Задание 6.1

In [2]:

```
%matplotlib inline
import scipy.stats as st
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
import math
import statsmodels.api as sm
```

In [3]:

```
size = 100 # Размер выборки
g = 1.0 #параметр распредения
a = 0.0
norm = st.norm(loc=a, scale=g)
sample = norm.rvs(size=100)
```

В Модели $N(0, \theta)$ Априорное распределение: $\Gamma_{inv}(\alpha_0, \beta_0)$ со средним $= \frac{\beta_0}{\alpha_0 - 1}$; $\alpha = \alpha_0 + \frac{n}{2}, \beta = \beta_0 + \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i^2}{2}$. Следовательно, $\theta^* = \frac{\beta}{\alpha - 1} = \frac{2\beta_0 + \sum_{i=1}^{n} X_i^2}{2\alpha_0 + n - 2}$.

Оценка σ^2 методом максимального правдоподобия $\hat{\sigma^2} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i - \bar{X} \; ^2$

In [4]:

```
sigmas = np.zeros(size+1)
for i in range(size+1):
    sigmas[i] = np.var(sample[:(i+1)])
```

In [5]:

```
def Bayesian(alpha, beta, x):
    a = 2*beta + sum(x**2)
    b = 2*alpha + len(x)-2
    if b!=0:
        return (a/b)
    else:
        return 0
```

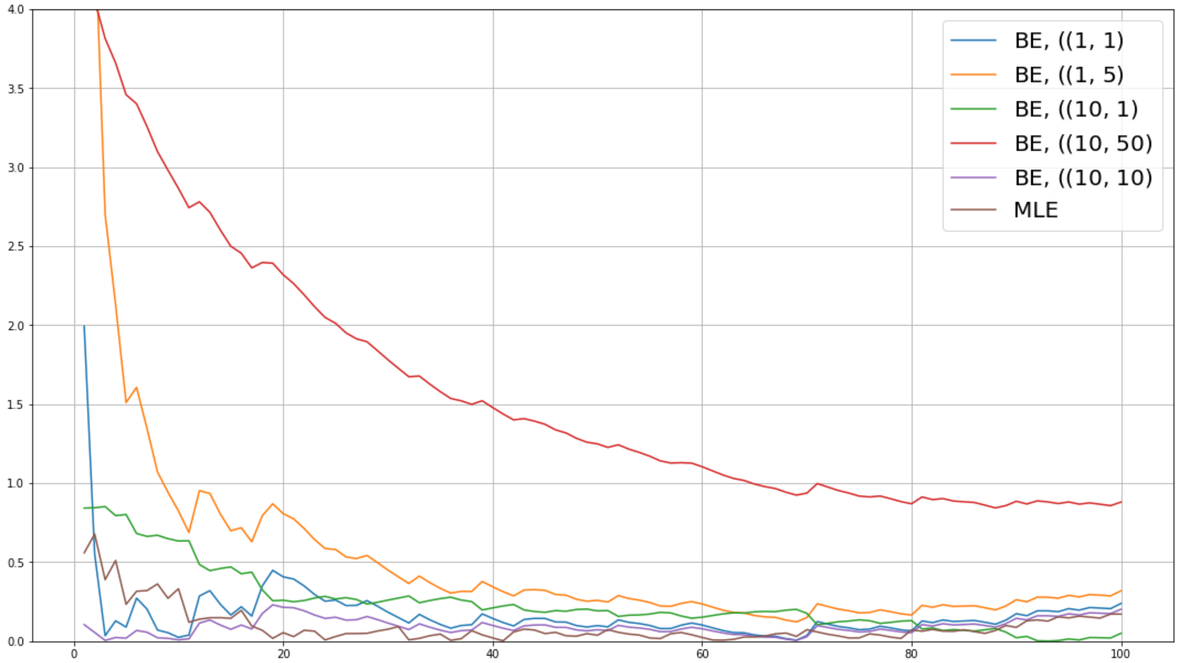
In [6]:

```
params = np.array([(1,1), (1,5), (10,1), (10,50), (10,10)])

fig = plt.gcf()
plt.grid(True)
fig.set_size_inches(18.5, 10.5)
plt.ylim(0,4)
for i in range(0, len(params)):
    stat_bayes = np.zeros(size+1)
    alpha_0 = params[i][0]
    beta_0 = params[i][1]
    for j in range(1, size+1):
        stat_bayes[j] = Bayesian(alpha_0, beta_0, sample[:j])
    plt.plot(np.arange(1,size+1), abs(stat_bayes[1:] - g), label='BE, $(\alpha, \beta)=$({}
plt.plot(np.arange(1,size+1), abs(sigmas[1:] - 1), label = r'MLE')
plt.legend(fontsize=20, loc=1)
```

Out[6]:

```
<matplotlib.legend.Legend at 0x278c32869b0>
```



Вывод

Заметим, что при удачно подобранных параметрах априорного распределения баесовская оценка показывает себя лучше(в смысле абсолютного отклонения оценки от истинного значения параметра) ОМП в модели $N(0, \theta)$. Но при некоторых параметрах оценка баесовская оценка ведет себя хуже ОМП.

In [ ]: