

Оглавление

1	Графы	2
1.1	Задача о назначениях	2

Глава 1

Графы

Алгоритм (построения минимального вершинного покрытия).

1. Строим максимальное паросочетание \bar{N}
2. Повторяем последнюю операцию и строим путь $X(\bar{N}) \rightarrow Y(\bar{N})$, помечаем все вершины, которые встречаем в процессе
3. Строим вершинное покрытие V :
Берём по одной вершине от каждой помеченной дуги
Как выбрать вершину:
 - Если левая вершина не помечена, берём её
 - Если правая помечена, берём её

1.1 Задача о назначениях

Задача. Есть n претендентов на n должностей

Задано $C[i, j] \geq 0$ – убыток, который принесёт i -й претендент на j -й должности

Нужно минимизировать суммарный убыток

Алгоритм.

1. Спуск до нуля по строкам и столбцам. Получаем матрицу A
2. Строим двудольный граф $G = \langle N \cup N, E \rangle : (i, j) \in E \iff a_{ij} = 0$
3. Ищем максимальное паросочетание \bar{N} и минимальное вершинное покрытие $V = M'_1 \cup M'_2$, где M'_1 из левой части, и M'_2 – из правой
4. Если $|\bar{N}| = n$, то \bar{N} – назначение, алгоритм заканчивается
5. Ищем $\lambda = \min \{ a_{ij} \mid i \notin M'_1, j \notin M'_2 \}$
6.
 - Прибавляем λ к строкам M'_1
 - Вычитаем λ из столбцов $M_2 \setminus M'_2$
7. Возвращаемся на 1