

# PROF. PARDALINO E A CONJECTURA DE COLLATZ

Prof. George Lima  
Instituto de Computação  
Departamento de Ciência da Computação  
Universidade Federal da Bahia

21 de setembro de 2023

Prof. Pardalino é um bom professor de matemática, mas se irrita facilmente com seus alunos quando estes fazem barulho demasiado na sala de aula. Ele costuma repreender a turma com exercícios pontuados envolvendo séries, cujos resultados não são facilmente obtidos analiticamente. Como a turma do semestre corrente é muito indisciplinada, prof. Pardalino fez uma avaliação surpresa. Depois de explicar a conjectura de Collatz, ele solicitou o maior valor observado na série de números obtidos pelas seguintes operações:

$$C(n) = \begin{cases} n \div 2 & \text{se } n \text{ é par} \\ 3n + 1 & \text{se } n \text{ é ímpar} \end{cases} \quad (1)$$

Por exemplo, para  $n = 5$ ,  $C(5) = 16$ , o que leva a  $C(16) = 8$  e, conseqüentemente,  $C(8) = 4$ ,  $C(4) = 2$ ,  $C(2) = 1$ . A sequência até o valor 1 é, portanto,  $5 \rightarrow 16 \rightarrow 8 \rightarrow 4 \rightarrow 2 \rightarrow 1$ . Em outras palavras, em cinco passos chegou-se ao menor valor da sequência. E o maior valor observado foi 16. Para  $n = 1$ , nenhum valor é gerado e o único valor observado é 1. A conjectura de Collatz afirma que para qualquer valor inteiro de  $n \geq 0$ , a sequência gerada pela expressão (1) converge para a sequência fechada  $4 \rightarrow 2 \rightarrow 1 \rightarrow 4$ .

Prof. Pardalino solicitou que, para um dado valor de  $n > 0$ , fossem encontrados: (a) em quantos passos a sequência alcançaria o valor 1; e (b) qual o valor máximo observado na sequência.

Mal sabia prof. Pardalino que a turma era composta de excelentes alunos de ILP. Programação de computadores, no entanto, era algo que prof. Pardalino não conhecia. Como ele não havia especificado como queria que as respostas fossem encontradas, cada aluno passou então a codificar o algoritmo relacionado ao cálculo sugerido, retornando rapidamente as respostas, para os vários valores de  $n$  fornecidos. Incrédulo, prof. Pardalino começou a conferir as respostas dadas, o que tomou considerável tempo. Em seguida ele foi obrigado a dar o ponto para todos da turma!

Explique ao prof. Pardalino a solução usada por você para este problema.

## Entrada

A entrada é composta de várias linhas, cada uma contendo um valor de  $n$  ( $1 \leq n \leq 10^7$ ) ou o valor 0, que indica o término dos cálculos.

## Saída

Para cada valor de  $n > 0$  lido, a saída é dada por  $k$  e  $m$ , representando, respectivamente, o número de valores gerados na sequência até alcançar o valor 1 e o máximo valor observado durante a geração.

## Exemplo

Entrada	Saída
1	0 1
16	4 16
26	10 40
27	111 9232
101011	97 454552
101014	97 227284
0	