Számítási modellek

1. előadás

Számítási modellek – a kezdetek

- Alex Thue 1910-es évek, sztringek algebrai, kombinatorikai tulajdonságai

Számítási modellek – a kezdetek

- Alex Thue 1910-es évek, sztringek algebrai, kombinatorikai tulajdonságai

Számítási modellek – a kezdetek

- Alex Thue 1910-es évek, sztringek algebrai, kombinatorikai tulajdonságai $\mapsto$ a sztringeket átíró *szabályrendszer*
- Alan Turing és kortársai 1930-as évek közepe: Turing gép, kiszámíthatóság; első számítási modellek (matematikai gépek) és kifejező erejük

Számítási modellek – a kezdetek

- Alex Thue 1910-es évek, sztringek algebrai, kombinatorikai tulajdonságai $\mapsto$ a sztringeket átíró *szabályrendszer*
- Alan Turing és kortársai 1930-as évek közepe: Turing gép, kiszámíthatóság; első számítási modellek (matematikai gépek) és kifejező erejük
- 40-es évek: véges automata formalizálása, 50-es évek vége: veremautomata formalizálása

Számítási modellek – a kezdetek

- Alex Thue 1910-es évek, sztringek algebrai, kombinatorikai tulajdonságai $\mapsto$ a sztringeket átíró *szabályrendszer*
- Alan Turing és kortársai 1930-as évek közepe: Turing gép, kiszámíthatóság; első számítási modellek (matematikai gépek) és kifejező erejük
- 40-es évek: véges automata formalizálása, 50-es évek vége: veremautomata formalizálása
- Noam Chomsky 1950-es évek a formális grammatika fogalma

Számítási modellek – a kezdetek

- Alex Thue 1910-es évek, sztringek algebrai, kombinatorikai tulajdonságai $\mapsto$ a sztringeket átíró *szabályrendszer*
- Alan Turing és kortársai 1930-as évek közepe: Turing gép, kiszámíthatóság; első számítási modellek (matematikai gépek) és kifejező erejük
- 40-es évek: véges automata formalizálása, 50-es évek vége: veremautomata formalizálása
- Noam Chomsky 1950-es évek a formális grammatika fogalma
- 1950-es évek: Backus-Naur Forma

Számítási modellek – a kezdetek

- Alex Thue 1910-es évek, sztringek algebrai, kombinatorikai tulajdonságai $\mapsto$ a sztringeket átíró *szabályrendszer*
- Alan Turing és kortársai 1930-as évek közepe: Turing gép, kiszámíthatóság; első számítási modellek (matematikai gépek) és kifejező erejük
- 40-es évek: véges automata formalizálása, 50-es évek vége: veremautomata formalizálása
- Noam Chomsky 1950-es évek a formális grammatika fogalma
- 1950-es évek: Backus-Naur Forma
- gépi fordítási projektek, matematikai nyelvészethez kapcsolódó munkák, 1950-es 60-as évek

Számítási modellek – a kezdetek

- Alex Thue 1910-es évek, sztringek algebrai, kombinatorikai tulajdonságai $\mapsto$ a sztringeket átíró *szabályrendszer*
- Alan Turing és kortársai 1930-as évek közepe: Turing gép, kiszámíthatóság; első számítási modellek (matematikai gépek) és kifejező erejük
- 40-es évek: véges automata formalizálása, 50-es évek vége: veremautomata formalizálása
- Noam Chomsky 1950-es évek a formális grammatika fogalma
- 1950-es évek: Backus-Naur Forma
- gépi fordítási projektek, matematikai nyelvészethez kapcsolódó munkák, 1950-es 60-as évek
- Rabin és Scott: formális eszközök kifejlesztése számítási modellek kifejezőerejének és korlátainak vizsgálatára

Számítási modellek – a kezdetek

- Alex Thue 1910-es évek, sztringek algebrai, kombinatorikai tulajdonságai $\mapsto$ a sztringeket átíró *szabályrendszer*
- Alan Turing és kortársai 1930-as évek közepe: Turing gép, kiszámíthatóság; első számítási modellek (matematikai gépek) és kifejező erejük
- 40-es évek: véges automata formalizálása, 50-es évek vége: veremautomata formalizálása
- Noam Chomsky 1950-es évek a formális grammatika fogalma
- 1950-es évek: Backus-Naur Forma
- gépi fordítási projektek, matematikai nyelvészethez kapcsolódó munkák, 1950-es 60-as évek
- Rabin és Scott: formális eszközök kifejlesztése számítási modellek kifejezőerejének és korlátainak vizsgálatára
- Chomsky-féle nyelvhierarchia, 1956-64

Számítási modellek – a kezdetek

- Alex Thue 1910-es évek, sztringek algebrai, kombinatorikai tulajdonságai $\mapsto$ a sztringeket átíró *szabályrendszer*
- Alan Turing és kortársai 1930-as évek közepe: Turing gép, kiszámíthatóság; első számítási modellek (matematikai gépek) és kifejező erejük
- 40-es évek: véges automata formalizálása, 50-es évek vége: veremautomata formalizálása
- Noam Chomsky 1950-es évek a formális grammatika fogalma
- 1950-es évek: Backus-Naur Forma
- gépi fordítási projektek, matematikai nyelvészethez kapcsolódó munkák, 1950-es 60-as évek
- Rabin és Scott: formális eszközök kifejlesztése számítási modellek kifejezőerejének és korlátainak vizsgálatára
- Chomsky-féle nyelvhierarchia, 1956-64
- 60-as évek: időigény, tárigény, bonyolultsági osztályok, NP-teljesség

Számítási modellek – a kezdetek

- Alex Thue 1910-es évek, sztringek algebrai, kombinatorikai tulajdonságai $\mapsto$ a sztringeket átíró *szabályrendszer*
- Alan Turing és kortársai 1930-as évek közepe: Turing gép, kiszámíthatóság; első számítási modellek (matematikai gépek) és kifejező erejük
- 40-es évek: véges automata formalizálása, 50-es évek vége: veremautomata formalizálása
- Noam Chomsky 1950-es évek a formális grammatika fogalma
- 1950-es évek: Backus-Naur Forma
- gépi fordítási projektek, matematikai nyelvészethez kapcsolódó munkák, 1950-es 60-as évek
- Rabin és Scott: formális eszközök kifejlesztése számítási modellek kifejezőerejének és korlátainak vizsgálatára
- Chomsky-féle nyelvhierarchia, 1956-64
- 60-as évek: időigény, tárigény, bonyolultsági osztályok, NP-teljesség
- új, nemkonvencionális modellek

Alapfogalmak, jelölések

ábécé, betű, szó, szó hossza

Ábécé: Egy véges, nemüres halmaz.

Alapfogalmak, jelölések

ábécé, betű, szó, szó hossza

Ábécé: Egy véges, nemüres halmaz.
Az ábécé elemeit **betű**knek nevezzük.

Egy V ábécé elemeiből képzett véges sorozatokat **V feletti szavaknak** vagy sztringeknek nevezzük. Egy $u = t_1 \cdots t_n$ szóban lévő betűk számát (n) a szó **hosszának** nevezzük. Jelölés: $|u| = n$.
A 0 hosszú sorozat jelölése ε, ezt **üres szónak** nevezzük ($|\varepsilon| = 0$).

Alapfogalmak, jelölések

ábécé, betű, szó, szó hossza

Ábécé: Egy véges, nemüres halmaz.
Az ábécé elemeit **betű**knek nevezzük.

Egy V ábécé elemeiből képzett véges sorozatokat **V feletti szavaknak** vagy sztringeknek nevezzük. Egy $u = t_1 \cdots t_n$ szóban lévő betűk számát (n) a szó **hosszának** nevezzük. Jelölés: $|u| = n$. A 0 hosszú sorozat jelölése ε, ezt **üres szónak** nevezzük ($|\varepsilon| = 0$).

Példa:
Legyen $V = \{a, b\}$, ekkor a és b a V ábécé két betűje. *abba* és *aabba* egy-egy V feletti szó. $|aabba| = 5$. *aabba* és *baaba* különböző szavak, bár mindkettő 5 hosszú valamint 3 a-t és 2 b-t tartalmaz. A betűk sorrendje számít!

Alapfogalmak, jelölések

az összes szavak halmaza

V^* jelöli a V **ábécé feletti szavak halmazát**, beleértve az üres szót is.

Alapfogalmak, jelölések

az összes szavak halmaza

V^* jelöli a V **ábécé feletti szavak halmazát**, beleértve az üres szót is.

$V^+ = V^* \setminus \{\varepsilon\}$ a V **ábécé feletti, nemüres szavak halmazát** jelöli.

Alapfogalmak, jelölések

az összes szavak halmaza

V^* jelöli a V **ábécé feletti szavak halmazát**, beleértve az üres szót is.

$V^+ = V^* \setminus \{\varepsilon\}$ a V **ábécé feletti, nemüres szavak halmazát** jelöli.

Példa: $V = \{a, b\}$, ekkor
$V^* = \{\varepsilon, a, b, aa, ab, ba, bb, aaa, aab, \ldots\}$.

Alapfogalmak, jelölések

az összes szavak halmaza

V^* jelöli a V **ábécé feletti szavak halmazát**, beleértve az üres szót is.

$V^+ = V^* \setminus \{\varepsilon\}$ a V **ábécé feletti, nemüres szavak halmazát** jelöli.

Példa: $V = \{a, b\}$, ekkor
$V^* = \{\varepsilon, a, b, aa, ab, ba, bb, aaa, aab, \ldots\}$.

V^* szavainak egy lehetséges felsorolása a **hosszlexikografikus (shortlex) rendezés** szerinti:

- Feltesszük, hogy az ábécé rendezett. (A fenti példában, mondjuk a előbb van, mint b.)
- A rövidebb szó mindig megelőzi a hosszabbat.
- Az azonos hosszúságú szavak az ábécé rendezettsége alapján meghatározott ábécésorrendben követik egymást.

Alapfogalmak, jelölések

az összes szavak halmaza

V^* jelöli a V **ábécé feletti szavak halmazát**, beleértve az üres szót is.

$V^+ = V^* \setminus \{\varepsilon\}$ a V **ábécé feletti, nemüres szavak halmazát** jelöli.

Példa: $V = \{a, b\}$, ekkor
$V^* = \{\varepsilon, a, b, aa, ab, ba, bb, aaa, aab, \ldots\}$.

V^* szavainak egy lehetséges felsorolása a **hosszlexikografikus (shortlex) rendezés** szerinti:

- Feltesszük, hogy az ábécé rendezett. (A fenti példában, mondjuk a előbb van, mint b.)
- A rövidebb szó mindig megelőzi a hosszabbat.
- Az azonos hosszúságú szavak az ábécé rendezettsége alapján meghatározott ábécésorrendben követik egymást.

Ez a rendezés egyértelműen meghatározza a szavak sorrendjét.

Műveletek szavakon

konkatenáció

Legyen V egy ábécé továbbá legyenek $u = s_1 \cdots s_n$ és $v = t_1 \cdots t_k$ V feletti szavak (azaz legyen $s_1, \ldots, s_n, t_1, \ldots, t_k \in V$). Ekkor az $uv := s_1 \cdots s_n t_1 \cdots t_k$ szót az u és v szavak **konkatenáltjának** nevezzük. (Az u szó betűi után írjuk a v szó betűit.)

Műveletek szavakon

konkatenáció

Legyen V egy ábécé továbbá legyenek $u = s_1 \cdots s_n$ és $v = t_1 \cdots t_k$ V feletti szavak (azaz legyen $s_1, \ldots, s_n, t_1, \ldots, t_k \in V$). Ekkor az $uv := s_1 \cdots s_n t_1 \cdots t_k$ szót az u és v szavak **konkatenáltjának** nevezzük. (Az u szó betűi után írjuk a v szó betűit.)

Nyilván $|uv| = |u| + |v|$.

Példa:
Legyen $V = \{a, b\}$, valamint $u = abb$ és $v = aaaba$ egy-egy V feletti szó. Ekkor $uv = abbaaaba$ illetve $vu = aaabaabb$.

Műveletek szavakon

konkatenáció

Legyen V egy ábécé továbbá legyenek $u = s_1 \cdots s_n$ és $v = t_1 \cdots t_k$ V feletti szavak (azaz legyen $s_1, \ldots, s_n, t_1, \ldots, t_k \in V$). Ekkor az $uv := s_1 \cdots s_n t_1 \cdots t_k$ szót az u és v szavak **konkatenáltjának** nevezzük. (Az u szó betűi után írjuk a v szó betűit.)

Nyilván $|uv| = |u| + |v|$.

Példa:
Legyen $V = \{a, b\}$, valamint $u = abb$ és $v = aaaba$ egy-egy V feletti szó. Ekkor $uv = abbaaaba$ illetve $vu = aaabaabb$.

Azaz a konkatenáció **általában nem kommutatív**, de asszociatív (azaz $u(vw) = (uv)w$ teljesül minden $u, v, w \in V^*$-ra)

Műveletek szavakon

i-edik hatvány

Legyen i nemnegatív egész szám és legyen u egy V ábécé feletti szó ($u \in V^*$). Az u szó **i-edik hatványa** alatt az u szó i darab példányának konkatenáltját értjük és u^i -vel jelöljük.

Műveletek szavakon

i-edik hatvány

Legyen i nemnegatív egész szám és legyen u egy V ábécé feletti szó ($u \in V^*$). Az u szó **i-edik hatványa** alatt az u szó i darab példányának konkatenáltját értjük és u^i -vel jelöljük.

Konvenció szerint $u^0 := \varepsilon$. Ekkor $u^{n+k} = u^n u^k$ teljesül ($k, n \in \mathbb{N}$)

Műveletek szavakon

i-edik hatvány

Legyen i nemnegatív egész szám és legyen u egy V ábécé feletti szó ($u \in V^*$). Az u szó **i-edik hatványa** alatt az u szó i darab példányának konkatenáltját értjük és u^i -vel jelöljük.

Konvenció szerint $u^0 := \varepsilon$. Ekkor $u^{n+k} = u^n u^k$ teljesül ($k, n \in \mathbb{N}$)

Példa:
Legyen $V = \{a, b\}$ és legyen $u = abb$. Ekkor $u^0 = \varepsilon$, $u^1 = abb$, $u^2 = abbabb$ és $u^3 = abbabbabb$.

Műveletek szavakon

i-edik hatvány

Legyen i nemnegatív egész szám és legyen u egy V ábécé feletti szó ($u \in V^*$). Az u szó **i-edik hatványa** alatt az u szó i darab példányának konkatenáltját értjük és u^i -vel jelöljük.

Konvenció szerint $u^0 := \varepsilon$. Ekkor $u^{n+k} = u^n u^k$ teljesül ($k, n \in \mathbb{N}$)

Példa:
Legyen $V = \{a, b\}$ és legyen $u = abb$. Ekkor $u^0 = \varepsilon$, $u^1 = abb$, $u^2 = abbabb$ és $u^3 = abbabbabb$.

$(ab)^3 \neq a^3 b^3$ **! ! ! !**

$(ab)^3 = ababab, \quad a^3 b^3 = aaabbb.$

Műveletek szavakon

tükörkép

Legyen u egy V ábécé feletti szó. Az u szó u^{-1}-gyel jelölt **tükörképén** vagy fordítottján azt a szót értjük, amelyet úgy kapunk, hogy u betűit fordított sorrendben írjuk le.
Azaz ha $u = a_1 \cdots a_n,\ a_i \in V,\ 1 \leqslant i \leqslant n$, akkor $u^{-1} = a_n \cdots a_1$.

Műveletek szavakon

tükörkép

Legyen u egy V ábécé feletti szó. Az u szó u^{-1}-gyel jelölt **tükörképén** vagy fordítottján azt a szót értjük, amelyet úgy kapunk, hogy u betűit fordított sorrendben írjuk le.
Azaz ha $u = a_1 \cdots a_n,\ a_i \in V,\ 1 \leqslant i \leqslant n$, akkor $u^{-1} = a_n \cdots a_1$.

Példa:
Legyen $V = \{a, b\}$, valamint $u = abba$ és $v = baabba$ egy-egy V ábécé feletti szó. Ekkor $u^{-1} = abba$ és $v^{-1} = abbaab$.

Műveletek szavakon

tükörkép

Legyen u egy V ábécé feletti szó. Az u szó u^{-1}-gyel jelölt **tükörképén** vagy fordítottján azt a szót értjük, amelyet úgy kapunk, hogy u betűit fordított sorrendben írjuk le.
Azaz ha $u = a_1 \cdots a_n,\ a_i \in V,\ 1 \leqslant i \leqslant n$, akkor $u^{-1} = a_n \cdots a_1$.

Példa:
Legyen $V = \{a, b\}$, valamint $u = abba$ és $v = baabba$ egy-egy V ábécé feletti szó. Ekkor $u^{-1} = abba$ és $v^{-1} = abbaab$.

Ha $u = u^{-1}$, akkor u-t **palindrom** tulajdonságúnak, vagy palindrómának nevezzük.

Műveletek szavakon

tükörkép

Legyen u egy V ábécé feletti szó. Az u szó u^{-1}-gyel jelölt **tükörképén** vagy fordítottján azt a szót értjük, amelyet úgy kapunk, hogy u betűit fordított sorrendben írjuk le.
Azaz ha $u = a_1 \cdots a_n,\ a_i \in V,\ 1 \leqslant i \leqslant n$, akkor $u^{-1} = a_n \cdots a_1$.

Példa:
Legyen $V = \{a, b\}$, valamint $u = abba$ és $v = baabba$ egy-egy V ábécé feletti szó. Ekkor $u^{-1} = abba$ és $v^{-1} = abbaab$.

Ha $u = u^{-1}$, akkor u-t **palindrom** tulajdonságúnak, vagy palindrómának nevezzük.

Tehát *abba* egy palindróma.

Műveletek szavakon

tükörkép

Legyen u egy V ábécé feletti szó. Az u szó u^{-1}-gyel jelölt **tükörképén** vagy fordítottján azt a szót értjük, amelyet úgy kapunk, hogy u betűit fordított sorrendben írjuk le.
Azaz ha $u = a_1 \cdots a_n,\ a_i \in V,\ 1 \leqslant i \leqslant n$, akkor $u^{-1} = a_n \cdots a_1$.

Példa:
Legyen $V = \{a, b\}$, valamint $u = abba$ és $v = baabba$ egy-egy V ábécé feletti szó. Ekkor $u^{-1} = abba$ és $v^{-1} = abbaab$.

Ha $u = u^{-1}$, akkor u-t **palindrom** tulajdonságúnak, vagy palindrómának nevezzük.

Tehát *abba* egy palindróma.

Alapfogalmak, jelölések

részszó, prefix, suffix

Legyen V egy ábécé és legyenek u és v szavak V felett. Az u szó a v szó **részszava**, ha $v = xuy$ teljesül, valamely $x, y \in V^*$ szavakra.

Alapfogalmak, jelölések

részszó, prefix, suffix

Legyen V egy ábécé és legyenek u és v szavak V felett. Az u szó a v szó **részszava**, ha $v = xuy$ teljesül, valamely $x, y \in V^*$ szavakra.

Ha $x = \varepsilon$, akkor u-t a v szó **prefixének**, ha pedig $y = \varepsilon$, akkor u-t a v szó **suffixének** nevezzük.

Példa:

Legyen $V = \{a, b\}$ és $u = abba$.

Alapfogalmak, jelölések

részszó, prefix, suffix

Legyen V egy ábécé és legyenek u és v szavak V felett. Az u szó a v szó **részszava**, ha $v = xuy$ teljesül, valamely $x, y \in V^*$ szavakra.

Ha $x = \varepsilon$, akkor u-t a v szó **prefixének**, ha pedig $y = \varepsilon$, akkor u-t a v szó **suffixének** nevezzük.

Példa:

Legyen $V = \{a, b\}$ és $u = abba$.

u részszavai:

Alapfogalmak, jelölések

részszó, prefix, suffix

Legyen V egy ábécé és legyenek u és v szavak V felett. Az u szó a v szó **részszava**, ha $v = xuy$ teljesül, valamely $x, y \in V^*$ szavakra.

Ha $x = \varepsilon$, akkor u-t a v szó **prefixének**, ha pedig $y = \varepsilon$, akkor u-t a v szó **suffixének** nevezzük.

Példa:

Legyen $V = \{a, b\}$ és $u = abba$.

u részszavai: $\varepsilon, a, b, ab, bb, ba, abb, bba, abba$.

Alapfogalmak, jelölések

részszó, prefix, suffix

Legyen V egy ábécé és legyenek u és v szavak V felett. Az u szó a v szó **részszava**, ha $v = xuy$ teljesül, valamely $x, y \in V^*$ szavakra.

Ha $x = \varepsilon$, akkor u-t a v szó **prefixének**, ha pedig $y = \varepsilon$, akkor u-t a v szó **suffixének** nevezzük.

Példa:

Legyen $V = \{a, b\}$ és $u = abba$.

u részszavai: $\varepsilon, a, b, ab, bb, ba, abb, bba, abba$.

u prefixei:

Alapfogalmak, jelölések

részszó, prefix, suffix

Legyen V egy ábécé és legyenek u és v szavak V felett. Az u szó a v szó **részszava**, ha $v = xuy$ teljesül, valamely $x, y \in V^*$ szavakra.

Ha $x = \varepsilon$, akkor u-t a v szó **prefixének**, ha pedig $y = \varepsilon$, akkor u-t a v szó **suffixének** nevezzük.

Példa:

Legyen $V = \{a, b\}$ és $u = abba$.

u részszavai: $\varepsilon, a, b, ab, bb, ba, abb, bba, abba$.

u prefixei: $\varepsilon, a, ab, abb, abba$.

Alapfogalmak, jelölések

részszó, prefix, suffix

Legyen V egy ábécé és legyenek u és v szavak V felett. Az u szó a v szó **részszava**, ha $v = xuy$ teljesül, valamely $x, y \in V^*$ szavakra.

Ha $x = \varepsilon$, akkor u-t a v szó **prefixének**, ha pedig $y = \varepsilon$, akkor u-t a v szó **suffixének** nevezzük.

Példa:

Legyen $V = \{a, b\}$ és $u = abba$.

u részszavai: $\varepsilon, a, b, ab, bb, ba, abb, bba, abba$.

u prefixei: $\varepsilon, a, ab, abb, abba$.

u suffixei:

Alapfogalmak, jelölések

részszó, prefix, suffix

Legyen V egy ábécé és legyenek u és v szavak V felett. Az u szó a v szó **részszava**, ha $v = xuy$ teljesül, valamely $x, y \in V^*$ szavakra.

Ha $x = \varepsilon$, akkor u-t a v szó **prefixének**, ha pedig $y = \varepsilon$, akkor u-t a v szó **suffixének** nevezzük.

Példa:

Legyen $V = \{a, b\}$ és $u = abba$.

u részszavai: $\varepsilon, a, b, ab, bb, ba, abb, bba, abba$.

u prefixei: $\varepsilon, a, ab, abb, abba$.

u suffixei: $\varepsilon, a, ba, bba, abba$.

Alapfogalmak, jelölések

részszó, prefix, suffix

Legyen V egy ábécé és legyenek u és v szavak V felett. Az u szó a v szó **részszava**, ha $v = xuy$ teljesül, valamely $x, y \in V^*$ szavakra.

Ha $x = \varepsilon$, akkor u-t a v szó **prefixének**, ha pedig $y = \varepsilon$, akkor u-t a v szó **suffixének** nevezzük.

Példa:

Legyen $V = \{a, b\}$ és $u = abba$.

u részszavai: $\varepsilon, a, b, ab, bb, ba, abb, bba, abba$.

u prefixei: $\varepsilon, a, ab, abb, abba$.

u suffixei: $\varepsilon, a, ba, bba, abba$.

abb **nem suffixe** u**-nak!!!** A suffix nem a tükörkép szó prefixe!!!

Alapfogalmak, jelölések

nyelv

Legyen V egy ábécé, V^* egy L részhalmazát V feletti **nyelvnek** nevezzük.

Alapfogalmak, jelölések

nyelv

Legyen V egy ábécé, V^* egy L részhalmazát V feletti **nyelvnek** nevezzük.
Az üres nyelv (nyelv, amely egyetlen szót sem tartalmaz) jelölése $\emptyset$.

Alapfogalmak, jelölések

nyelv

Legyen V egy ábécé, V^* egy L részhalmazát V feletti **nyelvnek** nevezzük.
Az üres nyelv (nyelv, amely egyetlen szót sem tartalmaz) jelölése $\emptyset$.
Egy V ábécé feletti nyelv véges nyelv, ha véges számú szót tartalmaz, ellenkező esetben végtelen.

Alapfogalmak, jelölések

nyelv

Legyen V egy ábécé, V^* egy L részhalmazát V feletti **nyelvnek** nevezzük.
Az üres nyelv (nyelv, amely egyetlen szót sem tartalmaz) jelölése $\emptyset$.
Egy V ábécé feletti nyelv véges nyelv, ha véges számú szót tartalmaz, ellenkező esetben végtelen.

Példák:
Legyen $V = \{a, b\}$ egy ábécé.

- $L_1 = \{a, ba, \varepsilon\}$.

Alapfogalmak, jelölések

nyelv

Legyen V egy ábécé, V^* egy L részhalmazát V feletti **nyelvnek** nevezzük.
Az üres nyelv (nyelv, amely egyetlen szót sem tartalmaz) jelölése $\emptyset$.
Egy V ábécé feletti nyelv véges nyelv, ha véges számú szót tartalmaz, ellenkező esetben végtelen.

Példák:
Legyen $V = \{a, b\}$ egy ábécé.

- $L_1 = \{a, ba, \varepsilon\}$.
- $L_2 = \{a^i b^i \mid i \geqslant 0\}$.

Alapfogalmak, jelölések

nyelv

Legyen V egy ábécé, V^* egy L részhalmazát V feletti **nyelvnek** nevezzük.
Az üres nyelv (nyelv, amely egyetlen szót sem tartalmaz) jelölése $\emptyset$.
Egy V ábécé feletti nyelv véges nyelv, ha véges számú szót tartalmaz, ellenkező esetben végtelen.

Példák:
Legyen $V = \{a, b\}$ egy ábécé.

- $L_1 = \{a, ba, \varepsilon\}$.
- $L_2 = \{a^i b^i \mid i \geqslant 0\}$.
- $L_3 = \{uu^{-1} \mid u \in V^*\}$.

Alapfogalmak, jelölések

nyelv

Legyen V egy ábécé, $V*$ egy L részhalmazát V feletti **nyelvnek** nevezzük.
Az üres nyelv (nyelv, amely egyetlen szót sem tartalmaz) jelölése $\varnothing$.
Egy V ábécé feletti nyelv véges nyelv, ha véges számú szót tartalmaz, ellenkező esetben végtelen.

Példák:
Legyen $V = \{a, b\}$ egy ábécé.

- $L_1 = \{a, ba, \varepsilon\}$.
- $L_2 = \{a^i b^i \mid i \geqslant 0\}$.
- $L_3 = \{uu^{-1} \mid u \in V*\}$.
- $L_4 = \{u \mid u \in \{a, b\}^+, u\text{-ban ugyanannyi } a \text{ van, mint } b\}$.

Alapfogalmak, jelölések

nyelv

Legyen V egy ábécé, V^* egy L részhalmazát V feletti **nyelvnek** nevezzük.
Az üres nyelv (nyelv, amely egyetlen szót sem tartalmaz) jelölése $\varnothing$.
Egy V ábécé feletti nyelv véges nyelv, ha véges számú szót tartalmaz, ellenkező esetben végtelen.

Példák:
Legyen $V = \{a, b\}$ egy ábécé.

- $L_1 = \{a, ba, \varepsilon\}$.
- $L_2 = \{a^i b^i \mid i \geqslant 0\}$.
- $L_3 = \{uu^{-1} \mid u \in V^*\}$.
- $L_4 = \{u \mid u \in \{a, b\}^+, u\text{-ban ugyanannyi } a \text{ van, mint } b\}$.

Alapfogalmak, jelölések

nyelv

Legyen V egy ábécé, V^* egy L részhalmazát V feletti **nyelvnek** nevezzük.
Az üres nyelv (nyelv, amely egyetlen szót sem tartalmaz) jelölése $\emptyset$.
Egy V ábécé feletti nyelv véges nyelv, ha véges számú szót tartalmaz, ellenkező esetben végtelen.

Példák:
Legyen $V = \{a, b\}$ egy ábécé.

- $L_1 = \{a, ba, \varepsilon\}$.
- $L_2 = \{a^i b^i \mid i \geqslant 0\}$.
- $L_3 = \{uu^{-1} \mid u \in V^*\}$.
- $L_4 = \{u \mid u \in \{a, b\}^+, u\text{-ban ugyanannyi } a \text{ van, mint } b\}$.

L_1 véges nyelv, a többi végtelen.

Nyelvekre vonatkozó műveletek

halmazműveletek

Legyen V egy ábécé és legyenek L_1, L_2 nyelvek V felett (vagyis $L_1 \subseteq V^*$ és $L_2 \subseteq V^*$).

Nyelvekre vonatkozó műveletek

halmazműveletek

Legyen V egy ábécé és legyenek L_1, L_2 nyelvek V felett (vagyis $L_1 \subseteq V^*$ és $L_2 \subseteq V^*$).

$L_1 \cup L_2 = \{u \mid u \in L_1 \text{ vagy } u \in L_2\}$ (az L_1 és az L_2 nyelv **uniója**)

Nyelvekre vonatkozó műveletek

halmazműveletek

Legyen V egy ábécé és legyenek L_1, L_2 nyelvek V felett (vagyis $L_1 \subseteq V^*$ és $L_2 \subseteq V^*$).

$L_1 \cup L_2 = \{u \mid u \in L_1 \text{ vagy } u \in L_2\}$ (az L_1 és az L_2 nyelv **uniója**)

$L_1 \cap L_2 = \{u \mid u \in L_1 \text{ és } u \in L_2\}$ (az L_1 és L_2 nyelv **metszete**)

Nyelvekre vonatkozó műveletek

halmazműveletek

Legyen V egy ábécé és legyenek L_1, L_2 nyelvek V felett (vagyis $L_1 \subseteq V^*$ és $L_2 \subseteq V^*$).

$L_1 \cup L_2 = \{u \mid u \in L_1 \text{ vagy } u \in L_2\}$ (az L_1 és az L_2 nyelv **uniója**)

$L_1 \cap L_2 = \{u \mid u \in L_1 \text{ és } u \in L_2\}$ (az L_1 és L_2 nyelv **metszete**)

$L_1 - L_2 = \{u \mid u \in L_1 \text{ és } u \notin L_2\}$ (az L_1 és az L_2 nyelv **különbsége**)

Nyelvekre vonatkozó műveletek

halmazműveletek

Legyen V egy ábécé és legyenek L_1, L_2 nyelvek V felett (vagyis $L_1 \subseteq V^*$ és $L_2 \subseteq V^*$).

$L_1 \cup L_2 = \{u \mid u \in L_1 \text{ vagy } u \in L_2\}$ (az L_1 és az L_2 nyelv **uniója**)

$L_1 \cap L_2 = \{u \mid u \in L_1 \text{ és } u \in L_2\}$ (az L_1 és L_2 nyelv **metszete**)

$L_1 - L_2 = \{u \mid u \in L_1 \text{ és } u \notin L_2\}$ (az L_1 és az L_2 nyelv **különbsége**)

Az $L \subseteq V^*$ nyelv **komplementere** a V ábécére nézve az $\bar{L} = V^* - L$ nyelv.

Nyelvekre vonatkozó műveletek

konkatenáció

Legyen V egy ábécé és $L_1, L_2 \subseteq V^*$. Az L_1 és az L_2 nyelvek **konkatenációján** az $L_1L_2 = \{u_1u_2 \mid u_1 \in L_1, u_2 \in L_2\}$ nyelvet értjük.

Nyelvekre vonatkozó műveletek

konkatenáció

Legyen V egy ábécé és $L_1, L_2 \subseteq V^*$. Az L_1 és az L_2 nyelvek **konkatenációján** az $L_1L_2 = \{u_1u_2 \mid u_1 \in L_1, u_2 \in L_2\}$ nyelvet értjük. Asszociatív, de nyilván **nem kommutatív** művelet.

Nyelvekre vonatkozó műveletek

konkatenáció

Legyen V egy ábécé és $L_1, L_2 \subseteq V^*$. Az L_1 és az L_2 nyelvek **konkatenációján** az $L_1L_2 = \{u_1u_2 \mid u_1 \in L_1, u_2 \in L_2\}$ nyelvet értjük. Asszociatív, de nyilván **nem kommutatív** művelet.

Példák:

Nyelvekre vonatkozó műveletek

konkatenáció

Legyen V egy ábécé és $L_1, L_2 \subseteq V^*$. Az L_1 és az L_2 nyelvek **konkatenációján** az $L_1L_2 = \{u_1u_2 \mid u_1 \in L_1, u_2 \in L_2\}$ nyelvet értjük. Asszociatív, de nyilván **nem kommutatív** művelet.

Példák:

$V = \{a, b\}$, $L_1 = \{ab, bb\}$, $L_2 = \{\varepsilon, a, bba\}$,

Nyelvekre vonatkozó műveletek

konkatenáció

Legyen V egy ábécé és $L_1, L_2 \subseteq V^*$. Az L_1 és az L_2 nyelvek **konkatenációján** az $L_1L_2 = \{u_1u_2 \mid u_1 \in L_1, u_2 \in L_2\}$ nyelvet értjük. Asszociatív, de nyilván **nem kommutatív** művelet.

Példák:

$V = \{a, b\}$, $L_1 = \{ab, bb\}$, $L_2 = \{\varepsilon, a, bba\}$,

$L_1L_2 = \{ab\varepsilon, bb\varepsilon, aba, bba, abbba, bbbba\}$

Nyelvekre vonatkozó műveletek
konkatenáció

Legyen V egy ábécé és $L_1, L_2 \subseteq V^*$. Az L_1 és az L_2 nyelvek **konkatenációján** az $L_1L_2 = \{u_1u_2 \mid u_1 \in L_1, u_2 \in L_2\}$ nyelvet értjük. Asszociatív, de nyilván **nem kommutatív** művelet.

Példák:

$V = \{a, b\}$, $L_1 = \{ab, bb\}$, $L_2 = \{\varepsilon, a, bba\}$,

$L_1L_2 = \{ab\varepsilon, bb\varepsilon, aba, bba, abbba, bbbba\}$
$= \{ab, bb, aba, bba, abbba, bbbba\}$. (mindenkit mindenkivel!)

$L_3 = \{a^{2n}b^{2n} \mid n \in \mathbb{N}\}, L_4 = \{a^{3n}b^{3n} \mid n \in \mathbb{N}\}$

Nyelvekre vonatkozó műveletek

konkatenáció

Legyen V egy ábécé és $L_1, L_2 \subseteq V^*$. Az L_1 és az L_2 nyelvek **konkatenációján** az $L_1L_2 = \{u_1u_2 \mid u_1 \in L_1, u_2 \in L_2\}$ nyelvet értjük. Asszociatív, de nyilván **nem kommutatív** művelet.

Példák:

$V = \{a, b\}$, $L_1 = \{ab, bb\}$, $L_2 = \{\varepsilon, a, bba\}$,

$L_1L_2 = \{ab\varepsilon, bb\varepsilon, aba, bba, abbba, bbbba\}$
$= \{ab, bb, aba, bba, abbba, bbbba\}$. (mindenkit mindenkivel!)

$L_3 = \{a^{2n}b^{2n} \mid n \in \mathbb{N}\}, L_4 = \{a^{3n}b^{3n} \mid n \in \mathbb{N}\}$

$L_3L_4 = \{a^{2n}b^{2n}a^{3k}b^{3k} \mid n, k \in \mathbb{N}\}$.

Nyelvekre vonatkozó műveletek

tükörkép nyelv, i-edik hatvány

Legyen V egy ábécé és legyen $L \subseteq V^*$. Ekkor $L^{-1} = \{u^{-1} \mid u \in L\}$ a **tükörképe** (megfordítása) az L nyelvnek.

Nyelvekre vonatkozó műveletek

tükörkép nyelv, i-edik hatvány

Legyen V egy ábécé és legyen $L \subseteq V^*$. Ekkor $L^{-1} = \{u^{-1} \mid u \in L\}$ a **tükörképe** (megfordítása) az L nyelvnek.

Egy L nyelv ***i*-edik hatványát** $L^0 := \{\varepsilon\}$ és $L^i := LL^{i-1}$ $(i \geqslant 1)$ definiálják. Azaz L^i jelöli az L i-edik iterációját a konkatenáció műveletére nézve.

Nyelvekre vonatkozó műveletek

tükörkép nyelv, i-edik hatvány

Legyen V egy ábécé és legyen $L \subseteq V^*$. Ekkor $L^{-1} = \{u^{-1} \mid u \in L\}$ a **tükörképe** (megfordítása) az L nyelvnek.
Egy L nyelv ***i*-edik hatványát** $L^0 := \{\varepsilon\}$ és $L^i := LL^{i-1}$ $(i \geqslant 1)$ definiálják. Azaz L^i jelöli az L i-edik iterációját a konkatenáció műveletére nézve.

Példa: $L = \{a, bb\}$.

$L^0 = \{\varepsilon\}$,
$L^1 = \{a, bb\}$,
$L^2 = \{a\,a, a\,bb, bb\,a, bb\,bb\}$,
$L^3 = \{a\,a\,a, a\,a\,bb, a\,bb\,a, a\,bb\,bb, bb\,a\,a, bb\,a\,bb, bb\,bb\,a, bb\,bb\,bb\}$,

Nyelvekre vonatkozó műveletek

Kleene lezárt

Az L nyelv **iteratív lezártja** (vagy röviden lezártja vagy Kleene-lezártja) alatt az $L^* = \bigcup_{i \geqslant 0} L^i$ nyelvet értjük.

Nyelvekre vonatkozó műveletek

Kleene lezárt

Az L nyelv **iteratív lezártja** (vagy röviden lezártja vagy Kleene-lezártja) alatt az $L^* = \bigcup_{i \geqslant 0} L^i$ nyelvet értjük.

Az L nyelv **pozitív lezártja** alatt az $L^+ = \bigcup_{i \geqslant 1} L^i$ nyelvet értjük.

Nyelvekre vonatkozó műveletek

Kleene lezárt

Az L nyelv **iteratív lezártja** (vagy röviden lezártja vagy Kleene-lezártja) alatt az $L^* = \bigcup_{i \geqslant 0} L^i$ nyelvet értjük.

Az L nyelv **pozitív lezártja** alatt az $L^+ = \bigcup_{i \geqslant 1} L^i$ nyelvet értjük.

Észrevétel:
Nyilvánvalóan, $L^+ = L^*$, ha $\varepsilon \in L$ és $L^+ = L^* - \{\varepsilon\}$ ha $\varepsilon \notin L$.

Nyelvekre vonatkozó műveletek

Kleene lezárt

Az L nyelv **iteratív lezártja** (vagy röviden lezártja vagy Kleene-lezártja) alatt az $L^* = \bigcup_{i \geqslant 0} L^i$ nyelvet értjük.

Az L nyelv **pozitív lezártja** alatt az $L^+ = \bigcup_{i \geqslant 1} L^i$ nyelvet értjük.

Észrevétel:
Nyilvánvalóan, $L^+ = L^*$, ha $\varepsilon \in L$ és $L^+ = L^* - \{\varepsilon\}$ ha $\varepsilon \notin L$.

Példa: $L = \{a, bb\}$.

$L^0 = \{\varepsilon\}$,
$L^1 = \{a, bb\}$,
$L^2 = \{a\,a, a\,bb, bb\,a, bb\,bb\}$,
$L^3 = \{a\,a\,a, a\,a\,bb, a\,bb\,a, a\,bb\,bb, bb\,a\,a, bb\,a\,bb, bb\,bb\,a, bb\,bb\,bb\}$,
$L^4 = \{a\,a\,a\,a, a\,a\,a\,bb, a\,a\,bb\,a, \ldots\}$, $\ldots$

Ezen szavak uniója együttesen alkotja L^*-t. L^+ ettől csak annyiban tér el, hogy nincs benne az ε szó.

Nyelvcsaládok

Ha X egy halmaz, jelölje $\mathcal{P}(X)$ az X halmaz hatványhalmazát, azaz $\mathcal{P}(X) = \{A \,|\, A \subseteq X\}$.

Nyelvcsaládok

Ha X egy halmaz, jelölje $\mathcal{P}(X)$ az X halmaz hatványhalmazát, azaz $\mathcal{P}(X) = \{A \,|\, A \subseteq X\}$.

Nyelvcsalád (vagy nyelvosztály) alatt nyelveknek egy halmazát értjük.

Nyelvcsaládok

Ha X egy halmaz, jelölje $\mathcal{P}(X)$ az X halmaz hatványhalmazát, azaz $\mathcal{P}(X) = \{A \mid A \subseteq X\}$.

Nyelvcsalád (vagy nyelvosztály) alatt nyelveknek egy halmazát értjük.

Tehát ha V egy ábécé:

- $a \in V$: betű

Nyelvcsaládok

Ha X egy halmaz, jelölje $\mathcal{P}(X)$ az X halmaz hatványhalmazát, azaz $\mathcal{P}(X) = \{A \,|\, A \subseteq X\}$.

Nyelvcsalád (vagy nyelvosztály) alatt nyelveknek egy halmazát értjük.

Tehát ha V egy ábécé:

- $a \in V$: betű
- $u \in V^*$: szó

Nyelvcsaládok

Ha X egy halmaz, jelölje $\mathcal{P}(X)$ az X halmaz hatványhalmazát, azaz $\mathcal{P}(X) = \{A \mid A \subseteq X\}$.

Nyelvcsalád (vagy nyelvosztály) alatt nyelveknek egy halmazát értjük.

Tehát ha V egy ábécé:

- $a \in V$: betű
- $u \in V^*$: szó
- $L \subseteq V^*$ vagy $L \in \mathcal{P}(V^*)$: nyelv

Nyelvcsaládok

Ha X egy halmaz, jelölje $\mathcal{P}(X)$ az X halmaz hatványhalmazát, azaz $\mathcal{P}(X) = \{A \mid A \subseteq X\}$.

Nyelvcsalád (vagy nyelvosztály) alatt nyelveknek egy halmazát értjük.

Tehát ha V egy ábécé:

- $a \in V$: betű
- $u \in V^*$: szó
- $L \subseteq V^*$ vagy $L \in \mathcal{P}(V^*)$: nyelv
- $\mathcal{L} \subseteq P(V^*)$ vagy $\mathcal{L} \in \mathcal{P}(\mathcal{P}(V^*))$: nyelvcsalád

Nyelvcsaládok

Ha X egy halmaz, jelölje $\mathcal{P}(X)$ az X halmaz hatványhalmazát, azaz $\mathcal{P}(X) = \{A \mid A \subseteq X\}$.

Nyelvcsalád (vagy nyelvosztály) alatt nyelveknek egy halmazát értjük.

Tehát ha V egy ábécé:

- $a \in V$: betű
- $u \in V^*$: szó
- $L \subseteq V^*$ vagy $L \in \mathcal{P}(V^*)$: nyelv
- $\mathcal{L} \subseteq P(V^*)$ vagy $\mathcal{L} \in \mathcal{P}(\mathcal{P}(V^*))$: nyelvcsalád

Példa: $V = \{a, b\}$

- véges nyelvek nyelvcsaládja

Nyelvcsaládok

Ha X egy halmaz, jelölje $\mathcal{P}(X)$ az X halmaz hatványhalmazát, azaz $\mathcal{P}(X) = \{A \mid A \subseteq X\}$.

Nyelvcsalád (vagy nyelvosztály) alatt nyelveknek egy halmazát értjük.

Tehát ha V egy ábécé:

- $a \in V$: betű
- $u \in V^*$: szó
- $L \subseteq V^*$ vagy $L \in \mathcal{P}(V^*)$: nyelv
- $\mathcal{L} \subseteq P(V^*)$ vagy $\mathcal{L} \in \mathcal{P}(\mathcal{P}(V^*))$: nyelvcsalád

Példa: $V = \{a, b\}$

- véges nyelvek nyelvcsaládja
- csak b betűvel kezdődő szavakat tartalmazó nyelvek nyelvcsaládja

Nyelvcsaládok

Ha X egy halmaz, jelölje $\mathcal{P}(X)$ az X halmaz hatványhalmazát, azaz $\mathcal{P}(X) = \{A \mid A \subseteq X\}$.

Nyelvcsalád (vagy nyelvosztály) alatt nyelveknek egy halmazát értjük.

Tehát ha V egy ábécé:

- $a \in V$: betű
- $u \in V^*$: szó
- $L \subseteq V^*$ vagy $L \in \mathcal{P}(V^*)$: nyelv
- $\mathcal{L} \subseteq P(V^*)$ vagy $\mathcal{L} \in \mathcal{P}(\mathcal{P}(V^*))$: nyelvcsalád

Példa: $V = \{a, b\}$

- véges nyelvek nyelvcsaládja
- csak b betűvel kezdődő szavakat tartalmazó nyelvek nyelvcsaládja
- reguláris kifejezésekkel leírható nyelvek nyelvcsaládja

Grammatikák

Definíció

Egy $G = \langle N, T, P, S \rangle$ rendezett négyest **grammatikának** (generatív grammatikán vagy (generatív) nyelvtannak) nevezünk ha

- N és T diszjunkt véges ábécék (azaz $N \cap T = \emptyset$). N elemeit **nemterminális**, T elemeit pedig **terminális** szimbólumoknak nevezzük.

Grammatikák

Definíció

Egy $G = \langle N, T, P, S\rangle$ rendezett négyest **grammatikának** (generatív grammatikán vagy (generatív) nyelvtannak) nevezünk ha

- N és T diszjunkt véges ábécék (azaz $N \cap T = \emptyset$). N elemeit **nemterminális**, T elemeit pedig **terminális** szimbólumoknak nevezzük.
- $S \in N$ a grammatika **kezdőszimbóluma**.

Grammatikák

Definíció

Egy $G = \langle N, T, P, S\rangle$ rendezett négyest **grammatikának** (generatív grammatikán vagy (generatív) nyelvtannak) nevezünk ha

- N és T diszjunkt véges ábécék (azaz $N \cap T = \emptyset$). N elemeit **nemterminális**, T elemeit pedig **terminális** szimbólumoknak nevezzük.
- $S \in N$ a grammatika **kezdőszimbóluma**.
- P rendezett (x, y) párok véges halmaza, ahol $x, y \in (N \cup T)^*$ és x legalább egy nemterminális szimbólumot tartalmaz.

Grammatikák

Definíció

Egy $G = \langle N, T, P, S \rangle$ rendezett négyest **grammatikának** (generatív grammatikán vagy (generatív) nyelvtannak) nevezünk ha

- N és T diszjunkt véges ábécék (azaz $N \cap T = \emptyset$). N elemeit **nemterminális**, T elemeit pedig **terminális** szimbólumoknak nevezzük.
- $S \in N$ a grammatika **kezdőszimbóluma**.
- P rendezett (x, y) párok véges halmaza, ahol $x, y \in (N \cup T)^*$ és x legalább egy nemterminális szimbólumot tartalmaz.

Grammatikák

Definíció

Egy $G = \langle N, T, P, S \rangle$ rendezett négyest **grammatikának** (generatív grammatikán vagy (generatív) nyelvtannak) nevezünk ha

- N és T diszjunkt véges ábécék (azaz $N \cap T = \emptyset$). N elemeit **nemterminális**, T elemeit pedig **terminális** szimbólumoknak nevezzük.
- $S \in N$ a grammatika **kezdőszimbóluma**.
- P rendezett (x, y) párok véges halmaza, ahol $x, y \in (N \cup T)^*$ és x legalább egy nemterminális szimbólumot tartalmaz.

A P halmaz elemeit **szabályoknak** (vagy átírási szabályoknak vagy produkcióknak) hívjuk. A gyakorlatban az (x, y) jelölés helyett szinte mindig az $x \to y$ jelölést használjuk amennyiben $\to$ nem eleme $N \cup T$-nek.

Grammatikák

Példák:

$G_1 = \langle \{S, A, B\}, \{a, b, c\}, \{S \to c, S \to AB, A \to aA, B \to \varepsilon, abb \to aSb\}, S \rangle$ **nem** grammatika, mivel minden szabály baloldalának tartalmaznia kell legalább egy N-beli szimbólumot.

Grammatikák

Példák:

$G_1 = \langle\{S, A, B\}, \{a, b, c\}, \{S \rightarrow c, S \rightarrow AB, A \rightarrow aA, B \rightarrow \varepsilon,$
$abb \rightarrow aSb\}, S\rangle$ **nem** grammatika, mivel minden szabály baloldalának tartalmaznia kell legalább egy N-beli szimbólumot.

$G_2 = \langle\{S, A, B, C\}, \{a, b, c\}, \{S \rightarrow a, S \rightarrow AB, A \rightarrow Ab,$
$B \rightarrow \varepsilon, aCA \rightarrow aSc\}, S\rangle$ grammatika.

Generatív grammatikák

egylépéses levezetés

Definíció

Legyen $G = \langle N, T, P, S\rangle$ egy generatív grammatika és legyen $u, v \in (N \cup T)^*$. A v szó közvetlenül vagy **egy lépésben levezethető** az u szóból G -ben, jelölése $u \Rightarrow_G v$, ha $u = u_1 x u_2$ és $v = u_1 y u_2$,ahol $u_1, u_2 \in (N \cup T)^*$ és $x \to y \in P$.

Generatív grammatikák

egylépéses levezetés

Definíció

Legyen $G = \langle N, T, P, S \rangle$ egy generatív grammatika és legyen $u, v \in (N \cup T)^*$. A v szó közvetlenül vagy **egy lépésben levezethető** az u szóból G -ben, jelölése $u \Rightarrow_G v$, ha $u = u_1 x u_2$ és $v = u_1 y u_2$,ahol $u_1, u_2 \in (N \cup T)^*$ és $x \rightarrow y \in P$.

Példa:

$$G_2 = \langle \{S, A, B, C\}, \{a, b, c\}, \{S \rightarrow a, S \rightarrow AB, A \rightarrow Ab, \\ B \rightarrow \varepsilon, aCA \rightarrow aSc\}, S \rangle.$$

Ekkor $BB\mathbf{aCA}a \Rightarrow BB\mathbf{aSc}a$, $\mathbf{A}BB \Rightarrow \mathbf{Ab}BB$, $B\mathbf{B} \Rightarrow B$.

Reláció reflexív, tranzitív lezártja

- Legyenek $X_1, \dots X_n$ halmazok és $R \subseteq X_1 \times \cdots \times X_n$, ekkor R-et ***n*-változós relációnak** nevezzük.

Reláció reflexív, tranzitív lezártja

- Legyenek $X_1, \dots X_n$ halmazok és $R \subseteq X_1 \times \dots \times X_n$, ekkor R-et **n-változós relációnak** nevezzük.
- $R \subseteq X \times Y$ és $S \subseteq Y \times Z$ bináris relációk **kompozíciója** $R \circ S = \{(x, z) \subseteq X \times Z \mid \exists y \in Y : (x, y) \in R \wedge (y, z) \in S\}$

Reláció reflexív, tranzitív lezártja

- Legyenek $X_1, \ldots X_n$ halmazok és $R \subseteq X_1 \times \cdots \times X_n$, ekkor R-et ***n*-változós relációnak** nevezzük.
- $R \subseteq X \times Y$ és $S \subseteq Y \times Z$ bináris relációk **kompozíciója** $R \circ S = \{(x,z) \subseteq X \times Z \mid \exists y \in Y : (x,y) \in R \land (y,z) \in S\}$
- $R^1 := R$, $R^i := R \circ R^{i-1}$ $(i \geqslant 2)$ definiálja R ***i*-edik hatványát**

Reláció reflexív, tranzitív lezártja

- Legyenek $X_1, \dots X_n$ halmazok és $R \subseteq X_1 \times \cdots \times X_n$, ekkor R-et ***n*-változós relációnak** nevezzük.
- $R \subseteq X \times Y$ és $S \subseteq Y \times Z$ bináris relációk **kompozíciója** $R \circ S = \{(x, z) \subseteq X \times Z \,|\, \exists y \in Y : (x, y) \in R \,\wedge\, (y, z) \in S\}$
- $R^1 := R$, $R^i := R \circ R^{i-1}$ $(i \geqslant 2)$ definiálja R ***i*-edik hatványát**
- Ha $R \subseteq X \times X$, akkor $S := R \cup \{(x, x) \,|\, x \in X\}$ az R reláció **reflexív lezártja**

Reláció reflexív, tranzitív lezártja

- Legyenek $X_1, \ldots X_n$ halmazok és $R \subseteq X_1 \times \cdots \times X_n$, ekkor R-et **n-változós relációnak** nevezzük.
- $R \subseteq X \times Y$ és $S \subseteq Y \times Z$ bináris relációk **kompozíciója** $R \circ S = \{(x, z) \subseteq X \times Z \mid \exists y \in Y : (x, y) \in R \,\wedge\, (y, z) \in S\}$
- $R^1 := R$, $R^i := R \circ R^{i-1}$ $(i \geqslant 2)$ definiálja R **i-edik hatványát**
- Ha $R \subseteq X \times X$, akkor $S := R \cup \{(x, x) \mid x \in X\}$ az R reláció **reflexív lezártja**
- Ha $R \subseteq X \times X$, akkor $R^+ := \bigcup\limits_{i=1,2,\ldots} R^i$ az R reláció **tranzitív lezártja**

Reláció reflexív, tranzitív lezártja

- Legyenek $X_1, \dots X_n$ halmazok és $R \subseteq X_1 \times \dots \times X_n$, ekkor R-et **n-változós relációnak** nevezzük.
- $R \subseteq X \times Y$ és $S \subseteq Y \times Z$ bináris relációk **kompozíciója** $R \circ S = \{(x, z) \subseteq X \times Z \mid \exists y \in Y : (x, y) \in R \wedge (y, z) \in S\}$
- $R^1 := R$, $R^i := R \circ R^{i-1}$ $(i \geqslant 2)$ definiálja R **i-edik hatványát**
- Ha $R \subseteq X \times X$, akkor $S := R \cup \{(x, x) \mid x \in X\}$ az R reláció **reflexív lezártja**
- Ha $R \subseteq X \times X$, akkor $R^+ := \bigcup\limits_{i=1,2,\dots} R^i$ az R reláció **tranzitív lezártja**
- Ha $R \subseteq X \times X$, akkor $R^* := R^+ \cup \{(x, x) \mid x \in X\}$ az R reláció **reflexív, tranzitív lezártja**

Reláció reflexív, tranzitív lezártja

Példa:

$X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $R = \{(1, 2), (2, 3), (3, 4), (2, 5)\}$ ekkor

Reláció reflexív, tranzitív lezártja

Példa:

$X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $R = \{(1, 2), (2, 3), (3, 4), (2, 5)\}$ ekkor

$S = \{(1, 2), (2, 3), (3, 4), (2, 5), (1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5)\}$ az R reflexív lezártja

Reláció reflexív, tranzitív lezártja

Példa:

$X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $R = \{(1, 2), (2, 3), (3, 4), (2, 5)\}$ ekkor

$S = \{(1, 2), (2, 3), (3, 4), (2, 5), (1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5)\}$ az R reflexív lezártja

$R^1 = R = \{(1, 2), (2, 3), (3, 4), (2, 5)\}$

Reláció reflexív, tranzitív lezártja

Példa:

$X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $R = \{(1, 2), (2, 3), (3, 4), (2, 5)\}$ ekkor

$S = \{(1, 2), (2, 3), (3, 4), (2, 5), (1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5)\}$ az R reflexív lezártja

$R^1 = R = \{(1, 2), (2, 3), (3, 4), (2, 5)\}$

$R^2 = \{(1, 3), (2, 4), (1, 5)\}$

Reláció reflexív, tranzitív lezártja

Példa:

$X = \{1,2,3,4,5\}$, $R = \{(1,2),(2,3),(3,4),(2,5)\}$ ekkor

$S = \{(1,2),(2,3),(3,4),(2,5),(1,1),(2,2),(3,3),(4,4),(5,5)\}$ az R reflexív lezártja

$R^1 = R = \{(1,2),(2,3),(3,4),(2,5)\}$

$R^2 = \{(1,3),(2,4),(1,5)\}$

$R^3 = \{(1,4)\}$

Reláció reflexív, tranzitív lezártja

Példa:

$X = \{1,2,3,4,5\}$, $R = \{(1,2),(2,3),(3,4),(2,5)\}$ ekkor

$S = \{(1,2),(2,3),(3,4),(2,5),(1,1),(2,2),(3,3),(4,4),(5,5)\}$ az R reflexív lezártja

$R^1 = R = \{(1,2),(2,3),(3,4),(2,5)\}$

$R^2 = \{(1,3),(2,4),(1,5)\}$

$R^3 = \{(1,4)\}$

$R^4 = R^5 = \ldots = \emptyset$

Reláció reflexív, tranzitív lezártja

Példa:

$X = \{1,2,3,4,5\}$, $R = \{(1,2),(2,3),(3,4),(2,5)\}$ ekkor

$S = \{(1,2),(2,3),(3,4),(2,5),(1,1),(2,2),(3,3),(4,4),(5,5)\}$ az R reflexív lezártja

$R^1 = R = \{(1,2),(2,3),(3,4),(2,5)\}$

$R^2 = \{(1,3),(2,4),(1,5)\}$

$R^3 = \{(1,4)\}$

$R^4 = R^5 = \ldots = \emptyset$

$R^+ = \{(1,2),(2,3),(3,4),(2,5),(1,3),(2,4),(1,5),(1,4)\}$ az R tranzitív lezártja

Reláció reflexív, tranzitív lezártja

Példa:

$X = \{1,2,3,4,5\}$, $R = \{(1,2),(2,3),(3,4),(2,5)\}$ ekkor

$S = \{(1,2),(2,3),(3,4),(2,5),(1,1),(2,2),(3,3),(4,4),(5,5)\}$ az R reflexív lezártja

$R^1 = R = \{(1,2),(2,3),(3,4),(2,5)\}$

$R^2 = \{(1,3),(2,4),(1,5)\}$

$R^3 = \{(1,4)\}$

$R^4 = R^5 = \ldots = \emptyset$

$R^+ = \{(1,2),(2,3),(3,4),(2,5),(1,3),(2,4),(1,5),(1,4)\}$ az R tranzitív lezártja

$R^* = \{(1,2),(2,3),(3,4),(2,5),(1,3),(2,4),(1,5),(1,4),$
$(1,1),(2,2),(3,3),(4,4),(5,5)\}$ az R reflexív, tranzitív lezártja

Reláció reflexív, tranzitív lezártja

Észrevételek:

- A bináris relációk éppen az irányított gráfok (a reláció elemei megfeleltethetők az irányított éleknek).

Reláció reflexív, tranzitív lezártja

Észrevételek:

- A bináris relációk éppen az irányított gráfok (a reláció elemei megfeleltethetők az irányított éleknek).
- A bináris relációk reflexív, tranzitív lezártja egy olyan gráfnak felel meg, melyben u-ból v-be pontosan akkor van él, ha az eredeti gráfban van (véges) irányított út.

Reláció reflexív, tranzitív lezártja

Észrevételek:

- A bináris relációk éppen az irányított gráfok (a reláció elemei megfeleltethetők az irányított éleknek).
- A bináris relációk reflexív, tranzitív lezártja egy olyan gráfnak felel meg, melyben u-ból v-be pontosan akkor van él, ha az eredeti gráfban van (véges) irányított út.
- $\Rightarrow_G$ egy bináris reláció a végtelen $X = (N \cup T)^*$ halmaz felett.

Reláció reflexív, tranzitív lezártja

Észrevételek:

- A bináris relációk éppen az irányított gráfok (a reláció elemei megfeleltethetők az irányított éleknek).
- A bináris relációk reflexív, tranzitív lezártja egy olyan gráfnak felel meg, melyben u-ból v-be pontosan akkor van él, ha az eredeti gráfban van (véges) irányított út.
- $\Rightarrow_G$ egy bináris reláció a végtelen $X = (N \cup T)^*$ halmaz felett.
- A $\Rightarrow_G$ egylépéses levezetés reláció tehát természetes módon megad egy végtelen irányított gráfot az $(N \cup T)^*$ csúcshalmazon.

Reláció reflexív, tranzitív lezártja

Észrevételek:

- A bináris relációk éppen az irányított gráfok (a reláció elemei megfeleltethetők az irányított éleknek).
- A bináris relációk reflexív, tranzitív lezártja egy olyan gráfnak felel meg, melyben u-ból v-be pontosan akkor van él, ha az eredeti gráfban van (véges) irányított út.
- $\Rightarrow_G$ egy bináris reláció a végtelen $X = (N \cup T)^*$ halmaz felett.
- A $\Rightarrow_G$ egylépéses levezetés reláció tehát természetes módon megad egy végtelen irányított gráfot az $(N \cup T)^*$ csúcshalmazon.
- A $\Rightarrow_G^*$ reflexív tranzitív lezárt gráfban u-ból v-be pontosan akkor van irányított él, ha véges sok egylépéses levezetésen át el lehet jutni u-ból v-be

Grammatikák

többlépéses levezetés

Definíció

Legyen $G = \langle N, T, P, S\rangle$ egy grammatika és legyen $u, v \in (N \cup T)^*$. u-ból (több lépésben)**levezethető** v, ha $(u, v) \in \Rightarrow_G^*$.

Grammatikák

többlépéses levezetés

Definíció

Legyen $G = \langle N, T, P, S\rangle$ egy grammatika és legyen $u, v \in (N \cup T)^*$. u-ból (több lépésben)**levezethető** v, ha $(u, v) \in \Rightarrow_G^*$. ($\Rightarrow_G^*$ a $\Rightarrow_G$ reflexív tranzitív lezártja)

u-ból k **lépésben levezethető** v, ha $(u, v) \in \Rightarrow_G^k$. ($\Rightarrow_G^k$ a $\Rightarrow_G$ k-adik hatványa).

Grammatikák

többlépéses levezetés

Definíció

Legyen $G = \langle N, T, P, S\rangle$ egy grammatika és legyen $u, v \in (N \cup T)^*$. u-ból (több lépésben)**levezethető** v, ha $(u, v) \in \Rightarrow_G^*$. ($\Rightarrow_G^*$ a $\Rightarrow_G$ reflexív tranzitív lezártja)

u-ból k **lépésben levezethető** v, ha $(u, v) \in \Rightarrow_G^k$. ($\Rightarrow_G^k$ a $\Rightarrow_G$ k-adik hatványa).

A kezdőszimbólumból levezethető szavakat **mondatformának** nevezzük.
Megadunk egy alternatív, közvetlen definíciót is:

Definíció

Legyen $G = \langle N, T, P, S\rangle$ egy grammatika és legyen $u, v \in (N \cup T)^*$. u-ból (több lépésben) **levezethető** v, ha $u = v$ vagy van olyan $n \geqslant 1$ és $w_0, \ldots w_n \in (N \cup T)^*$, hogy $w_{i-1} \Rightarrow_G w_i$ $(1 \leqslant i \leqslant n)$ és $w_0 = u$ és $w_n = v$. Jelölés: $u \Rightarrow_G^* v$.

Grammatikák

többlépéses levezetés

Ha egyértelmű melyik nyelvtanról van szó, akkor $\Rightarrow_G$ helyett röviden $\Rightarrow$-t írhatunk.

Grammatikák

többlépéses levezetés

Ha egyértelmű melyik nyelvtanról van szó, akkor $\Rightarrow_G$ helyett röviden $\Rightarrow$-t írhatunk.

Példa:

$$G_2 = \langle \{S, A, B, C\}, \{a, b, c\}, \{S \to a, S \to AB, A \to Ab, \\ B \to \varepsilon, aCA \to aSc\}, S\rangle.$$

Ekkor $BB\mathbf{aCA}a \Rightarrow BB\mathbf{aSc}a$ és $BBa\mathbf{S}ca \Rightarrow BBa\mathbf{AB}ca$, tehát $BBaCAa \Rightarrow^* BBaABca$.

Grammatikák

többlépéses levezetés

Ha egyértelmű melyik nyelvtanról van szó, akkor $\Rightarrow_G$ helyett röviden $\Rightarrow$-t írhatunk.

Példa:

$$G_2 = \langle \{S, A, B, C\}, \{a, b, c\}, \{S \to a, S \to AB, A \to Ab, B \to \varepsilon, aCA \to aSc\}, S\rangle.$$

Ekkor $BB\mathbf{aCA}a \Rightarrow BB\mathbf{aSc}a$ és $BBa\mathbf{S}ca \Rightarrow BBa\mathbf{AB}ca$, tehát $BBaCAa \Rightarrow^* BBaABca$.

$S \Rightarrow AB \Rightarrow AbB \Rightarrow AbbB$, tehát $AbbB$ egy mondatforma.

Generált nyelv

Definíció

Legyen $G = \langle N, T, P, S\rangle$ egy tetszőleges generatív grammatika. A G grammatika által **generált** $L(G)$ **nyelv** alatt az $L(G) = \{w \mid S \Rightarrow_G^* w, w \in T^*\}$ szavakból álló halmazt értjük.

Példák:

- $G = \langle N, T, P, S\rangle$, ahol $N = \{S, A, B\}$, $T = \{a, b\}$ és $P = \{S \rightarrow aSb, S \rightarrow ab, S \rightarrow ba\}$.

Generált nyelv

Definíció

Legyen $G = \langle N, T, P, S\rangle$ egy tetszőleges generatív grammatika. A G grammatika által **generált** $L(G)$ **nyelv** alatt az $L(G) = \{w \mid S \Rightarrow^*_G w, w \in T^*\}$ szavakból álló halmazt értjük.

Példák:

- $G = \langle N, T, P, S\rangle$, ahol $N = \{S, A, B\}$, $T = \{a, b\}$ és $P = \{S \to aSb, S \to ab, S \to ba\}$.

Generált nyelv

Definíció

Legyen $G = \langle N, T, P, S\rangle$ egy tetszőleges generatív grammatika. A G grammatika által **generált** $L(G)$ **nyelv** alatt az $L(G) = \{w \mid S \Rightarrow_G^* w, w \in T^*\}$ szavakból álló halmazt értjük.

Példák:

- $G = \langle N, T, P, S\rangle$, ahol $N = \{S, A, B\}$, $T = \{a, b\}$ és $P = \{S \to aSb, S \to ab, S \to ba\}$.

  Ekkor $L(G) = \{a^n abb^n, a^n bab^n \mid n \geqslant 0\}$.
- $G_1 = \langle N, T, P, S\rangle$, ahol $N = \{S, A, B\}$, $T = \{a, b\}$ és $P = \{S \to ASB, S \to \varepsilon, AB \to BA, BA \to AB, A \to a, B \to b\}$.

Generált nyelv

Definíció

Legyen $G = \langle N, T, P, S\rangle$ egy tetszőleges generatív grammatika. A G grammatika által **generált** $L(G)$ **nyelv** alatt az $L(G) = \{w \mid S \Rightarrow_G^* w, w \in T^*\}$ szavakból álló halmazt értjük.

Példák:

- $G = \langle N, T, P, S\rangle$, ahol $N = \{S, A, B\}$, $T = \{a, b\}$ és $P = \{S \to aSb, S \to ab, S \to ba\}$.

  Ekkor $L(G) = \{a^n abb^n, a^n bab^n \mid n \geqslant 0\}$.
- $G_1 = \langle N, T, P, S\rangle$, ahol $N = \{S, A, B\}$, $T = \{a, b\}$ és $P = \{S \to ASB, S \to \varepsilon, AB \to BA, BA \to AB, A \to a, B \to b\}$.

Generált nyelv

Definíció

Legyen $G = \langle N, T, P, S\rangle$ egy tetszőleges generatív grammatika. A G grammatika által **generált** $L(G)$ **nyelv** alatt az $L(G) = \{w \mid S \Rightarrow_G^* w, w \in T^*\}$ szavakból álló halmazt értjük.

Példák:

- $G = \langle N, T, P, S\rangle$, ahol $N = \{S, A, B\}$, $T = \{a, b\}$ és $P = \{S \to aSb, S \to ab, S \to ba\}$.

  Ekkor $L(G) = \{a^n abb^n, a^n bab^n \mid n \geqslant 0\}$.
- $G_1 = \langle N, T, P, S\rangle$, ahol $N = \{S, A, B\}$, $T = \{a, b\}$ és $P = \{S \to ASB, S \to \varepsilon, AB \to BA, BA \to AB, A \to a, B \to b\}$.

  Ekkor $L(G_1) = \{u \in \{a, b\}^* \mid u\text{-ban ugyanannyi } a \text{ van, mint } b\}$.

Ekvivalens grammatikák

Minden grammatika generál egy nyelvet, de ugyanazat a nyelvet több különböző grammatika is generálhatja.

Ekvivalens grammatikák

Minden grammatika generál egy nyelvet, de ugyanazat a nyelvet több különböző grammatika is generálhatja.

Két **grammatika ekvivalens**, ha ugyanazt a nyelvet generálják.

Ekvivalens grammatikák

Minden grammatika generál egy nyelvet, de ugyanazat a nyelvet több különböző grammatika is generálhatja.

Két **grammatika ekvivalens**, ha ugyanazt a nyelvet generálják.

Példa:

$G_2 = \langle N, T, P, S \rangle$, ahol $N = \{S, A, B\}$, $T = \{a, b\}$ és
$P = \{S \to SS, S \to aSb, S \to bSa, S \to \varepsilon\}$.

Ekvivalens grammatikák

Minden grammatika generál egy nyelvet, de ugyanazat a nyelvet több különböző grammatika is generálhatja.

Két **grammatika ekvivalens**, ha ugyanazt a nyelvet generálják.

Példa:
$G_2 = \langle N, T, P, S \rangle$, ahol $N = \{S, A, B\}$, $T = \{a, b\}$ és
$P = \{S \to SS, S \to aSb, S \to bSa, S \to \varepsilon\}$.

Belátható, hogy
$L(G_2) = \{u \in \{a, b\}^* \mid u\text{-ban ugyanannyi } a \text{ van, mint } b\}$. Így ez a grammatika ekvivalens az előzővel.

Ekvivalens grammatikák

Minden grammatika generál egy nyelvet, de ugyanazat a nyelvet több különböző grammatika is generálhatja.

Két **grammatika ekvivalens**, ha ugyanazt a nyelvet generálják.

Példa:
$G_2 = \langle N, T, P, S \rangle$, ahol $N = \{S, A, B\}$, $T = \{a, b\}$ és
$P = \{S \to SS, S \to aSb, S \to bSa, S \to \varepsilon\}$.

Belátható, hogy
$L(G_2) = \{u \in \{a, b\}^* \mid u\text{-ban ugyanannyi } a \text{ van, mint } b\}$. Így ez a grammatika ekvivalens az előzővel.

Grammatikák Chomsky féle osztályozása

Legyen $G = \langle N, T, P, S \rangle$ egy generatív grammatika. A G generatív grammatika i-típusú ($i = 0, 1, 2, 3$), ha P szabályhalmazára teljesülnek a következők:

- $i = 0$: nincs korlátozás,

Grammatikák Chomsky féle osztályozása

Legyen $G = \langle N, T, P, S \rangle$ egy generatív grammatika. A G generatív grammatika i-típusú ($i = 0, 1, 2, 3$), ha P szabályhalmazára teljesülnek a következők:

- $i = 0$: nincs korlátozás,
- $i = 1$: P minden szabálya $u_1 A u_2 \to u_1 v u_2$ alakú, ahol $u_1, u_2, v \in (N \cup T)^*, A \in N$, és $v \neq \varepsilon$, kivéve az $S \to \varepsilon$ alakú szabályt, feltéve, hogy P-ben ilyen szabály létezik. Ha P tartalmazza az $S \to \varepsilon$ szabályt, akkor S nem fordul elő P egyetlen szabályának jobb oldalán sem,

Grammatikák Chomsky féle osztályozása

Legyen $G = \langle N, T, P, S \rangle$ egy generatív grammatika. A G generatív grammatika i-típusú ($i = 0, 1, 2, 3$), ha P szabályhalmazára teljesülnek a következők:

- $i = 0$: nincs korlátozás,
- $i = 1$: P minden szabálya $u_1 A u_2 \to u_1 v u_2$ alakú, ahol $u_1, u_2, v \in (N \cup T)^*, A \in N$, és $v \neq \varepsilon$, kivéve az $S \to \varepsilon$ alakú szabályt, feltéve, hogy P-ben ilyen szabály létezik. Ha P tartalmazza az $S \to \varepsilon$ szabályt, akkor S nem fordul elő P egyetlen szabályának jobb oldalán sem,
- $i = 2$: P minden szabálya $A \to v$ alakú, ahol $A \in N$ és $v \in (N \cup T)^*$,

Grammatikák Chomsky féle osztályozása

Legyen $G = \langle N, T, P, S \rangle$ egy generatív grammatika. A G generatív grammatika i-típusú ($i = 0, 1, 2, 3$), ha P szabályhalmazára teljesülnek a következők:

- $i = 0$: nincs korlátozás,
- $i = 1$: P minden szabálya $u_1 A u_2 \to u_1 v u_2$ alakú, ahol $u_1, u_2, v \in (N \cup T)^*, A \in N$, és $v \neq \varepsilon$, kivéve az $S \to \varepsilon$ alakú szabályt, feltéve, hogy P-ben ilyen szabály létezik. Ha P tartalmazza az $S \to \varepsilon$ szabályt, akkor S nem fordul elő P egyetlen szabályának jobb oldalán sem,
- $i = 2$: P minden szabálya $A \to v$ alakú, ahol $A \in N$ és $v \in (N \cup T)^*$,
- $i = 3$: P minden szabálya vagy $A \to uB$ vagy $A \to u$, alakú, ahol $A, B \in N$ és $u \in T^*$.

Grammatikaosztályba sorolás

Példa: Legyen $G = \langle N, T, P, S \rangle$, ahol $N = \{S, A, B\}$, $T = \{a, b\}$ és $P = \{S \to ASB, S \to \varepsilon, AB \to BA, BA \to AB, A \to a, B \to b\}$. Szabályról szabályra nézzük meg, hogy az adott szabály melyik típusba engedi sorolni a grammatikát.

$S \to ASB$	0, 1, 2
$S \to \varepsilon$	0, 1, 2, 3
$AB \to BA$	0
$BA \to AB$	0
$A \to a$	0, 1, 2, 3
$B \to b$	0, 1, 2, 3

Grammatikaosztályba sorolás

Példa: Legyen $G = \langle N, T, P, S \rangle$, ahol $N = \{S, A, B\}$, $T = \{a, b\}$ és $P = \{S \to ASB, S \to \varepsilon, AB \to BA, BA \to AB, A \to a, B \to b\}$. Szabályról szabályra nézzük meg, hogy az adott szabály melyik típusba engedi sorolni a grammatikát.

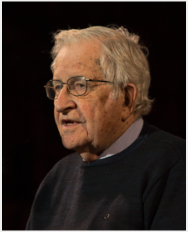
$S \to ASB$	0, 1, 2
$S \to \varepsilon$	0, 1, 2, 3
$AB \to BA$	0
$BA \to AB$	0
$A \to a$	0, 1, 2, 3
$B \to b$	0, 1, 2, 3

Az első 2 szabály nem lehet együtt 1-típusú grammatikában.

A 3. és 4. szabály a 0-son kívül mindent kizár, így a grammatika csak a 0-típusba skatulyázható.

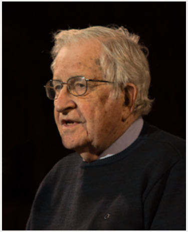
Nyelvek Chomsky féle osztályozása

Noam Chomsky (1928 –) amerikai nyelvész, filozófus, politikai aktivista. A generatív nyelvtan elméletének megalkotója, kidolgozója a róla elnevezett Chomsky-hierarchiának. (Wikipédia)



Nyelvek Chomsky féle osztályozása

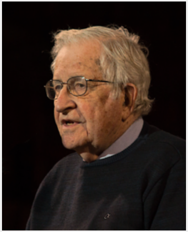
Noam Chomsky (1928 –) amerikai nyelvész, filozófus, politikai aktivista. A generatív nyelvtan elméletének megalkotója, kidolgozója a róla elnevezett Chomsky-hierarchiának. (Wikipédia)



Egy L nyelvet ***i*-típusúnak** mondunk, ahol $i = 0, 1, 2, 3$, ha i-típusú grammatikával generálható.

Nyelvek Chomsky féle osztályozása

Noam Chomsky (1928 –) amerikai nyelvész, filozófus, politikai aktivista. A generatív nyelvtan elméletének megalkotója, kidolgozója a róla elnevezett Chomsky-hierarchiának. (Wikipédia)



Egy L nyelvet ***i*-típusúnak** mondunk, ahol $i = 0, 1, 2, 3$, ha i-típusú grammatikával generálható. $\mathcal{L}_i$ $(i = 0, 1, 2, 3)$ jelöli az i-típusú nyelvek nyelvosztályát.

Példa: A korábbi 0-típusú G_1 és 2-típusú G_2 grammatikák egyaránt $L = \{u \in \{a, b\}^* \mid u\text{-ban ugyanannyi } a \text{ van, mint } b\}$-t generálják, így $L \in \mathcal{L}_2$.

A Chomsky féle grammatikaosztályok elnevezése

- A 0-típusú grammatikákat **mondatszerkezetű** (phrase-structure) grammatikáknak is nevezzük, ami nyelvészeti eredetükre utal.

A Chomsky féle grammatikaosztályok elnevezése

- A 0-típusú grammatikákat **mondatszerkezetű** (phrase-structure) grammatikáknak is nevezzük, ami nyelvészeti eredetükre utal.
- A 1-típusú grammatikák a **környezetfüggő** (context-sensitive) grammatikák, mert szabályai olyanok, hogy, egy A nemterminális valamely előfordulása egy v szóval csak u_1 és u_2 kontextus jelenlétében helyettesíthető.

A Chomsky féle grammatikaosztályok elnevezése

- A 0-típusú grammatikákat **mondatszerkezetű** (phrase-structure) grammatikáknak is nevezzük, ami nyelvészeti eredetükre utal.
- A 1-típusú grammatikák a **környezetfüggő** (context-sensitive) grammatikák, mert szabályai olyanok, hogy, egy A nemterminális valamely előfordulása egy v szóval csak u_1 és u_2 kontextus jelenlétében helyettesíthető.
- 2-típusú grammatikákat **környezetfüggetlen** (context-free) grammatikáknak mondjuk, mert szabályai olyanok, hogy az A nemterminális v-vel való helyettesítése bármely kontextusban megengedett.

A Chomsky féle grammatikaosztályok elnevezése

- A 0-típusú grammatikákat **mondatszerkezetű** (phrase-structure) grammatikáknak is nevezzük, ami nyelvészeti eredetükre utal.
- A 1-típusú grammatikák a **környezetfüggő** (context-sensitive) grammatikák, mert szabályai olyanok, hogy, egy A nemterminális valamely előfordulása egy v szóval csak u_1 és u_2 kontextus jelenlétében helyettesíthető.
- 2-típusú grammatikákat **környezetfüggetlen** (context-free) grammatikáknak mondjuk, mert szabályai olyanok, hogy az A nemterminális v-vel való helyettesítése bármely kontextusban megengedett.
- A 3-típusú grammatikákat **reguláris** (regular) vagy véges állapotú (finite state) grammatikáknak hívjuk, a véges állapotú automatákkal való kapcsolatuk miatt.

A Chomsky féle grammatikaosztályok elnevezése

- A 0-típusú grammatikákat **mondatszerkezetű** (phrase-structure) grammatikáknak is nevezzük, ami nyelvészeti eredetükre utal.
- A 1-típusú grammatikák a **környezetfüggő** (context-sensitive) grammatikák, mert szabályai olyanok, hogy, egy A nemterminális valamely előfordulása egy v szóval csak u_1 és u_2 kontextus jelenlétében helyettesíthető.
- 2-típusú grammatikákat **környezetfüggetlen** (context-free) grammatikáknak mondjuk, mert szabályai olyanok, hogy az A nemterminális v-vel való helyettesítése bármely kontextusban megengedett.
- A 3-típusú grammatikákat **reguláris** (regular) vagy véges állapotú (finite state) grammatikáknak hívjuk, a véges állapotú automatákkal való kapcsolatuk miatt.

A 0,1,2,3-típusú nyelvek osztályait rendre **rekurzíven felsorolható**, **környezetfüggő**, **környezetfüggetlen**, valamint **reguláris** nyelvosztálynak is mondjuk.

A Chomsky-féle hierarchia

A grammatikák alakjából nyilvánvaló, hogy $\mathcal{L}_3 \subseteq \mathcal{L}_2 \subseteq \mathcal{L}_0$ és $\mathcal{L}_1 \subseteq \mathcal{L}_0$.

A Chomsky-féle hierarchia

A grammatikák alakjából nyilvánvaló, hogy $\mathcal{L}_3 \subseteq \mathcal{L}_2 \subseteq \mathcal{L}_0$ és $\mathcal{L}_1 \subseteq \mathcal{L}_0$.

Tétel (Chomsky-féle nyelvhierarchia)

$$\mathcal{L}_3 \subset \mathcal{L}_2 \subset \mathcal{L}_1 \subset \mathcal{L}_0.$$

A Chomsky-féle hierarchia

A grammatikák alakjából nyilvánvaló, hogy $\mathcal{L}_3 \subseteq \mathcal{L}_2 \subseteq \mathcal{L}_0$ és $\mathcal{L}_1 \subseteq \mathcal{L}_0$.

Tétel (Chomsky-féle nyelvhierarchia)

$$\mathcal{L}_3 \subset \mathcal{L}_2 \subset \mathcal{L}_1 \subset \mathcal{L}_0.$$

Itt az $\mathcal{L}_2$ és az $\mathcal{L}_1$ nyelvosztályok közötti tartalmazási reláció nem látható azonnal a megfelelő grammatikák definíciójából.

A Chomsky-féle hierarchia

A grammatikák alakjából nyilvánvaló, hogy $\mathcal{L}_3 \subseteq \mathcal{L}_2 \subseteq \mathcal{L}_0$ és $\mathcal{L}_1 \subseteq \mathcal{L}_0$.

Tétel (Chomsky-féle nyelvhierarchia)

$$\mathcal{L}_3 \subset \mathcal{L}_2 \subset \mathcal{L}_1 \subset \mathcal{L}_0.$$

Itt az $\mathcal{L}_2$ és az $\mathcal{L}_1$ nyelvosztályok közötti tartalmazási reláció nem látható azonnal a megfelelő grammatikák definíciójából.

Szintén $\mathcal{L}_1$-et tudják generálni a **hossznemcsökkentő** grammatikák. Ezek $p \rightarrow q$ szabályaira $|p| \leqslant |q|$ teljesül kivéve az $S \rightarrow \varepsilon$ alakú szabályt, feltéve, hogy P-ben ilyen szabály létezik. Ha P tartalmazza az $S \rightarrow \varepsilon$ szabályt, akkor S nem fordul elő P egyetlen szabályának jobb oldalán sem.

Grammatikák a gyakorlatban

BNF (Backus-Naur Form) **John Backus, Peter Naur ALGOL 60**

Grammatikák a gyakorlatban

BNF (Backus-Naur Form) **John Backus, Peter Naur ALGOL 60**

A BNF egy széles körben használt metanyelv melynek segítségével szabályok alkothatók meg (például egy programozási nyelv szintaktikai szabályai).

Grammatikák a gyakorlatban

BNF (Backus-Naur Form) **John Backus, Peter Naur ALGOL 60**

A BNF egy széles körben használt metanyelv melynek segítségével szabályok alkothatók meg (például egy programozási nyelv szintaktikai szabályai).Építőkövei:

- $\langle$név$\rangle$, **fogalmak** (vagy más néven **nemterminálisok**)
- ::=, a szabályok bal- és jobboldalának elválasztászára
- a sztringek alkotóelemei (**terminálisok**)

Grammatikák a gyakorlatban

BNF (Backus-Naur Form) **John Backus, Peter Naur ALGOL 60**

A BNF egy széles körben használt metanyelv melynek segítségével szabályok alkothatók meg (például egy programozási nyelv szintaktikai szabályai).Építőkövei:

- $\langle$név$\rangle$, **fogalmak** (vagy más néven **nemterminálisok**)
- $::=$, a szabályok bal- és jobboldalának elválasztászára
- a sztringek alkotóelemei (**terminálisok**)

Egy szabály bal- és jobboldalból áll, köztük $::=$, baloldalon pontosan 1 fogalom, jobboldalon terminálisok és fogalmak véges sorozata állhat.

Grammatikák a gyakorlatban

BNF (Backus-Naur Form) **John Backus, Peter Naur ALGOL 60**

A BNF egy széles körben használt metanyelv melynek segítségével szabályok alkothatók meg (például egy programozási nyelv szintaktikai szabályai).Építőkövei:

- $\langle$név$\rangle$, **fogalmak** (vagy más néven **nemterminálisok**)
- $::=$, a szabályok bal- és jobboldalának elválasztására
- a sztringek alkotóelemei (**terminálisok**)

Egy szabály bal- és jobboldalból áll, köztük $::=$, baloldalon pontosan 1 fogalom, jobboldalon terminálisok és fogalmak véges sorozata állhat.

A BNF megfelel a környezetfüggetlen grammatikának.

Grammatikák a gyakorlatban

BNF (Backus-Naur Form) **John Backus, Peter Naur ALGOL 60**

A BNF egy széles körben használt metanyelv melynek segítségével szabályok alkothatók meg (például egy programozási nyelv szintaktikai szabályai).Építőkövei:

- $\langle$név$\rangle$, **fogalmak** (vagy más néven **nemterminálisok**)
- $::=$, a szabályok bal- és jobboldalának elválasztászára
- a sztringek alkotóelemei (**terminálisok**)

Egy szabály bal- és jobboldalból áll, köztük $::=$, baloldalon pontosan 1 fogalom, jobboldalon terminálisok és fogalmak véges sorozata állhat.

A BNF megfelel a környezetfüggetlen grammatikának. Példa:

$\langle \text{azonosító} \rangle ::= \langle \text{betű} \rangle \,|\, \langle \text{betű} \rangle \langle \text{azvég} \rangle$
$\langle \text{azvég} \rangle ::= \langle \text{betű} \rangle \,|\, \langle \text{számjegy} \rangle \,|\, \langle \text{betű} \rangle \langle \text{azvég} \rangle \,|\, \langle \text{számjegy} \rangle \langle \text{azvég} \rangle$
$\langle \text{betű} \rangle ::= a \,|\, \cdots \,|\, z$
$\langle \text{számjegy} \rangle ::= 0 \,|\, \cdots \,|\, 9$

Kontrollált környezetfüggetlen grammatikák

BNF-fel nem írható le teljeskörűen a programozási nyelvek szintaxisa (lásd pl. deklaráció fogalma, az $\{uu \mid u \in V^*\}$ nyelv nem környezetfüggetlen).

Kontrollált környezetfüggetlen grammatikák

BNF-fel nem írható le teljeskörűen a programozási nyelvek szintaxisa (lásd pl. deklaráció fogalma, az $\{uu \mid u \in V^*\}$ nyelv nem környezetfüggetlen).

Módosítható-e úgy a környezetfüggetlen grammatikák modellje, hogy a természetes, egyszerű szabályalakot megtartsuk, de a modell kifejező ereje nőjön?

Kontrollált környezetfüggetlen grammatikák

BNF-fel nem írható le teljeskörűen a programozási nyelvek szintaxisa (lásd pl. deklaráció fogalma, az $\{uu \mid u \in V^*\}$ nyelv nem környezetfüggetlen).

Módosítható-e úgy a környezetfüggetlen grammatikák modellje, hogy a természetes, egyszerű szabályalakot megtartsuk, de a modell kifejező ereje nőjön?

Tudnánk-e nem környezetfüggetlen nyelveket generálni környezetfüggetlen grammatikákkal azáltal, hogy például a produkciós szabályok alkalmazhatóságára feltételeket szabunk.

Kontrollált környezetfüggetlen grammatikák

BNF-fel nem írható le teljeskörűen a programozási nyelvek szintaxisa (lásd pl. deklaráció fogalma, az $\{uu \mid u \in V^*\}$ nyelv nem környezetfüggetlen).

Módosítható-e úgy a környezetfüggetlen grammatikák modellje, hogy a természetes, egyszerű szabályalakot megtartsuk, de a modell kifejező ereje nőjön?

Tudnánk-e nem környezetfüggetlen nyelveket generálni környezetfüggetlen grammatikákkal azáltal, hogy például a produkciós szabályok alkalmazhatóságára feltételeket szabunk.

A válasz igen, nézzünk erre néhány példát!

Kontrollált környezetfüggetlen grammatikák

BNF-fel nem írható le teljeskörűen a programozási nyelvek szintaxisa (lásd pl. deklaráció fogalma, az $\{uu \mid u \in V^*\}$ nyelv nem környezetfüggetlen).

Módosítható-e úgy a környezetfüggetlen grammatikák modellje, hogy a természetes, egyszerű szabályalakot megtartsuk, de a modell kifejező ereje nőjön?

Tudnánk-e nem környezetfüggetlen nyelveket generálni környezetfüggetlen grammatikákkal azáltal, hogy például a produkciós szabályok alkalmazhatóságára feltételeket szabunk.

A válasz igen, nézzünk erre néhány példát!

3 példát nézünk, a **programozott grammatikák** és a **mátrixgrammatikák** esetén az alkalmazott szabályok sorrendiségére vonatkozik a kontroll, míg a **véletlen szövegfeltételekkel adott grammatikák** esetében a szabályok alkalmazhatósága az aktuális mondatforma tulajdonságaitól függ.

Progamozott grammatikák

Környezetfüggetlen programozott grammatikán egy $G = \langle N, T, P, S \rangle$ négyest értünk, ahol

- N és T diszjunkt véges ábécék,
- $S \in N$ a kezdőszimbólum
- P rendezett hármasok véges halmaza, melyek $r = (p, \sigma, \phi)$ alakúak, ahol p egy környezetfüggetlen szabály, $\sigma, \phi \subseteq P$.

Progamozott grammatikák

Környezetfüggetlen programozott grammatikán egy $G = \langle N, T, P, S \rangle$ négyest értünk, ahol

- N és T diszjunkt véges ábécék,
- $S \in N$ a kezdőszimbólum
- P rendezett hármasok véges halmaza, melyek $r = (p, \sigma, \phi)$ alakúak, ahol p egy környezetfüggetlen szabály, $\sigma, \phi \subseteq P$.

σ-t az r szabály **siker-halmazának**, ϕ a szabály **kudarc-halmazának** nevezzük.

Programozott grammatikák

Jelölje Q a **megengedett** szabályok halmazát. Kezdetben $Q := P$.

Egy $u \in (N \cup T)^*$ mondatformából **egy lépésben levezethető** a $v \in (N \cup T)^*$ mondatforma, ha van olyan $r = (A \to w, \sigma, \phi) \in Q$, melyre a következők egyike teljesül

- $u = xAy$ és $v = xwy$ valamely $x, y \in (N \cup T)^*$-ra, ekkor a szabályalkalmazás **sikeres** és $Q := \sigma$,

Programozott grammatikák

Jelölje Q a **megengedett** szabályok halmazát. Kezdetben $Q := P$.

Egy $u \in (N \cup T)^*$ mondatformából **egy lépésben levezethető** a $v \in (N \cup T)^*$ mondatforma, ha van olyan $r = (A \to w, \sigma, \phi) \in Q$, melyre a következők egyike teljesül

- $u = xAy$ és $v = xwy$ valamely $x, y \in (N \cup T)^*$-ra, ekkor a szabályalkalmazás **sikeres** és $Q := \sigma$,
- u nem tartalmazza A-t és $v = u$, ekkor a szabályalkalmazás **sikertelen** és $Q := \phi$.

Programozott grammatikák

Jelölje Q a **megengedett** szabályok halmazát. Kezdetben $Q := P$.

Egy $u \in (N \cup T)^*$ mondatformából **egy lépésben levezethető** a $v \in (N \cup T)^*$ mondatforma, ha van olyan $r = (A \to w, \sigma, \phi) \in Q$, melyre a következők egyike teljesül

- $u = xAy$ és $v = xwy$ valamely $x, y \in (N \cup T)^*$-ra, ekkor a szabályalkalmazás **sikeres** és $Q := \sigma$,
- u nem tartalmazza A-t és $v = u$, ekkor a szabályalkalmazás **sikertelen** és $Q := \phi$.

Programozott grammatikák

Jelölje Q a **megengedett** szabályok halmazát. Kezdetben $Q := P$.

Egy $u \in (N \cup T)^*$ mondatformából **egy lépésben levezethető** a $v \in (N \cup T)^*$ mondatforma, ha van olyan $r = (A \to w, \sigma, \phi) \in Q$, melyre a következők egyike teljesül

- $u = xAy$ és $v = xwy$ valamely $x, y \in (N \cup T)^*$-ra, ekkor a szabályalkalmazás **sikeres** és $Q := \sigma$,
- u nem tartalmazza A-t és $v = u$, ekkor a szabályalkalmazás **sikertelen** és $Q := \phi$.

Tehát adott mindig megengedett szabályok egy $Q \subseteq P$ részhalmaza. Választunk egy $r \in Q$ szabályt. Amennyiben sikerül a kiválasztott szabályt alkalmazni, akkor az adott szabály siker-halmazából, ha nem járunk sikerrel, akkor pedig a kudarc-halmazából kell a következő szabályt választani.

Programozott grammatikák

Jelölje Q a **megengedett** szabályok halmazát. Kezdetben $Q := P$.

Egy $u \in (N \cup T)^*$ mondatformából **egy lépésben levezethető** a $v \in (N \cup T)^*$ mondatforma, ha van olyan $r = (A \to w, \sigma, \phi) \in Q$, melyre a következők egyike teljesül

- $u = xAy$ és $v = xwy$ valamely $x, y \in (N \cup T)^*$-ra, ekkor a szabályalkalmazás **sikeres** és $Q := \sigma$,
- u nem tartalmazza A-t és $v = u$, ekkor a szabályalkalmazás **sikertelen** és $Q := \phi$.

Tehát adott mindig megengedett szabályok egy $Q \subseteq P$ részhalmaza. Választunk egy $r \in Q$ szabályt. Amennyiben sikerül a kiválasztott szabályt alkalmazni, akkor az adott szabály siker-halmazából, ha nem járunk sikerrel, akkor pedig a kudarc-halmazából kell a következő szabályt választani.

Az így kapott $\Rightarrow$ reláció reflexív, tranzitív lezártjaként definiáljuk $\Rightarrow^*$-t. $L(G) := \{w \in T^* \mid S \Rightarrow^* w\}$.

Programozott grammatikák

Ha $r = (p, \sigma, \emptyset)$ minden $r \in P$ szabályra fennáll, akkor a programozott grammatika **előfordulásellenőrzés nélküli**, egyébként **előfordulásellenőrzéses**.

Programozott grammatikák

Ha $r = (p, \sigma, \emptyset)$ minden $r \in P$ szabályra fennáll, akkor a programozott grammatika **előfordulásellenőrzés nélküli**, egyébként **előfordulásellenőrzéses**.

Példa: Legyen $G = \langle \{S, A\}, \{a\}, S, \{r_1, r_2, r_3\} \rangle$, ahol
$r_1 = (S \to AA, \{r_1\}, \{r_2\})$
$r_2 = (A \to S, \{r_2\}, \{r_1, r_3\})$
$r_3 = (S \to a, \{r_3\}, \emptyset)$

Programozott grammatikák

Ha $r = (p, \sigma, \emptyset)$ minden $r \in P$ szabályra fennáll, akkor a programozott grammatika **előfordulásellenőrzés nélküli**, egyébként **előfordulásellenőrzéses**.

Példa: Legyen $G = \langle \{S, A\}, \{a\}, S, \{r_1, r_2, r_3\} \rangle$, ahol
$r_1 = (S \to AA, \{r_1\}, \{r_2\})$
$r_2 = (A \to S, \{r_2\}, \{r_1, r_3\})$
$r_3 = (S \to a, \{r_3\}, \emptyset)$

$S \stackrel{r_1}{\Rightarrow} AA$ (siker:$\{r_1\}$)

Programozott grammatikák

Ha $r = (p, \sigma, \emptyset)$ minden $r \in P$ szabályra fennáll, akkor a programozott grammatika **előfordulásellenőrzés nélküli**, egyébként **előfordulásellenőrzéses**.

Példa: Legyen $G = \langle \{S, A\}, \{a\}, S, \{r_1, r_2, r_3\} \rangle$, ahol
$r_1 = (S \to AA, \{r_1\}, \{r_2\})$
$r_2 = (A \to S, \{r_2\}, \{r_1, r_3\})$
$r_3 = (S \to a, \{r_3\}, \emptyset)$

$S \overset{r_1}{\Rightarrow} AA$ (siker:$\{r_1\}$) $\overset{r_1}{\Rightarrow} AA$ (kudarc:$\{r_2\}$)

Programozott grammatikák

Ha $r = (p, \sigma, \emptyset)$ minden $r \in P$ szabályra fennáll, akkor a programozott grammatika **előfordulásellenőrzés nélküli**, egyébként **előfordulásellenőrzéses**.

Példa: Legyen $G = \langle \{S, A\}, \{a\}, S, \{r_1, r_2, r_3\} \rangle$, ahol
$r_1 = (S \to AA, \{r_1\}, \{r_2\})$
$r_2 = (A \to S, \{r_2\}, \{r_1, r_3\})$
$r_3 = (S \to a, \{r_3\}, \emptyset)$

$S \overset{r_1}{\Rightarrow} AA$ (siker:$\{r_1\}$) $\overset{r_1}{\Rightarrow} AA$ (kudarc:$\{r_2\}$) $\overset{r_2}{\Rightarrow} SA$ (siker:$\{r_2\}$)

Programozott grammatikák

Ha $r = (p, \sigma, \emptyset)$ minden $r \in P$ szabályra fennáll, akkor a programozott grammatika **előfordulásellenőrzés nélküli**, egyébként **előfordulásellenőrzéses**.

Példa: Legyen $G = \langle \{S, A\}, \{a\}, S, \{r_1, r_2, r_3\} \rangle$, ahol
$r_1 = (S \to AA, \{r_1\}, \{r_2\})$
$r_2 = (A \to S, \{r_2\}, \{r_1, r_3\})$
$r_3 = (S \to a, \{r_3\}, \emptyset)$

$S \stackrel{r_1}{\Rightarrow} AA$ (siker:$\{r_1\}$) $\stackrel{r_1}{\Rightarrow} AA$ (kudarc:$\{r_2\}$) $\stackrel{r_2}{\Rightarrow} SA$ (siker:$\{r_2\}$)
$\stackrel{r_2}{\Rightarrow} SS$ (siker:$\{r_2\}$)

Programozott grammatikák

Ha $r = (p, \sigma, \emptyset)$ minden $r \in P$ szabályra fennáll, akkor a programozott grammatika **előfordulásellenőrzés nélküli**, egyébként **előfordulásellenőrzéses**.

Példa: Legyen $G = \langle \{S, A\}, \{a\}, S, \{r_1, r_2, r_3\} \rangle$, ahol
$r_1 = (S \to AA, \{r_1\}, \{r_2\})$
$r_2 = (A \to S, \{r_2\}, \{r_1, r_3\})$
$r_3 = (S \to a, \{r_3\}, \emptyset)$

$S \stackrel{r_1}{\Rightarrow} AA$ (siker:$\{r_1\}$) $\stackrel{r_1}{\Rightarrow} AA$ (kudarc:$\{r_2\}$) $\stackrel{r_2}{\Rightarrow} SA$ (siker:$\{r_2\}$) $\stackrel{r_2}{\Rightarrow} SS$ (siker:$\{r_2\}$) $\stackrel{r_2}{\Rightarrow} SS$ (kudarc:$\{r_1, r_3\}$)

Programozott grammatikák

Ha $r = (p, \sigma, \emptyset)$ minden $r \in P$ szabályra fennáll, akkor a programozott grammatika **előfordulásellenőrzés nélküli**, egyébként **előfordulásellenőrzéses**.

Példa: Legyen $G = \langle \{S, A\}, \{a\}, S, \{r_1, r_2, r_3\} \rangle$, ahol
$r_1 = (S \to AA, \{r_1\}, \{r_2\})$
$r_2 = (A \to S, \{r_2\}, \{r_1, r_3\})$
$r_3 = (S \to a, \{r_3\}, \emptyset)$

$S \overset{r_1}{\Rightarrow} AA$ (siker:$\{r_1\}$) $\overset{r_1}{\Rightarrow} AA$ (kudarc:$\{r_2\}$) $\overset{r_2}{\Rightarrow} SA$ (siker:$\{r_2\}$) $\overset{r_2}{\Rightarrow} SS$ (siker:$\{r_2\}$) $\overset{r_2}{\Rightarrow} SS$ (kudarc:$\{r_1, r_3\}$) $\overset{r_3}{\Rightarrow} aS$ (siker:$\{r_3\}$)

Programozott grammatikák

Ha $r = (p, \sigma, \emptyset)$ minden $r \in P$ szabályra fennáll, akkor a programozott grammatika **előfordulásellenőrzés nélküli**, egyébként **előfordulásellenőrzéses**.

Példa: Legyen $G = \langle \{S, A\}, \{a\}, S, \{r_1, r_2, r_3\} \rangle$, ahol
$r_1 = (S \to AA, \{r_1\}, \{r_2\})$
$r_2 = (A \to S, \{r_2\}, \{r_1, r_3\})$
$r_3 = (S \to a, \{r_3\}, \emptyset)$

$S \stackrel{r_1}{\Rightarrow} AA$ (siker:$\{r_1\}$) $\stackrel{r_1}{\Rightarrow} AA$ (kudarc:$\{r_2\}$) $\stackrel{r_2}{\Rightarrow} SA$ (siker:$\{r_2\}$)
$\stackrel{r_2}{\Rightarrow} SS$ (siker:$\{r_2\}$) $\stackrel{r_2}{\Rightarrow} SS$ (kudarc:$\{r_1, r_3\}$) $\stackrel{r_3}{\Rightarrow} aS$ (siker:$\{r_3\}$)
$\stackrel{r_3}{\Rightarrow} aa$

Programozott grammatikák

Ha $r = (p, \sigma, \emptyset)$ minden $r \in P$ szabályra fennáll, akkor a programozott grammatika **előfordulásellenőrzés nélküli**, egyébként **előfordulásellenőrzéses**.

Példa: Legyen $G = \langle \{S, A\}, \{a\}, S, \{r_1, r_2, r_3\} \rangle$, ahol
$r_1 = (S \to AA, \{r_1\}, \{r_2\})$
$r_2 = (A \to S, \{r_2\}, \{r_1, r_3\})$
$r_3 = (S \to a, \{r_3\}, \emptyset)$

$S \overset{r_1}{\Rightarrow} AA$ (siker:$\{r_1\}$) $\overset{r_1}{\Rightarrow} AA$ (kudarc:$\{r_2\}$) $\overset{r_2}{\Rightarrow} SA$ (siker:$\{r_2\}$)
$\overset{r_2}{\Rightarrow} SS$ (siker:$\{r_2\}$) $\overset{r_2}{\Rightarrow} SS$ (kudarc:$\{r_1, r_3\}$) $\overset{r_3}{\Rightarrow} aS$ (siker:$\{r_3\}$)
$\overset{r_3}{\Rightarrow} aa$.

Az SS-en kudarccal végződött $A \to S$ átírás után választhattuk volna az r_1 szabályt is, ez újra megduplázta volna az S-ek számát.

Programozott grammatikák

Ha $r = (p, \sigma, \emptyset)$ minden $r \in P$ szabályra fennáll, akkor a programozott grammatika **előfordulásellenőrzés nélküli**, egyébként **előfordulásellenőrzéses**.

Példa: Legyen $G = \langle \{S, A\}, \{a\}, S, \{r_1, r_2, r_3\} \rangle$, ahol
$r_1 = (S \to AA, \{r_1\}, \{r_2\})$
$r_2 = (A \to S, \{r_2\}, \{r_1, r_3\})$
$r_3 = (S \to a, \{r_3\}, \emptyset)$

$S \overset{r_1}{\Rightarrow} AA$ (siker:$\{r_1\}$) $\overset{r_1}{\Rightarrow} AA$ (kudarc:$\{r_2\}$) $\overset{r_2}{\Rightarrow} SA$ (siker:$\{r_2\}$)
$\overset{r_2}{\Rightarrow} SS$ (siker:$\{r_2\}$) $\overset{r_2}{\Rightarrow} SS$ (kudarc:$\{r_1, r_3\}$) $\overset{r_3}{\Rightarrow} aS$ (siker:$\{r_3\}$)
$\overset{r_3}{\Rightarrow} aa$.

Az SS-en kudarccal végződött $A \to S$ átírás után választhattuk volna az r_1 szabályt is, ez újra megduplázta volna az S-ek számát.

G egy előfordulásellenőrzéses programozott grammatika és $L(G) = \{a^{2^n} \mid n \geqslant 0\}$.

Mátrixgrammatikák

Előfordulásellenőrzéses környezetfüggetlen mátrixgrammatikán egy $G = \langle N, T, M, S, F\rangle$ ötöst értünk, ahol

- N és T diszjunkt véges ábécék,
- $S \in N$ a kezdőszimbólum,
- $M = \{m_1, m_2, \ldots, m_n\}$, $n \geqslant 1$, sorozatok véges halmaza
- $m_i = (p_{i_1}, \ldots p_{i_{k(i)}}), k(i) \geqslant 1, 1 \leqslant i \leqslant n$, ahol minden $p_{i_j}, 1 \leqslant i \leqslant n, 1 \leqslant j \leqslant k(i)$, egy környezetfüggetlen szabály, és
- F M-beli sorozatok szabályainak egy részhalmaza, azaz $F \subseteq \{p_{i_j} \mid 1 \leqslant i \leqslant n, 1 \leqslant j \leqslant k(i)\}$.

Mátrixgrammatikák

Előfordulásellenőrzéses környezetfüggetlen mátrixgrammatikán egy $G = \langle N, T, M, S, F\rangle$ ötöst értünk, ahol

- N és T diszjunkt véges ábécék,
- $S \in N$ a kezdőszimbólum,
- $M = \{m_1, m_2, \ldots, m_n\}$, $n \geqslant 1$, sorozatok véges halmaza
- $m_i = (p_{i_1}, \ldots p_{i_{k(i)}}), k(i) \geqslant 1, 1 \leqslant i \leqslant n$, ahol minden $p_{i_j}, 1 \leqslant i \leqslant n, 1 \leqslant j \leqslant k(i)$, egy környezetfüggetlen szabály, és
- F M-beli sorozatok szabályainak egy részhalmaza, azaz $F \subseteq \{p_{i_j} \mid 1 \leqslant i \leqslant n, 1 \leqslant j \leqslant k(i)\}$.

M elemeit **mátrixoknak** nevezzük.

Mátrixgrammatikák

Előfordulásellenőrzéses környezetfüggetlen mátrixgrammatikán egy $G = \langle N, T, M, S, F \rangle$ ötöst értünk, ahol

- N és T diszjunkt véges ábécék,
- $S \in N$ a kezdőszimbólum,
- $M = \{m_1, m_2, \ldots, m_n\}$, $n \geqslant 1$, sorozatok véges halmaza
- $m_i = (p_{i_1}, \ldots p_{i_{k(i)}}), k(i) \geqslant 1, 1 \leqslant i \leqslant n$, ahol minden $p_{i_j}, 1 \leqslant i \leqslant n, 1 \leqslant j \leqslant k(i)$, egy környezetfüggetlen szabály, és
- F M-beli sorozatok szabályainak egy részhalmaza, azaz $F \subseteq \{p_{i_j} \mid 1 \leqslant i \leqslant n, 1 \leqslant j \leqslant k(i)\}$.

M elemeit **mátrixoknak** nevezzük.

Ha $F = \varnothing$, akkor a mátrixgrammatikát **előfordulásellenőrzés nélkülinek** nevezzük.

Mátrixgrammatikák

Legyen $G = \langle N, T, M, S, F\rangle$ egy tetszőleges mátrixgrammatika. Ekkor $u \in (N \cup T)^*$-ból **egy lépésben levezethető** a $v \in (N \cup T)^*$ szó az $m_i = (A_{i_1} \rightarrow v_{i_1}, \ldots A_{i_{k(i)}} \rightarrow v_{i_{k(i)}}) \in M$ mátrix szerint, ha léteznek $w_1, \ldots, w_{k(i)+1} \in (N \cup T)^*$ szavak a következő feltételekkel:

- $w_1 = u$ és $w_{k(i)+1} = v$
- ha $w_j = x_j A_{i_j} y_j$, valamely $x_j, y_j \in (N \cup T)^*$-ra, akkor $w_{j+1} = x_j v_{i_j} y_j$ $(1 \leqslant j \leqslant k(i))$
- ha A_{i_j} nem fordul elő w_j-ben akkor $w_{j+1} = w_j$ és $A_{i_j} \rightarrow v_{i_j} \in F$ $(1 \leqslant j \leqslant k(i))$

Mátrixgrammatikák

Legyen $G = \langle N, T, M, S, F\rangle$ egy tetszőleges mátrixgrammatika. Ekkor $u \in (N \cup T)^*$-ból **egy lépésben levezethető** a $v \in (N \cup T)^*$ szó az $m_i = (A_{i_1} \to v_{i_1}, \ldots A_{i_{k(i)}} \to v_{i_{k(i)}}) \in M$ mátrix szerint, ha léteznek $w_1, \ldots, w_{k(i)+1} \in (N \cup T)^*$ szavak a következő feltételekkel:

- $w_1 = u$ és $w_{k(i)+1} = v$
- ha $w_j = x_j A_{i_j} y_j$, valamely $x_j, y_j \in (N \cup T)^*$-ra, akkor $w_{j+1} = x_j v_{i_j} y_j$ $(1 \leqslant j \leqslant k(i))$
- ha A_{i_j} nem fordul elő w_j-ben akkor $w_{j+1} = w_j$ és $A_{i_j} \to v_{i_j} \in F$ $(1 \leqslant j \leqslant k(i))$

Jelölés: $\Rightarrow_{m_i}$ vagy röviden $\Rightarrow$,

$\Rightarrow^*$ (többlépéses levezetés) és $L(G)$ (generált nyelv) definíciója a szokásos.

Mátrixgrammatikák

1. **Példa:** $u = XYAX$, $v = XYCX$.

Mátrixgrammatikák

1. **Példa:** $u = XYAX$, $v = XYCX$.
   - F bármi, $m = (A \to B, B \to C)$, ekkor $u \Rightarrow v$,

Mátrixgrammatikák

1. **Példa:** $u = XYAX$, $v = XYCX$.
   - F bármi, $m = (A \to B, B \to C)$, ekkor $u \Rightarrow v$,
   - $F = \emptyset$, $m = (A \to B, E \to F, B \to C)$, ekkor $u \not\Rightarrow v$,

Mátrixgrammatikák

1. **Példa:** $u = XYAX$, $v = XYCX$.
   - F bármi, $m = (A \to B, B \to C)$, ekkor $u \Rightarrow v$,
   - $F = \emptyset$, $m = (A \to B, E \to F, B \to C)$, ekkor $u \not\Rightarrow v$,
   - $F \supseteq \{E \to F\}$, $m = (A \to B, E \to F, B \to C)$, ekkor $u \Rightarrow v$.

Mátrixgrammatikák

1. **Példa:** $u = XYAX$, $v = XYCX$.
   - F bármi, $m = (A \to B, B \to C)$, ekkor $u \Rightarrow v$,
   - $F = \emptyset$, $m = (A \to B, E \to F, B \to C)$, ekkor $u \not\Rightarrow v$,
   - $F \supseteq \{E \to F\}$, $m = (A \to B, E \to F, B \to C)$, ekkor $u \Rightarrow v$.
2. **Példa:**

Legyen $G = \langle N, T, M, S, \emptyset \rangle$ egy mátrixgrammatika előfordulásellenőrzés nélkül, ahol $N = \{S, A, B\}$, $T = \{a, b\}$, és $M = \{m_1, m_2, m_3, m_4, m_5\}$, ahol

$$m_1 = (S \to AB),$$
$$m_2 = (A \to bA, B \to bB), \qquad m_4 = (A \to aA, B \to aB),$$
$$m_3 = (A \to b, B \to b), \qquad m_5 = (A \to a, B \to a).$$

Mátrixgrammatikák

1. **Példa:** $u = XYAX$, $v = XYCX$.
   - F bármi, $m = (A \to B, B \to C)$, ekkor $u \Rightarrow v$,
   - $F = \emptyset$, $m = (A \to B, E \to F, B \to C)$, ekkor $u \not\Rightarrow v$,
   - $F \supseteq \{E \to F\}$, $m = (A \to B, E \to F, B \to C)$, ekkor $u \Rightarrow v$.
2. **Példa:**

Legyen $G = \langle N, T, M, S, \emptyset \rangle$ egy mátrixgrammatika előfordulásellenőrzés nélkül, ahol $N = \{S, A, B\}$, $T = \{a, b\}$, és $M = \{m_1, m_2, m_3, m_4, m_5\}$, ahol

$$
\begin{aligned}
m_1 &= (S \to AB), & & \\
m_2 &= (A \to bA, B \to bB), & m_4 &= (A \to aA, B \to aB), \\
m_3 &= (A \to b, B \to b), & m_5 &= (A \to a, B \to a).
\end{aligned}
$$

$$S \xRightarrow{m_1} AB$$

Mátrixgrammatikák

1. **Példa:** $u = XYAX$, $v = XYCX$.
   - F bármi, $m = (A \to B, B \to C)$, ekkor $u \Rightarrow v$,
   - $F = \emptyset$, $m = (A \to B, E \to F, B \to C)$, ekkor $u \not\Rightarrow v$,
   - $F \supseteq \{E \to F\}$, $m = (A \to B, E \to F, B \to C)$, ekkor $u \Rightarrow v$.
2. **Példa:**

Legyen $G = \langle N, T, M, S, \emptyset \rangle$ egy mátrixgrammatika előfordulásellenőrzés nélkül, ahol $N = \{S, A, B\}$, $T = \{a, b\}$, és $M = \{m_1, m_2, m_3, m_4, m_5\}$, ahol

$$m_1 = (S \to AB),$$
$$m_2 = (A \to bA, B \to bB), \qquad m_4 = (A \to aA, B \to aB),$$
$$m_3 = (A \to b, B \to b), \qquad m_5 = (A \to a, B \to a).$$

$$S \xRightarrow{m_1} AB \xRightarrow{m_4} aAaB$$

Mátrixgrammatikák

1. **Példa:** $u = XYAX$, $v = XYCX$.
   - F bármi, $m = (A \to B, B \to C)$, ekkor $u \Rightarrow v$,
   - $F = \emptyset$, $m = (A \to B, E \to F, B \to C)$, ekkor $u \not\Rightarrow v$,
   - $F \supseteq \{E \to F\}$, $m = (A \to B, E \to F, B \to C)$, ekkor $u \Rightarrow v$.
2. **Példa:**

Legyen $G = \langle N, T, M, S, \emptyset \rangle$ egy mátrixgrammatika előfordulásellenőrzés nélkül, ahol $N = \{S, A, B\}$, $T = \{a, b\}$, és $M = \{m_1, m_2, m_3, m_4, m_5\}$, ahol

$m_1 = (S \to AB)$,

$m_2 = (A \to bA, B \to bB)$, $\quad m_4 = (A \to aA, B \to aB)$,

$m_3 = (A \to b, B \to b)$, $\quad m_5 = (A \to a, B \to a)$.

$$S \stackrel{m_1}{\Longrightarrow} AB \stackrel{m_4}{\Longrightarrow} aAaB \stackrel{m_4}{\Longrightarrow} aaAaaB$$

Mátrixgrammatikák

1. **Példa:** $u = XYAX$, $v = XYCX$.
   - F bármi, $m = (A \to B, B \to C)$, ekkor $u \Rightarrow v$,
   - $F = \emptyset$, $m = (A \to B, E \to F, B \to C)$, ekkor $u \not\Rightarrow v$,
   - $F \supseteq \{E \to F\}$, $m = (A \to B, E \to F, B \to C)$, ekkor $u \Rightarrow v$.
2. **Példa:**

Legyen $G = \langle N, T, M, S, \emptyset \rangle$ egy mátrixgrammatika előfordulásellenőrzés nélkül, ahol $N = \{S, A, B\}$, $T = \{a, b\}$, és $M = \{m_1, m_2, m_3, m_4, m_5\}$, ahol

$$
\begin{aligned}
m_1 &= (S \to AB), & & \\
m_2 &= (A \to bA, B \to bB), & m_4 &= (A \to aA, B \to aB), \\
m_3 &= (A \to b, B \to b), & m_5 &= (A \to a, B \to a).
\end{aligned}
$$

$$S \stackrel{m_1}{\Longrightarrow} AB \stackrel{m_4}{\Longrightarrow} aAaB \stackrel{m_4}{\Longrightarrow} aaAaaB \stackrel{m_2}{\Longrightarrow} aabAaabB$$

Mátrixgrammatikák

1. **Példa:** $u = XYAX$, $v = XYCX$.
   - F bármi, $m = (A \to B, B \to C)$, ekkor $u \Rightarrow v$,
   - $F = \emptyset$, $m = (A \to B, E \to F, B \to C)$, ekkor $u \not\Rightarrow v$,
   - $F \supseteq \{E \to F\}$, $m = (A \to B, E \to F, B \to C)$, ekkor $u \Rightarrow v$.
2. **Példa:**

Legyen $G = \langle N, T, M, S, \emptyset \rangle$ egy mátrixgrammatika előfordulásellenőrzés nélkül, ahol $N = \{S, A, B\}$, $T = \{a, b\}$, és $M = \{m_1, m_2, m_3, m_4, m_5\}$, ahol

$$
\begin{array}{ll}
m_1 = (S \to AB), & \\
m_2 = (A \to bA, B \to bB), & m_4 = (A \to aA, B \to aB), \\
m_3 = (A \to b, B \to b), & m_5 = (A \to a, B \to a).
\end{array}
$$

$$S \xRightarrow{m_1} AB \xRightarrow{m_4} aAaB \xRightarrow{m_4} aaAaaB \xRightarrow{m_2} aabAaabB \xRightarrow{m_4} aabaAaabaB$$

Mátrixgrammatikák

1. **Példa:** $u = XYAX$, $v = XYCX$.
   - F bármi, $m = (A \to B, B \to C)$, ekkor $u \Rightarrow v$,
   - $F = \emptyset$, $m = (A \to B, E \to F, B \to C)$, ekkor $u \not\Rightarrow v$,
   - $F \supseteq \{E \to F\}$, $m = (A \to B, E \to F, B \to C)$, ekkor $u \Rightarrow v$.
2. **Példa:**

Legyen $G = \langle N, T, M, S, \emptyset \rangle$ egy mátrixgrammatika előfordulásellenőrzés nélkül, ahol $N = \{S, A, B\}$, $T = \{a, b\}$, és $M = \{m_1, m_2, m_3, m_4, m_5\}$, ahol

$$m_1 = (S \to AB),$$
$$m_2 = (A \to bA, B \to bB), \qquad m_4 = (A \to aA, B \to aB),$$
$$m_3 = (A \to b, B \to b), \qquad m_5 = (A \to a, B \to a).$$

$$S \xRightarrow{m_1} AB \xRightarrow{m_4} aAaB \xRightarrow{m_4} aaAaaB \xRightarrow{m_2} aabAaabB \xRightarrow{m_4} aabaAaabaB \xRightarrow{m_3} aababaabab.$$

Mátrixgrammatikák

1. **Példa:** $u = XYAX$, $v = XYCX$.
   - F bármi, $m = (A \to B, B \to C)$, ekkor $u \Rightarrow v$,
   - $F = \emptyset$, $m = (A \to B, E \to F, B \to C)$, ekkor $u \not\Rightarrow v$,
   - $F \supseteq \{E \to F\}$, $m = (A \to B, E \to F, B \to C)$, ekkor $u \Rightarrow v$.
2. **Példa:**

Legyen $G = \langle N, T, M, S, \emptyset \rangle$ egy mátrixgrammatika előfordulásellenőrzés nélkül, ahol $N = \{S, A, B\}$, $T = \{a, b\}$, és $M = \{m_1, m_2, m_3, m_4, m_5\}$, ahol

$$\begin{array}{ll} m_1 = (S \to AB), & \\ m_2 = (A \to bA, B \to bB), & m_4 = (A \to aA, B \to aB), \\ m_3 = (A \to b, B \to b), & m_5 = (A \to a, B \to a). \end{array}$$

$$S \xRightarrow{m_1} AB \xRightarrow{m_4} aAaB \xRightarrow{m_4} aaAaaB \xRightarrow{m_2} aabAaabB \xRightarrow{m_4} aabaAaabaB \xRightarrow{m_3} aababaabab.$$

Könnyen látható, hogy $L(G) = \{ww \mid w \in \{a, b\}^+\}$.

Véletlen szövegfeltételekkel adott grammatika

Környezetfüggetlen véletlen szövegfeltételekkel adott grammatikán (random context grammar) egy $G = \langle N, T, P, S \rangle$ négyest értünk, ahol

- N és T diszjunkt véges ábécék,
- $S \in N$ a kezdőszimbólum (axióma),
- P rendezett hármasok véges halmaza, amelyek (p, Q, R), alakúak, ahol p egy környezetfüggetlen szabály, $Q, R \subseteq N$.

Véletlen szövegfeltételekkel adott grammatika

Környezetfüggetlen véletlen szövegfeltételekkel adott grammatikán (random context grammar) egy $G = \langle N, T, P, S \rangle$ négyest értünk, ahol

- N és T diszjunkt véges ábécék,
- $S \in N$ a kezdőszimbólum (axióma),
- P rendezett hármasok véges halmaza, amelyek (p, Q, R), alakúak, ahol p egy környezetfüggetlen szabály, $Q, R \subseteq N$.

elnevezés: Q-t az (p, Q, R) hármas **megengedő** (permitting), R-et pedig **tiltó** (forbidding) kontextusának nevezzük.

Véletlen szövegfeltételekkel adott grammatika

Egy környezetfüggetlen véletlen szövegfeltételekkel adott grammatika **előfordulásellenőrzés nélküli**, ha minden $(p, Q, R) \in P$ esetén $R = \varnothing$.

Véletlen szövegfeltételekkel adott grammatika

Egy környezetfüggetlen véletlen szövegfeltételekkel adott grammatika **előfordulásellenőrzés nélküli**, ha minden $(p, Q, R) \in P$ esetén $R = \emptyset$. **Előfordulásellenőrzéses**: amennyiben $R \neq \emptyset$ is megengedett.

Véletlen szövegfeltételekkel adott grammatika

Egy környezetfüggetlen véletlen szövegfeltételekkel adott grammatika **előfordulásellenőrzés nélküli**, ha minden $(p, Q, R) \in P$ esetén $R = \emptyset$. **Előfordulásellenőrzéses**: amennyiben $R \neq \emptyset$ is megengedett.

Más elnevezés az előfordulásellenőrzés nélküli esetre: környezetfüggetlen megengedő véletlen szövegfeltételekkel adott grammatika (permitting random context grammar, pRC grammar).

Véletlen szövegfeltételekkel adott grammatika

Egy környezetfüggetlen véletlen szövegfeltételekkel adott grammatika **előfordulásellenőrzés nélküli**, ha minden $(p, Q, R) \in P$ esetén $R = \emptyset$. **Előfordulásellenőrzéses**: amennyiben $R \neq \emptyset$ is megengedett.

Más elnevezés az előfordulásellenőrzés nélküli esetre: környezetfüggetlen megengedő véletlen szövegfeltételekkel adott grammatika (permitting random context grammar, pRC grammar).

Hasonlóan definiálható a környezetfüggetlen tiltó véletlen szövegfeltételekkel adott grammatika (forbidding random context grammar, fRC grammar).

Véletlen szövegfeltételekkel adott grammatika

Legyen $G = \langle N, T, P, S \rangle$ egy tetszőleges véletlen szövegfeltételekkel adott grammatika. Ekkor az v szó **egy lépésben levezethető** u-ból ($u, v \in (N \cup T)^*$), ha létezik $(A \to w, Q, R) \in P$ $x, y \in (N \cup T)^*$, hogy

- $u = xAy$ és $v = xwy$
- minden Q-beli nemterminális előfordul xy-ban
- semelyik R-beli nemterminális sem fordul elő xy-ban

Véletlen szövegfeltételekkel adott grammatika

Legyen $G = \langle N, T, P, S \rangle$ egy tetszőleges véletlen szövegfeltételekkel adott grammatika. Ekkor az v szó **egy lépésben levezethető** u-ból ($u, v \in (N \cup T)^*$), ha létezik $(A \rightarrow w, Q, R) \in P$ $x, y \in (N \cup T)^*$, hogy

- $u = xAy$ és $v = xwy$
- minden Q-beli nemterminális előfordul xy-ban
- semelyik R-beli nemterminális sem fordul elő xy-ban

Jelölés: $\Rightarrow$.

Véletlen szövegfeltételekkel adott grammatika

Legyen $G = \langle N, T, P, S \rangle$ egy tetszőleges véletlen szövegfeltételekkel adott grammatika. Ekkor az v szó **egy lépésben levezethető** u-ból ($u, v \in (N \cup T)^*$), ha létezik $(A \to w, Q, R) \in P$ $x, y \in (N \cup T)^*$, hogy

- $u = xAy$ és $v = xwy$
- minden Q-beli nemterminális előfordul xy-ban
- semelyik R-beli nemterminális sem fordul elő xy-ban

Jelölés: $\Rightarrow$. $\Rightarrow^*$ (többlépéses levezetés) és $L(G)$ (generált nyelv) definíciója a szokásos.

Véletlen szövegfeltételekkel adott grammatika

Legyen $G = \langle N, T, P, S\rangle$ egy tetszőleges véletlen szövegfeltételekkel adott grammatika. Ekkor az v szó **egy lépésben levezethető** u-ból ($u, v \in (N \cup T)^*$), ha létezik $(A \to w, Q, R) \in P$ $x, y \in (N \cup T)^*$, hogy

- $u = xAy$ és $v = xwy$
- minden Q-beli nemterminális előfordul xy-ban
- semelyik R-beli nemterminális sem fordul elő xy-ban

Jelölés: $\Rightarrow$. $\Rightarrow^*$ (többlépéses levezetés) és $L(G)$ (generált nyelv) definíciója a szokásos.

Példa:

- A $BABaC$ mondatformára az $(A \to XY, \{C\}, \{A\})$ szabály alkalmazható, mivel C van, A viszont nincs a $BBaC$ környezetben. $BABaC \Rightarrow BXYBaC$.

Véletlen szövegfeltételekkel adott grammatika

Legyen $G = \langle N, T, P, S \rangle$ egy tetszőleges véletlen szövegfeltételekkel adott grammatika. Ekkor az v szó **egy lépésben levezethető** u-ból ($u, v \in (N \cup T)^*$), ha létezik $(A \to w, Q, R) \in P$ $x, y \in (N \cup T)^*$, hogy

- $u = xAy$ és $v = xwy$
- minden Q-beli nemterminális előfordul xy-ban
- semelyik R-beli nemterminális sem fordul elő xy-ban

Jelölés: $\Rightarrow$. $\Rightarrow^*$ (többlépéses levezetés) és $L(G)$ (generált nyelv) definíciója a szokásos.

Példa:

- A $BABaC$ mondatformára az $(A \to XY, \{C\}, \{A\})$ szabály alkalmazható, mivel C van, A viszont nincs a $BBaC$ környezetben. $BABaC \Rightarrow BXYBaC$.
- A $BABaC$ mondatformára az $(A \to XY, \{A, B\}, \{X\})$ szabály nem alkalmazható, mert nincs az átírandón felül további A a szóban, azaz a $BBaC$ környezetben.

Véletlen szövegfeltételekkel adott grammatika

Példa: Legyen $G = \langle N, T, P, S\rangle$ egy véletlen szövegfeltételekkel adott grammatika, ahol $N = \{S, X, Y, A\}$, $T = \{a\}$, és $P = \{r_1, r_2, r_3, r_4, r_5\}$, ahol

$$r_1 = (S \to XX, \emptyset, \{Y, A\}),$$
$$r_2 = (X \to Y, \emptyset, \{S\}),$$
$$r_3 = (Y \to S, \emptyset, \{X\}),$$
$$r_4 = (S \to A, \emptyset, \{X, Y\}),$$
$$r_5 = (A \to a, \emptyset, \{S\}).$$

Véletlen szövegfeltételekkel adott grammatika

Példa: Legyen $G = \langle N, T, P, S\rangle$ egy véletlen szövegfeltételekkel adott grammatika, ahol $N = \{S, X, Y, A\}$, $T = \{a\}$, és $P = \{r_1, r_2, r_3, r_4, r_5\}$, ahol

$$
\begin{aligned}
r_1 &= (S \to XX, \emptyset, \{Y, A\}),\\
r_2 &= (X \to Y, \emptyset, \{S\}),\\
r_3 &= (Y \to S, \emptyset, \{X\}),\\
r_4 &= (S \to A, \emptyset, \{X, Y\}),\\
r_5 &= (A \to a, \emptyset, \{S\}).
\end{aligned}
$$

$S \Rightarrow$

Véletlen szövegfeltételekkel adott grammatika

Példa: Legyen $G = \langle N, T, P, S\rangle$ egy véletlen szövegfeltételekkel adott grammatika, ahol $N = \{S, X, Y, A\}$, $T = \{a\}$, és $P = \{r_1, r_2, r_3, r_4, r_5\}$, ahol

$$r_1 = (S \rightarrow XX, \emptyset, \{Y, A\}),$$
$$r_2 = (X \rightarrow Y, \emptyset, \{S\}),$$
$$r_3 = (Y \rightarrow S, \emptyset, \{X\}),$$
$$r_4 = (S \rightarrow A, \emptyset, \{X, Y\}),$$
$$r_5 = (A \rightarrow a, \emptyset, \{S\}).$$

$S \Rightarrow XX \Rightarrow$

Véletlen szövegfeltételekkel adott grammatika

Példa: Legyen $G = \langle N, T, P, S \rangle$ egy véletlen szövegfeltételekkel adott grammatika, ahol $N = \{S, X, Y, A\}$, $T = \{a\}$, és $P = \{r_1, r_2, r_3, r_4, r_5\}$, ahol

$$
\begin{aligned}
r_1 &= (S \to XX, \emptyset, \{Y, A\}),\\
r_2 &= (X \to Y, \emptyset, \{S\}),\\
r_3 &= (Y \to S, \emptyset, \{X\}),\\
r_4 &= (S \to A, \emptyset, \{X, Y\}),\\
r_5 &= (A \to a, \emptyset, \{S\}).
\end{aligned}
$$

$$S \Rightarrow XX \Rightarrow XY \Rightarrow$$

Véletlen szövegfeltételekkel adott grammatika

Példa: Legyen $G = \langle N, T, P, S \rangle$ egy véletlen szövegfeltételekkel adott grammatika, ahol $N = \{S, X, Y, A\}$, $T = \{a\}$, és $P = \{r_1, r_2, r_3, r_4, r_5\}$, ahol

$$
\begin{aligned}
r_1 &= (S \rightarrow XX, \emptyset, \{Y, A\}),\\
r_2 &= (X \rightarrow Y, \emptyset, \{S\}),\\
r_3 &= (Y \rightarrow S, \emptyset, \{X\}),\\
r_4 &= (S \rightarrow A, \emptyset, \{X, Y\}),\\
r_5 &= (A \rightarrow a, \emptyset, \{S\}).
\end{aligned}
$$

$$S \Rightarrow XX \Rightarrow XY \Rightarrow YY \Rightarrow$$

Véletlen szövegfeltételekkel adott grammatika

Példa: Legyen $G = \langle N, T, P, S \rangle$ egy véletlen szövegfeltételekkel adott grammatika, ahol $N = \{S, X, Y, A\}$, $T = \{a\}$, és $P = \{r_1, r_2, r_3, r_4, r_5\}$, ahol

$$
\begin{aligned}
r_1 &= (S \to XX, \emptyset, \{Y, A\}),\\
r_2 &= (X \to Y, \emptyset, \{S\}),\\
r_3 &= (Y \to S, \emptyset, \{X\}),\\
r_4 &= (S \to A, \emptyset, \{X, Y\}),\\
r_5 &= (A \to a, \emptyset, \{S\}).
\end{aligned}
$$

$$S \Rightarrow XX \Rightarrow XY \Rightarrow YY \Rightarrow YS \Rightarrow$$

Véletlen szövegfeltételekkel adott grammatika

Példa: Legyen $G = \langle N, T, P, S \rangle$ egy véletlen szövegfeltételekkel adott grammatika, ahol $N = \{S, X, Y, A\}$, $T = \{a\}$, és $P = \{r_1, r_2, r_3, r_4, r_5\}$, ahol

$$
\begin{aligned}
r_1 &= (S \rightarrow XX, \emptyset, \{Y, A\}), \\
r_2 &= (X \rightarrow Y, \emptyset, \{S\}), \\
r_3 &= (Y \rightarrow S, \emptyset, \{X\}), \\
r_4 &= (S \rightarrow A, \emptyset, \{X, Y\}), \\
r_5 &= (A \rightarrow a, \emptyset, \{S\}).
\end{aligned}
$$

$$S \Rightarrow XX \Rightarrow XY \Rightarrow YY \Rightarrow YS \Rightarrow SS \Rightarrow$$

Véletlen szövegfeltételekkel adott grammatika

Példa: Legyen $G = \langle N, T, P, S \rangle$ egy véletlen szövegfeltételekkel adott grammatika, ahol $N = \{S, X, Y, A\}$, $T = \{a\}$, és $P = \{r_1, r_2, r_3, r_4, r_5\}$, ahol

$$r_1 = (S \to XX, \emptyset, \{Y, A\}),$$
$$r_2 = (X \to Y, \emptyset, \{S\}),$$
$$r_3 = (Y \to S, \emptyset, \{X\}),$$
$$r_4 = (S \to A, \emptyset, \{X, Y\}),$$
$$r_5 = (A \to a, \emptyset, \{S\}).$$

$$S \Rightarrow XX \Rightarrow XY \Rightarrow YY \Rightarrow YS \Rightarrow SS \Rightarrow SXX \Rightarrow$$

Véletlen szövegfeltételekkel adott grammatika

Példa: Legyen $G = \langle N, T, P, S\rangle$ egy véletlen szövegfeltételekkel adott grammatika, ahol $N = \{S, X, Y, A\}$, $T = \{a\}$, és $P = \{r_1, r_2, r_3, r_4, r_5\}$, ahol

$$
\begin{aligned}
r_1 &= (S \to XX, \emptyset, \{Y, A\}),\\
r_2 &= (X \to Y, \emptyset, \{S\}),\\
r_3 &= (Y \to S, \emptyset, \{X\}),\\
r_4 &= (S \to A, \emptyset, \{X, Y\}),\\
r_5 &= (A \to a, \emptyset, \{S\}).
\end{aligned}
$$

$$S \Rightarrow XX \Rightarrow XY \Rightarrow YY \Rightarrow YS \Rightarrow SS \Rightarrow SXX \Rightarrow XXXX \Rightarrow$$

Véletlen szövegfeltételekkel adott grammatika

Példa: Legyen $G = \langle N, T, P, S \rangle$ egy véletlen szövegfeltételekkel adott grammatika, ahol $N = \{S, X, Y, A\}$, $T = \{a\}$, és $P = \{r_1, r_2, r_3, r_4, r_5\}$, ahol

$$
\begin{aligned}
r_1 &= (S \to XX, \emptyset, \{Y, A\}),\\
r_2 &= (X \to Y, \emptyset, \{S\}),\\
r_3 &= (Y \to S, \emptyset, \{X\}),\\
r_4 &= (S \to A, \emptyset, \{X, Y\}),\\
r_5 &= (A \to a, \emptyset, \{S\}).
\end{aligned}
$$

$S \Rightarrow XX \Rightarrow XY \Rightarrow YY \Rightarrow YS \Rightarrow SS \Rightarrow SXX \Rightarrow XXXX \Rightarrow XYXX \Rightarrow$

Véletlen szövegfeltételekkel adott grammatika

Példa: Legyen $G = \langle N, T, P, S\rangle$ egy véletlen szövegfeltételekkel adott grammatika, ahol $N = \{S, X, Y, A\}$, $T = \{a\}$, és $P = \{r_1, r_2, r_3, r_4, r_5\}$, ahol

$r_1 = (S \to XX, \emptyset, \{Y, A\}),$
$r_2 = (X \to Y, \emptyset, \{S\}),$
$r_3 = (Y \to S, \emptyset, \{X\}),$
$r_4 = (S \to A, \emptyset, \{X, Y\}),$
$r_5 = (A \to a, \emptyset, \{S\}).$

$S \Rightarrow XX \Rightarrow XY \Rightarrow YY \Rightarrow YS \Rightarrow SS \Rightarrow SXX \Rightarrow XXXX \Rightarrow XYXX \Rightarrow XYYX \Rightarrow$

Véletlen szövegfeltételekkel adott grammatika

Példa: Legyen $G = \langle N, T, P, S \rangle$ egy véletlen szövegfeltételekkel adott grammatika, ahol $N = \{S, X, Y, A\}$, $T = \{a\}$, és $P = \{r_1, r_2, r_3, r_4, r_5\}$, ahol

$$r_1 = (S \rightarrow XX, \emptyset, \{Y, A\}),$$
$$r_2 = (X \rightarrow Y, \emptyset, \{S\}),$$
$$r_3 = (Y \rightarrow S, \emptyset, \{X\}),$$
$$r_4 = (S \rightarrow A, \emptyset, \{X, Y\}),$$
$$r_5 = (A \rightarrow a, \emptyset, \{S\}).$$

$S \Rightarrow XX \Rightarrow XY \Rightarrow YY \Rightarrow YS \Rightarrow SS \Rightarrow SXX \Rightarrow XXXX \Rightarrow XYXX \Rightarrow XYYX \Rightarrow XYYY \Rightarrow$

Véletlen szövegfeltételekkel adott grammatika

Példa: Legyen $G = \langle N, T, P, S \rangle$ egy véletlen szövegfeltételekkel adott grammatika, ahol $N = \{S, X, Y, A\}$, $T = \{a\}$, és $P = \{r_1, r_2, r_3, r_4, r_5\}$, ahol

$$
\begin{aligned}
r_1 &= (S \to XX, \emptyset, \{Y, A\}),\\
r_2 &= (X \to Y, \emptyset, \{S\}),\\
r_3 &= (Y \to S, \emptyset, \{X\}),\\
r_4 &= (S \to A, \emptyset, \{X, Y\}),\\
r_5 &= (A \to a, \emptyset, \{S\}).
\end{aligned}
$$

$$
S \Rightarrow XX \Rightarrow XY \Rightarrow YY \Rightarrow YS \Rightarrow SS \Rightarrow SXX \Rightarrow XXXX \Rightarrow \\
XYXX \Rightarrow XYYX \Rightarrow XYYY \Rightarrow YYYY \Rightarrow
$$

Véletlen szövegfeltételekkel adott grammatika

Példa: Legyen $G = \langle N, T, P, S\rangle$ egy véletlen szövegfeltételekkel adott grammatika, ahol $N = \{S, X, Y, A\}$, $T = \{a\}$, és $P = \{r_1, r_2, r_3, r_4, r_5\}$, ahol

$$
\begin{aligned}
r_1 &= (S \to XX, \emptyset, \{Y, A\}),\\
r_2 &= (X \to Y, \emptyset, \{S\}),\\
r_3 &= (Y \to S, \emptyset, \{X\}),\\
r_4 &= (S \to A, \emptyset, \{X, Y\}),\\
r_5 &= (A \to a, \emptyset, \{S\}).
\end{aligned}
$$

$$S \Rightarrow XX \Rightarrow XY \Rightarrow YY \Rightarrow YS \Rightarrow SS \Rightarrow SXX \Rightarrow XXXX \Rightarrow XYXX \Rightarrow XYYX \Rightarrow XYYY \Rightarrow YYYY \Rightarrow YYSY \Rightarrow$$

Véletlen szövegfeltételekkel adott grammatika

Példa: Legyen $G = \langle N, T, P, S\rangle$ egy véletlen szövegfeltételekkel adott grammatika, ahol $N = \{S, X, Y, A\}$, $T = \{a\}$, és $P = \{r_1, r_2, r_3, r_4, r_5\}$, ahol

$$
\begin{aligned}
r_1 &= (S \to XX, \emptyset, \{Y, A\}),\\
r_2 &= (X \to Y, \emptyset, \{S\}),\\
r_3 &= (Y \to S, \emptyset, \{X\}),\\
r_4 &= (S \to A, \emptyset, \{X, Y\}),\\
r_5 &= (A \to a, \emptyset, \{S\}).
\end{aligned}
$$

$S \Rightarrow XX \Rightarrow XY \Rightarrow YY \Rightarrow YS \Rightarrow SS \Rightarrow SXX \Rightarrow XXXX \Rightarrow XYXX \Rightarrow XYYX \Rightarrow XYYY \Rightarrow YYYY \Rightarrow YYSY \Rightarrow SYSY \Rightarrow$

Véletlen szövegfeltételekkel adott grammatika

Példa: Legyen $G = \langle N, T, P, S \rangle$ egy véletlen szövegfeltételekkel adott grammatika, ahol $N = \{S, X, Y, A\}$, $T = \{a\}$, és $P = \{r_1, r_2, r_3, r_4, r_5\}$, ahol

$r_1 = (S \to XX, \emptyset, \{Y, A\})$,
$r_2 = (X \to Y, \emptyset, \{S\})$,
$r_3 = (Y \to S, \emptyset, \{X\})$,
$r_4 = (S \to A, \emptyset, \{X, Y\})$,
$r_5 = (A \to a, \emptyset, \{S\})$.

$S \Rightarrow XX \Rightarrow XY \Rightarrow YY \Rightarrow YS \Rightarrow SS \Rightarrow SXX \Rightarrow XXXX \Rightarrow XYXX \Rightarrow XYYX \Rightarrow XYYY \Rightarrow YYYY \Rightarrow YYSY \Rightarrow SYSY \Rightarrow SSSY \Rightarrow$

Véletlen szövegfeltételekkel adott grammatika

Példa: Legyen $G = \langle N, T, P, S \rangle$ egy véletlen szövegfeltételekkel adott grammatika, ahol $N = \{S, X, Y, A\}$, $T = \{a\}$, és $P = \{r_1, r_2, r_3, r_4, r_5\}$, ahol

$r_1 = (S \to XX, \emptyset, \{Y, A\})$,
$r_2 = (X \to Y, \emptyset, \{S\})$,
$r_3 = (Y \to S, \emptyset, \{X\})$,
$r_4 = (S \to A, \emptyset, \{X, Y\})$,
$r_5 = (A \to a, \emptyset, \{S\})$.

$S \Rightarrow XX \Rightarrow XY \Rightarrow YY \Rightarrow YS \Rightarrow SS \Rightarrow SXX \Rightarrow XXXX \Rightarrow XYXX \Rightarrow XYYX \Rightarrow XYYY \Rightarrow YYYY \Rightarrow YYSY \Rightarrow SYSY \Rightarrow SSSY \Rightarrow SSSS \Rightarrow$

Véletlen szövegfeltételekkel adott grammatika

Példa: Legyen $G = \langle N, T, P, S \rangle$ egy véletlen szövegfeltételekkel adott grammatika, ahol $N = \{S, X, Y, A\}$, $T = \{a\}$, és $P = \{r_1, r_2, r_3, r_4, r_5\}$, ahol

$$
\begin{aligned}
r_1 &= (S \to XX, \emptyset, \{Y, A\}),\\
r_2 &= (X \to Y, \emptyset, \{S\}),\\
r_3 &= (Y \to S, \emptyset, \{X\}),\\
r_4 &= (S \to A, \emptyset, \{X, Y\}),\\
r_5 &= (A \to a, \emptyset, \{S\}).
\end{aligned}
$$

$S \Rightarrow XX \Rightarrow XY \Rightarrow YY \Rightarrow YS \Rightarrow SS \Rightarrow SXX \Rightarrow XXXX \Rightarrow XYXX \Rightarrow XYYX \Rightarrow XYYY \Rightarrow YYYY \Rightarrow YYSY \Rightarrow SYSY \Rightarrow SSSY \Rightarrow SSSS \Rightarrow SSAS \Rightarrow$

Véletlen szövegfeltételekkel adott grammatika

Példa: Legyen $G = \langle N, T, P, S\rangle$ egy véletlen szövegfeltételekkel adott grammatika, ahol $N = \{S, X, Y, A\}$, $T = \{a\}$, és $P = \{r_1, r_2, r_3, r_4, r_5\}$, ahol

$$r_1 = (S \to XX, \emptyset, \{Y, A\}),$$
$$r_2 = (X \to Y, \emptyset, \{S\}),$$
$$r_3 = (Y \to S, \emptyset, \{X\}),$$
$$r_4 = (S \to A, \emptyset, \{X, Y\}),$$
$$r_5 = (A \to a, \emptyset, \{S\}).$$

$$S \Rightarrow XX \Rightarrow XY \Rightarrow YY \Rightarrow YS \Rightarrow SS \Rightarrow SXX \Rightarrow XXXX \Rightarrow XYXX \Rightarrow XYYX \Rightarrow XYYY \Rightarrow YYYY \Rightarrow YYSY \Rightarrow SYSY \Rightarrow SSSY \Rightarrow SSSS \Rightarrow SSAS \Rightarrow SSAA \Rightarrow$$

Véletlen szövegfeltételekkel adott grammatika

Példa: Legyen $G = \langle N, T, P, S \rangle$ egy véletlen szövegfeltételekkel adott grammatika, ahol $N = \{S, X, Y, A\}$, $T = \{a\}$, és $P = \{r_1, r_2, r_3, r_4, r_5\}$, ahol

$$
\begin{aligned}
r_1 &= (S \to XX, \emptyset, \{Y, A\}),\\
r_2 &= (X \to Y, \emptyset, \{S\}),\\
r_3 &= (Y \to S, \emptyset, \{X\}),\\
r_4 &= (S \to A, \emptyset, \{X, Y\}),\\
r_5 &= (A \to a, \emptyset, \{S\}).
\end{aligned}
$$

$S \Rightarrow XX \Rightarrow XY \Rightarrow YY \Rightarrow YS \Rightarrow SS \Rightarrow SXX \Rightarrow XXXX \Rightarrow XYXX \Rightarrow XYYX \Rightarrow XYYY \Rightarrow YYYY \Rightarrow YYSY \Rightarrow SYSY \Rightarrow SSSY \Rightarrow SSSS \Rightarrow SSAS \Rightarrow SSAA \Rightarrow ASAA \Rightarrow$

Véletlen szövegfeltételekkel adott grammatika

Példa: Legyen $G = \langle N, T, P, S \rangle$ egy véletlen szövegfeltételekkel adott grammatika, ahol $N = \{S, X, Y, A\}$, $T = \{a\}$, és $P = \{r_1, r_2, r_3, r_4, r_5\}$, ahol

$$\begin{aligned}
r_1 &= (S \to XX, \emptyset, \{Y, A\}),\\
r_2 &= (X \to Y, \emptyset, \{S\}),\\
r_3 &= (Y \to S, \emptyset, \{X\}),\\
r_4 &= (S \to A, \emptyset, \{X, Y\}),\\
r_5 &= (A \to a, \emptyset, \{S\}).
\end{aligned}$$

$S \Rightarrow XX \Rightarrow XY \Rightarrow YY \Rightarrow YS \Rightarrow SS \Rightarrow SXX \Rightarrow XXXX \Rightarrow XYXX \Rightarrow XYYX \Rightarrow XYYY \Rightarrow YYYY \Rightarrow YYSY \Rightarrow SYSY \Rightarrow SSSY \Rightarrow SSSS \Rightarrow SSAS \Rightarrow SSAA \Rightarrow ASAA \Rightarrow AAAA \Rightarrow$

Véletlen szövegfeltételekkel adott grammatika

Példa: Legyen $G = \langle N, T, P, S \rangle$ egy véletlen szövegfeltételekkel adott grammatika, ahol $N = \{S, X, Y, A\}$, $T = \{a\}$, és $P = \{r_1, r_2, r_3, r_4, r_5\}$, ahol

$$
\begin{aligned}
r_1 &= (S \to XX, \emptyset, \{Y, A\}),\\
r_2 &= (X \to Y, \emptyset, \{S\}),\\
r_3 &= (Y \to S, \emptyset, \{X\}),\\
r_4 &= (S \to A, \emptyset, \{X, Y\}),\\
r_5 &= (A \to a, \emptyset, \{S\}).
\end{aligned}
$$

$S \Rightarrow XX \Rightarrow XY \Rightarrow YY \Rightarrow YS \Rightarrow SS \Rightarrow SXX \Rightarrow XXXX \Rightarrow XYXX \Rightarrow XYYX \Rightarrow XYYY \Rightarrow YYYY \Rightarrow YYSY \Rightarrow SYSY \Rightarrow SSSY \Rightarrow SSSS \Rightarrow SSAS \Rightarrow SSAA \Rightarrow ASAA \Rightarrow AAAA \Rightarrow AAAa \Rightarrow$

Véletlen szövegfeltételekkel adott grammatika

Példa: Legyen $G = \langle N, T, P, S \rangle$ egy véletlen szövegfeltételekkel adott grammatika, ahol $N = \{S, X, Y, A\}$, $T = \{a\}$, és $P = \{r_1, r_2, r_3, r_4, r_5\}$, ahol

$$
\begin{aligned}
r_1 &= (S \to XX, \emptyset, \{Y, A\}),\\
r_2 &= (X \to Y, \emptyset, \{S\}),\\
r_3 &= (Y \to S, \emptyset, \{X\}),\\
r_4 &= (S \to A, \emptyset, \{X, Y\}),\\
r_5 &= (A \to a, \emptyset, \{S\}).
\end{aligned}
$$

$S \Rightarrow XX \Rightarrow XY \Rightarrow YY \Rightarrow YS \Rightarrow SS \Rightarrow SXX \Rightarrow XXXX \Rightarrow XYXX \Rightarrow XYYX \Rightarrow XYYY \Rightarrow YYYY \Rightarrow YYSY \Rightarrow SYSY \Rightarrow SSSY \Rightarrow SSSS \Rightarrow SSAS \Rightarrow SSAA \Rightarrow ASAA \Rightarrow AAAA \Rightarrow AAAa \Rightarrow aAAa \Rightarrow$

Véletlen szövegfeltételekkel adott grammatika

Példa: Legyen $G = \langle N, T, P, S \rangle$ egy véletlen szövegfeltételekkel adott grammatika, ahol $N = \{S, X, Y, A\}$, $T = \{a\}$, és $P = \{r_1, r_2, r_3, r_4, r_5\}$, ahol

$$r_1 = (S \to XX, \emptyset, \{Y, A\}),$$
$$r_2 = (X \to Y, \emptyset, \{S\}),$$
$$r_3 = (Y \to S, \emptyset, \{X\}),$$
$$r_4 = (S \to A, \emptyset, \{X, Y\}),$$
$$r_5 = (A \to a, \emptyset, \{S\}).$$

$S \Rightarrow XX \Rightarrow XY \Rightarrow YY \Rightarrow YS \Rightarrow SS \Rightarrow SXX \Rightarrow XXXX \Rightarrow$
$XYXX \Rightarrow XYYX \Rightarrow XYYY \Rightarrow YYYY \Rightarrow YYSY \Rightarrow SYSY \Rightarrow$
$SSSY \Rightarrow SSSS \Rightarrow SSAS \Rightarrow SSAA \Rightarrow ASAA \Rightarrow AAAA \Rightarrow$
$AAAa \Rightarrow aAAa \Rightarrow aaAa \Rightarrow$

Véletlen szövegfeltételekkel adott grammatika

Példa: Legyen $G = \langle N, T, P, S\rangle$ egy véletlen szövegfeltételekkel adott grammatika, ahol $N = \{S, X, Y, A\}$, $T = \{a\}$, és $P = \{r_1, r_2, r_3, r_4, r_5\}$, ahol

$r_1 = (S \to XX, \emptyset, \{Y, A\})$,
$r_2 = (X \to Y, \emptyset, \{S\})$,
$r_3 = (Y \to S, \emptyset, \{X\})$,
$r_4 = (S \to A, \emptyset, \{X, Y\})$,
$r_5 = (A \to a, \emptyset, \{S\})$.

$$S \Rightarrow XX \Rightarrow XY \Rightarrow YY \Rightarrow YS \Rightarrow SS \Rightarrow SXX \Rightarrow XXXX \Rightarrow XYXX \Rightarrow XYYX \Rightarrow XYYY \Rightarrow YYYY \Rightarrow YYSY \Rightarrow SYSY \Rightarrow SSSY \Rightarrow SSSS \Rightarrow SSAS \Rightarrow SSAA \Rightarrow ASAA \Rightarrow AAAA \Rightarrow AAAa \Rightarrow aAAa \Rightarrow aaAa \Rightarrow aaaa.$$

Véletlen szövegfeltételekkel adott grammatika

Példa: Legyen $G = \langle N, T, P, S \rangle$ egy véletlen szövegfeltételekkel adott grammatika, ahol $N = \{S, X, Y, A\}$, $T = \{a\}$, és $P = \{r_1, r_2, r_3, r_4, r_5\}$, ahol

$$
\begin{aligned}
r_1 &= (S \to XX, \varnothing, \{Y, A\}),\\
r_2 &= (X \to Y, \varnothing, \{S\}),\\
r_3 &= (Y \to S, \varnothing, \{X\}),\\
r_4 &= (S \to A, \varnothing, \{X, Y\}),\\
r_5 &= (A \to a, \varnothing, \{S\}).
\end{aligned}
$$

$S \Rightarrow XX \Rightarrow XY \Rightarrow YY \Rightarrow YS \Rightarrow SS \Rightarrow SXX \Rightarrow XXXX \Rightarrow XYXX \Rightarrow XYYX \Rightarrow XYYY \Rightarrow YYYY \Rightarrow YYSY \Rightarrow SYSY \Rightarrow SSSY \Rightarrow SSSS \Rightarrow SSAS \Rightarrow SSAA \Rightarrow ASAA \Rightarrow AAAA \Rightarrow AAAa \Rightarrow aAAa \Rightarrow aaAa \Rightarrow aaaa.$

Végig kényszerpályán a levezetés, egyedül csupa S-nél van opció, ez mindig 2-hatványnál fordul elő.

Tehát $L(G) = \{a^{2^n} \mid n \geqslant 0\}$.

Nyelvcsaládok, kifejező erő

$\mathcal{L}(\mathrm{PR}_{\mathrm{ac}})$, illetve $\mathcal{L}(\mathrm{PR}^{\varepsilon}_{\mathrm{ac}})$ jelöli rendre az előfordulásellenőrzéses ε-mentes környezetfüggetlen szabályokból, valamint a tetszőleges környezetfüggetlen szabályokból álló programozott grammatikák által generált nyelvek osztályát.

Ha a grammatika előfordulásellenőrzés nélküli, akkor az ac index hiányzik.

Hasonlóképpen: $\mathcal{L}(\mathrm{MAT}_{\mathrm{ac}})$, $\mathcal{L}(\mathrm{MAT}^{\varepsilon}_{\mathrm{ac}})$, $\mathcal{L}(\mathrm{RC}_{\mathrm{ac}})$, illetve $\mathcal{L}(\mathrm{RC}^{\varepsilon}_{\mathrm{ac}})$.

Nyelvcsaládok, kifejező erő

$\mathcal{L}(\mathrm{PR}_{\mathrm{ac}})$, illetve $\mathcal{L}(\mathrm{PR}^{\varepsilon}_{\mathrm{ac}})$ jelöli rendre az előfordulásellenőrzéses ε-mentes környezetfüggetlen szabályokból, valamint a tetszőleges környezetfüggetlen szabályokból álló programozott grammatikák által generált nyelvek osztályát.

Ha a grammatika előfordulásellenőrzés nélküli, akkor az ac index hiányzik.

Hasonlóképpen: $\mathcal{L}(\mathrm{MAT}_{\mathrm{ac}})$, $\mathcal{L}(\mathrm{MAT}^{\varepsilon}_{\mathrm{ac}})$, $\mathcal{L}(\mathrm{RC}_{\mathrm{ac}})$, illetve $\mathcal{L}(\mathrm{RC}^{\varepsilon}_{\mathrm{ac}})$.

Tétel

Fennállnak a következők

$$\mathcal{L}_2 \subset \mathcal{L}(\mathrm{PR}_{\mathrm{ac}}) = \mathcal{L}(\mathrm{MAT}_{\mathrm{ac}}) = \mathcal{L}(\mathrm{RC}_{\mathrm{ac}}) \subset \mathcal{L}_1$$

és

$$\mathcal{L}(\mathrm{PR}^{\varepsilon}_{\mathrm{ac}}) = \mathcal{L}(\mathrm{MAT}^{\varepsilon}_{\mathrm{ac}}) = \mathcal{L}(\mathrm{RC}^{\varepsilon}_{\mathrm{ac}}) = \mathcal{L}_0.$$

Nyelvcsaládok, kifejező erő