Név:
Neptun kód:

# Algoritmusok tervezése és elemzése
# 1. zh.

**1.** Legyen $X$ tetszőleges nem üres halmaz, és legyen $d$ egy távolságfüggvény $X$-en. Az $X$ egy $\mathcal{C}$ klaszterezését jól szeparáltnak nevezzük, ha $d(x, y) < d(w, z)$ tetszőleges olyan $x, y, w, z \in X$ elemekre, amelyekre $x \sim_{\mathcal{C}} y$ és $w \not\sim_{\mathcal{C}} z$. Mutassuk meg, hogy tetszőleges $1 \leqslant k \leqslant |X|$ esetén legfeljebb egy jól szeparált $k$-klaszterezése létezik $X$-nek.

**2.** A mester módszerrel adjunk éles aszimptotikus korlátot az alábbi rekurziókkal megadott függvényekre. Feltehetjük, hogy kellően kicsi $n$ értékekre $T(n)$ állandó.

(a) $T(n) = 4T(n/2) + n$.

(b) $T(n) = 4T(n/2) + n^2$.

(c) $T(n) = 4T(n/2) + n^3$.

**3.** Adott pozitív valós számoknak egy $A[1 : n]$ tömbje. Adjunk $O(n \log n)$ költségű oszd meg és uralkodj algoritmust, amely meghatároz két olyan $1 \leqslant i \leqslant j \leqslant n$ indexet, amelyekre az $A[i]A[i+1] \cdots A[j]$ szorzat maximális!

**4.** Adottak az $A_1, A_2, A_3, A_4, A_5$ mátrixok, ahol az $A_1$ mátrix $10 \times 5$ dimenziós, az $A_2$ mátrix $5 \times 15$ dimenziós, az $A_3$ mátrix $15 \times 5$ dimenziós, az $A_4$ mátrix $5 \times 20$ dimenziós, az $A_5$ mátrix $20 \times 10$ dimenziós. Határozzuk meg a tanult dinamikus programozás algoritmus alkalmazásával az $A_1A_2A_3A_4A_5$ szorzat azon zárójelezését, amely minimalizálja a szorzat kiszámításához szükséges elemi szorzások számát. Minden számolást mellékelni kell!

**5.** Adott egy $l = l_1 + l_2 + \cdots + l_{n+1}$ hosszú fémrúd, amelyet $l_1, l_2, \ldots, l_{n+1}$ hosszú darabokra kell felvágni úgy, hogy a vágások pontos helyét is ismerjük. Olyan vágógéppel kell a feladatot megoldani, amely egyszerre csak egy vágást tud végezni. A vágások tetszőleges sorrendben végezhetők. Egy vágás költsége megegyezik annak a darabnak a hosszával, amit éppen (két darabra) vágunk. Tervezzünk $O(n^3)$ költségű dinamikus programozás algoritmust, amely megad egy minimális összköltségű vágási sorrendet!