

Proiect Statistica piețelor financiare

*‘Analiza statistică comparativă a indicilor bursieri
Nikkei 225, Russell 2000 și Nasdaq’*



Realizat de studenții:

Ivan Petruța-Florentina

Grupa 1087

Stan Alexandru-Ioan-Marian

Grupa 1089

Profesor Coordonator:

Dan Pele

Cuprins

- I. Introducere. Definirea indicilor bursieri și piețelor de tranzacționare a acestora
- II. Verificarea proprietăților distribuției randamentelor celor trei serii de date
- III. Estimarea probabilităților randamentelor folosind distribuția Pareto
 - 1. Studiu de caz. Testarea eficienței în forma semi-tare.
- IV. Ipoteza de piață eficientă în forma slabă
- V. Ipoteza de piață fractală
- VI. Modele cu volatilitate stohastică de tip GARCH
- VII. Value at Risk
- VIII. Concluzii

Introducere. Definirea indicilor bursieri și a piețelor de tranzacționare a acestora

În lucrarea prezentă urmărim o analiză statistică compartivă a celor trei indici bursieri în scopul determinării unei imagini de ansamblu a celor trei piețe de tranzacționare. Se urmărește determinarea cazurilor posibile de valori extreme pe piețele bursiere, determinarea perioadelor de volatilitate și testarea eficienței în formă slabă pentru cei trei indici.

Pentru început vom prezenta câteva aspecte generale legate de Nikkei 225, Russell 2000 și Nasdaq continuând cu aspecte legate de definirea metodelor aplicate asupra acestora.

Un prim indice analizat este Indicele Nikkei 225 Stock Media din Japonia, echivalent cu indicele mediu industrial Dow Jones din Statele Unite este indicele principal al stocurilor japoneze, un indice ponderat al prețurilor, compus din cele mai mari 225 de companii de cipuri albastre¹, tranzacționate la bursa de valori din Tokyo. Indicele a fost calculat pentru prima dată în septembrie 1950 și a fost înființat ca parte a reconstrucției și industrializării Japoniei după perioada celui de-al doilea război mondial. Printre cele mai cunoscute companii incluse în indexul Nikkei se numără Cannon Incorporated, Sony Corporation și Toyota Motor Corporation. Este cel mai vechi indice bursier din Asia.

Continuăm cu Indicele Russell 2000 care este un indice ce măsoară performanța a aproximativ 2000 de companii Americane cu capacitate cea mai mică din indexul Russell 3000 este un indice ponderat de piață. Indicele Russell 2000 a fost creat în 1984 de către Frank Russell Company. Acesta este un reper utilizat frecvent pentru stocurile cu capacități mici din Statele Unite, la fel ca și S&P 500 este utilizat pentru a evalua stocuri de capitalizare mari. În imagine de ansamblu acest indice este văzut ca cea mai citată măsură a performanței globale a stocurilor cu capacități mici și mijlocii, este un element important al economiei Americane. Acesta evaluează stocurile cu capacități mici spre deosebire de S&P și Dow Jones care urmăresc stocuri cu capacități mari.

Ultimul dar nu cel din urmă, introdus în analiză este Indicele Compozit Nasdaq Global Market Compozit care este un indice bursier ce cuprinde 1450 de stocuri, care trebuie să corespundă standardelor stricte de guvernare corporativă și cerințelor financiare de lichiditate ale Nasdaq. Indicele pieței globale Nasdaq este un portofoliu de valori mobiliare emise de companii care respectă standardele Nasdaq pentru putere financiară și lichiditate. Nominal, acestea sunt companii mai mici care indică necesitatea de a strânge capital suplimentar.

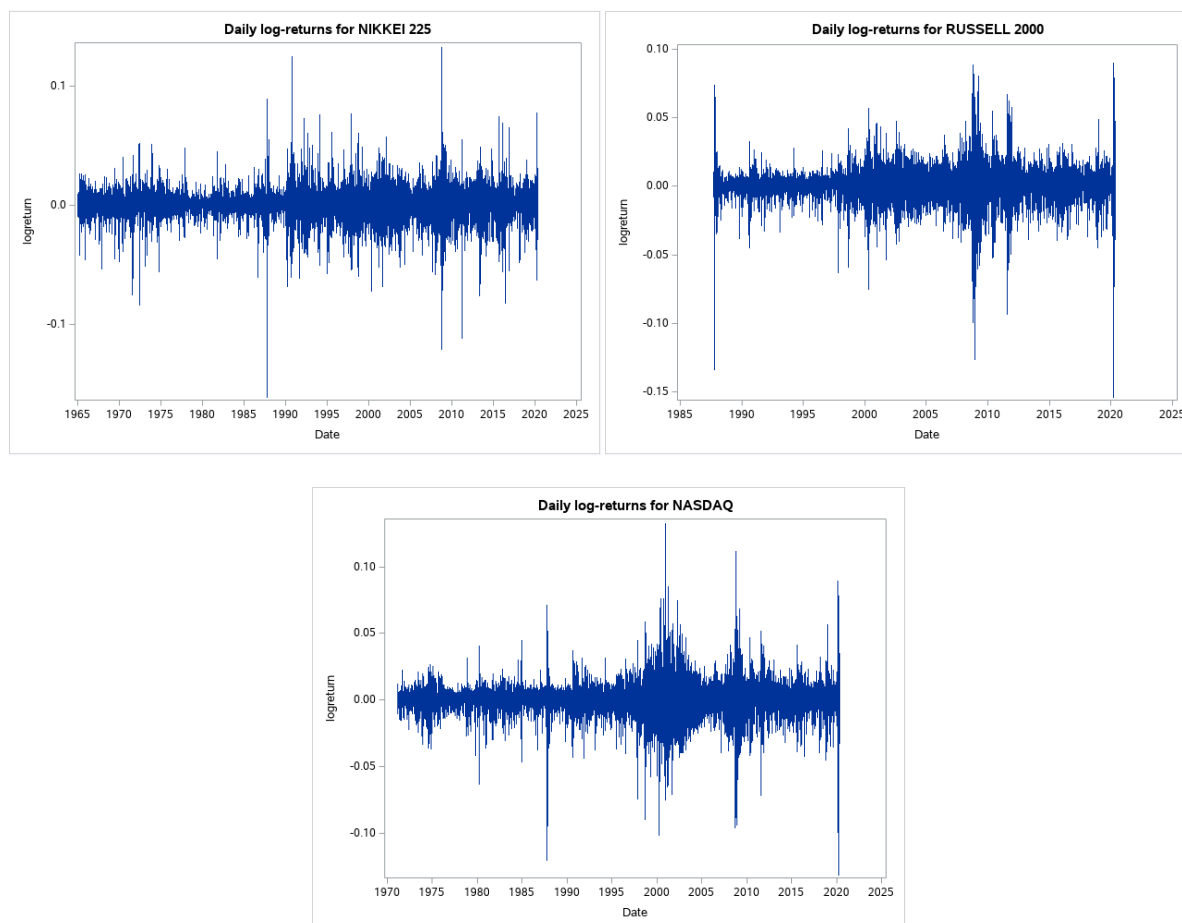
În analiza statistică am folosit date preluate de pe site-ul <https://finance.yahoo.com/>, pentru Nikkei 225 am preluat datele din date de 5 ianuarie 1965 până în data de 8 mai 2020, pentru Russell 2000 intervalul selectat este 10 septembrie 1987 – 7 mai 2020, iar pentru Nasdaq 5 februarie 1971 – 7 mai 2020. Ca mediu de lucru am ales să folosim Soft-ul SAS și Eviews7.

¹ Cip albastru = companie recunoscută la nivel național, bine stabilită și solidă din punct de vedere financiar, denumire provine de la jocul de poker în care cipurile albastre au cea mai mare valoare.

Verificarea proprietăților distribuției randamentelor

În acest prim capitol urmărim o evaluarea a distribuției normale a randamentelor pentru cele trei serii de date.

Grafic 1. *Randamentele zilnice ale celor trei indici analizați*



Putem observa o asemănare relativă între randamentele zilnice din perioada 2000 în cazul indicilor Nasdaq și Russell 2000. Randamentele indicelui Nikkei 225 prezintă mai multe oscilații în comparație cu ceilalți doi indici.

Tabel 1. Moments

Log-returns distribution for NIKKEI 225				Log-returns distribution for RUSSELL 2000			
The UNIVARIATE Procedure Variable: logreturn				The UNIVARIATE Procedure Variable: logreturn			
Moments				Moments			
N	13124	Sum Weights	13124	N	8230	Sum Weights	8230
Mean	0.00016239	Sum Observations	2.13125452	Mean	0.00024632	Sum Observations	2.02718066
Std Deviation	0.0126372	Variance	0.0001597	Std Deviation	0.01339909	Variance	0.00017954
Skewness	-0.4195677	Kurtosis	9.72623527	Skewness	-0.803507	Kurtosis	11.5133591
Uncorrected SS	2.09607238	Corrected SS	2.09572628	Uncorrected SS	1.47789896	Corrected SS	1.47739963
Coeff Variation	7781.82785	Std Error Mean	0.00011031	Coeff Variation	5439.79889	Std Error Mean	0.0001477

Log-returns distribution for NASDAQ			
The UNIVARIATE Procedure Variable: logreturn			
Moments			
N	12422	Sum Weights	12422
Mean	0.00036206	Sum Observations	4.49754713
Std Deviation	0.01251042	Variance	0.00015651
Skewness	-0.3748022	Kurtosis	10.5795812
Uncorrected SS	1.94564737	Corrected SS	1.94401897
Coeff Variation	3455.31599	Std Error Mean	0.00011225

Coeficientul de boltire Kurtosis pentru toți cei trei indici are o valoare suficient de mare încât să putem afirma că distribuțiile randamentelor pentru aceștia vor fi leptocurtice (valori mult mai mare decât 0).

Coeficientul de asimetrie, evaluează gradul de asimetrie a unei repartiții, în cazul situației analizate de noi coeficientul Skewness înregistrează valori negative pentru cei trei indici destule de apropiate de 0, drept urmare repartițiile vor prezenta o asimetrie spre stânga.

Tabel 2. Extreme Observation, Nikkei 225, Russell 2000 și Nasdaq (în ordinea precizată)

Extreme Observations						Extreme Observations					
Lowest			Highest			Lowest			Highest		
Value	Date	Obs	Value	Date	Obs	Value	Date	Obs	Value	Date	Obs
-0.1613542	1987-10-20	5363	0.0727492	1992-04-10	6417	-0.1539909	2020-03-16	8193	0.0689152	2009-03-10	5420
-0.1211102	2008-10-16	10321	0.0742617	2015-09-09	12006	-0.1338889	1987-10-19	27	0.0717930	2008-11-24	5349
-0.1115343	2011-03-15	10902	0.0745561	2008-10-29	10330	-0.1261373	2008-12-01	5353	0.0733988	2008-10-28	5330
-0.1011605	2008-10-10	10318	0.0755091	1994-01-31	6843	-0.1185773	2020-03-12	8191	0.0735135	1987-10-21	29
-0.1008797	2008-10-24	10327	0.0766049	1997-11-17	7744	-0.1100903	2020-03-18	8195	0.0747864	2020-03-13	8192
-0.0984905	2008-10-08	10316	0.0773138	2020-03-25	13096	-0.0995181	2008-10-15	5321	0.0792169	2020-04-06	8208
-0.0835203	1972-06-26	1743	0.0889130	1987-10-21	5364	-0.0983759	2020-03-09	8188	0.0806597	2009-03-23	5429
-0.0825293	2016-06-24	12197	0.0949414	2008-10-30	10331	-0.0971788	1987-10-26	32	0.0814620	2008-11-13	5342
-0.0759736	2013-05-23	11440	0.1243033	1990-10-02	6064	-0.0958418	1987-10-20	28	0.0886099	2008-10-13	5319
-0.0750864	1971-08-16	1543	0.1323459	2008-10-14	10319	-0.0933167	2011-08-08	6029	0.0897627	2020-03-24	8199

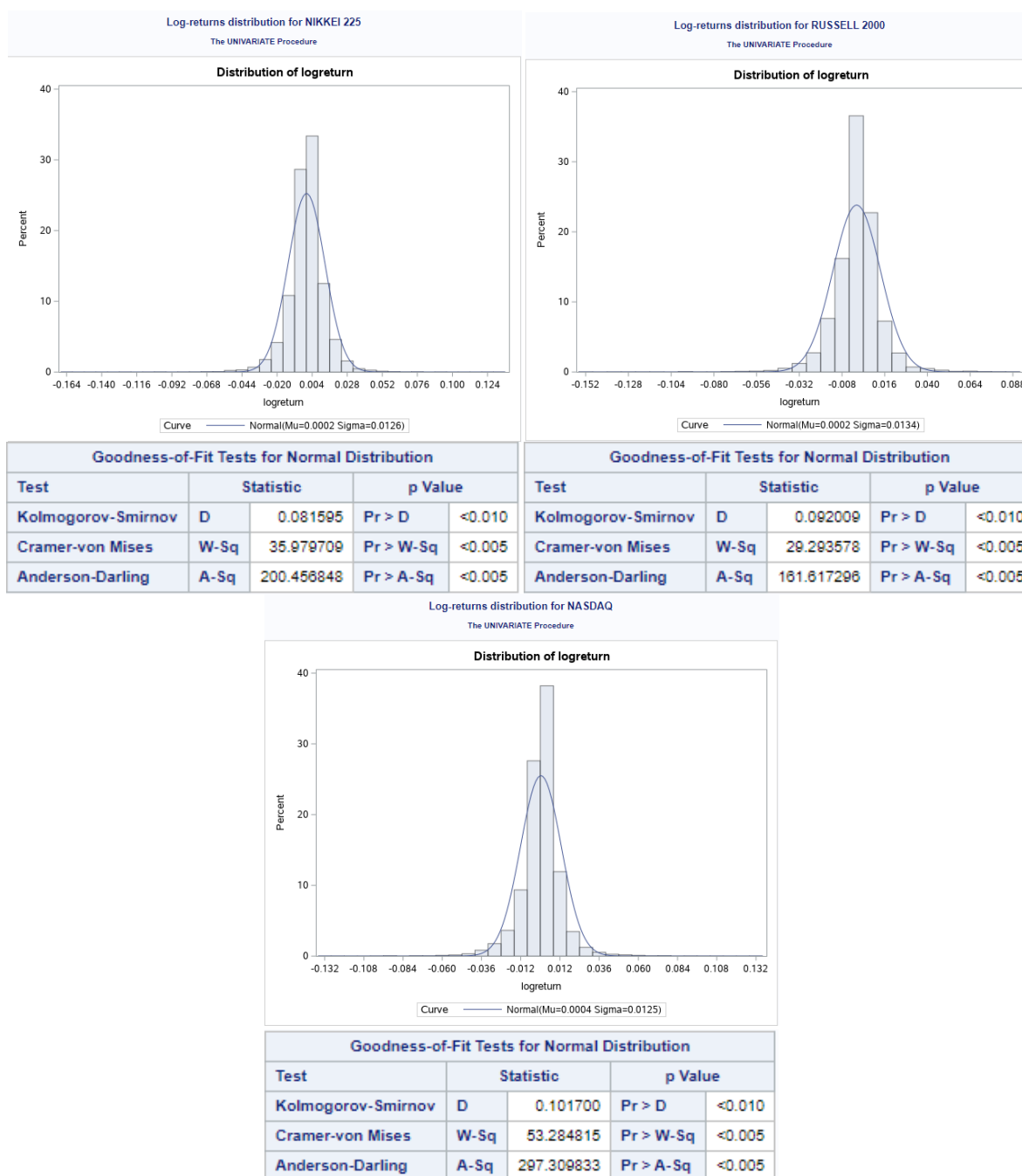
Extreme Observations					
Lowest			Highest		
Value	Date	Obs	Value	Date	Obs
-0.1314915	2020-03-16	12385	0.0757906	2000-10-13	7502
-0.1204323	1987-10-19	4219	0.0763718	2000-05-30	7406
-0.1016841	2000-04-14	7376	0.0780855	2020-03-24	12391
-0.0990988	2020-03-12	12383	0.0780977	2001-04-18	7629
-0.0958770	2008-09-29	9501	0.0854541	2001-04-05	7621
-0.0944278	1987-10-26	4224	0.0893470	2020-03-13	12384
-0.0942558	1987-10-20	4220	0.0910633	2008-10-28	9522
-0.0938089	2008-12-01	9545	0.0996364	2000-12-05	7538
-0.0895362	1998-08-31	6966	0.1115944	2008-10-13	9511
-0.0885021	2008-10-15	9513	0.1325464	2001-01-03	7557

În primul tabel observăm că cea mai mică valoare extremă atinsă de Nikkei 225 a fost înregistrată în data de 1987, -0,1613542, iar cea mai mare valoare în data de 2008, 0,1323459 în ciuda crizei economice din acea perioadă.

Al doilea tabel aduce informații cu privire la Russell 2000 cea mai mică valoare extremă fiind în înregistrată în 16 martie 2020, în contextul crizei COVID-19, iar cea mai mare fiind tot în 2020 și anume 24 martie, la doar câteva zile după momentul de declin maxim observat.

Indicele Nasdaq a atins valoare minimă în martie 2020, în aceeași zi cu indicele Russell 2000, o valoare maximă extremă observată a fost în 2001.

Test 1. Goodness-of-Fit Test pentru distribuție normală



În cazul celor trei indici se respinge ipoteza nulă a testului Kolmogorov-Smirnov, H_0 : Distribuția este normală, pentru o probabilitate mai mică decât nivelul de semnificație de 5%. Astfel putem afirma că distribuția randamentelor este pentru cei trei indici leptocurtică fapt sugerat și de coeficientul Kurtosis.

Prin urmare după aplicarea metodelor statistice putem afirma că am ajuns la o decizie de bună credință și anume distribuția randamentelor este leptocurtică cu o asimetrie spre stânga.

Estimarea probabilităților randamentelor folosind distribuția Pareto

În cazul distribuției normale probabilitatea unor cazuri extreme negative este mult mai mică, astfel luăm în calcul aplicare unei distribuții de tip pareto pentru acordarea unei atenții deosebite cazurilor extreme negative de la cozile distribuțiilor.

$$P(X > |x|) = \left(\frac{C}{|x|}\right)^\alpha \rightarrow F(|x|) = \left(\frac{C}{|x|}\right)^\alpha$$

Vom realiza un model de regresie astfel:

Ecuția de regresie este: $\ln(F(|x|)) = \beta_0 + \beta_1 * \ln(|x|) + \varepsilon$, unde $\alpha = -\beta_1$, $C = e^{\left(\frac{\beta_0}{\alpha}\right)}$

Tabel 3. Modele de regresie pentru distribuția Pareto

Pareto for NIKKEI 225

The REG Procedure
Model: MODEL1
Dependent Variable: ln_f_rep

Number of Observations Read	2426
Number of Observations Used	1312
Number of Observations with Missing Values	1114

Analysis of Variance

Source	DF	Sum of Squares	Mean Square	F Value	Pr > F
Model	1	1248.96406	1248.96406	52667.5	<.0001
Error	1310	31.06549	0.02371		
Corrected Total	1311	1280.02954			

Root MSE	0.15399	R-Square	0.9757
Dependent Mean	-3.29945	Adj R-Sq	0.9757
Coeff Var	-4.66725		

Parameter Estimates

Variable	DF	Parameter Estimate	Standard Error	t Value	Pr > t
Intercept	1	-13.05208	0.04271	-305.61	<.0001
ln_x	1	-2.54249	0.01108	-229.49	<.0001

Pareto for RUSSELL 2000

The REG Procedure
Model: MODEL1
Dependent Variable: ln_f_rep

Number of Observations Read	824
Number of Observations Used	823
Number of Observations with Missing Values	1

Analysis of Variance

Source	DF	Sum of Squares	Mean Square	F Value	Pr > F
Model	1	789.13805	789.13805	117478	<.0001
Error	821	5.51494	0.00672		
Corrected Total	822	794.65299			

Root MSE	0.08198	R-Square	0.9931
Dependent Mean	-3.29739	Adj R-Sq	0.9931
Coeff Var	-2.48558		

Parameter Estimates

Variable	DF	Parameter Estimate	Standard Error	t Value	Pr > t
Intercept	1	-12.74674	0.02772	-459.89	<.0001
ln_x	1	-2.49365	0.00728	-342.75	<.0001

Pareto for NASDAQ

The REG Procedure
Model: MODEL1
Dependent Variable: ln_f_rep

Number of Observations Read	1243
Number of Observations Used	1242
Number of Observations with Missing Values	1

Analysis of Variance

Source	DF	Sum of Squares	Mean Square	F Value	Pr > F
Model	1	1171.17498	1171.17498	36960.6	<.0001
Error	1240	39.29198	0.03169		
Corrected Total	1241	1210.46695			

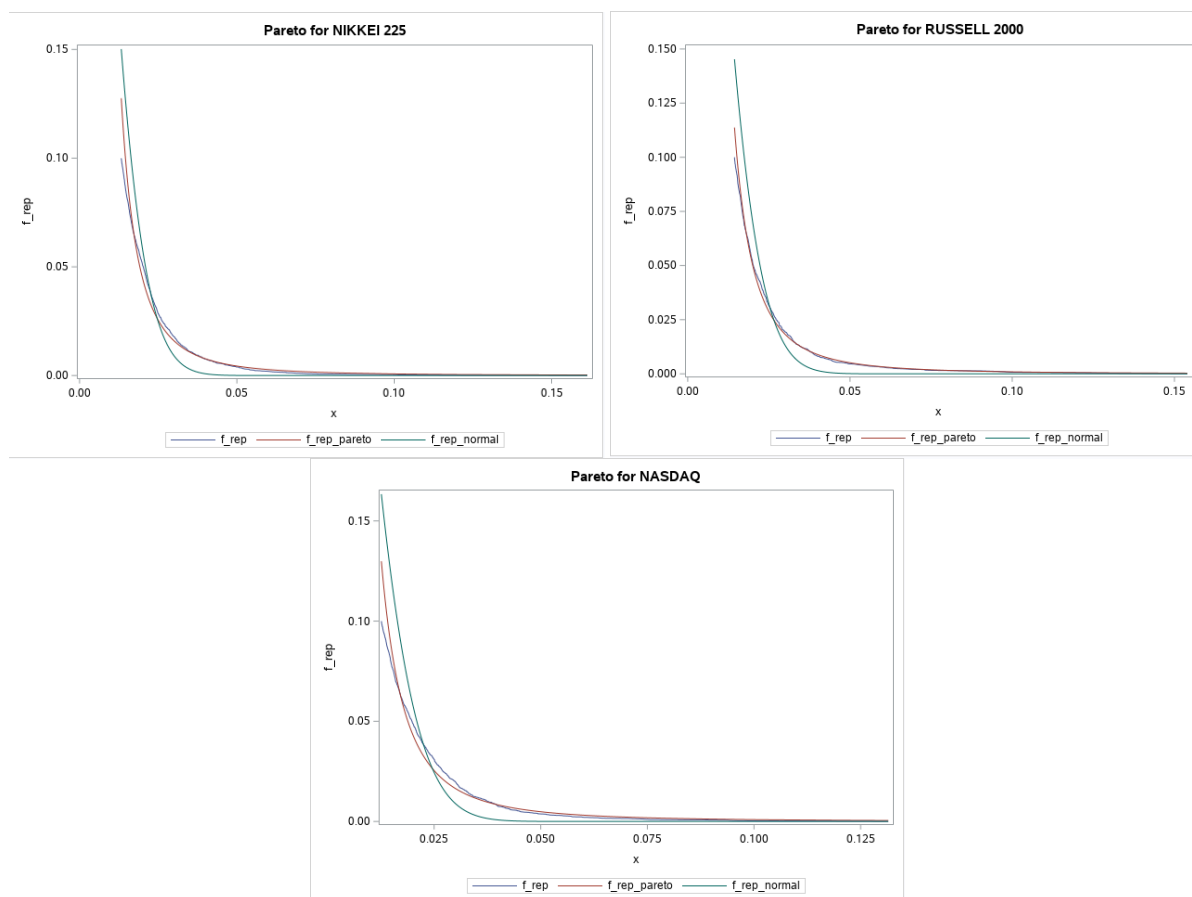
Root MSE	0.17801	R-Square	0.9675
Dependent Mean	-3.29914	Adj R-Sq	0.9675
Coeff Var	-5.39581		

Parameter Estimates

Variable	DF	Parameter Estimate	Standard Error	t Value	Pr > t
Intercept	1	-12.48666	0.04806	-259.84	<.0001
ln_x	1	-2.38946	0.01243	-192.25	<.0001

În cazul celor trei ecuații de regresie aplicate observăm că pentru un nivel de semnificație alpha de 5%, coeficienții modelelor β_0 și β_1 sunt semnificativi statistic. R-square înregistrează valori foarte apropiate de 1, astfel modelele explică foarte mult din informația variabilei dependente, iar din testul ANOVA concluzionăm că modelele sunt valide.

Grafic 2. Distribuția normală, empirică și Pareto analiză comparativă



În cazul tuturor indicilor distribuția Pareto se apropie cel mai mult de distribuția empirică a randamentelor, oferind o probabilitate suficient de mare pentru cazurile negative extreme.

Concluzionăm astfel că pentru analiza cazurilor extreme probabilitățile asociate distribuției Pareto surprind mult mai bine probabilitățile empirice, în comparație cu distribuția normală.

Ipoteza de piață eficientă în forma slabă

Eficiența în forma slabă rezultă din faptul că istoricul prețurilor de tranzacționare se reflectă în randamentele zilnice. Pentru o piață să fie eficientă în formă slabă prețurile trebuie să fie o serie de date nestaționare și să urmărească un mers la întâmplare (Random Walk).

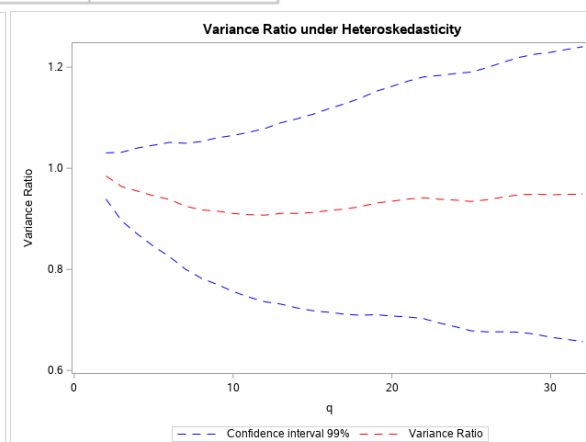
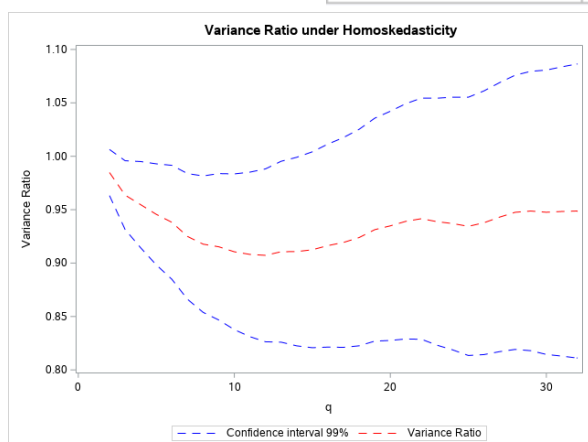
Pentru a testa eficiența în formă slabă a indicilor Nikkei 225, Russell 2000 și Nasdaq vom aplica o serie de teste pentru a verifica ipoteza nulă, $H_0: P_t$ este *Random Walk*. Testele aplicate sunt: Testul Ljung-Box, Testul Breuch-Gorfrey, Variance Ratio Test.

Începem analiza cu testarea eficienței pentru Nikkei 225.

Test 2. Verificarea ipotezei de Random Walk prin mai multe teste

Ljung-Box test for white noise		
H0: Logreturns are uncorrelated upto lag 12		
Chi-Square	df	P-Value
2.748	1	0.097
9.315	2	0.009
9.360	3	0.025
9.532	4	0.049
11.207	5	0.047
17.444	6	0.008
18.843	7	0.009
18.872	8	0.016
19.354	9	0.022
23.778	10	0.008
24.166	11	0.012
24.198	12	0.019

Breusch-Godfrey test for serial correlation		
H0: there is no serial correlation of any order up to 12		
Chi-Square	df	P-value
10118.402	12	0.000



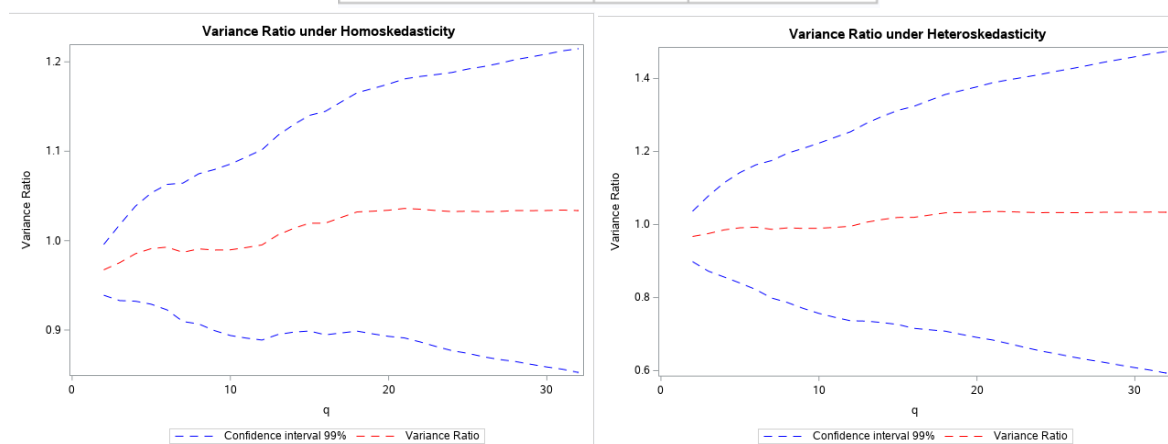
Conform testului Ljung-Box cu excepția primei probabilități asociate lagului 1, toate celelalte valori sunt mai mici decât alpha de 5% nivel de semnificație, astfel respingem ipoteza nulă, a mersului aleator. Cu aceeași concluzie rămânem și după analiza rezultatelor testului Breusch-Godfrey, probabilitatea asociată fiind mai mică de 0,05. Cel mai potrivit test pentru detectarea unui mers aleatoriu este testul Variance Ratio care în cazul nostru sugerează pentru seria P_t (prețurilor) un mers aleatoriu în ipoteza de heteroscedasticitate. În cazul ipotezei de homoscedasticitate respingem ipoteza mersului la întâmplare pentru q aparținând intervalului 3-14.

În continuare vom analiza eficiența în formă slabă a indicelui Russell 2000.

Test 3. Verificarea ipotezei de Random Walk prin mai multe teste

Ljung-Box test for white noise		
H0: Logreturns are uncorrelated upto lag 12		
Chi-Square	df	P-Value
8.845	1	0.003
15.255	2	0.000
16.450	3	0.001
16.459	4	0.002
16.826	5	0.005
21.410	6	0.002
29.594	7	0.000
32.823	8	0.000
33.206	9	0.000
34.584	10	0.000
34.807	11	0.000
60.716	12	0.000

Breusch-Godfrey test for serial correlation		
H0: there is no serial correlation of any order up to 12		
Chi-Square	df	P-value
8218.877	12	0.000



Respingem ipoteza de Random Walk după analiza testelor Ljung-Box și Breusch-Godfrey, însă după constatarea rezultatelor testului Variance Ratio seria este Random Walk, în cazul

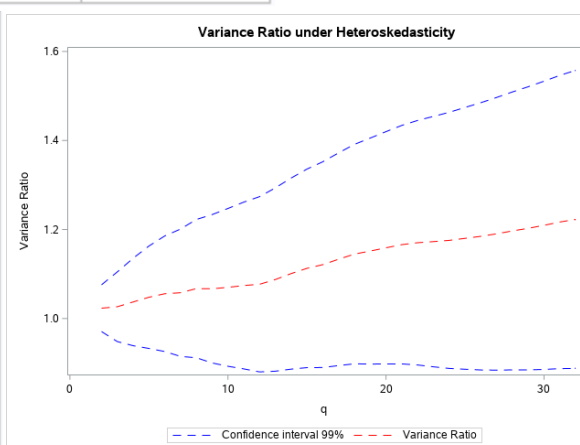
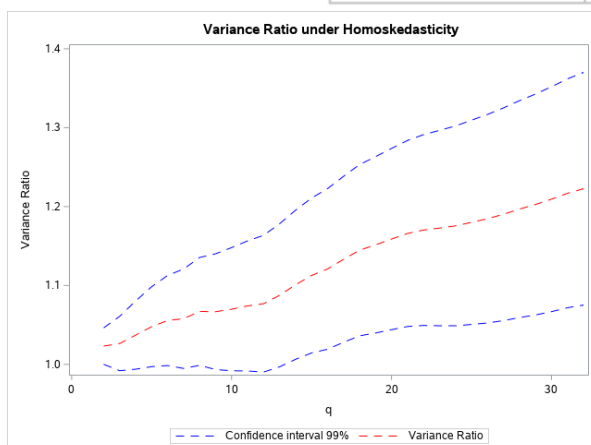
ipotezei de heteroscedasticitate și în cazul ipotezei de homoscedasticitate, cu excepția q egal cu 1.

Urmărim eficiența în formă slabă a indicelui Nasdaq.

Test 4. Verificarea ipotezei de Random Walk prin mai multe teste

Ljung-Box test for white noise		
H0: Logreturns are uncorrelated upto lag 12		
Chi-Square	df	P-Value
6.631	1	0.010
7.218	2	0.027
11.304	3	0.010
12.699	4	0.013
12.737	5	0.026
14.501	6	0.025
25.977	7	0.001
40.604	8	0.000
44.230	9	0.000
45.187	10	0.000
45.398	11	0.000
82.293	12	0.000

Breusch-Godfrey test for serial correlation		
H0: there is no serial correlation of any order up to 12		
Chi-Square	df	P-value
12410.325	12	0.000



Respingem ipoteza de Random Walk după analiza testelor Ljung-Box și Breusch-Godfrey, însă după constatarea rezultatelor testului Variance Ratio seria prețurilor este Random Walk, doar în cazul ipotezei de heteroscedasticitate și în cazul ipotezei de homoscedasticitate, cu excepția q egal cu 1 și q aparține intervalului 14-32.

Astfel toate cele trei serii resping ipoteza de Random Walk la aplicarea testelor Ljung-Box și Breusch-Godfrey. Testul Variance Ratio ne arată însă că toate seriile urmăresc un mers aleatoriu în ipoteza de heteroscedasticitate, uneori chiar și în ipoteza de homoscedasticitate, putem afirma că istoricul tranzacțiilor se reflectă în prețul de tranzacționare.

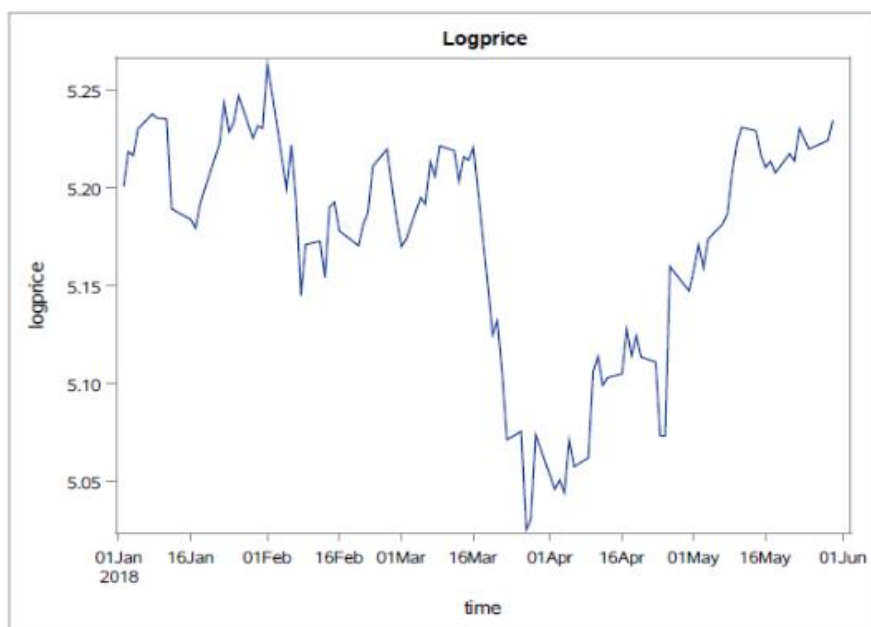
Studiu de caz. Testarea eficienței în forma semi-tare.

Informația este esențială atunci când vine vorba despre investiții și astfel impactul pe care îl are este major asupra evoluției prețurilor. Înglobarea informației în prețurile de tranzacționare presupune testarea ipotezei de piață eficientă în forma semi-tare. Eficiența în forma semi-tare este stric legată de respectarea ipotezei de piață eficientă în forma slabă, adică istoricul de tranzacționare se reflectă în prețurile viitoare și rapiditatea cu care piața se ajustează la informațiile disponibile public, accesibile tuturor investitorilor.

Piața Nasdaq Global Market este alcătuită dintr-o serie de componente, printre care apare și compania Tesla, o companie care are ca obiect de activitate construirea automobilelor de înaltă performanță. Tesla (TSLA) se regăsește în top 30 de componente tranzacționate în cadrul pieței IXIC.

La începutul anului 2018, SpaceX scrie istorie în urma lansării cu succes în spațiu a rachetei Falcon Heavy, aceștia au căutat o idee inovativă pentru încărcătură, iar CEO-ul Elon Musk a venit cu ideea să își lanseze în spațiu propria mașină Tesla, un Roadster roșu. Astfel ne propunem să analizăm impactul evenimentului asupra indicelui bursier TSLA și reacția randamentelor acestuia, iar pentru asta am ales ca metoda de lucru "event study", aplicând un test t și urmărind evoluția graficului randamentelor anormale cumulate.

Grafic. Distribuția prețurilor de închidere, perioada 1 decembrie 2017-30 aprilie 2018
Compania Tesla



Am ales ca fereastră de estimare 250 de zile înaintea momentului T_1 .

T_1 = 20 de zile înaintea evenimentului

t_1 = 10 de zile înaintea evenimentului

T_0 = momentul evenimentului (6 feb. 2018)

t_2 = 10 de zile după eveniment

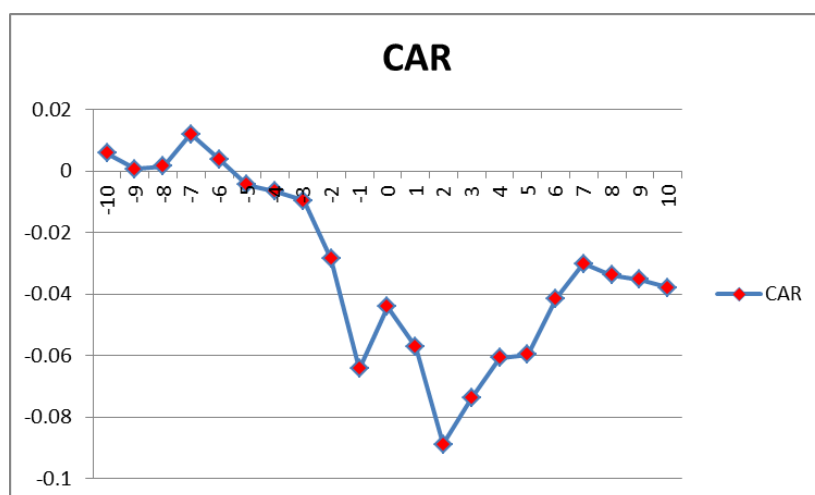
T_2 = 20 de zile după eveniment

Tabel. Event Study

	Date	IXIC	TSLA	Ri	Rm	E(r)	AR	CAR	t-test
		Adj Close	Adj Close						
-10	1/23/2018	7460.29	352.79	0.007055	0.003499	0.001242	0.005813	0.005813	0.993607
-9	1/24/2018	7415.06	345.89	-0.00606	-0.01956	-0.00098	-0.00509	0.000725	-0.86965
-8	1/25/2018	7411.16	337.64	-0.00053	-0.02385	-0.00139	0.000862	0.001587	0.147382
-7	1/26/2018	7505.77	342.85	0.012766	0.015431	0.002389	0.010377	0.011964	1.773764
-6	1/29/2018	7466.51	349.53	-0.00523	0.019484	0.002779	-0.00801	0.003954	-1.36919
-5	1/30/2018	7402.48	345.82	-0.00858	-0.01061	-0.00012	-0.00846	-0.00451	-1.44622
-4	1/31/2018	7411.48	354.31	0.001216	0.02455	0.003266	-0.00205	-0.00656	-0.35051
-3	2/1/2018	7385.86	349.25	-0.00346	-0.01428	-0.00047	-0.00299	-0.00955	-0.51094
-2	2/2/2018	7240.95	343.75	-0.01962	-0.01575	-0.00061	-0.01901	-0.02856	-3.24974
-1	2/5/2018	6967.53	333.13	-0.03776	-0.03089	-0.00207	-0.03569	-0.06425	-6.10168
0	2/6/2018	7115.88	333.97	0.021292	0.002522	0.001148	0.020144	-0.04411	3.443357
1	2/7/2018	7051.98	345	-0.00898	0.033027	0.004081	-0.01306	-0.05717	-2.2327
2	2/8/2018	6777.16	315.23	-0.03897	-0.08629	-0.00739	-0.03158	-0.08875	-5.39798
3	2/9/2018	6874.49	310.42	0.014361	-0.01526	-0.00056	0.014923	-0.07382	2.550989
4	2/12/2018	6981.96	315.73	0.015633	0.017106	0.00255	0.013083	-0.06074	2.236355
5	2/13/2018	7013.51	323.66	0.004519	0.025116	0.003321	0.001198	-0.05954	0.204791
6	2/14/2018	7143.62	322.31	0.018551	-0.00417	0.000504	0.018047	-0.0415	3.084953
7	2/15/2018	7256.43	334.07	0.015792	0.036487	0.004414	0.011378	-0.03012	1.944886
8	2/16/2018	7239.47	335.49	-0.00234	0.004251	0.001314	-0.00365	-0.03377	-0.62418
9	2/20/2018	7234.31	334.77	-0.00071	-0.00215	0.000699	-0.00141	-0.03518	-0.24135
10	2/21/2018	7218.23	333.3	-0.00222	-0.00439	0.000483	-0.00271	-0.03789	-0.46256

Astfel observăm că pentru un nivel de semnificație de 5% unde t-critic are valoarea 1,96, putem afirma că testul este semnificativ, cu o valoare mai mare de 3,44. Prin urmare, evenimentul are impact asupra randamentelor la momentul precizat. Observăm de altfel, valori semnificative pentru t și înaintea momentului analizat.

Grafic .CAR (Compania Tesla)



După analiza graficului randamentelor anormale cumulate putem afirma faptul că informațiile au fost înglobate mult mai devreme în prețurile de tranzacționare, astfel scăderea s-a produs cu câteva zile înainte de producerea evenimentului. Afirmație susținută și de valorile luate de t calculat.

Ipoteza de piață fractală

Ipoteza pieței fractale este structurată pe patru elemente esențiale care descriu piața de capital, astfel piața este stabilă și destul de lichidă atunci când investitorii au orizonturi diferite de timp, investitorii mențin orizontul de timp al investițiilor, independent de schimbările informaționale, informațiile disponibile nu sunt reflectate automat de prețuri, iar evoluția prețurilor de tranzacții se reflectă în evoluția câștigurilor anticipate.

Pentru a testa ipoteza de piață fractală vom folosi exponentul Hurst aplicând un model de regresie.

Exponentul Hurst se obține:

$$(R/S)_n = Cn^H$$

$$\log \left[(R/S)_n \right] = \log C + H \log n$$

Tabel 4. Model de regresie, testarea ipotezei de piață fractală

The REG Procedure
Model: MODEL1
Dependent Variable: y

Number of Observations Read	9
Number of Observations Used	9

Analysis of Variance					
Source	DF	Sum of Squares	Mean Square	F Value	Pr > F
Model	1	9.95846	9.95846	2180.41	<.0001
Error	7	0.03197	0.00457		
Corrected Total	8	9.99043			

Root MSE	0.06758	R-Square	0.9968
Dependent Mean	3.64498	Adj R-Sq	0.9963
Coeff Var	1.85410		

Parameter Estimates										
Variable	DF	Parameter Estimate	Standard Error	t Value	Pr > t	Type I SS	Type II SS	Standardized Estimate	95% Confidence Limits	
Intercept	1	-0.29435	0.08732	-3.37	0.0119	119.57301	0.05190	0	-0.50083	-0.08787
x	1	0.58723	0.01258	46.69	<.0001	9.95846	9.95846	0.99840	0.55749	0.61697

Covariance of Estimates		
Variable	Intercept	x
Intercept	0.0076246511	-0.001060948
x	-0.001060948	0.0001581541

Correlation of Estimates		
Variable	Intercept	x
Intercept	1.0000	-0.9961
x	-0.9961	1.0000

În analiza am testat ipoteza de piață fractală a indicelui Nikkei 225 și am obținut $H = 0,58$ mai mare de 0,5 astfel inovațiile sunt de tip Pink Noise, specificația se referă la faptul că randamentele seriei prezintă o memorie de lungă durată, deci o perspectivă a unui comportament catastrofic. Dimensiunea fractală a seriei prețurilor în acest caz este

$$D = 2 - H = 1,42.$$

Tabel 5. Model de regresie, testarea ipotezei de piață fractală

The REG Procedure
Model: MODEL1
Dependent Variable: y

Number of Observations Read	9
Number of Observations Used	9

Analysis of Variance					
Source	DF	Sum of Squares	Mean Square	F Value	Pr > F
Model	1	6.89224	6.89224	356.14	<.0001
Error	7	0.13547	0.01935		
Corrected Total	8	7.02771			

Root MSE	0.13911	R-Square	0.9807
Dependent Mean	3.33300	Adj R-Sq	0.9780
Coeff Var	4.17384		

Parameter Estimates									
Variable	DF	Parameter Estimate	Standard Error	t Value	Pr > t	Type I SS	Type II SS	Standardized Estimate	95% Confidence Limits
Intercept	1	0.28431	0.16807	1.69	0.1346	99.98004	0.05538	0	-0.11312 0.68174
x	1	0.48848	0.02588	18.87	<.0001	6.89224	6.89224	0.99031	0.42728 0.54969

Covariance of Estimates		
Variable	Intercept	x
Intercept	0.0282484266	-0.004181627
x	-0.004181627	0.0006700102

Correlation of Estimates		
Variable	Intercept	x
Intercept	1.0000	-0.9612
x	-0.9612	1.0000

Valoarea coeficientului Hurst este mai mică decât 0,5, respectiv 0,48 acest lucru indică faptul că volatilitatea randamentelor schimbă sensul evoluției mai des decât în cazul unui proces pur aleator.

Dimensiunea fractală este $D = 2 - H = 1,52$.

Tabel 6. Model de regresie, testarea ipotezei de piață fractală

The REG Procedure
Model: MODEL1
Dependent Variable: y

Number of Observations Read	9
Number of Observations Used	9

Analysis of Variance					
Source	DF	Sum of Squares	Mean Square	F Value	Pr > F
Model	1	9.02626	9.02626	1681.29	<.0001
Error	7	0.03758	0.00537		
Corrected Total	8	9.06384			

Root MSE	0.07327	R-Square	0.9959
Dependent Mean	3.75343	Adj R-Sq	0.9953
Coeff Var	1.95211		

Parameter Estimates										
Variable	DF	Parameter Estimate	Standard Error	t Value	Pr > t	Type I SS	Type II SS	Standardized Estimate	95% Confidence Limits	
Intercept	1	0.03462	0.09393	0.37	0.7233	126.79434	0.00072927	0	-0.18748	0.25672
x	1	0.55896	0.01383	41.00	<.0001	9.02626	9.02626	0.99792	0.52672	0.59119

Covariance of Estimates			
Variable	Intercept		x
Intercept	0.0088221025		-0.001236346
x	-0.001236346		0.0001858288

Correlation of Estimates		
Variable	Intercept	x
Intercept	1.0000	-0.9656
x	-0.9656	1.0000

$H = 0,55$ mai mare de 0,5 astfel inovațiile sunt de tip Pink Noise, specificația se referă la faptul că randamentele seriei prezintă o memorie de lungă durată, deci o perspectivă a unui comportament catastrofic. Dimensiunea fractală a seriei prețurilor în acest caz este

$$D = 2 - H = 1,45.$$

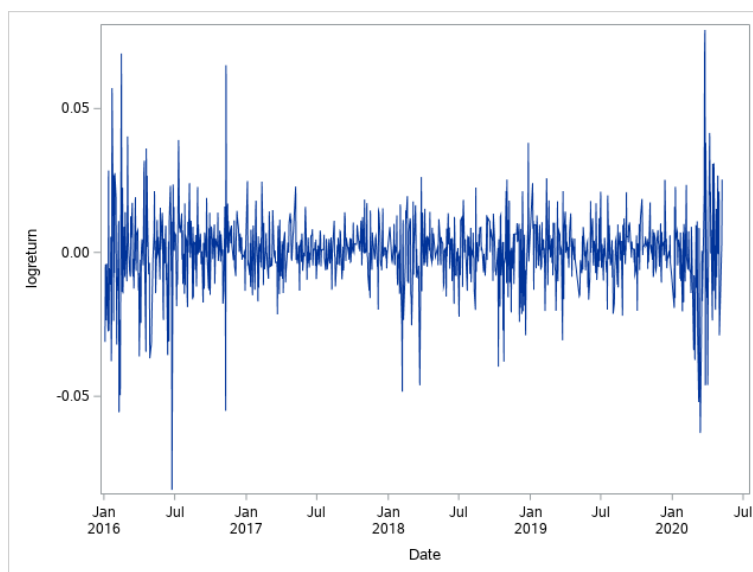
Drept urmare ipoteza de piață fractală o respingem doar în cazul indicelui Russell 2000.

Modele cu volatilitate stohastică de tip GARCH

Aplicăm modelele de tip GARCH pentru a previziona momentele de volatilitate a piețelor celor trei indici bursieri, însă vom schimba intervalul de timp analizat și vom lua în calcul perioada 2016 - 2020.

Pentru început vom aplica modelele cu volatilitate stohastică de tip GARCH asupra seriei randamentelor indicelui Nikkei 225.

Grafic 3. Seria randamentelor indicelui Nikkei 225

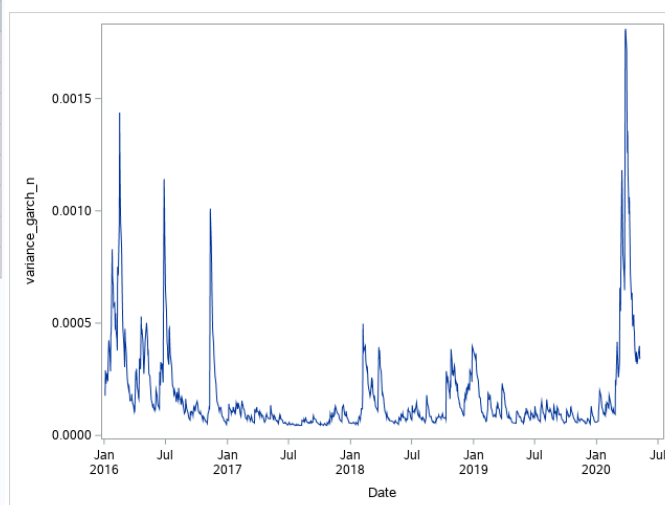


Se observă apariția fenomenului de volatilitate în multiple clustere. Estimăm un model de tip GARCH(1,1) cu distribuție normală a rezidurilor.

Model 1. Modelul GARCH(1,1) cu distribuție normală a σ_t^2

The AUTOREG Procedure			
GARCH Estimates			
SSE	0.17982791	Observations	1045
MSE	0.0001721	Uncond Var	0.00020251
Log Likelihood	3216.51219	Total R-Square	.
SBC	-8405.2173	AIC	-8425.0244
MAE	0.00871369	AICC	-8424.9859
MAPE	133.604138	HQC	-8417.5124
		Normality Test	483.7028
		Pr > ChiSq	<.0001

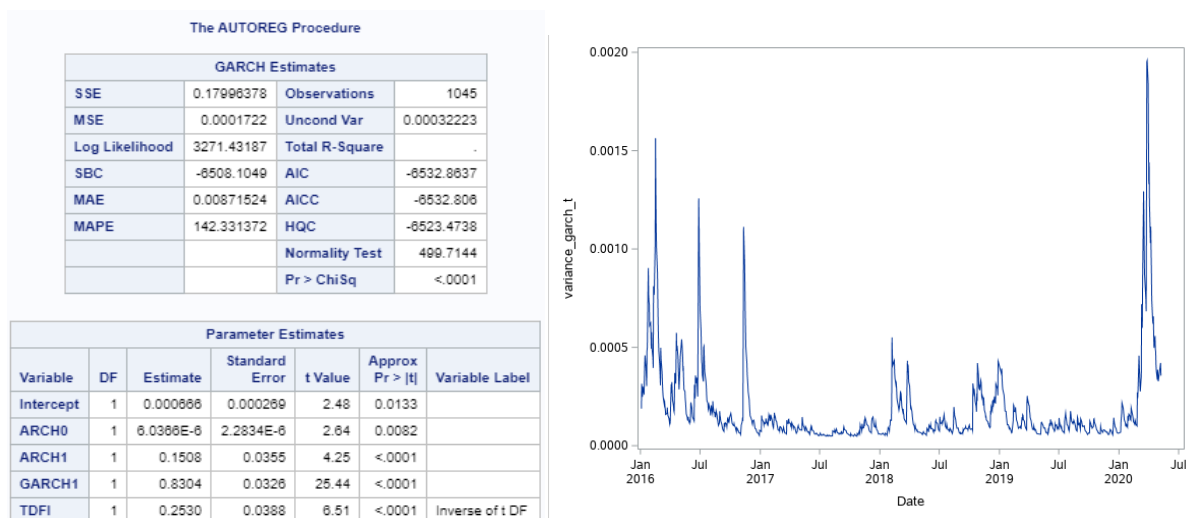
Parameter Estimates					
Variable	DF	Estimate	Standard Error	t Value	Approx Pr > t
Intercept	1	0.000546	0.000325	1.68	0.0932
ARCH0	1	5.147E-6	1.0735E-6	4.79	<.0001
ARCH1	1	0.1361	0.0148	9.17	<.0001
GARCH1	1	0.8385	0.0167	50.09	<.0001



Coeficienții modelului sunt semnificativ statistic pentru un nivel de semnificație alpha de 1%, cu excepția interceptului care nu este semnificativ statistic.

În paralel estimez un model de tip GARCH cu distribuția student a rezidurilor.

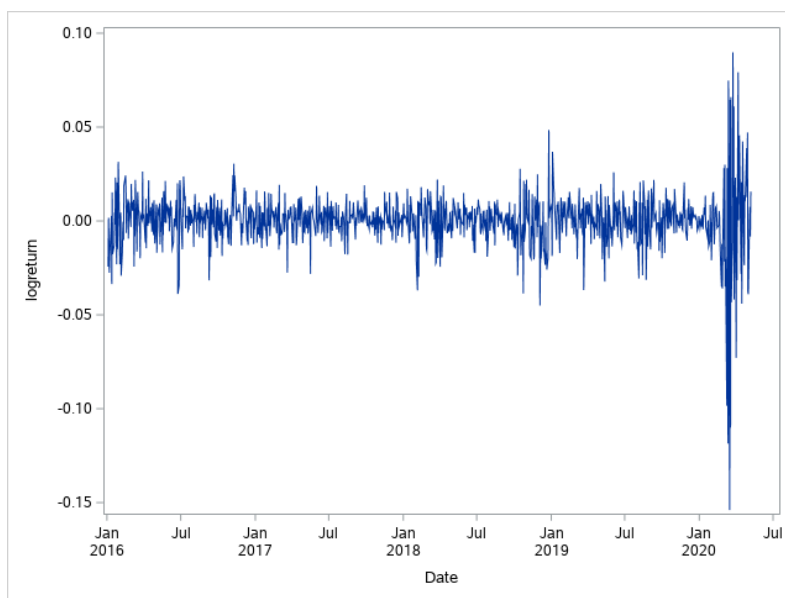
Model 2. Modelul GARCH(1,1) cu distribuție student a σ_t^2



Observăm că toți coeficienții modelului sunt semnificativ statistic și înregistrează valori mai mari decât 0.

Aplicăm aceleași modele asupra seriei randamentelor indicelui Russell 2000.

Grafic 4. Seria randamentelor indicelui Russell 2000

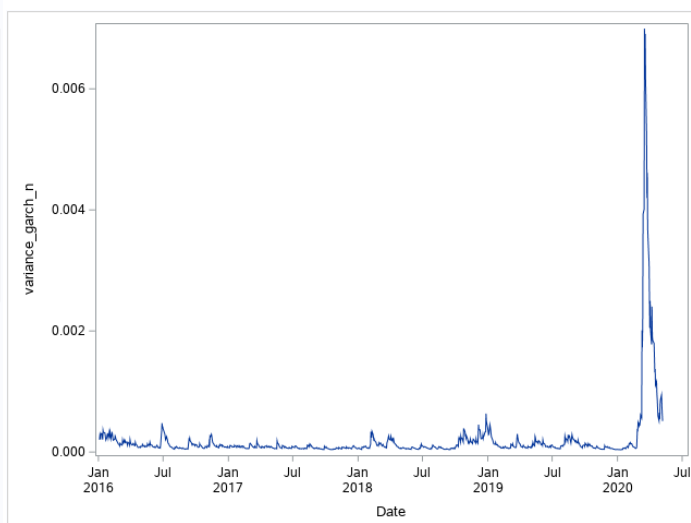


Din grafic reiese faptul că apare fenomenului de volatilitate în multiple clustere.

Model 3. Modelul GARCH(1,1) cu distribuție normală a σ_t^2

The AUTOREG Procedure			
GARCH Estimates			
SSE	0.24194951	Observations	1094
MSE	0.0002212	Uncond Var	0.00014493
Log Likelihood	3431.81532	Total R-Square	.
SBC	-6835.6403	AIC	-6855.6306
MAE	0.00905339	AICC	-6855.5939
MAPE	121.254281	HQC	-6848.0661
		Normality Test	177.2949
		Pr > ChiSq	<.0001

Parameter Estimates					
Variable	DF	Estimate	Standard Error	t Value	Approx Pr > t
Intercept	1	0.000619	0.000280	2.21	0.0269
ARCH0	1	6.5215E-6	1.4697E-6	4.44	<.0001
ARCH1	1	0.1589	0.0224	7.09	<.0001
GARCH1	1	0.7961	0.0297	26.79	<.0001

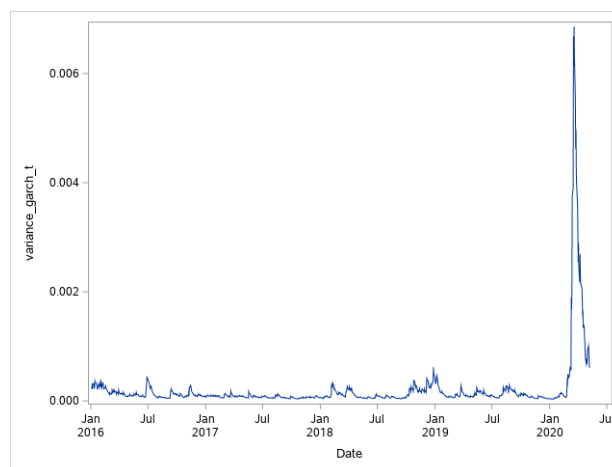


Coeficienții modelului sunt semnificativ statistic pentru un nivel de semnificație alpha de 5% și mai mari decât 0.

Model 4. Modelul GARCH(1,1) cu distribuție student a σ_t^2

The AUTOREG Procedure			
GARCH Estimates			
SSE	1.48087754	Observations	8230
MSE	0.0001799	Uncond Var	.
Log Likelihood	26263.8926	Total R-Square	.
SBC	-52482.708	AIC	-52517.785
MAE	0.00882354	AICC	-52517.778
MAPE	127.982498	HQC	-52505.796
		Normality Test	4439.1018
		Pr > ChiSq	<.0001

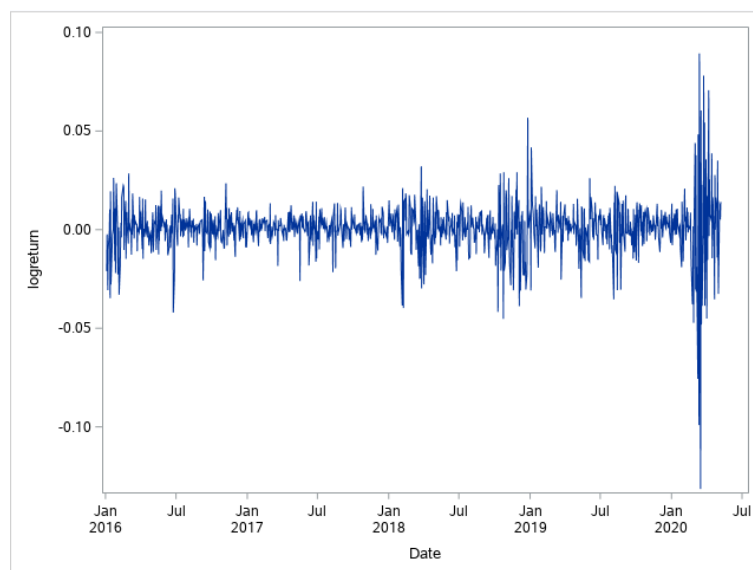
Parameter Estimates						
Variable	DF	Estimate	Standard Error	t Value	Approx Pr > t	Variable Label
Intercept	1	0.000896	0.0000875	10.24	<.0001	
ARCH0	1	8.3902E-7	1.7221E-7	4.87	<.0001	
ARCH1	1	0.1164	0.007890	14.76	<.0001	
GARCH1	1	0.8868	0.007014	126.43	<.0001	
TDFI	1	0.1382	0.009284	14.92	<.0001	Inverse of t DF



Observăm că toți coeficienții modelului sunt semnificativ statistic și înregistrează valori mai mari decât 0.

Continuăm analiza aplicând modele asupra seriei randamentelor indicelui Nasdaq.

Grafic 5. Seria randamentelor indicelui Nasdaq

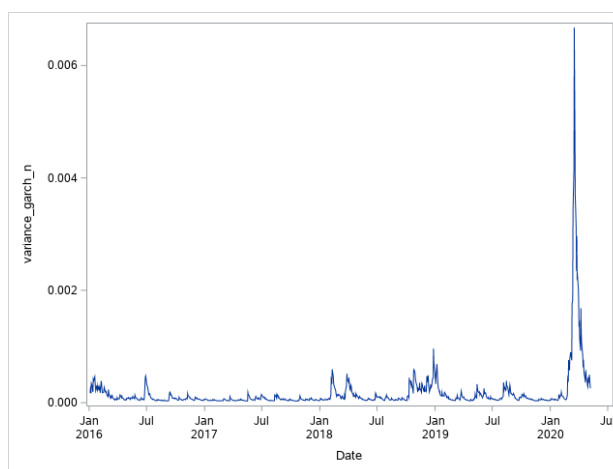


Fenomenul de volatilitate apare în clustere multiple, prin urmare aplicăm modele cu volatilitate stohastică.

Model 5. Modelul GARCH(1,1) cu distribuție normală a σ_t^2

The AUTOREG Procedure			
GARCH Estimates			
SSE	0.19759541	Observations	1094
MSE	0.0001806	Uncond Var	0.00013851
Log Likelihood	3529.88187	Total R-Square	.
SBC	-7031.7734	AIC	-7051.7637
MAE	0.00817816	AICC	-7051.727
MAPE	140.455388	HQC	-7044.1992
		Normality Test	395.9455
		Pr > ChiSq	<.0001

Parameter Estimates					
Variable	DF	Estimate	Standard Error	t Value	Approx Pr > t
Intercept	1	0.001114	0.000244	4.58	<.0001
ARCH0	1	6.4992E-6	8.6943E-7	7.48	<.0001
ARCH1	1	0.2023	0.0231	8.76	<.0001
GARCH1	1	0.7508	0.0250	30.08	<.0001

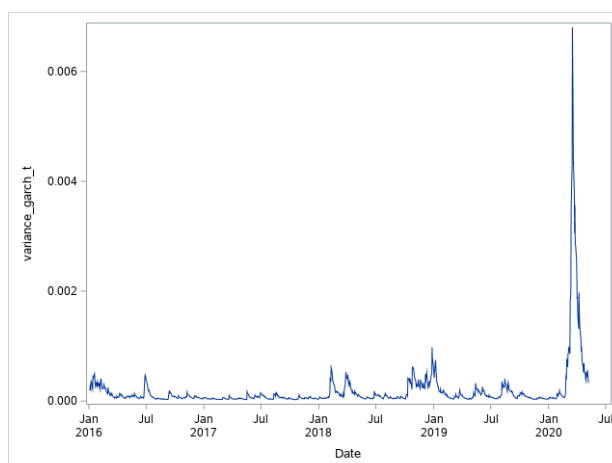


Modelul înregistrează valori mai mari decât 0 pentru coeficienți și aceștia sunt semnificativ statistic pentru un nivel de semnificație de α egal 1%.

Model 6. Modelul GARCH(1,1) cu distribuție student a σ_t^2

The AUTOREG Procedure						
GARCH Estimates						
SSE	0.19779133	Observations	1094			
MSE	0.0001808	Uncond Var	0.00041475			
Log Likelihood	3574.55621	Total R-Square	.			
SBC	-7114.1244	AIC	-7139.1124			
MAE	0.008182	AICC	-7139.0573			
MAPE	147.428884	HQC	-7129.6568			
		Normality Test	560.2839			
		Pr > ChiSq	<.0001			

Parameter Estimates						
Variable	DF	Estimate	Standard Error	t Value	Approx Pr > t	Variable Label
Intercept	1	0.001252	0.000220	5.70	<.0001	
ARCH0	1	3.8514E-6	1.2543E-6	3.07	0.0021	
ARCH1	1	0.1910	0.0378	5.05	<.0001	
GARCH1	1	0.7897	0.0345	23.18	<.0001	
TDFI	1	0.2182	0.0344	6.34	<.0001	Inverse of t DF



Coeficienții sunt semnificativi și cu valori înregistrate mai mari decât 0.

Scopul aplicării acestor modele este de a previziona viitoare perioade de volatilitate a pieței pentru a prevenii catastrofe. În continuare vom urmări în capitolul viitor să calculăm valoare la risc cu ajutorul modelelor folosite mai sus pentru fiecare dintre seriile de randamente ale indicilor analizați.

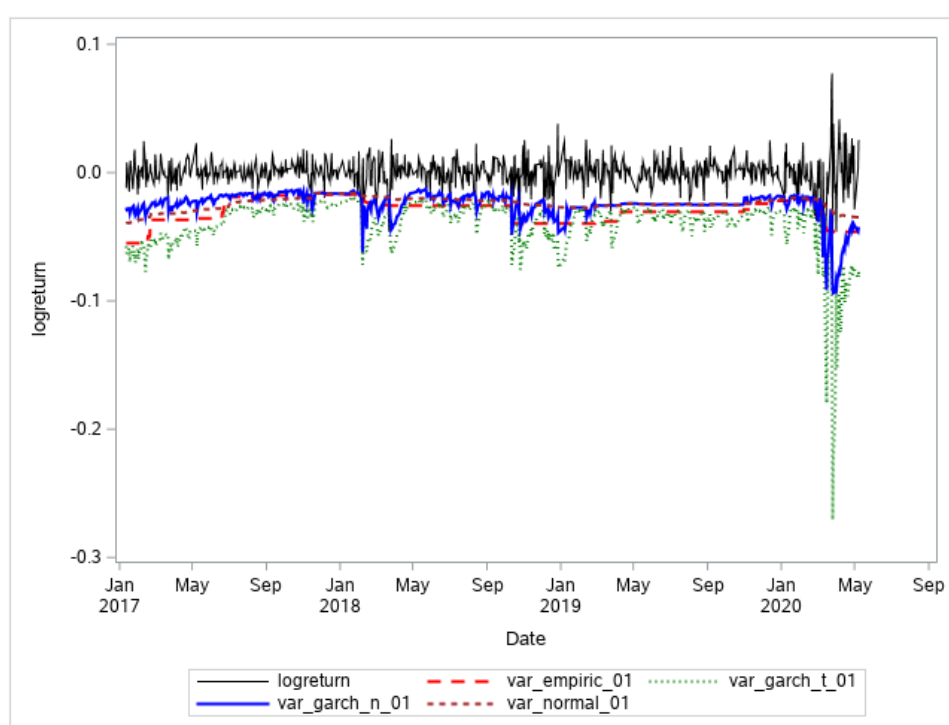
Value at Risk

Value at Risk reprezintă o estimare maximă, cu o anumită probabilitate, a nivelului pierderii valorii unui portofoliu la un orizont de timp stabilit.

$$\text{Value at Risk: } P[x \leq -VaR_{\alpha}(X)] = \alpha$$

Pentru previzionarea Value at Risk am realizat anterior un model GARCH cu distribuție normală și unul cu distribuție student, obținând astfel clusterelor de volatilitate, vom folosi metoda Rolling Window (Ferestre mobile), prin urmare pentru prima serie de randamente a indicelui Nikkei 225 am obținut:

Grafic 6. Estimarea volatilității



După cum se poate observa din grafic modelul cel mai potrivit este modelul GARCH(1,1) cu distribuție student a rezidurilor, argument susținut și de testul Binomial.

Testul Binomial: H_0 : Procentul de eșec este cel mult 1%.

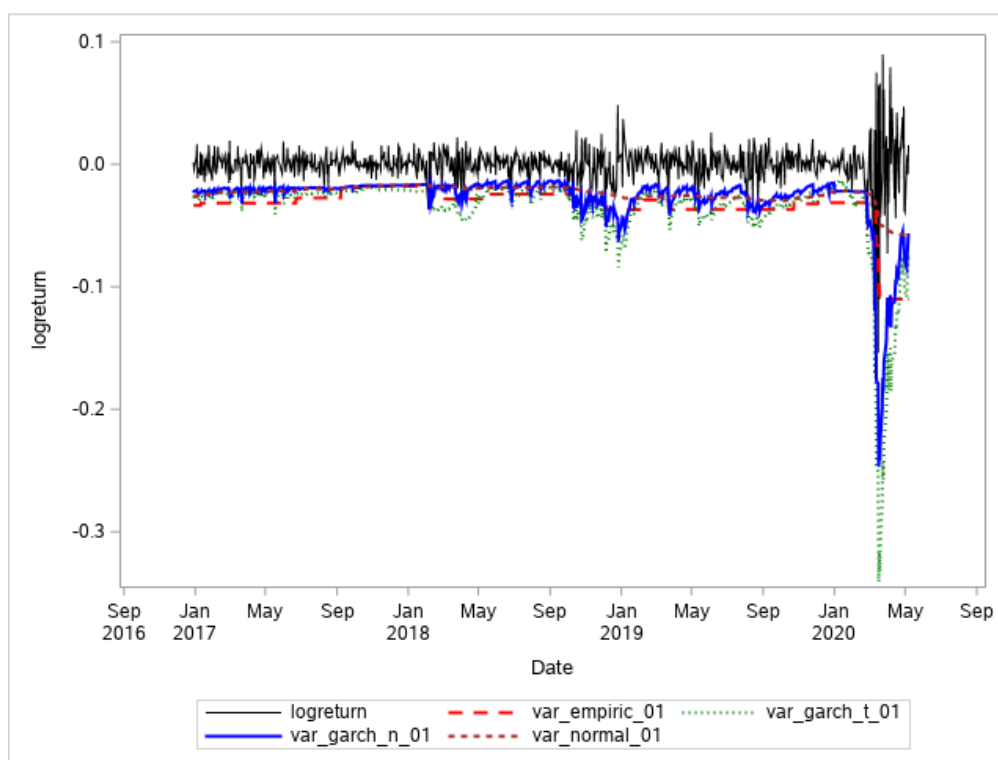
var_normal_01						var_empiric_01					
Obs	p	n	s	z	p_value	Obs	p	n	s	z	p_value
1	0.027673	795	22	5.00813	.000000275	1	0.016352	795	13	1.80007	0.035925
var_garch_n_01						var_garch_t_01					
Obs	p	n	s	z	p_value	Obs	p	n	s	z	p_value
1	0.027673	795	22	5.00813	.000000275	1	.007547170	795	6	-0.69508	0.75650

Putem observa că volatilitatea exprimată cu modelul GARCH cu reziduri student are probabilitate de eșec mai mică de 1%, respectiv 0,75%. Probabilitatea asociată testului este

mai mare de 0,05 deci automat vom accepta ipoteza nulă a testului binomial. Din analiza anterioară puteam concluziona că modelul GARCH cu reziduri distribuite normal nu era valid, coeficienții nefiind toți semnificativi.

În continuare vom analiza VaR pentru seria randamentelor indicelui Russell 2000.

Grafic 7. Estimarea volatilității



După cum se poate observa din grafic modelul cel mai potrivit este modelul GARCH(1,1) cu distribuție student a rezidurilor, argument susținut și de testul Binomial.

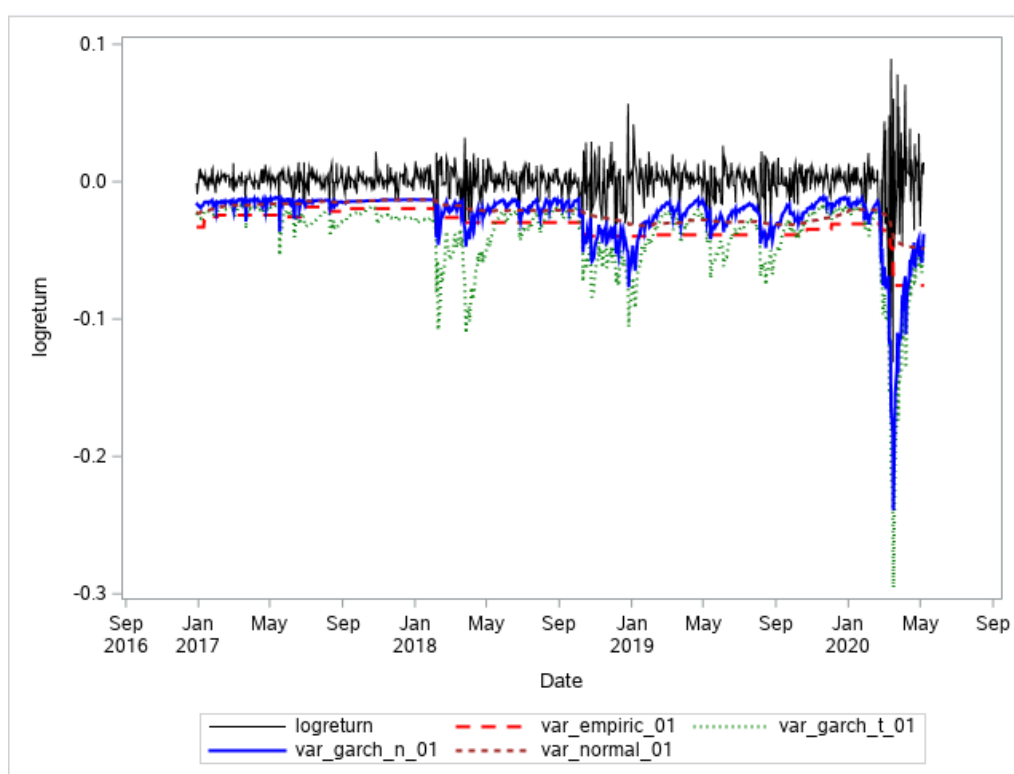
Testul Binomial

var_normal_01						var_empiric_01					
Obs	p	n	s	z	p_value	Obs	p	n	s	z	p_value
1	0.034360	844	29	7.11270	5.6899E-13	1	0.016588	844	14	1.92347	0.027210
var_garch_n_01						var_garch_t_01					
Obs	p	n	s	z	p_value	Obs	p	n	s	z	p_value
1	0.023697	844	20	3.99916	.000031784	1	0.011848	844	10	0.53968	0.29471

Ca în cazul indicelui Nikkei 225, volatilitatea estimată cu modelul GARCH cu reziduri student are probabilitatea de eșec apropiată de 1, însă în cazul acestui indice modelul are o probabilitate de eșec de 1,1%. P-value are valoare mai mare decât 0,05 astfel acceptăm ipoteza nulă a testului Binomial.

Estimarea volatilității seriei randamentelor indicelui Nasdaq.

Grafic 8. Estimarea volatilității



Testul Binomial

var_normal_01						var_empiric_01					
Obs	p	n	s	z	p_value	Obs	p	n	s	z	p_value
1	0.043839	844	37	9.88028	0	1	0.016588	844	14	1.92347	0.027210

var_garch_n_01						var_garch_t_01					
Obs	p	n	s	z	p_value	Obs	p	n	s	z	p_value
1	0.028436	844	24	5.38206	3.6836E-8	1	.008293839	844	7	-0.49817	0.69082

În cazul modelului GARCH cu reziduri student P-value are o valoare mai mare de 0,05, astfel acceptăm ipoteza nulă a testului Binomial conform căreia procentul de eșec este cel mult 1%, în această situație fiind 0,82%.

În concluzia capitolului de previzionare a volatilității randementelor putem afirma că modelul GARCH(1,1) cu reziduri student estimează volatilitatea cu o probabilitate de eșec apropiată de 1%, fiind singurul model semnificativ conform testului Binomial.

Concluzii

În concluzie scopul analizei statistice asupra celor trei indici bursieri, Nikkei 225, Russell 2000 și Nasdaq a fost acela de a observa fenomenele care se întâmplă într-o perioadă de timp îndelungată asupra unor indici de tranzacționare foarte importanți în piețele bursiere. Am avut ca obiectiv ca în a doua parte a lucrării să analizăm volatilitatea provocată de criza COVID-19.

În primul capitol al analizei surprindem evaluarea distribuției normale a randamentelor, astfel conform criteriului de boltire și de asimetrie putem spune că distribuția în cazul tuturor celor trei serii este leptocurtică, cu o asimetrie spre stânga. Tot în acest capitol am surprins impactul crizei COVID-19 asupra randamentelor indicilor Russell 2000 și Nasdaq, înregistrând cele mai mici valori.

Al doilea capitol prezintă o imagine de ansamblu a probabilităților valorilor extreme, am ales să testăm distribuția Pareto, iar în finalul analizei aceasta se apropie cel mai mult de forma distribuției empirice, spre deosebire de distribuția normală care acordă probabilități foarte mici pentru cazurile extreme.

Testarea ipotezei de piață eficientă în forma slabă este subiectul capitolului trei al analizei unde am surprins faptul că toate cele trei serii nu urmăresc un mers aleator conform testelor Ljung-Box și Breusch-Godfrey. În urma aplicării testului Variance Ratio, cel mai potrivit test pentru testarea ipotezei de Random Walk, am observat că seriile urmăresc un mers aleatoriu în ipoteza de heteroscedasticitate, uneori și în cea de homoscedasticitate.

Subiectul capitolului patru este testarea ipotezei de piață fractală, unde pentru două dintre serii, Nikkei 225 și Nasdaq, am observat că ipoteza se respectă, în contrast cu situația seriei indicelui Russell 2000.

În ultimele două capitole ale analizei am avut ca scop estimarea volatilității randamentelor, în perioada 2016 – 2020 pentru a observa impactul crizei COVID-19 asupra seriilor de randamente, anul 2020 surprinzând un cluster de volatilitate în cazul tuturor celor trei serii. Modelul GARCH(1,1,) cu reziduri student poate fi considerat cel mai potrivit model de estimare a volatilității în cazul seriilor, procentul de eșec asociat fiind apropiat de 1%.

Pentru realizarea aplicațiilor am folosit codul SAS din sursa https://github.com/danpele/Stat_fin_markets.