

Prvi domaći zadatak

Nelinearni model dinamike ljubavnog odnosa

Predmet

Simulacija i simulacioni jezici

Student

Jovan Petrović 2021/0013

Sadržaj

Verbalni opis realnog sistema	3
Matematički model sistema.....	4
Uvedene promenljive i parametri	4
Transformacija modela u oblik pogodan za modeliranje u softveru CSMP	5
Grafička specifikacija modela	7
Tabelarna specifikacija modela.....	8
Parametri simulatora.....	9
Rezultati simulacije	10
Analiza rezultata simulacije.....	11

Verbalni opis realnog sistema

Marko i Ana imaju vrlo dinamičan odnos, u kojem se njihova međusobna osećanja menjaju kroz vreme. Iako između njih postoji snažna privlačnost, njihove emocije prolaze kroz faze oscilacije, stabilizacije i povremenog zasićenja. Markova ljubav prema Ani zavisi od načina na koji ona reaguje na njega, i obrnuto.

Marko oseća intenzivniju ljubav prema Ani kada ona pokazuje više pažnje – ako Ana više voli Marka, to pozitivno utiče na njegovu ljubav prema njoj. Međutim, budući da je Marko veoma stidljiv i povučen, njegova ljubav je podložna unutrašnjim oscilacijama. Kada su njegova osećanja prema Ani previše intenzivna, on postaje nesiguran, što dovodi do toga da se on postepeno distancira od Ane. Takođe, u trenucima kada je Ana hladna prema Marku, njegova ljubav prema njoj opada.

Anina ljubav prema Marku naglo opada u situacijama kada on postane previše zaljubljen. Ana tada oseti preveliki pritisak i počne da se distancira kako bi sačuvala svoj emocionalni prostor. Međutim, kada Marko postane povučen, Ana ima potpuno suprotnu reakciju – njena ljubav prema njemu počinje da raste velikom brzinom.

Ovaj odnos između njih nije nimalo jednostavan, jer svaka promena u Markovom ponašanju izaziva određene emotivne reakcije kod Ane, i obrnuto. Kada Marko počne da pokazuje prekomernu privrženost, Ana se povlači. Ovo dovodi do toga da se i on povuče, što njoj postaje privlačno.

Matematički model sistema

Ovaj sistem može se matematički predstaviti kao sistem od dve obične diferencijalne jednačine prvog reda:

$$\frac{dx}{dt} = ay - \sin(cx)$$

$$\frac{dy}{dt} = -bx^2 - kx$$

Prva jednačina odnosi se na to kako se Markova ljubav prema Ani menja kroz vreme, a druga jednačina na to kako se Anina ljubav menja prema Marku.

Uvedene promenljive i parametri

Ovaj model sadrži dve promenljive:

- $x(t)$ – Intenzitet Markove ljubavi prema Ani u zavisnosti od vremena.
- $y(t)$ – Intenzitet Anine ljubavi prema Marku u zavisnosti od vremena.

Za precizniji opis realnog sistema uvedeni su sledeći parametri:

- a – Markova osetljivost na Aninu ljubav.
- b – Anino opterećenje usled Markove zaljubljenosti.
- c – Intenzitet oscilacija Markovih osećanja.
- k – Osnovna osetljivost Ane na Markova osećanja.

$$a, b, c, k \in \mathbb{R}$$

Transformacija modela u oblik pogodan za modeliranje u softveru CSMP

Da bismo ovaj model mogli da iskoristimo za simulaciju u softveru CSMP, potrebno je da ga najpre transformišemo u odgovarajući oblik. Poznato je da se svaki sistem običnih diferencijalnih jednačina može svesti na odgovarajuću običnu diferencijalnu jednačinu višeg reda¹. Na ovaj način gubimo određene informacije (u kontekstu opisa modela) jer se pri transformaciji gubi jedna promenljiva, ali sa druge strane dobijamo oblik koji je pogodniji za potrebe simulacije.

Da bismo sistem od dve obične diferencijalne jednačine prvog reda

$$\frac{dx}{dt} = ay - \sin(cx)$$

$$\frac{dy}{dt} = -bx^2 - kx$$

transformisali u jednu običnu diferencijalnu jednačinu drugog reda, potrebno je da najpre izrazimo promenljivu y u funkciji promenljive x i njenog izvoda. Iz prve jednačine možemo izraziti y :

$$y = \frac{1}{a} \left(\frac{dx}{dt} + \sin(cx) \right)$$

Zatim ćemo naći izvod ovog izraza po vremenu:

$$\frac{dy}{dt} = \frac{1}{a} \left(\frac{d^2x}{dt^2} + c \cos(cx) \cdot \frac{dx}{dt} \right)$$

¹ Boyce, & DiPrima, R. C. (2008). *Elementary differential equations and boundary value problems*. Wiley.

Sada ovaj izraz možemo ubaciti u drugu jednačinu:

$$\frac{1}{a} \left(\frac{d^2 x}{dt^2} + c \cos(cx) \cdot \frac{dx}{dt} \right) = -bx^2 - kx$$

Konačna diferencijalna jednačina drugog reda glasi:

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = -c \cos(cx) \cdot \frac{dx}{dt} - abx^2 - akx$$

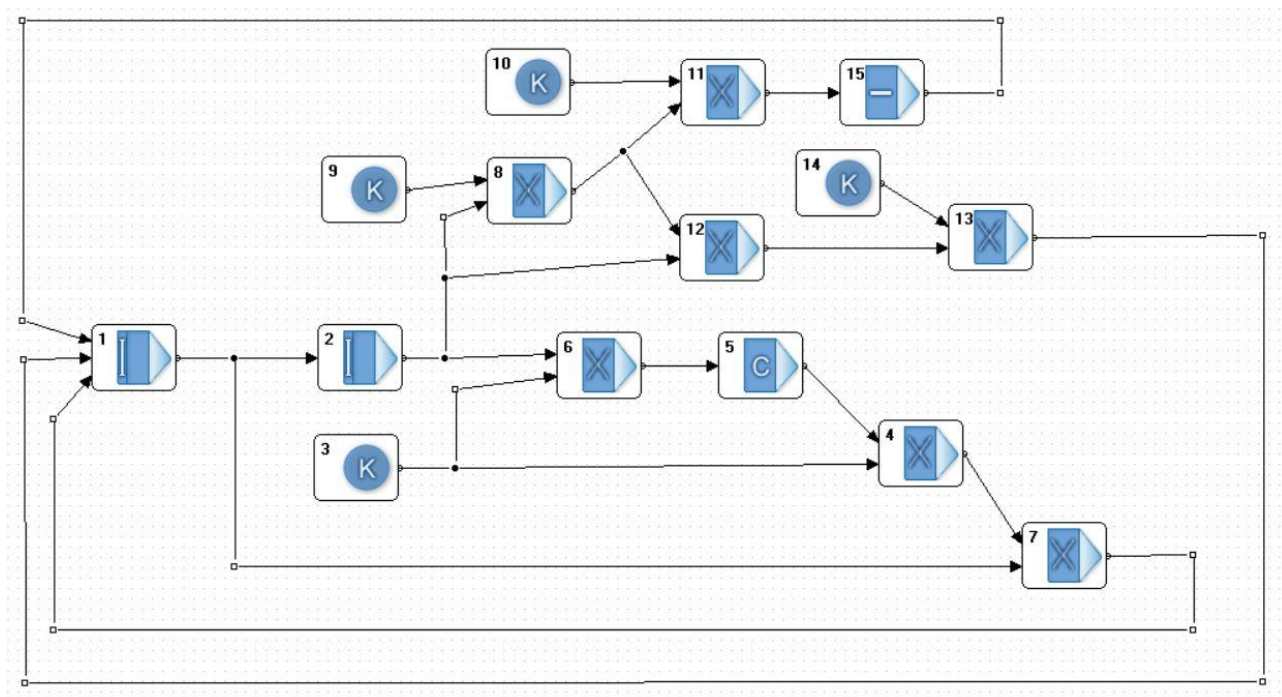
Alternativno, možemo iskoristiti Njutnovu notaciju za izvode radi preglednijeg prikaza:

$$\ddot{x} = -c \cos(cx) \cdot \dot{x} - abx^2 - akx$$

Ova jednačina predstavlja ekvivalentan oblik sistema u jednoj običnoj diferencijalnoj jednačini drugog reda. Promenljiva x u ovom kontekstu može da predstavlja opštu dinamiku ljubavi u sistemu.

Grafička specifikacija modela

Razmotrimo sledeći blok dijagram koji predstavlja grafičku specifikaciju modela u softveru CSMP:



Za konstrukciju blok dijagrama iskorišćeno je ukupno petnaest blokova različite vrste – integratori, množači, konstante, jedan invertor i jedan kosinusni blok. Takođe, kao što ćemo to detaljnije videti pri tabelarnoj specifikaciji modela, parametar P1 prvog integratora ima vrednost 100, što odgovara početnom uslovu $x(0) = 100$ Košijevog problema.

Tabelarna specifikacija modela

Data je i tabelarna specifikacija modela, koja uz grafičku specifikaciju u potpunosti opisuje model:

Rb	Tip	U1	U2	U3	P1	P2	P3	Interpretacija
1	I	15	13	7	100	-1	-1	\dot{x}
2	I	/	1	/	0	1	0	x
3	K	/	/	/	10	/	/	c
4	X	5	3	/	/	/	/	$c \cos(cx)$
5	C	6	/	/	0	1	0	$\cos(cx)$
6	X	2	3	/	/	/	/	cx
7	X	4	1	/	/	/	/	$c \cos(cx)\dot{x}$
8	X	9	2	/	/	/	/	ax
9	K	/	/	/	1500	/	/	a
10	K	/	/	/	300	/	/	k
11	X	10	8	/	/	/	/	akx
12	X	8	2	/	/	/	/	ax^2
13	X	14	12	/	/	/	/	abx^2
14	K	/	/	/	120	/	/	b
15	-	11	/	/	/	/	/	$-akx$

Parametri simulatora

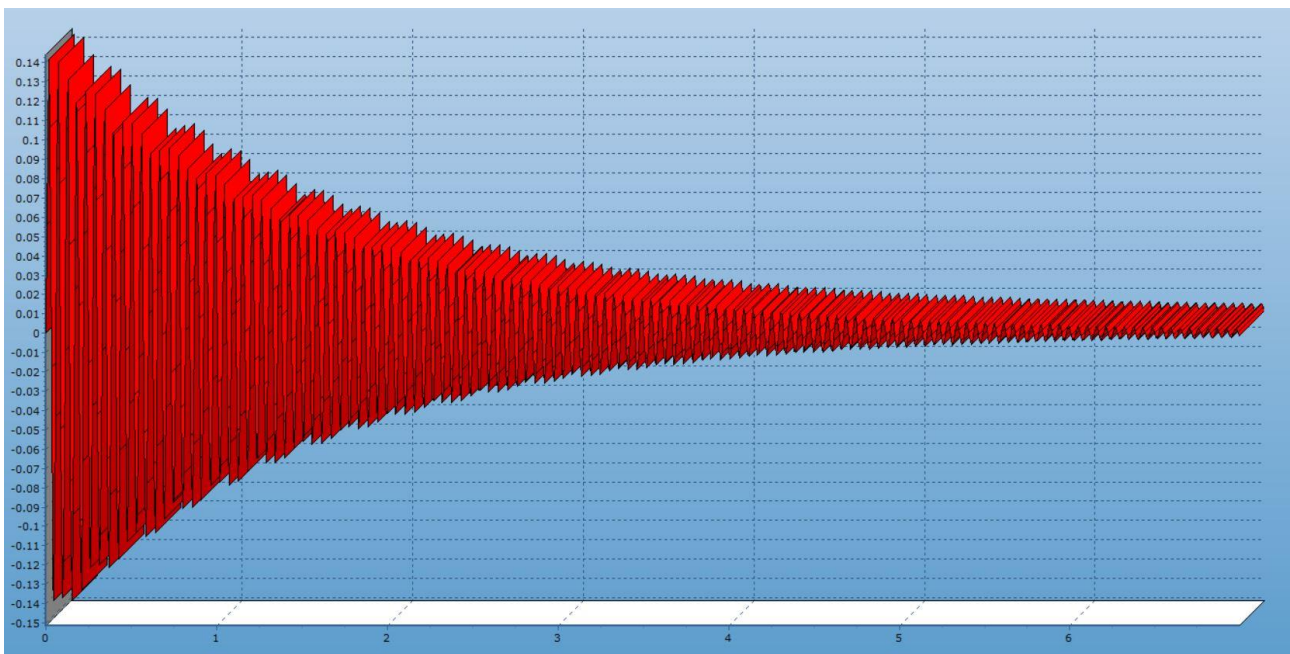
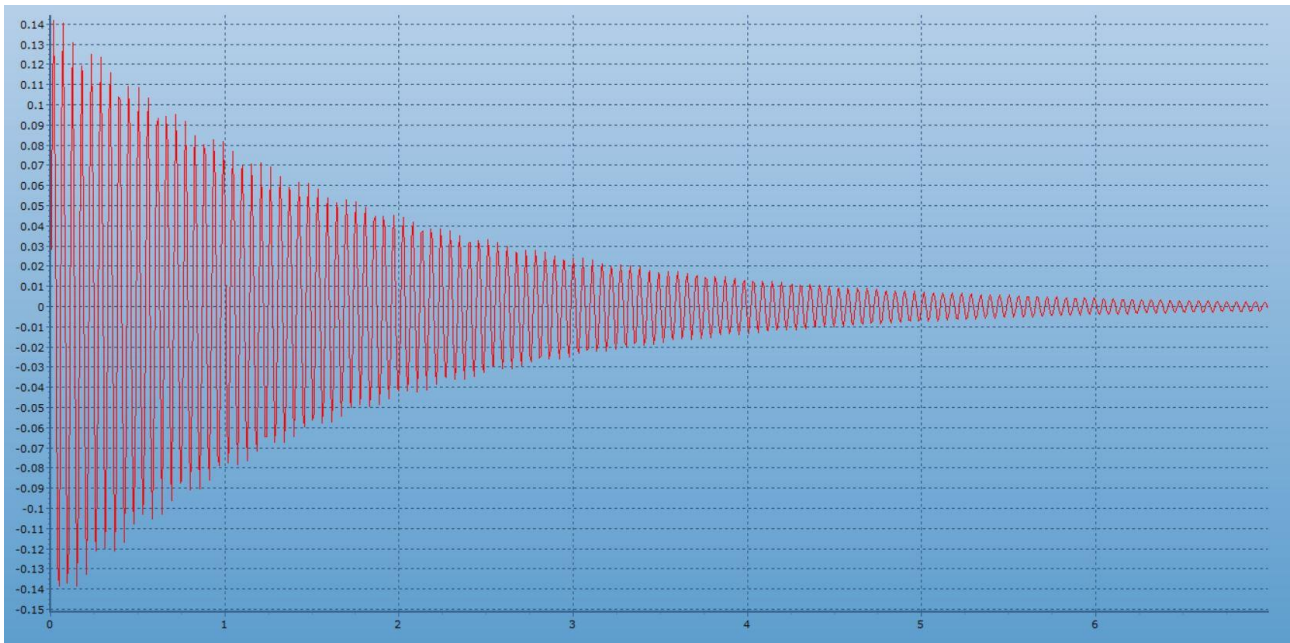
Za potrebe simulacije posmatraćemo period od sedam godina.

Dužina simulacije	7
Interval integracije	0.001
Interval štampanja	0.008

Interval štampanja je veći od intervala integracije radi preglednijeg grafičkog prikaza rezultata simulacije.

Rezultati simulacije

Prikazan je dvodimenzioni i trodimenzioni grafički prikaz rezultata pokrenute simulacije, gde je crvenom bojom označen izlaz iz drugog integratora:



Analiza rezultata simulacije

Na grafičkom prikazu rezultata simulacije prikazan je izlaz iz drugog integratora, koji zapravo predstavlja promenljivu x , odnosno opštu dinamiku ljubavi u sistemu. Jasno se vidi da tokom perioda od sedam godina ljubav između Marka i Ane trpi jake oscilacije koje vremenom postepeno slabe, da bi na kraju ljubav težila nuli. Uočava se oblik kvaziperiodične funkcije sa određenim faktorom prigušenja. Na osnovu svega navedenog, možemo tvrditi da Marku i Ani nije bilo suđeno i da važi relacija:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = 0$$