Оглавление

Глава 1

Теория графов

1.1 Дерево кратчайших путей

Задача. $G = \langle M, N \rangle$ – ориентированный, $l(u) \geq 0, \quad u \in N, \quad x_0 \in M$
Требуется построить дерево $\overline{G} = \langle M, N' \rangle$ – дерево от x_0 до всех остальных вершин
Целевая функция: $\sum\limits_{u \in N'} l(u) \to \min$

Алгоритм (двух китайцев).

1. Спуск до нуля
   $\forall \underset{i \neq x_0}{i \in M}$ рассматриваем N_i^+
   $l(\overline{u}) := \min\limits_{u \in N_i^+} l(u)$
   $l(u) := l(u) - l(\overline{u}), \qquad u \in N_i^+$
2. $\forall i \neq x_0$ берём нулевую дугу, $\overline{N}$ ($m - 1$ дуг)
3.
   - Если $\overline{G} = \langle M, \overline{N} \rangle$ – дерево, то конец
   - Иначе:
     (a) Строим диаграмму порядка $D = \langle M_0, N_0 \rangle$ графа $\overline{G}$
     (b) Строим граф $G_1 = \langle M_0, N_0 \cup N_1 \rangle$, где $N_1 \subset N$
     Построение N_1:
       i. Добавляем все дуги
       ii. Если $u = (i, j)$ и $v = (i, j)$, “склеиваем” их, выбирая дугу с наименьшей длиной
     (c) Шаг назад:
     Уже построены $G_0, G_1, ..., G_{k-1}, G_k$, где G_k – дерево
     Хотим вернуться к G_{k-1}:
       i. Возвращаем “стянутый” контур
       ii. Удаляем одну дугу из контура
     Повторяем, пока не вернёмся к G_0

1.2 Сетевой график

$G = \langle N \cup \{ i_0, i_+ \}, E \rangle$
i_0 – начальная работа, i_+ – конечная работа
У каждой работы есть $t(u)$ – время выполнения
Рёбра задают отношения порядка

Определение 1. Сетевой график (в форме работы – вершины) – это граф без контуров, в котором выделены начальная и конечная вершины i_0 и i_+, и любая вершина лежит на пути из i_0 в i_+