

Metodi Matematici della Fisica

per il corso di
Istituzioni di Fisica Teorica

Corso di Laurea in Astronomia – Università di Bologna

Docente:

Francesco Ravanini



29 settembre 2019

Indice

1	Funzioni complesse	4
1.1	Richiami sui numeri complessi	4
1.2	Funzioni di variabile complessa	11
1.3	Differenziabilità e olomorfismo	14
1.4	Integrali nel piano complesso	17
1.5	Teoremi di Cauchy e di Morera	21
1.6	Rappresentazione integrale di Cauchy	25
1.7	Serie di Taylor	26
1.8	Zeri e singolarità di una funzione	29
1.9	Serie di Laurent	29
1.10	Residui	33
1.11	Classificazione delle funzioni complesse	36
1.12	Calcolo di integrali, lemma di Jordan	37
1.13	Rapidi cenni sulle funzioni polidrome	40
2	Alcune funzioni utili	44
2.1	Delta di Dirac	44
2.1.1	Funzione theta di Heaviside	46
2.1.2	Delta di Dirac multidimensionali	47
2.1.3	Derivate della delta di Dirac	48
2.2	Funzione Gamma di Eulero	48
2.2.1	Proprietà della funzione $\Gamma(z)$	49
2.2.2	Comportamento asintotico	52
2.2.3	Relazione con la trasformata di Mellin	52
2.2.4	Il simbolo di Pochhammer	54
3	Spazi di Hilbert e operatori	55
3.1	Spazio vettoriale su \mathbb{C}	55

3.2	Spazio a prodotto interno	57
3.3	Spazio metrico	59
3.4	Spazi di Hilbert	60
3.5	Basi ortonormali	62
3.6	Operatori	64
3.7	Autovalori e autovettori	68
3.8	Matrici come rappresentazione di operatori	70
3.9	Operatori in spazi infinito dimensionali	74
4	Spazi funzionali e serie di Fourier	78
4.1	Funzioni a quadrato sommabile e spazio \mathbb{L}^2	78
4.2	Serie di Fourier in \mathbb{L}^2	80
4.3	Serie di Fourier trigonometriche	83
4.4	Trasformate di Fourier	84
5	Equazioni differenziali lineari ordinarie	88
5.1	Forma standard	88
5.2	Forma ridotta	90
5.3	Soluzioni linearmente indipendenti	91
5.4	Soluzioni attorno a punti regolari	92
5.5	Soluzioni attorno a punti singolari	93
5.5.1	Autovalori non coincidenti	94
5.5.2	Autovalori coincidenti	95
5.5.3	Punti fuchsiani	97
5.5.4	Punto all'infinito	101
6	Polinomi ortogonali	102
6.1	Generalità	102
6.2	Polinomi di Legendre	105
6.3	Funzioni associate ai polinomi di Legendre	107
6.4	Polinomi di Hermite	108
6.5	Polinomi di Laguerre	110