

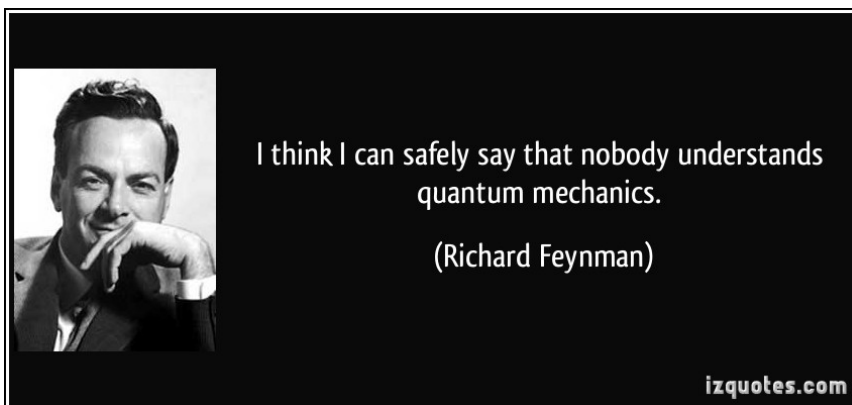
Meccanica Quantistica

per il corso di
Istituzioni di Fisica Teorica

Corso di Laurea in Astronomia – Università di Bologna

Docente:

Francesco Ravanini



30 settembre 2019

Notazioni

- Coordinate cartesiane x_1, x_2, x_3 . Coordinate polari r, θ, ϕ . Elementi di volume $d^3x = dx_1 dx_2 dx_3 = r^2 \sin \theta dr d\theta d\phi$.
- Quantità scalari = lettere latine o greche a, b, c, \dots A, B, C, \dots $\alpha, \beta, \gamma, \dots$ $\Gamma, \Delta, \Theta, \dots$
- Vettori e matrici = lettere grassette $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}, \dots$ $\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}, \dots$ $\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, \dots$ $\boldsymbol{\Gamma}, \boldsymbol{\Delta}, \dots$
- Prodotto scalare di vettori $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}$; prodotto vettoriale $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$
- Derivate vettoriali: $\boldsymbol{\nabla} = (\frac{\partial}{\partial x_1}, \frac{\partial}{\partial x_2}, \frac{\partial}{\partial x_3})$. Gradiente di $\phi = \boldsymbol{\nabla} \phi$; divergenza di $\mathbf{v} = \boldsymbol{\nabla} \cdot \mathbf{v}$; rotazionale (o rotore) di $\mathbf{v} = \boldsymbol{\nabla} \times \mathbf{v}$
- Operatori = lettere sans-serif $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}, \dots$ $\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}, \dots$ (in grassetto se anche vettori)
- Insiemi di numeri: interi positivi = \mathbb{N} ; interi positivi o nulli = \mathbb{N}_0 ; interi positivi nulli o negativi = \mathbb{Z} ; razionali = \mathbb{Q} ; reali = \mathbb{R} ; complessi = \mathbb{C} .
- Stati (o vettori astratti) nello spazio di Hilbert: $|\psi\rangle$; nel duale $\langle\psi|$. Prodotto scalare tra stati $\langle\psi|\phi\rangle$.
- Unità di misura: normalmente usato il sistema c.g.s., talvolta il S.I. Sono segnalate, quando importanti, anche unità di misure tipiche della fisica atomica, come l'Åmstrong $1\text{\AA} = 10^{-8}\text{cm}$ e l'elettronVolt $1\text{ eV} = 1.6 \cdot 10^{-13}\text{erg}$.

Costanti

- Costante di Planck ridotta: $\hbar = 1.0545896 \cdot 10^{-27}\text{erg} \cdot \text{s}$
- Carica elettrica elementare $e = 1.6021895 \cdot 10^{-19}\text{C} = 5.34426 \cdot 10^{-9}\text{statC}$
- Masse:
 - elettrone $m_e = 9.109535 \cdot 10^{-27}\text{g} = 0.511003(1)\text{ MeV}/c^2$;
 - protone $m_p = 1.672651 \cdot 10^{-24}\text{g} = 938.280(3)\text{ MeV}/c^2$
 - neutrone $m_n = 1.674951 \cdot 10^{-24}\text{g} = 939.573(3)\text{ MeV}/c^2$
- Velocità della luce nel vuoto $c = 2.997924581 \cdot 10^{10}\text{cm/s}$

Indice

1	Le basi storiche della Meccanica quantistica	6
1.1	La scoperta dell'elettrone	7
1.2	Modelli atomici di Thomson e di Rutherford	9
1.3	La radiazione di corpo nero	10
1.4	Effetto fotoelettrico	17
1.5	Effetto Compton	20
1.6	Atomo di Bohr	22
2	Le basi della Meccanica ondulatoria	26
2.1	Ipotesi di de Broglie	26
2.2	Discussione critica dell'esperienza della doppia fenditura	29
2.3	La funzione d'onda	33
2.4	Principio di sovrapposizione	34
2.5	Onda piana e particella libera	35
2.6	Pacchetto d'onde	39
2.7	Equazione di Schrödinger in un campo di forze	42
2.8	Equazione di continuità	43
2.9	Normalizzazione periodica (o "in scatola")	44

3	Formalismo della Meccanica quantistica	47
3.1	Richiami di Meccanica classica hamiltoniana	47
3.2	Postulati della MQ	48
3.3	Operatori e probabilità di transizione	53
3.4	Rappresentazione nello spazio delle coordinate	54
3.5	Rappresentazione nello spazio degli impulsi	56
3.6	Ampiezze di transizione	59
3.7	Evoluzione temporale	60
3.8	Equazione di Schrödinger nello spazio delle coordinate	62
3.9	Valori medi e scarti quadratici medi	63
3.10	Teorema di Ehrenfest	65
3.11	Principio di Heisenberg generalizzato	68
3.12	Insieme completo di osservabili commutanti	70
3.13	Equazione di Schrödinger stazionaria	71
3.14	Stati quasi stazionari e vita media	73
3.15	Relazione di indeterminazione energia-tempo	76
3.16	Parità	77
4	Alcuni problemi di MQ in una dimensione	79
4.1	Considerazioni generali	79
4.2	Buca di potenziale infinita	82
4.3	Potenziale deltiforme	86
4.3.1	Stati legati	87
4.3.2	Stati del continuo	90
4.4	Buca rettangolare simmetrica	92
4.4.1	Stati legati	93
4.4.2	Stati del continuo	98
4.5	Barriera di potenziale: l'effetto tunnel	99
4.6	Oscillatore armonico	103

4.6.1	Metodo algebrico	104
4.6.2	Metodo analitico	109
5	Momento angolare	113
5.1	Coordinate polari	115
5.2	Operatore impulso in coordiante polari	116
5.3	Operatore momento angolare	118
5.3.1	Operatore L_3 : spettro e autofunzioni	119
5.3.2	Operatore L^2	120
6	Potenziali centrali	127
6.1	Separazione delle variabili	128
6.2	Buca di potenziale sferica	129
6.3	Oscillatore armonico isotropo	133
6.4	Problema dei due corpi e massa ridotta	138
6.5	Atomo idrogenoide	139
7	Algebra dei momenti angolari	147
7.1	Operatori di innalzamento e abbassamento	147
7.2	Spin	150
7.3	Composizione di momenti angolari	153
7.3.1	Esempio di caclolo dei coefficienti di Clebsch-Gordan	155
7.4	Sistemi di particelle identiche	157
8	Simmetrie in MQ	161
8.1	Trasformazioni reversibili e gruppi	161
8.2	Trasformazioni unitarie e simmetrie	162
8.3	Simmetrie spazio-temporali continue	163
8.3.1	Traslazioni	165
8.3.2	Rotazioni	165

8.3.3	Traslazioni temporali	166
8.4	Simmetrie interne e algebre di Lie	166
9	Teoria delle perturbazioni	171
9.1	Perturbazioni indipendenti dal tempo	172
9.1.1	Primo ordine perturbativo	173
9.1.2	Secondo ordine perturbativo	174
9.2	Perturbazione di un livello degenere	175
9.3	Teorema di Hellmann-Feynman	177
10	Campi elettromagnetici in MQ	180
10.1	Moto di una particella in campo elettromagnetico	180
10.2	Transizioni atomiche di dipolo	183
10.3	Atomo H in campo magnetico	187
10.4	Effetto Zeemann normale	190
10.5	Struttura fine dell'atomo d'idrogeno	193
10.5.1	Correzione relativistica	194
10.5.2	Interazione spin-orbita	196
10.6	Effetto Zeemann anomalo	198
10.6.1	Effetto Zeemann per $B_{ext} \gg B_{int}$	198
10.6.2	Effetto Zeemann per $B_{ext} \ll B_{int}$	199
10.6.3	Struttura iperfine	201