

Skipove poznámky k predmetu UDDA
skip@realtime.sk

Obsah

- 1. GHS**
- 2. KKM**
- 3. Distribuovana dohoda pri chybach liniek**
- 4. Dohoda v distribuovanych systemov so zlyhaniami procesorov**

Pozn.: Gramaticky urcite nespravne, moze obsahovat chyby, use it on your own risk!

1 GHS

Trosku detailnejši popis algoritmu GHS.

Predpoklady, oznacenia, princípy spajania fragmentov možno najst napr. v slovenských scriptach k UDDA (nechcelo sa mi to sem kopcit).

Algoritmus:

Na začiatku:

ak mám level 0, tak najdem najlacnejšiu hranu, označím ju “branch of MST” a pošlem po nej spravu **CONNECT** + prejdem do stavu *FOUND*.

Ako funguje system hladania najlacnejšej hrany vo fragmente?

Nech má level L a nech vznikol z 2 fragmentov na leveli $L-1$. Hranou, ktorou sa spojili nazývame *core edge*. Príslušné procesory poslu všetkým procesom v novom fragmente (každý do svojej polky) spravu **INITIATE**. Touto správou informuje všetkých o novom leveli a mene fragmentu. Táto sprava obsahuje argument **FIND**, ktorý prepne každý procesor do dohto stavu.

Ak sa nejaký iný fragment (musí mať level $L-1$) chce pripojiť do fragmentu (prосто čaka na pripojenie), aj jemu prepošleme túto message, a tak ďalej rekurzívne (ak sa do iného chce pripojiť iný s levelom $L-2$...).

Ak procesor dostane spravu **INITIATE**, začne hľadať najlacnejšiu hranu vychádzajúcu z fragmentu. Tu je problém, ktorá hrana je vychádzajúca a ktorá vnútorná (procesor to nevie).

Preto si bude procesor klasifikovať hrany 3 možnosťami:

- **BRANCH** – hrana, ktorá patrí súčasnej kostre fragmentu,
- **REJECTED** – hrana, ktorá nepatrí kostre fragmentu ale procesor zistil, že spája 2 vrcholy fragmentu a nakoniec :
- **BASIC** – hrana, ktorá nespada do ani jedného zo spomenutých prípadov.

Procesor hľadá hranu vychádzajúcu z fragmentu, teda si vyberie najlacnejšiu **BASIC** hranu a pošle po nej spravu **TEST(LEVEL, MENO)**. Ak dojde takáto sprava, procesor sa pozrie na v akom je fragmente (**MENO, LEVEL**).

Ak sa mena rovnajú tak pošle spravu **REJECT** a oba procesory si nastaví túto hranu ako **REJECTED**. Procesor, ktorý posielal spravu **TEST** si vyberie ďalšiu hranu a po nej pošle spravu **TEST**.

Ak procik, ktorý prijal spravu TEST má rôzne fragmenty MENO a \geq LEVEL tak pošle spravu ACCEPT, t.j. hrana je vychádzajúca z fragmentu.

Ak má $LEVEL_{recv} < LEVEL_{send}$ tak *pocka* z odpovedou, dokiaľ jeho level nenarastie. Zdržanie realizujeme preto, aby ak sa raz fragment *recv* odlišuje menom, odlišoval sa aj naďalej (v opačnom prípade, ak by ho pohltil väčší fragment, by sa linky označovali ako vychádzajúce z fragmentu nejaký čas nedožvedeli o zmene (až dokiaľ nepride sprava INITIATE)).

Takže (každý/daky/ziaďen) procik fragmentu naskiel vychádzajúcu hranu. Teraz o tom musí podať spravu – nespravi to nijak inak ako pomocou spravy REPORT (procesory musia dokoľko kooperovať aby zistili najlacnejšiu hranu).

Ak žiadny procik nemá vychádzajúcu hranu – hura, vyhrali sme, GG, nasli sme minimálnu kosť (MST).

Inak – vo všeobecnom prípade – každý list kosť fragmentu pošle po hrane kosť spravu REPORT(W) – W je váha hrany (alebo nekonečno ak naskiel žiadnu vychádzajúcu hranu). Vnútorné prociky grafu prijímajú reporty, z nich vyhodnotia najlacnejšiu a ten pošle po hrane kosť (smerom “do vnútra grafu”). Samozrejme si príslušnú hranu, odkiaľ najlacnejší report prišiel označí a prejde do stavu FOUND (jeho rola v procese hľadania najlacnejšej vychádzajúcej hrany skončila). 2 procesory ktoré ležia na konci *core edge* (hrana ktorá spája pôvodne 2 fragmenty) si navzájom pošlu REPORT a zistia, v ktorej časti leží tá najlacnejšia hrana.

V tomto momente máme najlacnejšiu hranu a chceme sa po nej spojiť s príslušným fragmentom. To urobíme takto: *core* pošle spravu CHANGE-CORE príslušnému prociku, z ktorého ide najlacnejšia. To ide, pretože si v každom vrchole kosť pamätáme cestu k naskiej hrane. Ak procik dostane spravu, vyšle po hrane spravu **CONNECT**.

SPAJANIE

Ak majú 2 fragmenty levelu L rovnaku najlacnejšiu hranu, obe si navzájom pošlu CONNECT. Týmto vytvoríme novu *core-edge*, ktoré bude nieš level $L+1$. A to spôsobí, že oba krajné procesory novej *core-edge* pošlu INITIATE spravu, každý po svojej kosť. Fragment na leveli L obsahuje najviac 2^L , teda $\log_2 L$ je horná hranica levelov fragmentu.

Pozrime sa teraz na prípad ak fragment na nízšom leveli pošle CONNECT fragmentu s vyšším levelom. Ak sa chce fragment F s nízšim levelom spojiť s fragmentom FF na vyššom levely a ak FF ešte neposlal príslušnú REPORT spravu (že objavil túto hranu), fragment F sa jednoducho pripojí k FF – fragmentu je cez danú hranu preposlaná sprava INITIATE (pozri začiatok) a pripojí sa k hľadaniu najlacnejšej vychádzajúcej hrany. Ak procesor z FF na hrane, cez ktorú sa F chce pripojiť už stihol poslať REPORT, tak hrana má nižšiu váhu ako minimálna váha hrany vychádzajúcej z F a F sa nemusí zúčastniť hľadania. (report bol o inej hrane akou sa F chce pripojiť!)

2 KKM

Vyuziva myslienku uzkeho spojenia dvoch problemov – traverzovania grafu (kostra) a volba sefa. Ak pretraverzujeme graf, procik, ktory inicioval traverzovanie bude sefom.

Problem: co ak je zobudenych viac procesorov a je spustenych viac traverzovani?

Riesenie: algoritmus bude pracovat v leveloch. Procesory si pri prehľadavani grafu budu posielat token (iniciator, level).

Myslienka *levelovania* bude nasledovna: ak do procika dorazia 2 tokeny (tj. boli inicializovane 2 traverzovania), tokeny budu zabite (traverzovania abortovane) a vytvori sa nove traverzovanie z tohto procika z tokenom na leveli +1. To sa stane v pripade, ze oba tokeny mali rovnaky level L (podobna myslienka ako v GHS).

Ak dorazi token s levelom L do procika v ktorom je token s levelom L+1, alebo ktory taky token navstivil, token s levelom L je zabity (teda neovplyvni traverzovanie tokenom L+1).

Token moze byt v 3 stavoch (ANNEXING, CHASING, WAITING) a pouzivame niekoľko pomocnych poli (lev[p], cat[p] – iniciator posledneho annexing tokena, wait[p], last[p]).

Algoritmus spolupracuje s traverzovacim algoritmom tak, ze vola funkciu TRAV. Jej vystupna hodnota je ID suseda, kam posleme token, alebo Decide, ak traverzovanie skoncil.

Na zaciatku je token (Q, L) v mode ANNEXING a poslucha traverzovaci algoritmus – dokial nenastane jedna z nasledujucich situacii:

1. traverzovanie skonci a sefom sa stane procik Q
2. ak dorazi do prociku s vyssim levelom tak je zabity
3. token dorazi do procika kde caka iny token s levelom L. Oba tokeny su zabite a zacne sa nove traverzovanie s levelom L+1
4. token dorazi do procika s levelom L kde bol ANNEXING token s menom (procika) cat[p]>q (tato podmienka urcuje, ze tokeny s iniciatorom, ktory mal mensie ID budu cakat, dohanat ich budu vzdy tokeny s vacsim procesorovym ID – pretoze ich chceme spojit ked uz maju rovnaky level) alebo tam bol CHASING token (token ktory nahana iny token – mozno mna). Token prejde to stavu WAITING.
5. token dorazi do procika s levelom L a bol tam ANNEXING token s menom cat[p]<q. Token sa stane CHASING a posleme ho rovnakym kanalom ako ten predchadzajuci token.

CHASING token nahana token, ktorý presiel posledne procikom. Procik ho posielal po kanály kam poslal ten predchádzajúci. Token si nahana ďaky token dokiaľ nenastane jedna z týchto situácií:

1. token (Q,L) dorazi do procika p s levelom $L < lev[p]$. token je zabity
2. token dohoni ☺ proces s WAITING tokenom na levely L. Oba sú zabité a začne sa nové prehládavanie s novým levelom L+1
3. token dorazi do procika na levely L kde bol predtým token CHASING. Token prejde do stavu WAITING.

WAITING proces si kempí v prociku, dokiaľ nenastane jedna z nasledujúcich situácií:

- dorazi token s vyšším levelom – nás kemper je zabity
- dorazi token s rovnakým levelom -> nové prehládavanie s levelom +1

Ak traverzovanie skončí, procesor ktorý ho inicializoval sa stal sefom a posle broadcast všetkým ostatným (som sef, už nič netreba ďalej robiť). Hra s levelmi a tokenmi je v podstate o tom, aby sme eliminovali viac naraz spustených traverzovani. Nakonci prejde do konca traverzovanie s najvyšším levelom a funkcia TRAV vráti *Decide* – si sef! ☺

3 Distribuovaná dohoda pri chybach liniek

Problem hladania DOHODY: prociky v sieti zacinaju s nejakou vstupnou hodnotou a vystupom by mala byt rovnaka hodnota (=suhlas. Vstup moze byt ale lubovolny!).

Problem dohody mozeme nazывать aj Problem Koordinovaneho utoku.

Popisem blizsie:

- Niekolko generalov planuje utok na nepriateľa. Utok bude uspesny iba v pripade, ze zautocia vsetci naraz, inak budu ich armady rozprasene. Kazdy general ma na zaciatku svoj názor na to, ci jeho armada je pripravena zautocit alebo nie.
- Generali mozu komunikovat len prostrednictvom sprav, ktore prenasaju posli. Poslov mozu zajat alebo sa mozu stratit. Generali sa aj napriek tejto nespolahlivej komunikácii musia dohodnut ci zautocit alebo nie.
- Predpokladame, ze graf je neorientovany a spojeny. Tiez pozname hornu hranicu casu, za ktoru bude urcite sprava dorucena.

Ak su linky spolahlive, tak si generali vymenia spravy. Pocet krokov sa bude rovnat diametru (priemeru) grafu. Zautocim vtedy ak vsetci chcú zautocit.

V pripade nespolahlivych liniek je situacia horsia. Neexistuje totiž žiadny deterministicky algoritmus riesiaci dany problem.

Formalny zapis: máme n procikov, poskladané do neorientovaného grafu, každý procik pozna celý graf. Každý procik začína so vstupnou hodnotou $\{0,1\}$. Vystup je buď 1 = zautocit alebo 0 = neutocit, abort. Používame synchronny model. Spravy sa počas putovania v grafe môžu stratit. Cieľom je nastaviť rozhodovací stav na 0 alebo 1.

Urcime 3 podmienky pre dohodu:

- SUHLAS. Žiadne 2 procesory sa nerozhodnú rozdielne
- PLATNOST:
 - o ak prociky začnú s 0, tak 0 je jediná výstupná možnosť
 - o ak prociky začnú s 1 a všetky spravy sú dorucené, potom 1 je jediná možnosť výstupná možnosť
- UKONCENIE: všetky procesory sa rozhodnú

Druhý bod je iba jeden z mnohých, dá sa to definovať aj inak (užitočnejšie pre niektoré prípady). Vo všeobecnosti ide o to, aby dohoda (výstup) bola *rozumná*. Zadefinovať podmienky sú dosť slabé – napr. ak jeden procik začne s 1 tak je povolená dohoda 1.

Veta: nech G je graf z dvoma uzlami, prepojených jednou linkou. Neexistuje žiadny algoritmus riešiaci problém koordinovaného útoku (dohody) na grafe G .

Dokaz: obrátene.TODO

Tato veta ukazuje základnú limitáciu distribuovaných systémov. Avšak v reálnom svete musíme problém dohody riešiť (napr. COMMIT v distribuovaných databázach).

Problem koordinovaného útoku – Nahodná Verzia

Jedným z riešení fundamentalného problému DS je brat v úvahu pravdepodobnosť straty spravy a nechať proces deterministicky. Iným je použiť znahodnenie pripustajúc istú možnosť porušenia podmienok. Pozrime sa na to bližšie:

Každý z n procesorov začína so vstupom $\{0,1\}$. Predpokladajme, že proces skončí po konečnom počte krokov $R \geq 1$ alebo inak – v kole R je procesík nútený rozhodnúť sa buď 0 alebo 1.

Cieľ je taký istý ako v predchádzajúcom, akurát sme si problém trochu oslabili – pripustíme (s relatívne malou pravdepodobnosťou – označíme ju E) chyby.

Formálne: komunikačný vzor bude podmnožina množiny $M = \{(i,j,k) : (i,j) \text{ je hrana, } k > 0\}$. Je to kvázi formálne zapísaná komunikácia medzi procesíkmi (vzor je množina trojíc!). Dobrý komunikačný vzor je taký, kde $k \leq R$. Znamená, že procesík i poslal spravu do procesíka j v k -tom kole – úspešne.

Definujeme protivníka B , ktorý sa nám bude snažiť situáciu na grafe čo najviac stážiť. Pre neho definujeme PR^B pravdepodobnostnú funkciu. Preformulujeme teraz problém koordinovaného útoku:

- SUHLAS: pre každého protivníka B : $PR^B \leq E$
- PLATNOST: to isté čo predtým
- Nepotrebuje podmienku ukončenia, lebo predpokladáme, že všetky procesíky skončia do r -kol

Úloha: najst algoritmus s čo najmenšou hodnotou E a dokázať, že to lepšie nevyhájime.

Algoritmus

Zjednodušíme si úlohu a predpokladajme kompletný graf o n vrchoch. Pre tento prípad si popíšeme algoritmus, ktorý slápe pri rovnosti $E = 1/r$.

Definujeme reflexívne čiastočné usporiadanie komunikačného vzoru ako \leq kde

1. $(i,k) \leq (i,K)$ ak $0 \leq k \leq K$ (informačný tok jedného procesu)
2. máme (i,j,k) potom $(i,k-1) \leq (j,k)$ (tok z sendera do receivera)
3. $(i,k) \leq (i,K)$ a $(i,K) \leq (ii,KK)$ potom $(i,k) \leq (ii,KK)$ (tranzitivita)

Pomocou tohto usporiadania si budeme pre každý procesík držať level (ten definujeme rekurzívne, začína sa na 0). Každý procesík začína na levely 0. ak pociťuje, že všetci sú už na 0, prejde na 1. Atd.

Plati, že rozdiel v leveloch všetkých procesíkov je ± 1 . V prípade, že sú všetky spravy doručené, level má hodnotu počtu kol.

Idea algoritmu RANDOM_ATTACK je nasledovna:

Kazdy procesor si bude uchovavat svoj level. Procik #1 vygeneruje KLUC – rahodne cele cislo z intervalu $[1..r]$. tato hodnota je pribalena ku vsetkym spravam. Rovnako vstupna hodnota procika je pribalena k spravam.

Po r kolach sa kazdy proces rozhodne 1, ak vypocitany level je aspon taky velky ako KLUC a vie, ze vsetky prociky mali za vstup 1. Ak nejaka linka zlyhala, level procesora sa nezvysi, lebo nedostal info o leveloch od vsetkych procikov (mame Kn graf).

Veta: RANDOM_ATTACK vyriesi problem znahodnenej verzie koordinovaneho utoku pre $E=1/r$

Veta hovorí, že pravdepodobnosť, že prociky sa nezhodnú je E . Rovnako vieme, že rozdiely v hodnotách levelov sú ± 1 . Preto pre vhodne zvolenú kluc, buď všetky prociky budú buď vyššie level ako kluc, vtedy sa rozhodnú 1, alebo budú mať level menší, vtedy sa rozhodnú 0. S pravdepodobnosťou E zvolíme taký KLUC, že niektoré prociky si zvolia 1 a iné 0.

4 Dohoda v distribuovaných systémoch so zlyhaniami procesorov

V dalsom budeme rozoberat 2 mozne zlyhanie procesorov:

- zastavenie: chybný procesor zastane a nič ďalej nerobí
- byzantínska chyba: procesor sa môže správať úplne nepredvídateľne

Problém dohody: procesory začínajú so vstupmi z množiny V . Všetky správne procesory vyprodukujú výstup z rovnakej množiny V .

Podmienka platnosti: Ak všetky procesory začínajú s hodnotou v jediná možná výstupná hodnota (dohoda) je tiež v .

Počet chybných procesorov ohraničíme konštantným číslom f .

Sieť budeme reprezentovať neorientovaným grafom o n vrchoľoch, pričom každý procesor pozná celý graf. Používame *synchronný* model, v ktorom limitovaný počet (f) procesorov môže zlyhať.

Predpokladáme, že linky sú 100% spoľahlivé.

Model so zastavením procesora

Podmienky pre dohodu:

- SUHLAS: žiadne 2 procesory sa nerozhodnú pre inú hodnotu
- PLATNOST: ak procesory začínajú so vstupom v , potom v je jediná možnosť výstupu
- UKONCENIE: všetky korektné procesory sa niekedy rozhodnú

Model s byzantínskymi procesormi

V tomto modeli procesor môže nie len zastaviť, ale môže sa začať správať nepredvídateľne.

Podmienky pre dohodu:

6. žiadne 2 *korektné* procesory sa nerozhodnú pre inú hodnotu
7. ak všetky *korektné* procesory začínajú so vstupom v , potom v je jediná možnosť výstupu pre *korektné* procesory
8. všetky korektné procesory sa niekedy rozhodnú

Vstah medzi Byzantínskym problémom a problémom zastavenia: Algoritmus, ktorý rieši Byzantínsky problém automaticky *nerieši* aj problém zastavenia. Vyplýva to z definície podmienky SUHLASU. V prípade zastavenia sa musia rozhodnúť pre rovnakú hodnotu všetky procesory, aj tie, ktoré medziasom zastavia. Ak by sme nahradili podmienku SUHLASU v probléme zastavenia Byzantínskou, implikácia by platila. Alebo, ak sa všetky korektné procesory v Byzantínskom algoritme vždy rozhodnú naraz, tak je to tiež OK.

Algoritmy pre STOP-CHYBY

Predpokladame kompletny n-vrcholovy graf.

BASIC ALG – FLOODSET

Jednoduchy algoritmus, ktory broadcastuje vsetky hodnoty, ktore kedy videl. Kazdy procik spravuje pole W (podmnozina V , V =vstupne hodnoty). Na zaciatku W obsahuje iba hodnotu vstupu W . V kazdom z $f+1$ kol, kazdy procik spravi broadcast W . A do W si prida vsetky hodnoty, ktore prijal. Po $f+1$ kolach aplikujeme nasledujuce pravidlo: Ak W obsahuje jeden prvok, tak ten je vystupom. Inak sa procik rozhodne pre v_0 (v_0 = defaultna vstupna hodnota v mnozine V).

ZLOZITOST algoritmu

Cas: $f+1$ kol

Spravy: $O((f+1)n^2)$

EIG Algoritmy (Exponential Information Gathering)

V tomto type algoritmov si procesory posielaju spravy, ktore si potom ukladaju v datovej strukture zvanej *EIG strom*. Na konci sa rozhodnu podla rozhodovacieho pravidla, ktore aplikujeme na hodnoty zaznamenane v strome.

EIG strom pozostava z urovni $0 \dots (F+1)$; Root ma prazdny string “lambda” a kazdy otec na k -tej urovni ma $n-k$ synov.

EIG algoritmy su vo vseobecnosti narocne co do poctu poslanych bitov (sprav) po sieti, aj co do poctu lokalneho ulozenia priestoru. Touto datovou strukturu vsak vieme riesit Byzantinsku dohodu.

EIG Stop ALGORIMUS

Kazdy procik bude mat vlastny EIG strom. Kazdy vrchol si bude drzat 2 udaje: meno (x), hodnotu ($v=\text{val}(x)$). Algoritmus pracuje v $F+1$ krokoch (0-ty krok je inicializacia vstupov do stromu). Procesory si budu posielat informacie – co vedia o vstupoch vsetkych procesorov (predpokladajme, ze procesor moze poslat spravu aj sam sebe kvoli jednoduchosti).

Na zaciatku kazdy procesor posle vsetkym svoj vstup. V dalsich k -kolach bude procesor i posielat dvojice (x,v) , pricom x je menovka na $k-1$ urovni neobsahujuca i . Procesor j prijme od i dvojicu $(i_1..i_k, w)$ a bude vediet, ze i_k mu povedal, ze i_{k-1} povedal i_k , ze ... i_1 povedal i_2 , ze jeho vstup je w . Takto sa procesory metodu “ukecanych babiek na trhu” dozvedia o vstupoch procesorov (aj chybných, ktore svoj vstup stihli povedat iba niektorým procikom – nevadi, nevadiiii, ved ostatni sa to od nich dozvedia). Do vrchola, kde maju byt udaje od chybného procesora za bude zapisovat NULL (ak mi ten procik nic nepovedal).

Na konci $F+1$ kroku aplikujeme rozhodnutie – označme W množninu všetkých hodnôt v strome. Ak W je jednoprvková množina (všetci mali rovnaký vstup) tak ako výstup zvolíme túto hodnotu v . Inak zvolíme v_0 (nejaká default z množiny vstupných hodnôt V). Teda ak zlyhal ktorýkoľvek procik a dostali sme niekde null, tak sa o tom všetci isto dozvedia (v tom $F+1$ kole najhoršie). Chybný procik mohol mať na vstupe nejakú inú hodnotu, preto

sa vsetci musia rozhodnut pre default v0 hodnotu aby sme zachovali 2. podmienku dohody – platnosť.

ZLOZITOST algoritmu

Cas: $f+1$ kol

Spravy: $O((f+1)n^2)$

Algoritmy pre Byzantinske chyby

Rovnako uvazujeme Kn graf a navyse predpokladame, ze $n > 3f$ (pocet procesorov je 3x vacsi ako chybujucich). *Byzantinska dohoda* je komplikovanejsia ako dohoda pri *zastaveni*. Konkrétne: 3 procesy nedokazu vyriesit problem byz. dohody, ak je i co 1 z nich byzantinsky (dokaz vid. obrazky v slovenskych scriptach).

EIG Algoritmus pre Byzantinsku dohodu (EIG –Byz)

Predpoklad $n > 3f$. Algoritmus pouziva rovnaku datovu strukturu – EIG strom ako algoritmus EIG-Stop.

Strategia propagovania informacii je rovnaka – az na to, ze chybnu spravu si bude procesor opravovat tak, aby vyzerala zmysluplne. Rozhodovacie pravidlo bude ine, pretoze niektore procesory si mozu vymyslat a tak korektne procesory tieto chyby musia dako zamaskovat.

Procesory posielaju spravy rovnako ako EIG-Stop, $F+1$ kol az na nasledujuce vynimky:

4. ak dostane spravu koja je uplne nezmyselna (garbage, duplicitne hodnoty) tak tuto spravu jednoducho zahodi. Tvari sa ako keby od toho procika nic nedostal.
5. na konci kola $f+1$ kazdy procesor nahradi vsetky hodnoty NULL vo vrcholoch EIG stromu hodnotou v0 (default vstup).

Aby sa procesor spravne rozhodol, priradi kazdemu vrcholu este jednu hodnotu. Bude postupovat od listov ku korenu:

6. pre kazdy list s menom x priradi $\text{newval}(x) = \text{val}(x)$
7. vsetkym ostatnym vrcholom s menom x priradi $\text{newval}(x)$ definovanu nasledovne: newval bude jednoznacna vacsina hodnot deti vrchola, koja je z V (mnozina vstupov)
8. ak neexistuje vacsina tak priradi v0

Procesor i sa rozhodne nakoniec pre $\text{newval}(\text{root})$

Narocnost: CAS: $F+1$ **SPRAVY:** $O((F+1)n^2)$

TurpinCoan Algoritmus pomocou Binarnej Byzantinskej Dohody

Pomocou tohto algoritmu pre mozny vstup obmedzeny na $\{0,1\}$ sa da riesit vseobecny problem Byzantinskej dohody (2 kola navyse, $2n^2$ sprav navyse). Tymto dokazeme usetrit vela bitov v prenose po sieti, pretoze nemusime prenasat cele hodnoty, ale staci nam jeden bit.

ALGORITMUS:

Kazdy procik ma 4 premenne: x, y, z a *hlasuj*. x je inicializovana hodnotou vstupu.

Kolo 1: kazdy procesor i posle svoj vstup (premenna x) vsetkym ostatnym (aj sebe). Po prijati vsetkych sprav: ak prislo $\geq n-f$ nejakej hodnoty $z \in V$ (vstupu) tak si y nastavi na v , inak na null.

Kolo 2: kazdy procesor posle vsetkym (aj sebe) hodnotu y . Ak dostane $\geq n-f$ sprav nejakej hodnoty, tak nastavi *hlasuj* na 1, inak na 0. Zaroven do z nastavi spominanu vacsinovu hodnotu (ak su vsetky spravy null tak z zostava nedefinovane).

Kolo r : procesor spusti *proceduru* binarnej byzantinskej dohody, ako vstup pouziva obsah premennej *hlasuj*. Ak sa procesor rozhodne pre 1 a premenna z je definovana, potom finalne rozhodnutie je z . Inak v_0 .

Zlozitost:

Cas: $r+2$, kde r je pocet kol binarnej procedury

Spravy: to co binarna procedura $+2n^2$ sprav.