \text{"á"}, \text{"Á"}, \text{"b"}, \text{"B"}, \dots, \text{"z"}, \text{"Z"})$

$x <_M y$ akkor és csak akkor, ha

$i < j : x = Betű_k_i$ és $y = Betű_k_j$

$i := 1$

$Betűk[i] \neq A$

$i := i + 1$

$j := 1$

$Betűk[j] \neq B$

$j := j + 1$

$Előbb := i < j$

Változó

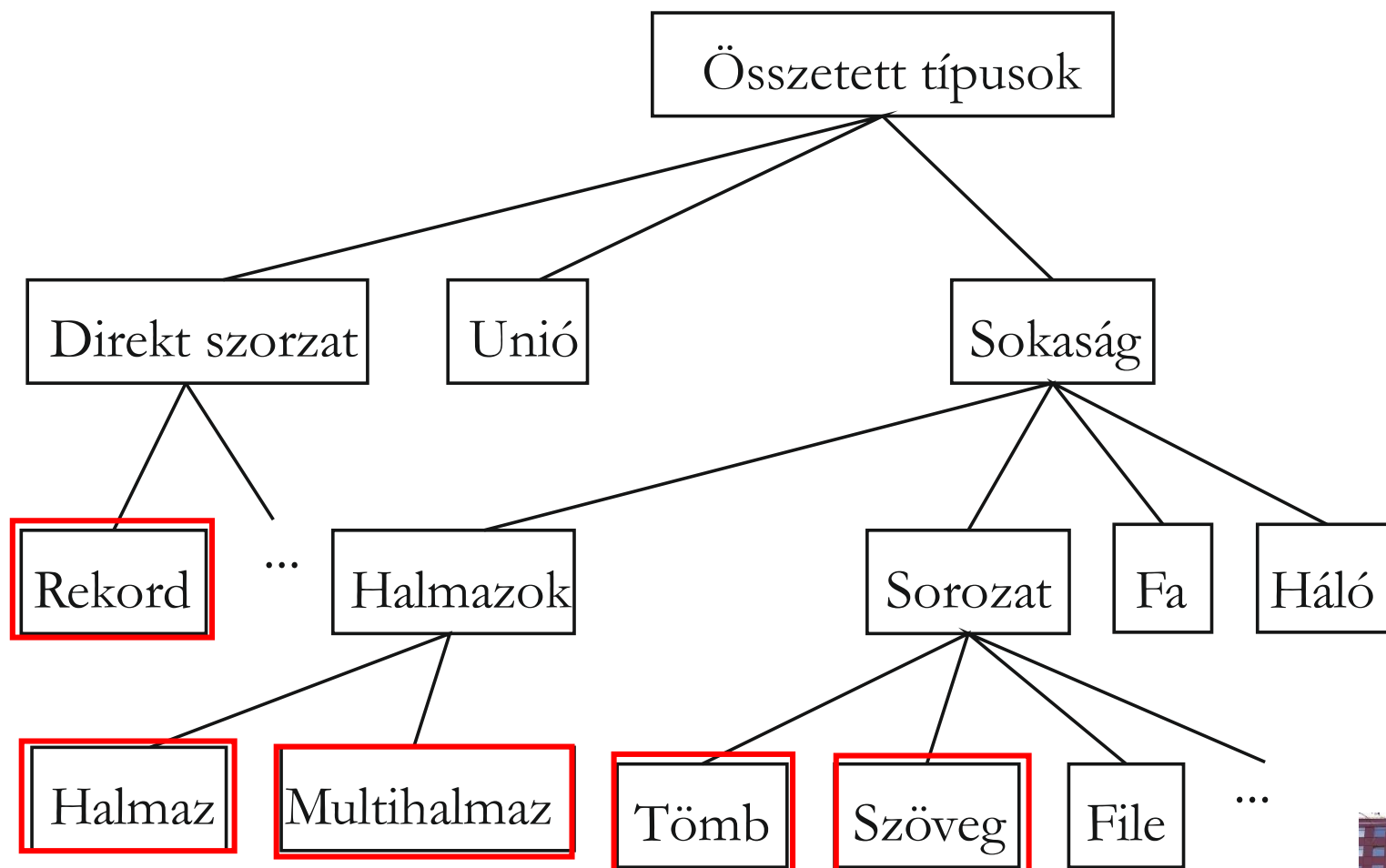
i, j : Egész

Problémák: 1) Mi lenne, ha az előfeltétel nem teljesülne?

2) Lehetne-e $\text{"a"} = \text{"A"}$? $(i-1) \div 2 < (j-1) \div 2$



Összetett típusok



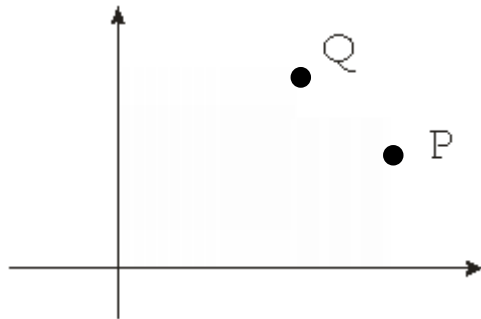
Függvények (irány)



Feladat:

Adjuk meg, hogy az origóból nézve az 1. síknegyedbe eső P ponthoz képest a Q balra, jobbra, vagy pedig egy irányban látszik-e!

$$\text{Irány}(P, Q) = \begin{cases} -1, & \text{ha balra} \\ +1, & \text{ha jobbra} \\ 0, & \text{ha egy irányban} \end{cases}$$



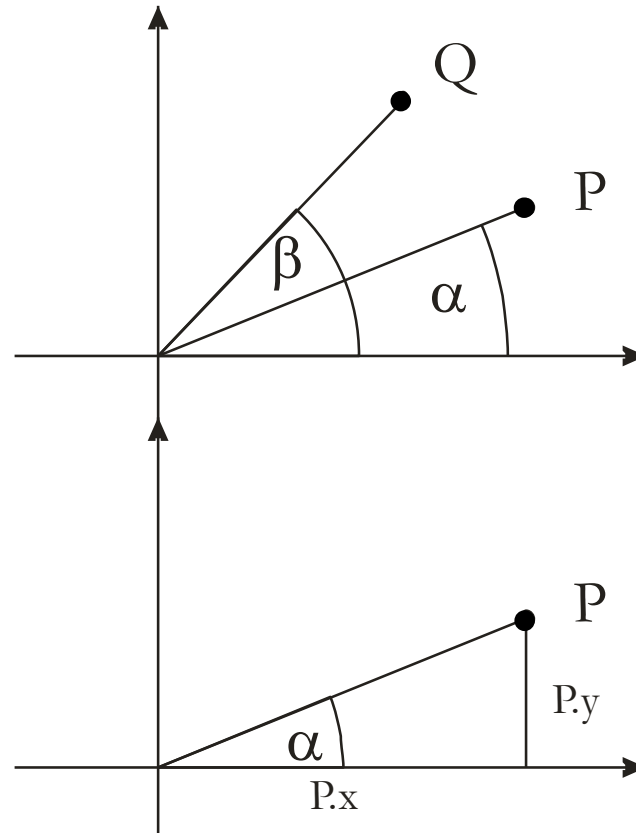
Függvények (irány)



Értelmezés:

A pontok irányát megadhatjuk az origóból oda vezető egyenes és az x-tengely szögével.

$$\alpha < \beta \rightarrow \tan(\alpha) < \tan(\beta)$$



$$\tan(\alpha) = P.y / P.x$$



Függvények (irány)



$$\begin{aligned}\alpha < \beta &\Leftrightarrow \tan(\alpha) < \tan(\beta) \Leftrightarrow \\ &P.y/P.x < Q.y/Q.x \rightarrow \\ &P.y * Q.x < Q.y * P.x \Leftrightarrow \\ &P.y * Q.x - Q.y * P.x < 0\end{aligned}$$

Állítás:

$\text{Irány}(P, Q) = \text{sgn}(P.y * Q.x - Q.y * P.x)$
(és ez igaz **nem csak** az 1. síknegyedben).

Ellenőrizze a teljesülését:

$$\text{sgn}(P.y * Q.x - Q.y * P.x) = \begin{cases} -1, & \text{ha } Q \text{ a } P \text{ - től balra} \\ +1, & \text{ha } Q \text{ a } P \text{ - től jobbra} \\ 0, & \text{ha } Q \text{ és } P \text{ egy irányban} \end{cases}$$



Függvények (irány)



Specifikáció:

- Bemenet: $P, Q \in \text{Pont}$
 $\text{Pont} = x \times y, x, y \in \mathbb{Z}$
- Kimenet: $\text{Ir} \in \mathbb{Z}$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel: $\text{Ir} = \text{Irány}(P, Q)$
- Definíció: $\text{Irány} : \text{Pont} \times \text{Pont} \rightarrow \mathbb{Z}$
 $\text{Irány}(p, q) := \text{sgn}(p.y * q.x - q.y * p.x)$

Függvény-szignatúra:

$fv : \text{Honnan} \rightarrow \text{Hova}$

Aktuális paraméterek

Formális paraméterek

Aktuális paraméterek

Algoritmus:

$\text{Ir} := \text{Irány}(P, Q)$



Függvények (irány)



Az **Irány** függvény kiszámítását tekintjük **önálló feladatnak!**

Definíció: $\text{Irány}:\text{Pont}\times\text{Pont}\rightarrow\mathbb{Z}$
 $\text{Irány}(p,q):=\text{sgn}(p.y*q.x-q.y*p.x)$

Specifikáció:

- Bemenet: $p,q\in\text{Pont}$, $\text{Pont}=\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}$, $x,y\in\mathbb{Z}$
- Kimenet: $\text{Irány}(p,q)\in\mathbb{Z}$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel: $\text{Irány}(p,q)=\text{sgn}(p.y*q.x-q.y*p.x)$

A bemenetben a függvény paraméterei (\in értelmezési tartomány), a kimenetben a függvény paraméteres értéke szerepel (\in értékkészlet), az utófeltételben az összefüggés.



Függvények (irány)

- Specifikáció → algoritmus
- függvénydefiníció:

Definíció: $\text{Irány}:\text{Pont}\times\text{Pont}\rightarrow\mathbb{Z}$
 $\text{Irány}(p,q):=\text{sgn}(p.y*q.x-q.y*p.x)$

$\text{Irány}(p,q:\text{TPont}):\text{Egész}$

Formális paraméterek

$S:=p.y*q.x-q.y*p.x$

$F:=\text{sgn}(S)$

$\text{Irány}:=F$

Változó

$S:\text{Egész}$

$F:\text{Egész}$



Fogalmak

(C++)



Blokk. A { és a hozzá tartozó } közötti programszöveg.

Hatáskör. Egy X azonosító hatásköre az a programszöveg (nem feltétlenül összefüggő), ahol az azonosítóra hivatkozni lehet. A hatáskört a blokkstruktúra határozza meg. Ha két blokknak van közös része, akkor az egyik teljes egészében tartalmazza a másikat.

Egy azonosító hatásköre a deklarációját követő karaktertől a blokkot lezáró } végzőríjelig tart, kivéve azt a beágyazott blokkot, és ennek beágyazottjait, amelyben újra lett deklarálnva.

```
int main()
{
    int i=1, j=2;
    for (int i=1; ...) {
        cout<<i...;
        j++;
        ...
    }
    cout<<i+j...;
    ...
}
```



Fogalmak (C++)



Hatáskör. Egy adott helyen hivatkozott azonosító lokális, ha a hivatkozás helyét tartalmazó legszűkebb blokkban lett deklarálva. Egy azonosító globális (az adott blokkra nézve), ha nem lokális.

Élettartam. Minden B blokkban deklarált változó élettartalma a blokkba való belépéstől a blokk utolsó utasításának befejeződéséig tart.

```
int main()  
{  
    int i=1, j=2;  
    for (int i=1;...){  
        cout<<i...;  
        j++;  
        ...  
    }  
    cout<<i+j...;  
    ...  
}
```



Függvények (irány)

➤ Algoritmus → kód:

- A főprogramban függvényhívás:

Ir:=Irány(P,Q)

Ir=Irany(P,Q);

- A függvény definiálása:

Irány(p,q:TPont):Egész

			Változó S:Valós F:Egész
S:=p.y*q.x-q.y*p.x			
S<0	S=0	S>0	
F:=-1	F:=0	F:=1	
Irány:=F			

```
int Irany(TPont p, TPont q)
{
    int S; int F; //segédváltozók
    S=p.y*q.x-q.y*p.x;
    if (S<0) F=-1;
    else if (S==0) F=0;
    else if (S>0) F=1;
    return F;
}
```



Függvények

C++ tudnivalók – összefoglalás:

➤ Függvényfej-definíció (prototípus):

```
fvTíp fvAzon(parTíp formParAzon,...) ;  
    vagy  
void fvAzon(parTíp formParAzon,...) ;
```

A formális paraméterek elmaradhatnak, de a zárójelek nem!

➤ Függvény-definíció:

A fejsor, a végén pontosvessző **nélkül**

```
{  
    ... //fvtörzs  
    return fvÉrték;  
}
```

void esetén fvÉrték nélküli return, vagy return nélkül!



Függvények

C++ tudnivalók – összefoglalás:

➤ Formális skalár paraméter:

Pontosabban: **nem**
tömb

- bemeneti → **nincs** speciális kulcsszó
- kimeneti → **&** a speciális prefix „kulcsszó”

➤ Aktuális skalár paraméter:

Pontosabban: **nem**
tömb

ha a megfelelő formális paraméter

- bemeneti → **akár** konstans, **akár** változó
- kimeneti → **csak** változó

lehet.



Függvények

C++ tudnivalók – összefoglalás:

➤ Skalár paraméterátadás:

- **Értékszerinti** – a formális paraméterből „keletkezett” lokális változóba másolódik a híváskor az aktuális paraméter **értéke**, így ennek a törzsön belüli megváltozása nincs hatással az aktuális paraméterre. Pl.:

```
int max(int x, int y)
```

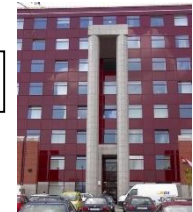
Input-paraméterek.

- **Hivatkozás szerinti** – a formális paraméterbe az aktuális paraméter **címe** (*rá való hivatkozás*) kerül, a lokális néven is elérhetővé válik. Pl.:

```
void max(int x, int y, int& max_xy)
```

Input-paraméterek.

In-/Output-paraméter.



Függvények

C++ tudnivalók – összefoglalás:

➤ Tömb paraméterátadás:

Alapelv: a tömbök mindig hivatkozás szerint adódnak át!

➤ Formális tömb paraméter:

- bemeneti → **const** prefix kulcsszó
- kimeneti → **nincs** speciális kulcsszó

➤ Aktuális tömb paraméter:

ha a megfelelő formális paraméter

- bemeneti → **akár** konstans, **akár** változó
- kimeneti → **csak** változó

lehet.



Finomítások a C++ kódban

C++ tudnivalók – összefoglalás:

➤ Bemeneti paraméter – példa a fejsorra:

Input-paraméterek.

```
void ki_int_tomb(const int x[], int n)
                vagy
void ki_int_tomb(const int x[maxN], int n)
```

➤ Kimeneti paraméter – példa a fejsorra:

Ellenőrzési céllal,
input-paraméter

```
void be_int_tomb(const int x[], int& n, int maxN)
                vagy
void be_int_tomb(const int x[maxN], int& n, int maxN)
```

In-/
Output-paraméterek.



Finomítások a C++ kódban

C++ tudnivalók – összefoglalás:

- Bemeneti paraméter – példa a fejsorra:

```
void ki_int_tomb(const int x[], int n)
                vagy
void ki_int_tomb(const int x[maxN], int n)
```

- Kimeneti paraméter – példa a fejsorra:

```
void be_int_tomb(int x[], int &n, int maxN)
                vagy
void be_int_tomb(int x[maxN], int &n, int maxN)
```

Megjegyzés: az 1. változat mátrixokra nem működik!

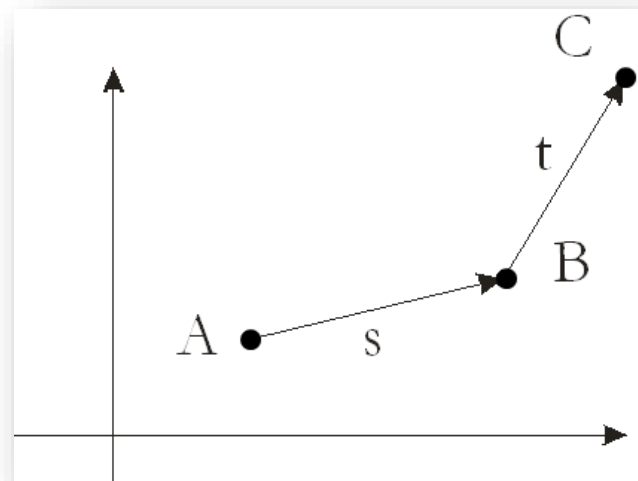


Függvények (fordul)



Feladat:

Egy s ($A \rightarrow B$) szakaszhoz képest egy t ($B \rightarrow C$) szakasz milyen irányban fordul?



Megoldásötlet:

Toljuk el az s -t és a t -t úgy, hogy az A pont az origóba kerüljön! Ezzel visszavezetjük az „irányos” feladatra!

$\text{Fordul}(A, B, C) = \text{Irány}(B - A, C - A)$



Függvények (fordul)



Specifikáció:

➤ Bemenet: $A, B, C \in \text{Pont}$, $\text{Pont} = \dots$

➤ Kimenet: $\text{Ford} \in \mathbb{Z}$

➤ Előfeltétel: –

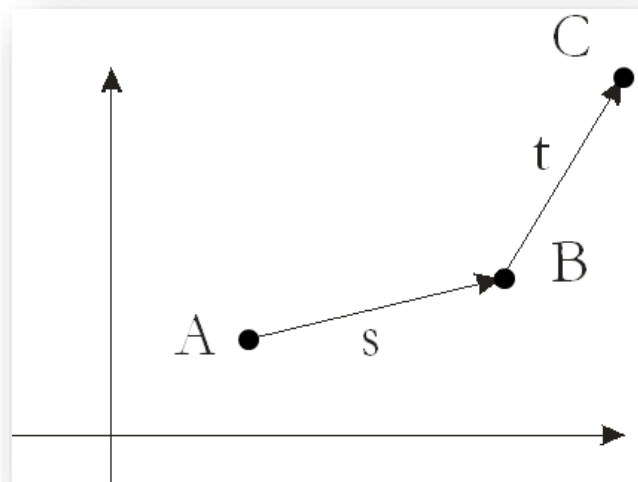
➤ Utófeltétel: $\text{Ford} = \text{Fordul}(A, B, C)$

➤ Definíció: $\text{Fordul}: \text{Pont}^3 \rightarrow \mathbb{Z}$

$$\text{Fordul}(a, b, c) := \text{Irány}(b-a, c-a)$$

➤ Megjegyzés:

Ezzel ekvivalens feladat: Az (A, B) -n átmenő egyenestől a C pont balra van, vagy jobbra van, vagy az (A, B) -re illeszkedő egyenesen van?



Függvények (fordul)

Algoritmus:

$\text{Ford} := \text{Fordul}(\text{A}, \text{B}, \text{C})$

- A megoldásban hívjuk az Irány függvényt!

Finomítás:

$\text{Fordul}(\text{a}, \text{b}, \text{c}: \text{TPont}): \text{Egész}$

Változó

$\text{p}, \text{q}: \text{TPont}$

$\text{p.x} := \text{b.x} - \text{a.x}$

$\text{p.y} := \text{b.y} - \text{a.y}$

$\text{q.x} := \text{c.x} - \text{a.x}$

$\text{q.y} := \text{c.y} - \text{a.y}$

$\text{Fordul} := \text{Irány}(\text{p}, \text{q})$

Specifikáció:

- Bemenet: $\text{A}, \text{B}, \text{C} \in \text{Pont}$, $\text{Pont} = \dots$
- Kimenet: $\text{Ford} \in \mathbb{Z}$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel: $\text{Ford} = \text{Fordul}(\text{A}, \text{B}, \text{C})$
- Definíció: $\text{Fordul}: \text{Pont}^3 \rightarrow \mathbb{Z}$
 $\text{Fordul}(\text{a}, \text{b}, \text{c}) := \text{Irány}(\text{b} - \text{a}, \text{c} - \text{a})$

```
int Fordul(TPont a, TPont b,
           TPont c) {
    TPont p, q;

    p.x = b.x - a.x;
    p.y = b.y - a.y;

    q.x = c.x - a.x;
    q.y = c.y - a.y;

    return Irany(p, q);
}
```



Függvények (rajta?)

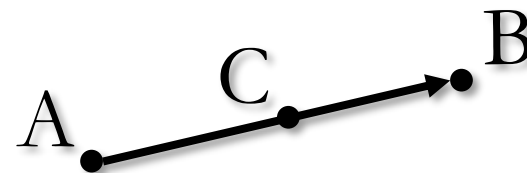


Feladat:

Döntsük el, hogy egy C pont rajta van-e egy (A,B) szakaszon!

Specifikáció:

- Bemenet: $A,B,C \in \text{Pont}$
- Kimenet: $\text{Rajta}E \in \mathbb{L}$
- Előfeltétel: —
- Utófeltétel: $\text{Rajta}E = \text{Rajta}(A,B,C)$
- Definíció: $\text{Rajta}:\text{Pont}^3 \rightarrow \mathbb{L}$
 $\text{Rajta}(a,b,c) := \dots$



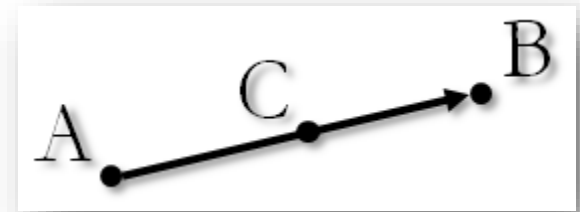
Függvények (rajta?)



Definíció (ami egyben a két függvény specifikációja – utófeltétele):

$\text{Rajta: Pont}^3 \rightarrow \mathbb{L}$

$\text{Rajta}(a,b,c) := \text{Fordul}(a,c,b)=0$ és
 $\text{Közte}(a.x,c.x,b.x)$ és
 $\text{Közte}(a.y,c.y,b.y)$



Azaz még egy függvényt kell definiálnunk, ami eldönti, hogy a második paramétere a másik kettő között van-e!

$\text{Közte: } \mathbb{Z}^3 \rightarrow \mathbb{L}$

$\text{Közte}(r,s,t) := r \leq s \leq t \text{ vagy } t \leq s \leq r$



Függvények (rajta?)

Algoritmus:

$\text{RajtaE} := \text{Rajta}(A, B, C)$

➤ Finomítások:

$\text{Rajta}(a, b, c: \text{TPont}): \text{Logikai}$

$\text{Rajta} := \text{Fordul}(a, c, b) = 0 \text{ és}$
 $\text{Közte}(a.x, c.x, b.x) \text{ és}$
 $\text{Közte}(a.y, c.y, b.y)$

$\text{Közte}(r, s, t: \text{Egész}): \text{Logikai}$

$\text{Közte} := r \leq s \text{ és } s \leq t \text{ vagy } t \leq s \text{ és } s \leq r$

Specifikáció:

- Bemenet: $A, B, C \in \text{Pont}$
- Kimenet: $\text{RajtaE} \in \text{L}$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel: $\text{RajtaE} = \text{Rajta}(A, B, C)$
- Definíció: $\text{Rajta}: \text{Pont}^3 \rightarrow \text{L}$
 $\text{Rajta}(a, b, c) := \dots$

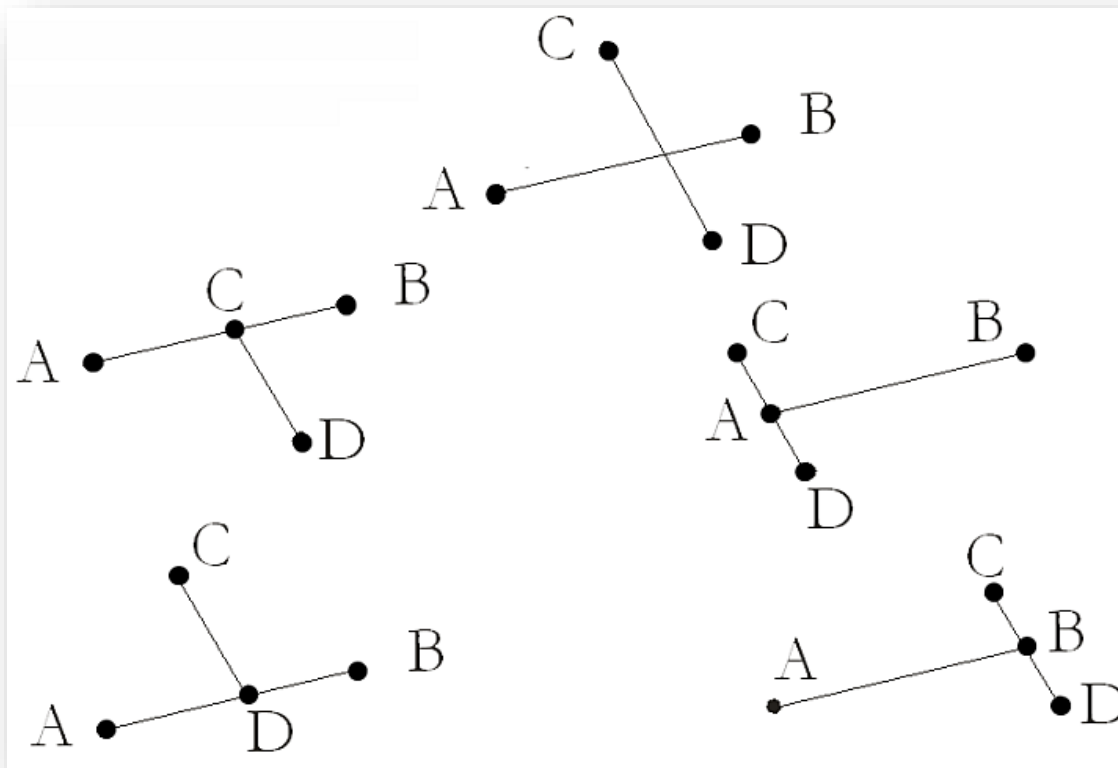


Függvények (metszi?)



Feladat:

Döntsük el, hogy az (A,B) szakasz metszi-e a (C,D) szakaszt!
Lehetséges esetek:



Függvények (metszi?)



Specifikáció:

- Bemenet: $A, B, C, D \in \text{Pont}$
- Kimenet: $\text{Metszi}E \in \mathbb{L}$
- Előfeltétel: $A \neq B$ és $C \neq D$
- Utófeltétel: $\text{Metszi}E = \text{Metszi}(A, B, C, D)$

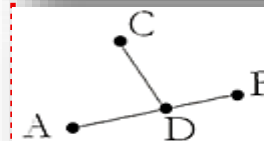
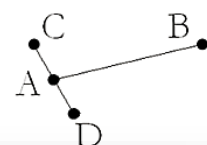
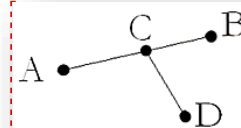
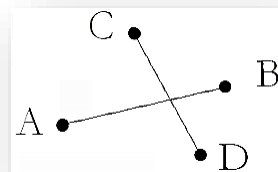
(Fordul(A,B,C)*Fordul(A,B,D)<0 és
Fordul(C,D,A)*Fordul(C,D,B)<0

vagy

Rajta(A,B,C) vagy Rajta(C,D,A)

vagy

Rajta(A,B,D) vagy Rajta(C,D,B))



Függvények (metszi?)



Algoritmus-finomítás:

Metszi(a,b,c,d:TPont):**Logikai**

Metszi:=Fordul(a,b,c)*Fordul(a,b,d)<0 és
Fordul(c,d,a)*Fordul(c,d,b)<0
vagy
Rajta(a,b,c) vagy Rajta(a,b,d)
vagy
Rajta(c,d,a) vagy Rajta(c,d,b)

➤ Utófeltétel: MetsziE=
(Fordul(A,B,C)*Fordul(A,B,D)<0 és
Fordul(C,D,A)*Fordul(C,D,B)<0
vagy
Rajta(A,B,C) vagy Rajta(A,B,D)
vagy
Rajta(C,D,A) vagy Rajta(C,D,B))



Függvények (háromszögben?)

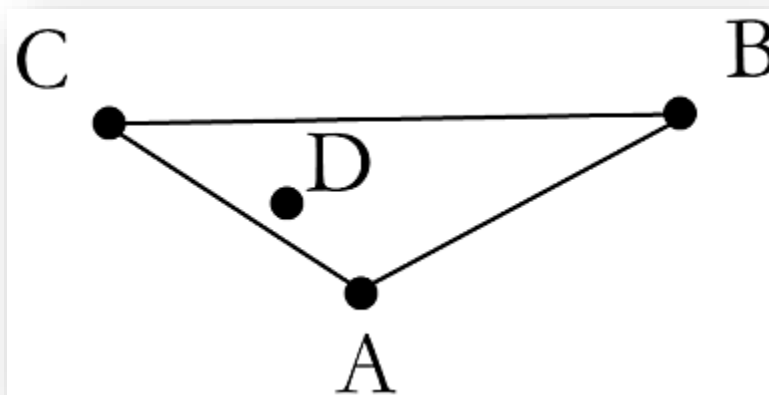


Feladat:

Döntsük el, hogy a D pont az (A,B,C) háromszög belsejében van-e!

Megoldásötlet:

Belül van, ha a háromszöget $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow A$ sorrendben körbejárva a D pont vagy mindig balra, vagy mindig jobbra van.



Függvények (háromszögben?)

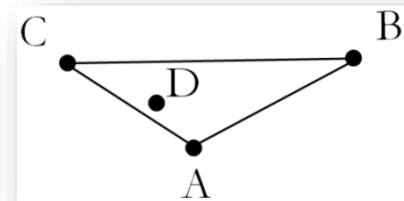


Specifikáció:

- Bemenet: $A, B, C, D \in \text{Pont}$
- Kimenet: $\text{Bent} E \in \mathbb{L}$
- Előfeltétel: $A \neq B$ és $B \neq C$ és $C \neq A$
- Utófeltétel: $\text{Bent} E = \text{Belül}(A, B, C, D)$
- Definíció:

$\text{Belül}: \text{Pont}^4 \rightarrow \mathbb{L}$

$\text{Belül}(a, b, c, d) := \text{Fordul}(a, b, d) = \text{Fordul}(b, c, d)$
és $\text{Fordul}(b, c, d) = \text{Fordul}(c, a, d)$



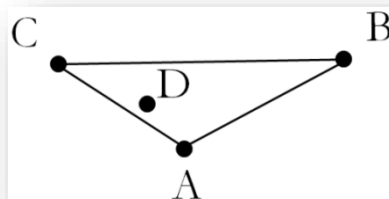
Függvények (háromszögben?)



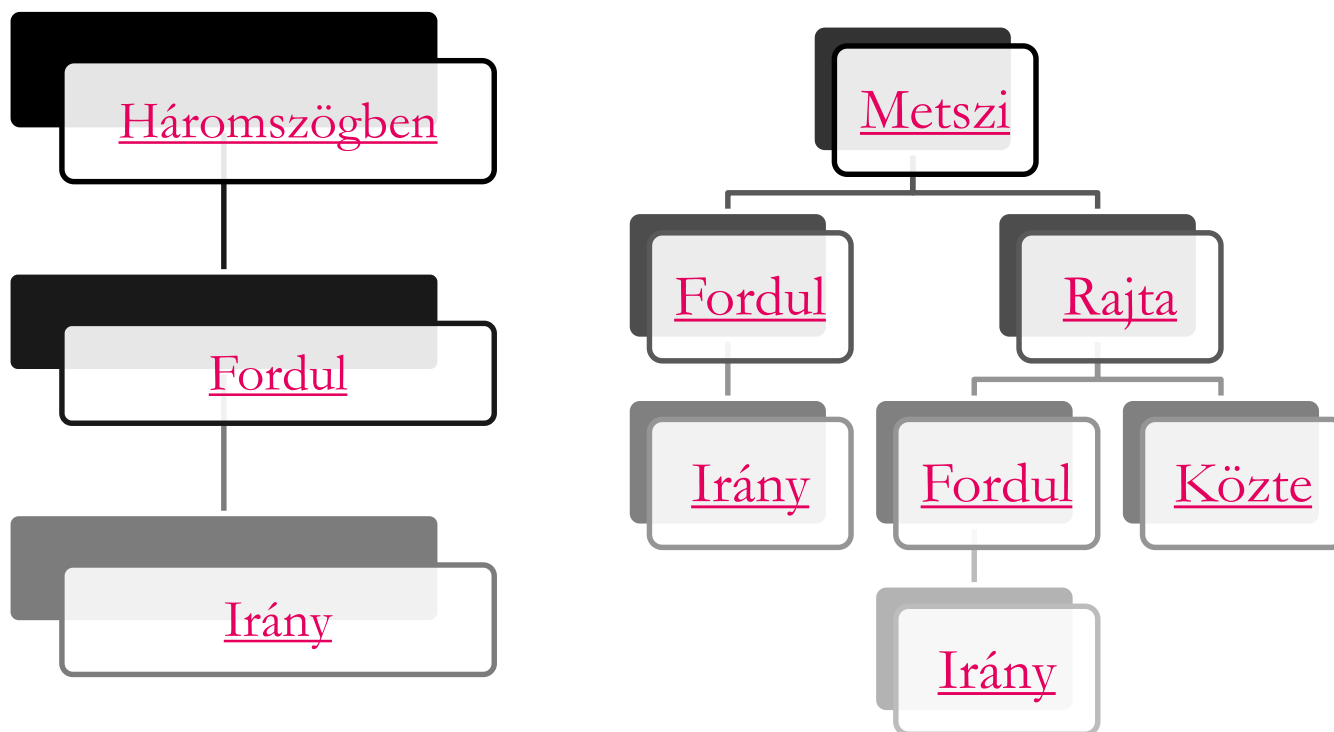
Algoritmus-finomítás:

Belül(a,b,c,d:TPont):Logikai

Belül:=Fordul(a,b,d)=Fordul(b,c,d)
és Fordul(b,c,d)=Fordul(c,a,d)



A (lényegi) függvények egymásra épülése – a programok makrószerkezete:



Tartalom



- Típusdefiniálás –
adatabsztrakció
- Szöveg és tömb –
összevetés + szöveg feladatok
- Összetett típusok –
kitekintés
- Függvények –
algorithmikus absztrakció

