

# *Modele de reflexie*

*Prof. univ. dr. ing. Florica Moldoveanu*

*Curs Elemente de Grafică pe Calculator* – UPB, Automatică și Calculatoare  
2021-2022

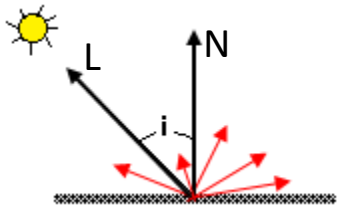
# *Modele empirice pentru calculul reflexiei luminii*

- Caracteristicile luminii reflectate într-un punct al suprafeței unui obiect depind de :
  - lungimile de undă conținute în lumina incidentă,
  - direcția și geometria sursei luminii incidente,
  - orientarea suprafeței în punctul respectiv,
  - proprietățile materialului din care este construită suprafața.
- Expresia care modelează intensitatea luminii reflectate într-un punct al unei suprafețe este definită pentru o **lumină incidentă monocromatică**, deci caracterizată printr-o lungime de undă,  $\lambda$ .
- În cazul general, **lumina incidentă nu este monocromatică**, de aceea pentru calculul său expresia ar trebui să fie evaluată continuu pe întregul domeniu al spectrului luminii incidente.
- În modelele empirice, expresia se evaluează separat pentru cele trei culori primare, R, G, B.

# Modelarea reflexiei difuze a luminii provenite de la o sursa

## Aproximarea reflexiei difuze intr-un punct al unei suprafete 3D

- Lumina reflectată difuz de o suprafață este dispersată regulat în toate direcțiile.
- **Legea lui Lambert** definește reflexia luminii provenite de la o **sursă punctiformă**, de către un difuzor perfect:



Reflexia difuză

$$I_d = I_{\text{sursa}} * k_d * \cos(i) \quad 0 \leq i \leq \pi/2$$

N – normala la suprafata in punctul considerat

$I_{\text{sursa}}$  – este intensitatea luminii incidente (de la sursa de lumina)

$k_d$  – este coeficientul de difuzie a luminii incidente, dependent de materialul suprafetei: suprafata reflecta/absoarbe/transmite lumina in anumite proportii:  $0 \leq k_d \leq 1$

$I_d$  este intensitatea luminii reflectate difuz de suprafata

- Dacă  $i$  este mai mare ca  $\pi/2$ , suprafața nu primește lumină de la sursă (sursa de lumină se află în spatele suprafeței).

# *Modelarea reflexiei luminii ambiante*

## **Lumina ambianta**

- Modeleaza lumina provenita de la celelalte obiecte ale scenei 3D: **este o sursa de lumina distribuita uniform in spatiu.**
- **Lumina ambianta este reflectata la fel in orice punct al unei suprafete.** Intensitatea sa depinde de intensitatea luminii ambiante si de proprietatile suprafetei.
- **Reflexia luminii ambiante este modelata prin:**  
 **$I_a * k_a$** , unde  
 $I_a$  – este intensitatea luminii ambiante iar  
 $0 \leq k_a \leq 1$  este coeficientul de difuzie a luminii ambiante, dependent de materialul suprafetei.

Atunci:

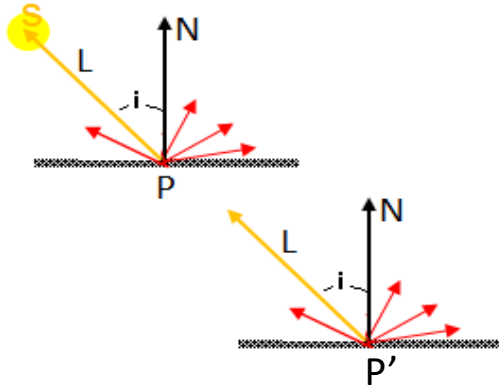
$I_d$  – intensitatea luminii reflectate difuz intr-un punct al unei suprafete

**$I_d = \text{reflexia luminii ambiante} + \text{reflexia difuza a luminii de la sursa}$**

$$I_d = I_a * k_a + I_{\text{sursa}} * k_d * \cos(i) \quad 0 \leq i \leq \pi/2$$

# Modelarea atenuării luminii de la o sursă

**Sursa punctiformă:** sursă aflată în scena 3D, care emite lumina cu aceeași intensitate în toate direcțiile.



P și P' - pe două suprafețe paralele  
- același unghi  $i$   
rezultă aceeași  $I_d$

→ Nu s-a ținut cont de distanța de la S la punctul în care se calculează  $I_d$ !  
 $\text{dist}(S-P) \neq \text{dist}(S-P')$

❖ Intensitatea luminii într-un punct descrește proporțional cu inversul pătratului distanței de la sursă.

$$I_d = I_a * k_a + \text{fat} * I_{\text{sursa}} * k_d * \cos(i),$$

$\text{fat} = 1/d^2$  este funcția de atenuare a luminii de la sursă

$d$  este distanța de la sursă la punctul de pe suprafață considerat.

- Dacă  $d$  este foarte mare: atenuare prea mare.
- Pentru două suprafețe aflate la distanțe mici apropiate,  $d_1$ ,  $d_2$ , vor rezulta atenuări mult diferite.
- În practică se folosește factorul de atenuare:  $\text{fat} = \min(1, 1/(c_1 + c_2*d + c_3*d^2))$

$c_1$ ,  $c_2$  și  $c_3$  sunt trei constante care se asociază sursei de lumină;  $c_1$  se alege astfel încât numitorul să nu devină prea mic atunci când sursa este foarte apropiată.

# Culoarea luminii reflectate difuz (1)

- Lumina incidenta poate contine mai multe lungimi de unda: → reflectate in mod diferit de o suprafata

$C_{\text{sursa}} = [I_{\text{sursaR}}, I_{\text{sursaG}}, I_{\text{sursaB}}]$  – culoarea luminii sursei

$C_a = [I_aR, I_aG, I_aB]$  – culoarea luminii ambientale

- O suprafata reflecta in mod diferit componentele R, G, B ale luminii incidente.
- ❖ Ex: o suprafata care absoarbe din lumina incidenta componentele de verde (G) si albastru (B):
  - Daca lumina incidenta este alba, suprafata va fi vazuta ca rosie:  
 $[1,1,1] - [0,1,1] = [1,0,0]$
  - Daca lumina incidenta este rosie, suprafata va fi vazuta tot ca rosie:  
 $[1,0,0] - [0,1,1] = [1,0,0]$  (componentele G si B au valoarea zero – nu pot fi extrase)
  - Daca lumina incidenta este verde, suprafata va fi vazuta ca neagra (componenta verde a fost absorbita):  $[0,1,0] - [0,1,1] = [0,0,0]$
- Rezulta: culoarea luminii reflectate difuz de catre o suprafata depinde de componentele luminii incidente si de proprietatile suprafetei.

# Culoarea luminii reflectate difuz (2)

Fie, pentru o suprafață:

$k_a = [k_{aR}, k_{aG}, k_{aB}]$  – coeficientii de difuzie a componentelor R, G, B din lumina ambientală

$k_d = [k_{dR}, k_{dG}, k_{dB}]$  – coeficientii de difuzie a componentelor R, G, B din lumina de la sursă

$k_a$  și  $k_d$  sunt caracteristici ale materialului suprafeței, numite în OpenGL:

$K_a$ : culoarea ambientală a materialului;  $k_d$ : culoarea difuză a materialului.

➤ Expresia luminii reflectate difuz se evaluează separat pentru cele 3 componente ale luminii incidente și ambientale, R,G,B:

$$I_{d\lambda} = I_{a\lambda} * k_{a\lambda} + f_{at} * I_{sursa\lambda} * k_{d\lambda} * \cos(i), \text{ unde } \lambda: \text{lungimea de undă}$$

sau:

❖  $C_d = [I_{dR}, I_{dG}, I_{dB}]$  - culoarea luminii reflectate difuz

$$C_d = [I_{aR} * k_{aR} + f_{at} * I_{sursaR} * k_{dR} * \cos(i), I_{aG} * k_{aG} + f_{at} * I_{sursaG} * k_{dG} * \cos(i), \\ I_{aB} * k_{aB} + f_{at} * I_{sursaB} * k_{dB} * \cos(i)]$$

# Modelarea reflexiei difuze

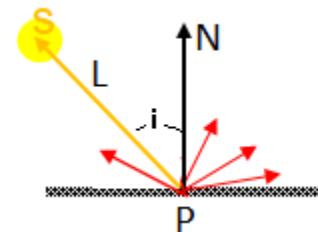
- Stiind că

$$\cos(i) = \mathbf{L} \cdot \mathbf{N} / (|\mathbf{L}| \cdot |\mathbf{N}|) = \mathbf{L}_u \cdot \mathbf{N}_u$$

unde:  $\mathbf{N}$  este normala la suprafata in  $P$

$\mathbf{L}$  este vectorul din  $P$  în  $S$

$(\mathbf{L} \cdot \mathbf{N})$  – produsul scalar al vectorilor  $\mathbf{L}$ ,  $\mathbf{N}$



- Rezulta **ecuatia care modeleaza reflexia difuză a luminii incidente monocromatice cu lungimea de unda  $\lambda$  într-un punct al unei suprafete:**

$$I_{d\lambda} = I_{a\lambda} \cdot k_{a\lambda} + f_{at} \cdot I_{sursa\lambda} \cdot k_{d\lambda} \cdot (\mathbf{L}_u \cdot \mathbf{N}_u)$$

$C_d = [I_{dR}, I_{dG}, I_{dB}]$  – culoarea luminii reflectate difuz

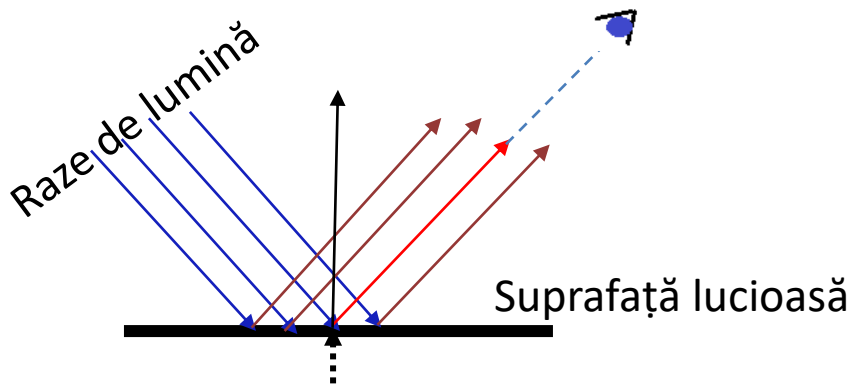
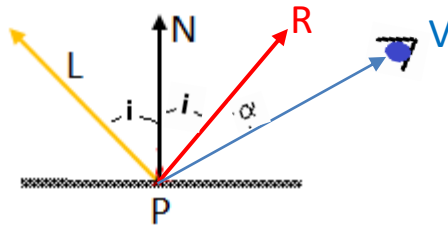
Pentru a include si cazul in care  $i > \pi/2$  (lumina de la sursa nu ajunge in punctul  $P$ ):

$$I_{d\lambda} = I_{a\lambda} \cdot k_{a\lambda} + f_{at} \cdot I_{sursa\lambda} \cdot k_{d\lambda} \cdot \max((\mathbf{L}_u \cdot \mathbf{N}_u), 0)$$



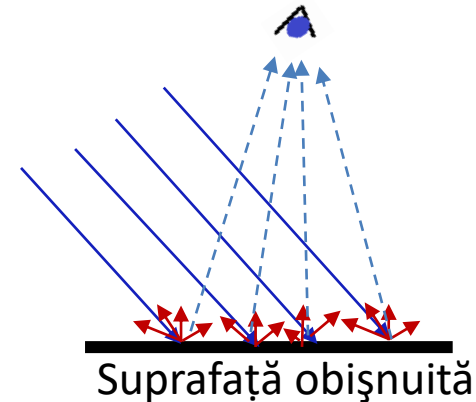
# Modelarea reflexiei speculare (1)

- Un **reflector perfect**, de exemplu o oglindă, reflectă lumina numai într-o singură direcție,  $R$ , care este simetrică cu  $L$  față de normala la suprafață  $\rightarrow$  numai un observator situat exact pe direcția respectivă va percepe raza reflectată specular:

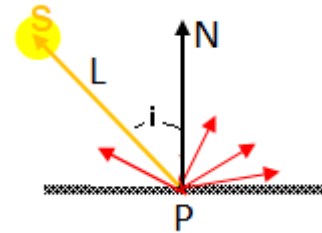


Observatorul vede reflexia speculara a luminii dintr-un singur punct al suprafeței.

## Reflexia difuză

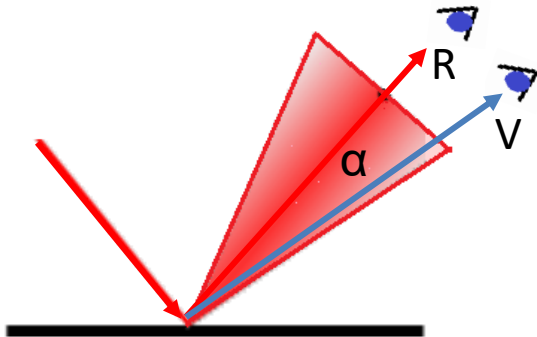


Observatorul vede reflexia difuza a luminii din toate punctele suprafeței. (neregularitățile microscopice ale suprafeței deviază direcția reflexiei în puncte vecine)

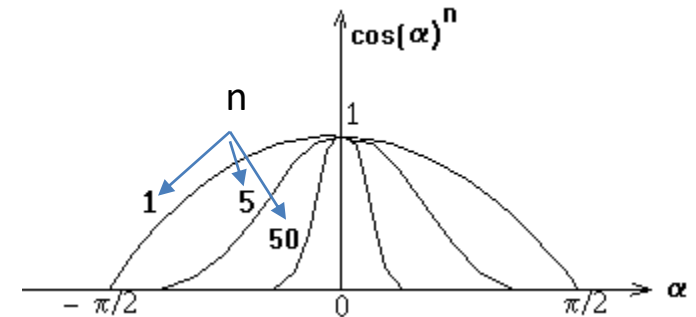


# Modelarea reflexiei speculare (2)

- In practica se considera ca reflexia speculara se produce nu ca o raza perfecta ci ca un con de lumina, cu o deschidere care depinde de reflectanța suprafeței.



Observatorul aflat in centrul conului vede reflexia maxima



Funcția de distribuție spațială a luminii reflectate specular

- Pentru **materialele imperfect reflectante** cantitatea de lumină care ajunge la observator depinde de **distribuția spațială a luminii reflectate specular**:
  - la suprafețele netede (ex. metale) distribuția este dreaptă și focalizată;
  - la suprafețele cu rugozități (ex. hartia) ea este dispersată.
  - se aproximeaza prin  $\cos(\alpha)^n$  (modelul Bui-Tuong Phong) unde **n este exponentul de stralucire al materialului**.

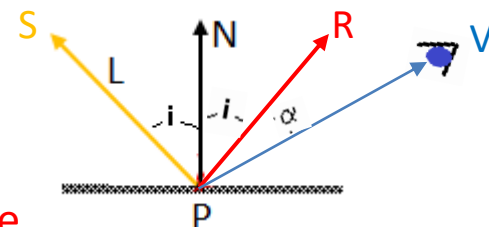
# Modelarea reflexiei speculare (3)

**Modelul Phong pentru aproximarea reflexiei speculare intr-un punct al unei suprafete 3D:**

$$I_{s\lambda} = I_{sursa\lambda} * w(i,\lambda) * \cos(\alpha)^n$$

$w(i, \lambda)$  este funcția de reflectanță,

$i$  - unghiul de incidență iar  $\lambda$  - lungimea de undă a luminii incidente



In practica,  $w(i, \lambda)$  este înlocuită cu o constantă determinată experimental, numită **coeficientul de reflexie speculară al materialului, notat  $ks\lambda$ .**

❖ **Modelul practic al reflexiei speculare:**

$$I_{s\lambda} = I_{sursa\lambda} * ks\lambda * \cos(\alpha)^n$$

$$\cos(\alpha) = R \cdot V / (|R| \cdot |V|) = R_u \cdot V_u$$

Rezulta, adaugand si factorul de atenuare a luminii de la sursa:

$$I_{s\lambda} = I_{sursa\lambda} * fat * ks\lambda * (R_u \cdot V_u)^n$$

Pentru a include si cazul in care  $\alpha = 90$ :

$$I_{s\lambda} = I_{sursa\lambda} * fat * ks\lambda * \max((R_u \cdot V_u)^n, 0)$$

# Modelarea reflexiei speculare (4)

Reflexia speculara nu poate avea loc daca in punctul considerat nu se primeste lumina de la sursa:

$$I_{s\lambda} = I_{lum} * I_{sursa\lambda} * f_{at} * k_{s\lambda} * \max((R_u \cdot V_u)^n, 0)$$

$$I_{lum} = 1 \text{ daca } (L_u \cdot N_u) > 0 \quad (0 \leq i < \pi/2)$$

$$= 0 \text{ altfel}$$

## Calculul directiei reflexiei speculare

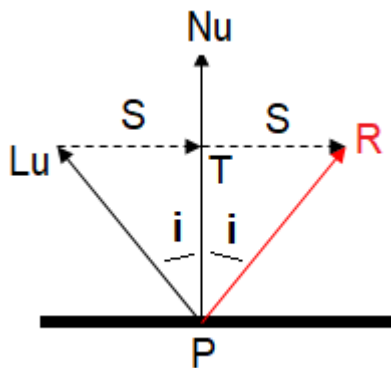
- Vectorul  $R$  este simetricul vectorului  $L$  față de  $N$ .
- **Proiectia scalară a vectorului  $L_u$  pe direcția normalei** este lungimea segmentului  $PT$ :  $LPT = |L_u| \cos(i) = \cos(i) = L_u \cdot N_u$
- **Proiectia vectorială a lui  $L_u$  pe direcția normalei** este **vectorul  $PT$** , care are lungimea segmentului  $PT$  și direcția normalei:

$$PT = (L_u \cdot N_u) * N_u / |N_u| = (L_u \cdot N_u) * N_u$$

$$R = L_u + 2 * S, \quad PT = L_u + S \rightarrow S = PT - L_u$$

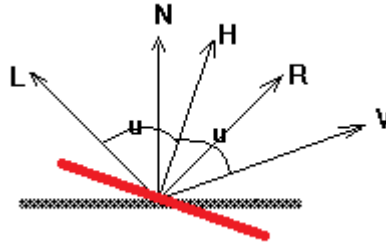
$$R = L_u + 2 * (PT - L_u) = L_u + 2 * (L_u \cdot N_u) * N_u - 2 * L_u = 2 * (L_u \cdot N_u) * N_u - L_u$$

$$R = 2 * (L_u \cdot N_u) * N_u - L_u$$



# Modelarea reflexiei speculare (5)

- O altă formulare a modelului Phong pentru reflexia speculară folosește **vectorul median**, notat cu  $H$  în figura. El face unghiuri egale cu  $L$  și cu  $V$ .



- ❖ Justificare: dacă suprafața ar fi orientată astfel încât normala să aibă direcția lui  $H$ , atunci observatorul ar percepe lumina speculară maximă ( $V$  aliniat cu  $R$ ) →
- Unghiul dintre  $N$  și  $H$  determină intensitatea reflexiei speculare:  $(N \cdot H)^n$

❖ Termenul care exprimă reflexia speculară este în acest caz:

$$I_{s\lambda} = I_{sursa\lambda} \cdot f_{at} \cdot k_{s\lambda} \cdot (N \cdot H)^n, \quad \text{unde } H = (L + V) / |L + V|$$

Atunci când sursa de lumină și observatorul sunt la infinit ( $L$  și  $V$  aceiași în toate punctele unui poligon),  $H$  este același în orice punct al suprafeței poligonului.

# *Modelul de iluminare locala(1)*

## *- lumina reflectata intr-un punct al unei suprafete -*

### **Modelul de iluminare locala (numit și Modelul de reflexie Phong)**

Culoarea vazută într-un punct al unei suprafete are 3 componente, determinate de:

reflexia luminii ambientale – culoarea\_ambientala,

reflexia difuza a luminii de la o sursa / surse – culoarea\_difuza

reflexia speculara a luminii de la o sursa/ surse – culoarea\_speculara

❖ Reflexia luminii într-un punct al unei suprafețe determina culoarea sa în acel punct.

$$I_{\lambda} = I_{a\lambda} * k_{a\lambda} + f_{at} * I_{sursa\lambda} [k_{d\lambda} * \max((L_u \bullet N_u), 0) + I_{um} * k_{s\lambda} * \max((R_u \bullet V_u)^n, 0)]$$

$$I_{um} = 1 \text{ daca } (L_u \bullet N_u) > 0 \quad (0 \leq i < \pi/2)$$

$$= 0 \text{ altfel}$$

$$I_{\lambda} = I_{a\lambda} * k_{a\lambda} + f_{at} * I_{sursa\lambda} [k_{d\lambda} * \max((L_u \bullet N_u), 0) + I_{um} * k_{s\lambda} * \max((N_u \bullet H_u)^n, 0)]$$

## *Modelul de iluminare locala(2)*

❖ Dacă scena 3D este luminată de m surse de lumină:

$$I_{\lambda} = I_{a\lambda} * k_{a\lambda} + \sum_{1 \leq i \leq m} f_{at_i} * I_{sursa\lambda_i} * [k_{d\lambda} * \max((L_{u_i} \cdot N_u), 0) + I_{um_i} * k_{s\lambda} * \max((R_{u_i} \cdot V_u)^n, 0)]$$

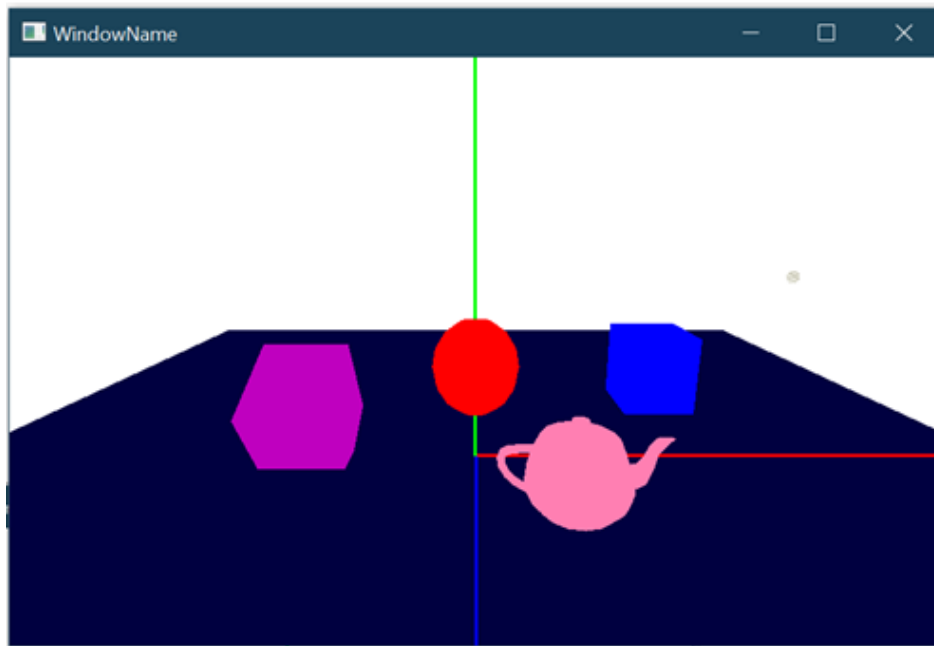
❖ La cele 3 componente se poate adauga culoarea\_emisa de suprafata. Rezulta:

Culoarea intr-un punct al unei suprafete

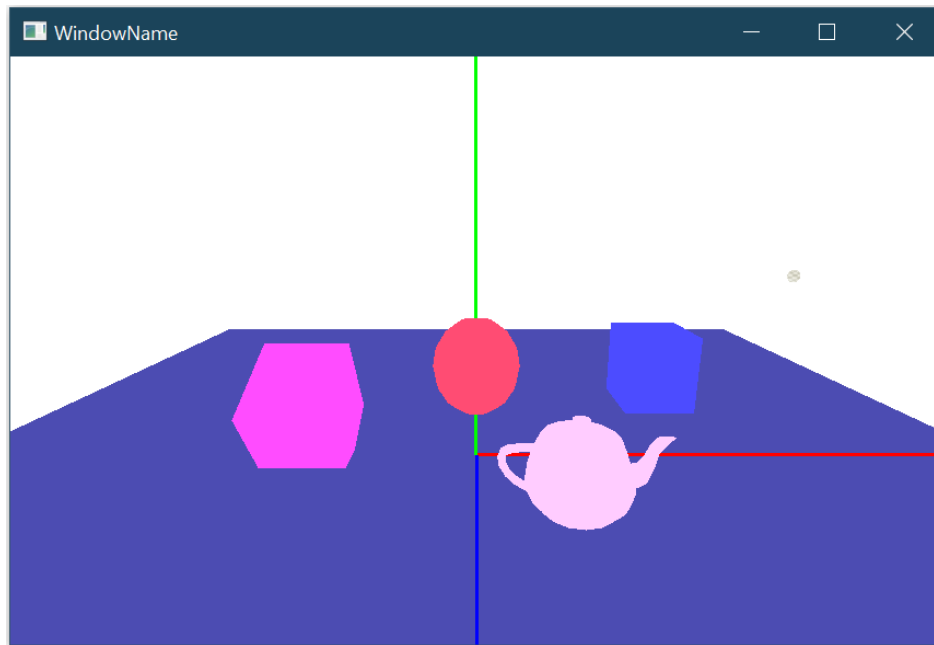
= culoarea\_emisa + culoarea\_ambientala + culoarea\_difuza + culoarea\_speculara

❖ **Culoarea emisa :**

- lumina emisa de o suprafata
- independenta de sursele de lumina
- aceeasi in orice punct al suprafetei
- nu lumineaza obiectele din jur
- culoarea\_emisa =  $K_e$ , o constanta

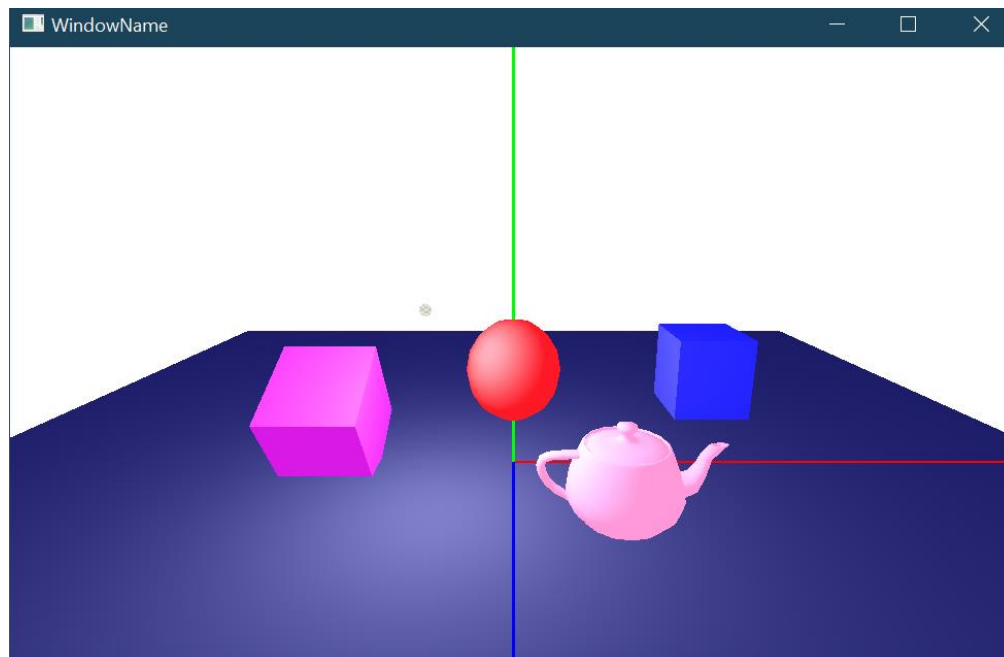


- Scena fără lumina ambientală.
- Fiecare obiect este redat prin culoarea sa emisivă.

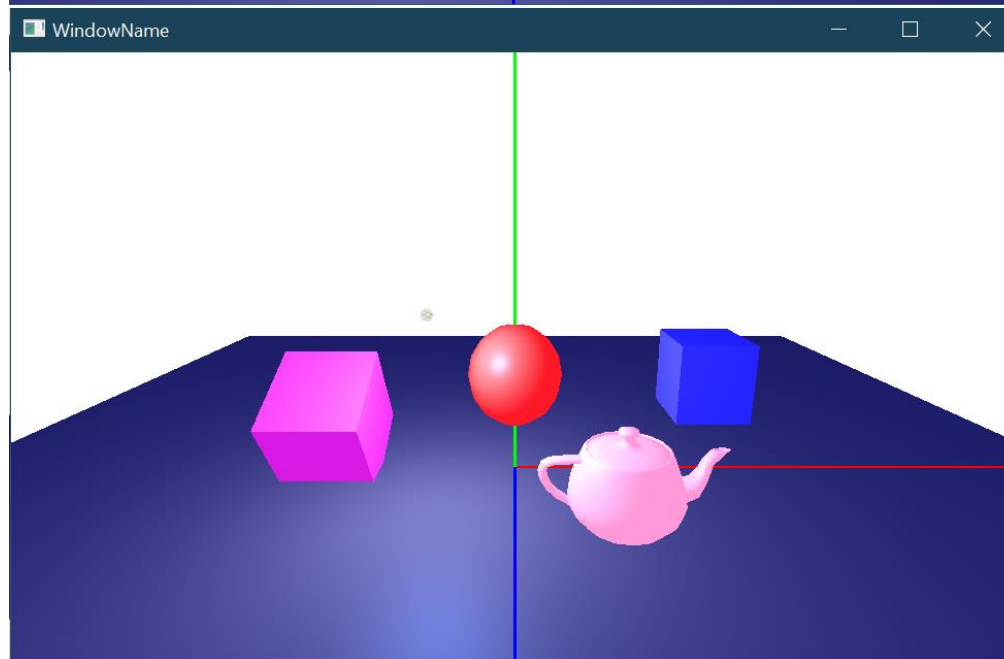


- Scena cu lumina ambientală.
- Fiecare obiect este redat prin: culoarea sa emisivă + reflexia luminii ambientale.





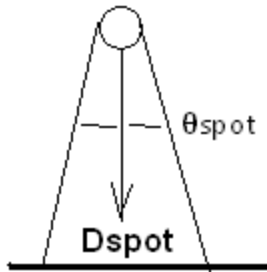
- Fiecare obiect este redat prin:  
culoarea sa emisivă + reflexia  
luminii ambientale + reflexia  
difuză a luminii de la sursă.



- Fiecare obiect este redat prin:  
culoarea sa emisivă + reflexia  
luminii ambientale + reflexia  
difuză a luminii de la sursă +  
reflexia speculară a luminii de  
la sursă.

# Efectul de spot

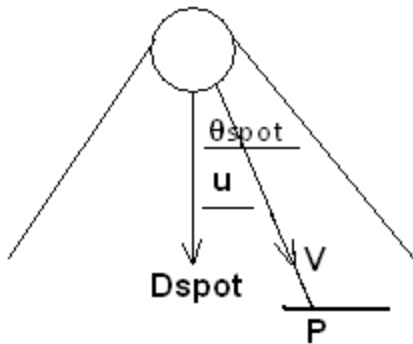
- In modelul de iluminare locala, sursa de lumina este considerata punctiforma. Lumina produsa de o sursa punctiforma este omnidirectionala.
- Efectul de spot simuleaza o sursa de lumina care produce un con de lumina.
- Numai suprafetele aflate in conul de lumina primesc lumina de la sursa.



**Conul de imprastiere a luminii este definit prin:**

- Pozitia spotului (sursei de lumina)
- Directia spotului
- Imprastierea luminii spotului ( $\theta_{spot}$ )

Un punct P al unei suprafete primeste lumina de la spot  
daca  $u < \theta_{spot}$ :



sau

$$\cos(u) > \cos(\theta_{spot})$$

$$Vu \cdot D_{spot} > \cos(\theta_{spot})$$