*

Оглавление

Глава 1

Теория функции комплексной переменной

Косплексная плоскость $\mathbb{C}$ является метрическим пространством, поскольку $|z| = \sqrt{x^2 + y^2} = \|(x, y)\|_{R^2}$, если $z = x + iy$. Поэтому определны понятия точки сгущения множества и предела функции:

Определение 1. c является *точкой сгущения* множетсва $E \subset \mathbb{C}$, если

$$\forall \delta > 0 \quad \exists z \in E \setminus \{ c \} : \quad |z - c| < \delta$$

Определение 2.

$$f(z) \xrightarrow[z \to c]{} A \in \mathbb{C} \iff \forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 : \quad \forall z \in E \setminus \{ c \} : |z - c| < \delta \qquad |f(z) - c| < \varepsilon$$

Для $w = u + iv$ полагаем $\mathfrak{Re}\, w = u, \quad \mathfrak{Im}\, w = v, \quad \overline{w} = u - iv$. Множеству $x + i \cdot 0$ соспоставим $\mathbb{R}$. Полагаем, что $i \cdot 0 = 0$, и $\mathbb{R} \subset \mathbb{C}$.

Утверждение 1. Если $u(z) = \mathfrak{Re}\, f(z), \quad v(z) = \mathfrak{Im}\, f(z)$, то

$$f(z) \xrightarrow[z \to c]{} A \iff \begin{cases} u(z) \xrightarrow[z \to c]{} \mathfrak{Re}\, A \\ v(z) \xrightarrow[z \to c]{} \mathfrak{Im}\, A \end{cases}$$

Из свойств функций нескольких переменных получаем:

$$f(z) \xrightarrow[z \to c]{} A \in \mathbb{C} \implies \exists \delta > 0, \ M > 0 : \quad \forall z \in E \setminus \{ c \} : |z - c| < \delta \qquad |f(z)| \leq M$$