

0.1 Lecture 2: nepovinné cvičenia

Riešenie nasledujúcich úloh je dobrovoľné. Pomôže vám overiť si, či problematike dostatočne rozumiete.

1. Na prednáške sme popísali podstatnú časť konštrukcie, ktorou ku danému deterministickému Turingovmu stroju vieme zostrojiť ekvivalentný Minského registrový stroj.

Rozmyslite si podrobnejšie detaily, ktoré sme preskočili:

- Zatiaľ čo Turingov stroj končí výpočet tým, že slovo akceptuje (prípadne odmietne), Minského registrový stroj takúto možnosť nemá. Ako by ste dodefinovali výstup?
- Turingov stroj na vstupe dostáva slovo, nie číslo. Ako by ste riešili vstup pre Minského stroj? (Pozor, tu sa intuitívne ponúkajú dve možnosti, ale jedna z nich nefunguje!)
- Počas simulácie Turingovho stroja si potrebujeme pamätať nie len obsah jeho pásky, ale aj jeho aktuálny stav. Ako sa toto spraví?

2. Uvažujme triviálny deterministický Turingov stroj, ktorý akceptuje slová, v ktorých je počet a deliteľný tromi.

K nemu zostrojíme ekvivalentný automat s dvoma zásobníkmi.

K tomu ekvivalentný automat s tromi počítadlami (prvý zásobník kódovaný do čísla, druhý zásobník kódovaný do čísla, pomocné počítadlo).

No a k tomu zostrojíme ekvivalentný automat s dvomi počítadlami (pôvodné tri počítadlá kódované do jedného, pomocné počítadlo).

Tento výsledný stroj spustíme na vstupe $aababab$. Odhadnite, aká najväčšia hodnota sa počas výpočtu objaví v niektorom z počítadiel.

3. Napíšte program pre registrový stroj, ktorý bude počítať funkciu $f(n) = \lfloor \sqrt{n} \rfloor$.
(Na rozdiel od funkcie z prednášky tu máme dolnú, nie hornú celú časť.)
4. Napíšte program pre registrový stroj, ktorý bude počítať funkciu $g(n) = 2^{2^n}$. A funkciu $h(n) = \lceil \log_2 n \rceil$ (pričom pre $n = 0$ vracia 0).
5. Na high-level úrovni popíšte, ako by ste zostrojili registrový stroj, ktorý pre vstup n vráti na výstupe $(n + 1)$. prvočíslo.
6. Na prednáške sme programy pre registrový stroj znázorňovali ako vývojový diagram. V skriptách je náznak toho, ako spraviť ekvivalentnú definíciu, pri ktorej je programom (obyčajná, očíslovaná) postupnosť inštrukcií. Domyslite si detaily.
7. Zostrojte deterministický dvojsmerný konečný automat s jedným počítadlom, ktorý bude rozpoznávať jazyk všetkých palindrómov nad abecedou $\{a, b\}$.