

## 0.1 Lecture 5: nepovinné cvičenia

Riešenie nasledujúcich úloh je dobrovoľné. Pomôže vám overiť si, či problematike dostatočne rozumiete.

V týchto cvičeniach niektoré sú a niektoré nie sú označené hviezdíčkou ( $\star$ ). Tie, ktoré sú označené, sú ťažšie. Tým ostatným treba určite rozumieť.

1. Z definície dokážte primitívnu rekurzívnu nasledujúcich zaujímavých funkcií:

- $hop(x) = 47x + 74$
- $sgn(x) = \begin{cases} 0 & \leftarrow x = 0 \\ 1 & \leftarrow \text{inak} \end{cases}$
- $\overline{sgn}(x) = \begin{cases} 1 & \leftarrow x = 0 \\ 0 & \leftarrow \text{inak} \end{cases}$
- $diff(x, y) = |x - y|$ .
- $max(x, y)$
- $median(x, y, z)$
- $rovnasa(x, y) = \begin{cases} 1 & \leftarrow x = y \\ 0 & \leftarrow \text{inak} \end{cases}$
- $fact(x) = x!$
- ( $\star$ )  $zvyšok(x, y) = \begin{cases} x \bmod y & \leftarrow y > 0 \\ 0 & \leftarrow \text{inak} \end{cases}$

2. Dokážte: Každý polynóm  $p(x)$ , ktorého koeficienty sú prirodzené čísla, je primitívne rekurzívny.

3. ( $\star$ ) Dokážte alebo vyvráťte: K ľubovoľnému polynómu  $p(x)$  s celočíselnými (potenciálne aj zápornými!) koeficientami existuje primitívne rekurzívna funkcia  $f_p$  taká, že  $\forall n \in \mathbb{N} : f_p(n) = \max(0, p(n))$ .