dynamické routovanie

model

V každom kroku sa v každom vrchole s psťou λ narodí paket s náhodným cieľom.

stabilita

Pre $\lambda \geq 4/\sqrt{N}$ je systém nestabilný

veta

Ak je $\lambda \leq 0.99\frac{4}{\sqrt{N}}$, tak psť zdržania konkrétneho paketu o Δ krokov je $e^{-O(\Delta)}$.
W.h.p. stačí buffer $O(1 + \frac{\log T}{\log N})$.

hierarchické routovanie

cieľ: minimalizovať počet rozhodnutí

veta

Pre sieť s N vrcholmi stačí $O(\sqrt{N})$ rozhodnutí pri použití 3 farieb.

s-klastre:

- každý je súvislý, pokrývajú všetky vrcholy
- každý obsahuje aspoň s vrcholov a má polomer najviac $2s$

kostra spájajúca centrá klastrov: m listov $\Rightarrow$ $m-2$ vetvení

veta

Pre sieť s N a pre $f \leq \log N$ stačí $O(f \cdot N^{1/f})$ rozhodnutí a $2f+1$ farieb

po i klastrovaniach s parametrom s: m_i listov, max. $m_i - 2$ vetvení $\Rightarrow m_{i+1} = m_i(2/s)$
$m_f + fs$ rozhodnutí
$s \approx 2N^{1/f}$

kompaktné routovanie

intervalové routovanie

- vrcholy majú čísla $1 \dots n$
- každý port má priradený interval

s lineárnymi intervalmi problém $\Rightarrow$ pavúk

s cyklickými intervalmi ide v stromoch $\Rightarrow$ vo všetkých grafoch (kostra)

najkratšie cesty

nie vždy sa dá (glóbus)

viac intervalov?

Majme graf s max. stupňom Δ a optimálnym k-IRS. Nech $Q = \{q_1, \dots, q_l\}$ a $W = \{w_1, \dots, l_m\}$ sú dizjunktné množiny vrcholov také, že $\forall w_i, w_j \in W, w_i \neq w_j \exists q \in Q$ také, že pre žiadnu hranu (q, q') neplatí, že do w_i aj do w_j sa routuje po q'. Potom

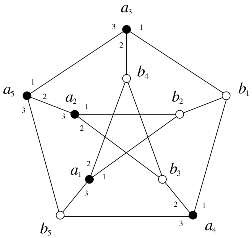
$$k \geq \frac{m}{l\Delta}$$

kompaktné routovanie – dolný odhad

matrix o constraints

existujú dve množiny vrcholov A, B, že pre každú dvojicu a_i, b_j používa port $m_{i,j}$

	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5
a_1	1	1	2	2	3
a_2	1	1	2	2	3
a_3	1	1	2	2	3
a_4	1	1	2	2	3
a_5	1	2	2	1	3



kompaktné routovanie – dolný odhad

veta

pre každú maticu existuje graf, ktorého je "m.o.c."

veta

každá kompaktná schéma vyžaduje aspoň $\Omega(n \log n)$ bitov v $\Omega(n^{\varepsilon})$ vrcholoch.

cvičenia

mriežka $\sqrt{n} \times \sqrt{n}$, prednosť má hocikto; ukážte, že v najhoršom prípade treba viac ako $2\sqrt{n}$ krokov, ale stačí $O(\sqrt{n})$

mriežka $\sqrt{n} \times \sqrt{n}$, v každom vrchole správa do náhodného. Ukážte, že w.h.p. do žiadnoho vrchola nesmeruje viac ako $3 \log n / \log \log n$ správ.

majme cestu z n procesorov, každý chce routovať práve dva pakety (červený a modrý), pričom červené aj modré tvoria permutáciu. ukážte, že stačí n krokov

Nájdite IRS s jedným intervalom po najkratších cestách pre hyperkocku

odolnosť voči chybám – strata správ

Problém dohody

- synchrónny systém
- známe identifikátory
- každý má na vstupe 0/1
- správy sa môžu strácať
- každý proces sa musí rozhodnúť
- treba zaručiť
  - **Dohoda:** všetky procesy sa rozhodnú na tú istú hodnotu
  - **Terminácia:** každý proces sa rozhodne v konečnom čase
  - **Netrivialita:**
    1. Ak všetci začnú s hodnotou 0, musia sa dohodnúť na 0.
    2. Ak všetci začnú s hodnotou 1 a správy sa nestrácajú, musia sa dohodnúť na 1.

neexistuje deterministické riešenie

- 2 vrcholy, 1 linka
- sporom, nech existuje a trvá *r* kôl
- výpočet, kde začnú obaja s hodnotou 1 a nestrácajú sa správy
- dohodnú sa na 1
- stratí sa posledná správa, jeden z nich to nezistí
- výpočet, kde neprejde ani jedna správa a dohodnú sa na 1
- jeden z nich dostane na vstup 0
- aj druhý

randomizované riešenie (úplný graf)

komunikačný pattern

zoznam trojíc (i, j, t): v čase t sa nestratí správa z $i \mapsto j$

(fixný) adversary = vstup a komunikačný pattern
Dohoda: $Pr[$ nejaké dva procesy sa rozhodnú na rôznu hodnotu$] \leq \varepsilon$

algoritmus s $\varepsilon = 1/r$

daný adversary γ: dvojice (i, t), kde i-procesor, t-čas majme usporiadanie:

1. $(i, t) \leq_\gamma (i, t')$, kde $t \leq t'$
2. ak $(i, j, t) \in \gamma$, tak $(i, t-1) \leq_\gamma (j, t)$
3. tranzitivita

úroveň informovanosti

1. $level_\gamma(i, 0) = 0$
2. ak $t > 0$ a existuje $j \neq i$ také, že $(j, 0) \not\leq_\gamma (i, t)$, tak $level_\gamma(i, t) = 0$
3. nech l_j je $\max\{level_\gamma(j, t') \mid (j, t') \leq_\gamma (i, t)\}$
potom $level_\gamma(i, t) = 1 + \min\{l_j \mid j \neq i\}$

1. $level_\gamma(i,0) = 0$
2. ak $t > 0$ a existuje $j \neq i$ také, že $(j,0) \not\leq_\gamma (i,t)$, tak $level_\gamma(i,t) = 0$
3. nech l_j je $\max\{level_\gamma(j,t') \mid (j,t') \leq_\gamma (i,t)\}$
   potom $level_\gamma(i,t) = 1 + \min\{l_j \mid j \neq i\}$

algoritmus

- prvý proces vygeneruje náhodný kľúč
- procesy si počítajú level
- rozhodnutie 1, ak všetci majú 1 a môj level je aspoň kľúč

$rounds := rounds + 1$
let (L_j, V_j, k_j) be the message from j, for each j from which a message arrives
if some $k_j \neq undefined$ then $key := k_j$
for all $j \neq i$ do
  if some $V_{i'}(j) \neq undefined$ then $val(j) := V_{i'}(j)$
  if some $L_{i'}(j) > level(j)$ then $level(j) := \max\{L_{i'}(j)\}$
$level(i) := 1 + \min\{level(j) : j \neq i\}$
if $rounds = r$ then
  if $key \neq undefined$ and $level(i) \geq key$ and $val(j) = 1$ for all j then
    $decision := 1$
  else $decision := 0$

dôkaz

- **Dohoda:** $Pr[$ nejaké dva procesy sa rozhodnú na rôznu hodnotu$] \leq \varepsilon$
- **Terminácia:** každý proces sa rozhodne v konečnom čase
- **Netrivialita:**
  1. Ak všetci začnú s hodnotou 0, musia sa dohodnúť na 0.
  2. Ak všetci začnú s hodnotou 1 a správy sa nestrácajú, musia sa dohodnúť na 1.

terminácia a netrivialita sú zrejmé
pre fixný pattern, aká je pravdepodobnosť nezhody?
levely sa líšia max o 1, preto jediný problém je ak $key = \max\{l_i\}$

dolný odhad

ľubovoľný r-kolový algoritmus má pravdepodobnosť nezhody aspoň $\frac{1}{r+1}$

orez

pre adversary B s patternom γ a proces i, $B' = prune(B, i)$

1. ak $(j, 0) \leq_\gamma (i, r)$ tak sa vstup j zachová, inak znuluje
2. trojica (j, j', t) je v kom. patterne B', akk je v γ a $(j', t) \leq_\gamma (i, r)$

$P^B[i \text{ sa rozhodne } 1] = P^{prune(B,i)}[i \text{ sa rozhodne } 1]$

lema

Ak majú na vstupe všetci 1, $P[i \text{ sa rozhodne } 1] \leq \varepsilon(level(i, r) + 1)$

lema

Ak majú na vstupe všetci 1, $P[i \text{ sa rozhodne } 1] \leq \varepsilon(level(i, r) + 1)$

- indukcia na $level(i, r)$: nech $level(i, r) = 0$:
- $B' = prune(B, i) = prune(B', i)$
- $P^B[i \text{ sa rozhodne } 1] = P^{B'}[i \text{ sa rozhodne } 1]$
- od j-čka neprišla správa, $B'' = prune(B', j) = prune(B'', j)$ je triviálny adversary
- $P^{B'}[j \text{ sa rozhodne } 1] = P^{B''}[j \text{ sa rozhodne } 1]$
- lenže $P^{B''}[j \text{ sa rozhodne } 1] = 0$, takže $P^{B'}[j \text{ sa rozhodne } 1] = 0$
- pst' nezhody je ε, $\Rightarrow |P^{B'}[i \text{ sa rozhodne } 1] - P^{B'}[j \text{ sa rozhodne } 1]| \leq \varepsilon$
- preto $P^{B'}[i \text{ sa rozhodne } 1] \leq \varepsilon$ a $P^B[i \text{ sa rozhodne } 1] \leq \varepsilon$
- nech $level(i, r) > 0$
- $B' = prune(B, i) = prune(B', i)$
- existuje j, že $level_{B'}(j, r) \leq l - 1$
- podľa i.p. $P^{B'}[j \text{ sa rozhodne } 1] \leq \varepsilon(level(j, r) + 1) \leq \varepsilon l$
- pst' nezhody je ε, $\Rightarrow |P^{B'}[i \text{ sa rozhodne } 1] - P^{B'}[j \text{ sa rozhodne } 1]| \leq \varepsilon$
- preto $P^{B'}[i \text{ sa rozhodne } 1] \leq \varepsilon(l + 1)$ a $P^B[i \text{ sa rozhodne } 1] \leq \varepsilon(l + 1)$

chyby procesov – stop chyby

Problém dohody

- synchrónny systém
- známe identifikátory
- každý má na vstupe 0/1
- proces môže havarovať (uprostred posielania správ)
- maximálne f havarovaných procesov
- každý proces sa musí rozhodnúť
- treba zaručiť
  - **Dohoda:** všetky procesy (ktoré nehavarovali) sa rozhodnú na tú istú hodnotu
  - **Terminácia:** každý proces (ktorý nehavaroval) sa rozhodne v konečnom čase
  - **Netrivialita:** ak všetci začnú s rovnakou hdonotou i, musia sa dohodnúť na i.

algoritmus

flood počas $f + 1$ kôl; ak je iba jedna hodnota, rozhodni sa, inak (default) 0

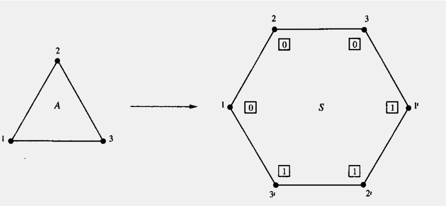
- existuje kolo, v ktorom nikto nehavaruje; potom sa udržiavajú rovnaké hodnoty
- $(f + 1)n^2$ správ
- zlepšenie: posielať iba keď sa zmení hodnota $\Rightarrow O(n^2)$ správ

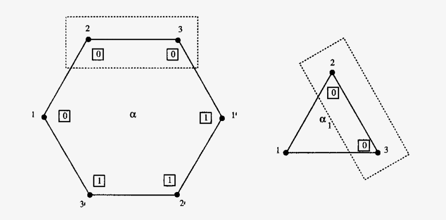
chyby procesov – byzantínske chyby

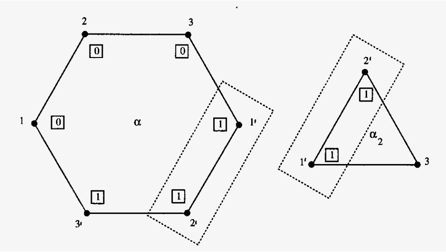
Problém dohody

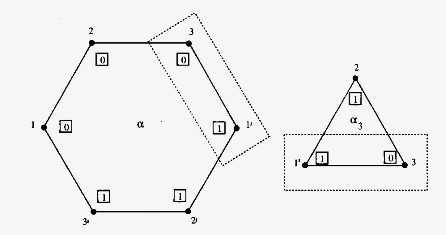
- synchrónny systém
- známe identifikátory
- každý má na vstupe 0/1
- niektoré procesy sú *zlé*
- maximálne f zlých procesov
- každý proces sa musí rozhodnúť
- treba zaručiť
  - **Dohoda:** všetky dobré procesy sa rozhodnú na tú istú hodnotu
  - **Terminácia:** každý dobrý proces sa rozhodne v konečnom čase
  - **Netrivialita:** ak všetci dobrí začnú s rovnakou hdonotou i, všetci dobrí sa musia dohodnúť na i.

dolný odhad na počet zlých: jeden zlý spomedzi troch



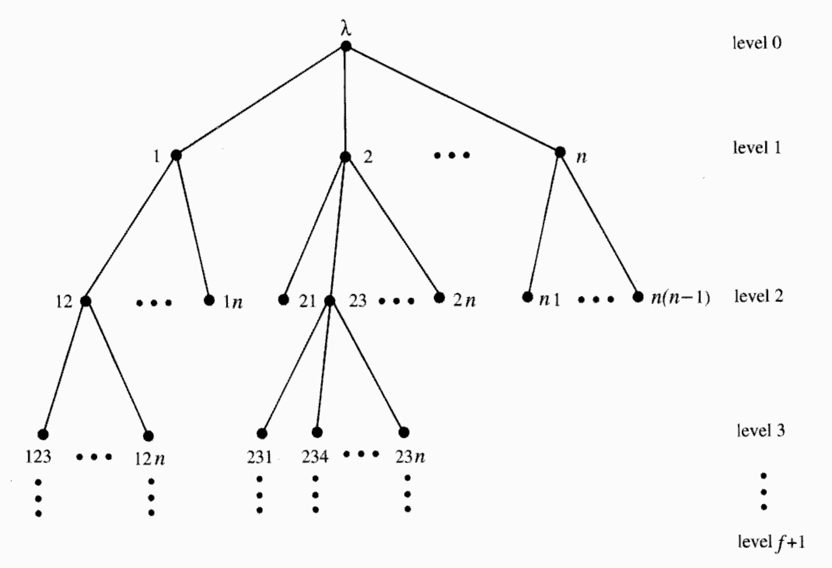






pre viac: simulácia

EIG algoritmus



newval(x): väčšina z *newval*(xj)

dôkaz

lema

Po $f+1$ kolách platí: nech j, j, k, $i \neq j$ sú tri dobré procesy. Potom $val(xk)_i = val(xk)_j$ pre všetky x.

lema

Po $f+1$ kolách platí: nech k je dobrý proces. Potom existuje v, že $val(xk)_i = newval(xk)_i = v$ pre všetky dobré procesy i

lema

keď všetci začnú s rovnakou hodnotou, musia sa na nej dohodnúť

vrchol x je *dobrý*, ak všetky dobré procesy i majú po $f+1$ kolách $newval(x)_i = v$ pre nejaké v

lema

Po $f+1$ kolách je na každej ceste z koreňa do listu dobrý vrchol

lema

Po $f+1$ kolách: ak existuje pokrytie podstromu vo vrchole x dobrými vrcholmi, potom x je dobrý.

polynomiálny počet správ

konzistentný broadcast

- ak dobrý proces i poslal (m, i, r) v kroku r, dobrí ju akceptujú najneskôr v $r + 1$
- ak dobrý proces i neposlal (m, i, r) v kroku r, nikto dobrý ju neakceptuje
- ak je správa (m, i, r) akceptovaná dobrým j v r', najneskôr v $r' + 1$ ju akc. všetci dobrí

algoritmus

- i pošle $(init, m, i, r)$ v kole r
- ak dobrý dostane $(init, m, i, r)$ v kole r, pošle $(echo, m, i, r)$ všetkým dobrým v kole $r + 1$
- ak pred kolom $r' \geq r + 2$ dostane dobrý od $f + 1$ echo, pošle $(echo, m, i, r)$ v r'
- ak dostal echo od $n - f$, akceptuje

dohoda

- dvojkrokové fázy
- v prvom kole bcastujú všetci s 1
- v kole $2s - 1$ pošlú tí, čo akceptovali od $f + s - 1$ a ešte nebcastovali
- ak po $2(f + 1)$ kolách i akceptoval od $2f + 1$ procesov, tak 1, inak 0