

## 0.1 Lecture 4: nepovinné cvičenia

Riešenie nasledujúcich úloh je dobrovoľné. Pomôže vám overiť si, či problematike dostatočne rozumiete.

1. Označme  $WT(f(n))$  triedu jazykov, pre ktoré existuje Wang tile set, ktorý tento jazyk rozpoznáva s priestorovou zložitou  $g(n) = O(f(n))$ .  
Nájdite jazyk z  $WT(\log_2 n) - WT(1)$ .
2. Dokážte alebo vyvráťte: trieda bezkontextových jazykov  $\mathcal{L}_{CF}$  je podmnožinou  $WT(n)$ .
3. Navrhňte sadu Wang tiles ktorá bude rozpoznávať jazyk  $\{ww \mid w \in \{a,b\}^*\}$ .

4. Jeden z pôvodných Wangových cieľov bolo navrhnuť algoritmus, ktorý by pre danú sadu dlaždíc zistil, či sa nimi dá vydláždiť celá rovina. Toto sa mu aj (r. 1961) podarilo – ale len za predpokladu, ktorý nevedel dokázať: že každé takéto dláždenie musí byť periodické.

Pomerne neprijemné prekvapenie priniesol (r. 1965) Robert Berger, ktorý našiel konečnú sadu dlaždíc (20 426 typov), ktorou sa síce dá nekonečná rovina vydláždiť, ale žiadne dláždenie nie je periodické. V súčasnosti je známa sada s touto vlastnosťou, ktorá má len 13 typov dlaždíc. (Jej detailná analýza: [home.gwu.edu/~robinson/Marseille.pdf](http://home.gwu.edu/~robinson/Marseille.pdf))

Oproti Bergerovi máte nadhľad – poznáte už výsledky z ďalších > 40 rokov. Navrhňte vlastnú sadu dlaždíc s touto vlastnosťou.

(Alebo zľahčená verzia: o jednom type dlaždíc môžete navyše povedať, že aspoň jedna dlaždica tohto typu musí byť použitá.)

5. Napíšte program pre interpreter SUBLEQu, ktorý bude robiť násobenie: do `memory[3]` uloží súčin hodnôt, ktoré sú na začiatku v `memory[1]` a `memory[2]`. (Môžete pre jednoduchosť predpokladať, že násobené hodnoty sú kladné.)
6. Máme inštrukciu SUBEQ, ktorá robí to isté ako SUBLEQ, až na to, že skok sa vykoná len vtedy, ak výsledkom odčítania bola presne nula.  
Napíšte vo svojom obľúbenom programovacom jazyku (alebo aspoň slovne popíšte) program, ktorý na vstupe dostane postupnosť čísel predstavujúcu program pre náš interpreter SUBLEQu a na výstupe vyrobí ekvivalentný program pre interpreter SUBEQ.
7. h4x0r challenge: Napíšte program pre interpreter SUBLEQu, ktorý bude testovať prvočíselnosť hodnoty, ktorá je na začiatku v `memory[1]`.