

0.1 Lecture 2: nepovinné cvičenia

Riešenie nasledujúcich úloh je dobrovoľné. Pomôže vám overiť si, či problematike dostatočne rozumiete.

1. V odseku o univerzalite Markovových algoritmov úmyselne ignorujeme blanky. Turingovmu stroju sa môže stať, že pri pohybe hlavou vybehne na prázdne políčko. Vysvetlite, ako doplniť konštrukciu o tieto prípady. (Hint: využite, že pravidlo s vyšším číslom sa použije len vtedy, ak sa nič s nižším číslom použiť nedá.)
2. Zostrojte Markovov algoritmus, ktorý sa na slove $w \in \{a, b\}^*$ zastaví práve vtedy, keď $w = w^R$.
3. Nájdite explicitnú konštrukciu, ktorá k ľubovoľnému Markovovmu algoritmu vyrobí ekvivalentnú frázovú gramatiku.
4. Označme $WT(f(n))$ triedu jazykov, pre ktoré existuje Wang tile set, ktorý tento jazyk rozpoznáva s priestorovou zložitou $g(n) = O(f(n))$.
Nájdite jazyk z $WT(\log_2 n) - WT(1)$.
5. Navrhните sadu Wang tiles ktorá bude rozpoznávať jazyk $\{ww \mid w \in \{a, b\}^*\}$.
6. Jeden z pôvodných Wangových cieľov bolo navrhnuť algoritmus, ktorý by pre danú sadu dlaždíc zistil, či sa nimi dá vydláždiť celá rovina. Toto sa mu aj (r. 1961) podarilo – ale len za predpokladu, ktorý nevedel dokázať: že každé takéto dláždenie musí byť periodické.
Pomerne neprijemné prekvapenie priniesol (r. 1965) Robert Berger, ktorý našiel konečnú sadu dlaždíc (20 426 typov), ktorou sa síce dá nekonečná rovina vydláždiť, ale žiadne dláždenie nie je periodické. V súčasnosti je známa sada s touto vlastnosťou, ktorá má len 13 typov dlaždíc. (Jej detailná analýza: home.gwu.edu/~robinson/Marseille.pdf)
Oproti Bergerovi máte nadhľad – poznáte už výsledky z ďalších > 40 rokov. Navrhните vlastnú sadu dlaždíc s touto vlastnosťou.
(Alebo zľahčená verzia: o jednom type dlaždíc môžete navyše povedať, že aspoň jedna dlaždica tohto typu musí byť použitá.)