

## Задача 8.2

In [1]:

```
%matplotlib inline
import scipy.stats as st
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
import math
import statsmodels.api as sm
import csv
```

In [5]:

```
data = np.genfromtxt('Regression.csv')
```

Задача аналогична теоретической задаче. Сведем к линейной модели. Рассмотрим разности вида  $Y_i = X_{i+1} - X_i = \beta_2 + \varepsilon_i$  для  $i > 0$ . А также  $Y_0 = X_0 = \beta_1 + \varepsilon_0$ . Значение  $Y_i$  это расстояние, которое проезжает трамвай за  $i$ -ую секунду. Найдем оценку коэффициентов линейной регрессии методом наименьших квадратов:

- $\hat{\theta} = \begin{pmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \end{pmatrix}$
- $\hat{\theta} = (Z^T Z)^{-1} Z^T Y$ , где  $Y$  - вектор данных
- $Z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ \dots \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

Решением является:

- $\hat{\beta}_1 = Y_0$
- $\hat{\beta}_2 = \overline{Y_i}$ , где  $i = 1, n$

Оптимальная оценка  $\sigma^2$ :  $\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n-k} \|Y - Z\hat{\theta}\|^2$

- $\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n-2} \sum_{i=1}^n (Y_i - \overline{Y})^2 = \frac{n}{n-2} s^2$

In [21]:

```
y = np.array([data[0]])
for i in range(1, len(data)):
    y = np.append(y, data[i] - data[i - 1])

beta_1 = data[0]
beta_2 = np.mean(y)
sigma = (len(data)-1) * st.moment(y, moment=2) / (len(data) - 2)
print("Оценка начального положения " + str(beta_1))
print("Оценка скорости "+ str(beta_2))
```

Оценка начального положения 20.6165

Оценка скорости 12.0410442

In [22]:

```
print("Дисперсия скорости " + str(sigma))
print("Дисперсия времени "+ str(sigma/beta_2**2))
```

Дисперсия скорости 4.332610261354912

Дисперсия времени 0.029882802380412566

## Вывод

Дисперсия времени мала, следовательно показания датчика довольно точные. Линейная модель дает хорошее приближение.

In [ ]: