

Оглавление

1 Поверхности второго порядка	2
-------------------------------	---

Глава 1

Поверхности второго порядка

$$a_{11}x^2 + 2a_{12}xy + a_{22}y^2 + 2a_{23}yz + a_{13}xz + a_{33}z^2 + 2b_1x + 2b_2y + 2b_3z + b_4 = 0$$

Алгоритм.

1. Поворотом избавляемся от a_{12}, a_{13}, a_{23} (докажем позже)

2. Сдвиги:

- Если $a_{11} \neq 0$, то считаем, что $b_1 = 0$

.....

- Если $a_{11} = 0$ и $b_1 \neq 0$, то считаем $b_4 = 0$

.....

- Тут разные типы:

(а) Эллиптический ($a_{11} > 0, a_{22} > 0, a_{33} > 0$)

$$a_{11}x^2 + a_{22}y^2 + a_{33}z^2 + b_4 = 0$$

i. $b_4 < 0$

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1 - \text{эллипсоид}$$

ii. $b_4 = 0$

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 0 - \text{точка}$$

iii. $b_4 > 0$

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = -1 - \text{мнимый эллипсоид}$$

(b) Гиперболический ($a_{11}, a_{22} > 0, a_{33} < 0$) (рис. 1.1a)

Тоже 3 случая, в зависимости от знака b_4 :

i. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$ – однополостный гиперболоид

ii. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 0$ – конус

iii. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = -1$ – двухполостный гиперболоид

(c) Параболический ($a_{33} = 0$) (рис. 1.1b)

i. $b_3 \neq 0, a_{11}, a_{22} \neq 0$ ($\implies b_4 = 0$)

$$a_{11}x^2 + a_{22}y^2 + 2b_3z = 0$$

A. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 2z$ – эллиптический параболоид

B. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 2z$ – гиперболический параболоид

ii. $b_3 = 0$. Нет зависимости от z

- A. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ – эллиптический цилиндр
- B. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 0$ – прямая
- C. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = -1$ – тоже прямая
- D. $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ – гиперболический цилиндр
- E. $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 0$ – пара пересекающихся плоскостей
- F. $y^2 = 2px$ – параболический цилиндр
- G. $\frac{x^2}{a^2} = 1$ – пара параллельных плоскостей
- H. $\frac{x^2}{a^2} = 0$ – плоскость
- I. $\frac{x^2}{a^2} = -1$ – \emptyset



(a) Гиперболический тип

(b) Параболический тип

Рис. 1.1: Классификация