

Riešenia (ps/pdf) posielajte do konca semestra mailom.

Ako subjekt uveďte “[UDA-DU] ” a Vaše meno.

Na úspešné absolvovanie predmetu je nutné získať nadpolovičnú väčšinu bodov.

1 Zahľtenie v mriežke

Predpokladajme, že na mriežke rozmerov $n \times n$ je v každom vrchole vygenerovaná správa, ktorá má byť doručená do náhodného vrchola. Dokážte, že s vysokou pravdepodobnosťou do žiadneho vrchola nesmeruje viac ako $3 \log n / \log \log n$ správ.

Formálne, dokážte že ak P_n je pravdepodobnosť, že v mriežke rozmerov $n \times n$ existuje vrchol, do ktorého smeruje viac ako $3 \log n / \log \log n$ správ, tak $\lim_{n \rightarrow \infty} P_n = 0$.

2 Voľba šéfa na hyperkocke

Detailne popíšte algoritmus voľby šéfa na hyperkocke Q_d so zmyslom pre orientáciu, ktorý v najhoršom prípade vykomunikuje $O(n)$ správ, kde $n = 2^d$ je počet vrcholov. Dokážte správnosť Vášho riešenia.

3 Výpočet parity na anonymnom kruhu

Majme asynchrónny anonymný kruh (t.j. procesory sú zapojené do kruhu a nemajú identifikátory) pozostávajúci z n procesorov. Každý procesor u pozná hodnotu $I_u \in \{0, 1\}$. Navrhnite algoritmus, pomocou ktorého sa každý procesor dozvie paritu počtu jednotiek (t.j. $(\sum_{u \in \{1 \dots n\}} I_u) \bmod 2$), alebo dokážte, že takýto algoritmus neexistuje. Uvažujte tieto 2 prípady:

1. Každý procesor pozná veľkosť kruhu n .
2. Procesory nepoznajú veľkosť kruhu n .

Vaše riešenie by malo obsahovať buď presný popis algoritmu a zdôvodnenie jeho správnosti, alebo presný dôkaz, že algoritmus neexistuje.

4 Stretnutie v toruse

Uvažujme nasledovný variant štandardného modelu: komunikácia je asynchrónna, každý uzol má pridelený jednoznačný identifikátor, na začiatku výpočtu sú aktívne práve dva uzly. Napíšte algoritmus, pomocou ktorého oba na začiatku aktívne uzly zistia identifikátor druhého aktívneho uzla za nasledovných podmienok: komunikačný graf je torus rozmerov $n \times n$ bez zmyslu pre orientáciu (kompasu), komunikačná zložitosť algoritmu je $O(n)$ správ.