

Algoritmos y Estructuras de Datos II

Departamento de Computación
Facultad de Ciencias Exactas y Naturales
Universidad de Buenos Aires

Trabajo Práctico II

Diseño

Grupo De TP Algo2

Integrante	LU	Correo electrónico
Fernando Castro	627/12	fernandoarielcastro92@gmail.com
Philip Garrett	318/14	garrett.phg@gmail.com
Gabriel Salvo	564/14	gabrielsalvo.cap@gmail.com
Bernardo Tusó	792/14	btuso.95@gmail.com

Reservado para la cdra

Instancia	Docente	Nota
Primera entrega		
Segunda entrega		

Índice

1. Modulo Coordenada	3
1.0.1. Representación de Mapa	4
1.0.2. Invariante de Representación	4
1.0.3. Función de Abstracción	4
2. Modulo Mapa	6
2.0.4. Representación de Mapa	6
2.0.5. Invariante de Representación	6
2.0.6. Función de Abstracción	7
3. Modulo Juego	10
3.0.7. Representación de Juego	12
3.0.8. Invariante de Representación	12
3.0.9. Función de Abstracción	13
3.1. Algoritmos	13
4. Modulo Diccionario Matriz($coord$, σ)	20
4.0.1. Especificacion de las operaciones auxiliares utilizadas en la interfaz	22
5. Módulo Cola de mínima prioridad(α)	25
5.1. Especificación	25
5.2. Interfaz	26
5.2.1. Operaciones básicas de Cola de mínima prioridad	26
5.3. Representación	26
5.3.1. Representación de colaMinPrior	26
5.3.2. Invariante de Representación (Rehacer con nueva estructura)	27
5.3.3. Función de Abstracción	27
5.4. Algoritmos	27
6. Módulo Diccionario String(α)	31
6.1. Interfaz	31
6.1.1. Operaciones básicas de Diccionario String(α)	31
6.1.2. Operaciones Básicas Del Iterador	32
6.1.3. Representación de Diccionario String(α)	34
6.1.4. Invariante de Representación	34
6.1.5. Función de Abstracción	35
6.2. Algoritmos	35

1. Modulo Coordenada

Interfaz

usa: NAT, BOOL.

se explica con: COORDENADA.

generos: `coor`.

CREARCOOR(**in** $x : \text{Nat}$, **in** $y : \text{Nat}$) $\rightarrow res : \text{coor}$

Pre $\equiv \{\text{true}\}$

Post $\equiv \{res =_{\text{obs}} \text{crearCoor}(x, y)\}$

Complejidad: $\Theta(1)$

Descripción: Crea una nueva coordenada

LATITUD(**in** $c : \text{coor}$) $\rightarrow res : \text{Nat}$

Pre $\equiv \{\text{true}\}$

Post $\equiv \{res =_{\text{obs}} \text{latitud}(c)\}$

Complejidad: $O(1)$

Descripción: Devuelve la latitud de la coordenada pasada por parametro

LONGITUD(**in** $c : \text{coor}$) $\rightarrow res : \text{Nat}$

Pre $\equiv \{\text{true}\}$

Post $\equiv \{res =_{\text{obs}} \text{longitud}(c)\}$

Complejidad: $O(1)$

Descripción: Devuelve la longitud de la coordenada pasada por parametro

DISTEUCLIDEA(**in** $c1 : \text{coor}$, **in** $c2 : \text{coor}$) $\rightarrow res : \text{Nat}$

Pre $\equiv \{\text{true}\}$

Post $\equiv \{res =_{\text{obs}} \text{distEuclidea}(c1, c2)\}$

Complejidad: $O(1)$

Descripción: Devuelve la distancia euclidea entre las dos coordenadas

COORDENADAARRIBA(**in** $c : \text{coor}$) $\rightarrow res : \text{coor}$

Pre $\equiv \{\text{true}\}$

Post $\equiv \{res =_{\text{obs}} \text{coordenadaArriba}(c)\}$

Complejidad: $O(1)$

Descripción: Devuelve la coordenada de arriba

COORDENADAABAJO(**in** $c : \text{coor}$) $\rightarrow res : \text{coor}$

Pre $\equiv \{\text{latitud}(c) > 0\}$

Post $\equiv \{res =_{\text{obs}} \text{coordenadaAbajo}(c)\}$

Complejidad: $O(1)$

Descripción: Devuelve la coordenada de abajo

COORDENADAALADERECHA(**in** $c : \text{coor}$) $\rightarrow res : \text{coor}$

Pre $\equiv \{\text{true}\}$

Post $\equiv \{res =_{\text{obs}} \text{coordenadaALaDerecha}(c)\}$

Complejidad: $O(1)$

Descripción: Devuelve la coordenada de la derecha

COORDENADAALAIZQUIERDA(**in** $c : \text{coor}$) $\rightarrow res : \text{coor}$

Pre $\equiv \{\text{longitud}(c) > 0\}$

Post $\equiv \{res =_{\text{obs}} \text{coordenadaALaIzquierda}(c)\}$

Complejidad: $O(1)$

Descripción: Devuelve la coordenada de la izquierda

Representación

1.0.1. Representación de Mapa

Coordenada se representa con `estr`

donde `estr` es `tupla(la: Nat , lo: Nat)`

1.0.2. Invariante de Representación

`Rep : estr → bool`

`Rep(e) ≡ true ⇔ true`

1.0.3. Función de Abstracción

`Abs : estr e → coor`

$\{\text{Rep}(e)\}$

`Abs(e) ≡ (∀c: coor) e.la = latitud(c) ∧ e.lo = longitud(c)`

Algoritmos

Trabajo Práctico II Algoritmos del modulo

iCrearCoor(`in x: Nat, in y: Nat`) → `res: coor`

1: `res.la ← x`

▷ $\Theta(1)$

2: `res.lo ← y`

▷ $\Theta(1)$

Complejidad: $\Theta(1)$

iLatitud(`in c: coor`) → `res: Nat`

1: `res ← c.la`

▷ $\Theta(1)$

Complejidad: $\Theta(1)$

iLongitud(`in c: coor`) → `res: Nat`

1: `res ← c.lo`

▷ $\Theta(1)$

Complejidad: $\Theta(1)$

iDistEuclidea(in $c1 : \text{coor}$, in $c2 : \text{coor}$) $\rightarrow res : \text{Nat}$

```

1: rLa  $\leftarrow 0$   $\triangleright \Theta(1)$ 
2: rLo  $\leftarrow 0$   $\triangleright \Theta(1)$ 
3: if  $c1.la > c2.la$  then  $\triangleright \Theta(1)$ 
4:   rLa  $\leftarrow ((c1.la - c2.la) \times (c1.la - c2.la))$   $\triangleright \Theta(1)$ 
5: else
6:   rLa  $\leftarrow ((c2.la - c1.la) \times (c2.la - c1.la))$   $\triangleright \Theta(1)$ 
7: end if
8: if  $c1.lo > c2.lo$  then  $\triangleright \Theta(1)$ 
9:   rLo  $\leftarrow ((c1.lo - c2.lo) \times (c1.lo - c2.lo))$   $\triangleright \Theta(1)$ 
10: else
11:   rLo  $\leftarrow ((c2.lo - c1.lo) \times (c2.lo - c1.lo))$   $\triangleright \Theta(1)$ 
12: end if
13:  $res \leftarrow (rLa + rLo)$   $\triangleright \Theta(1)$ 

```

Complejidad: $\Theta(1)$

iCoordenadaArriba(in $c : \text{coor}$) $\rightarrow res : \text{coor}$

```

1:  $res \leftarrow iCrearCoor(c.la + 1, c.lo)$   $\triangleright \Theta(1)$ 

```

Complejidad: $\Theta(1)$

iCoordenadaAbajo(in $c : \text{coor}$) $\rightarrow res : \text{coor}$

```

1:  $res \leftarrow iCrearCoor(c.la - 1, c.lo)$   $\triangleright \Theta(1)$ 

```

Complejidad: $\Theta(1)$

iCoordenadaALaDerecha(in $c : \text{coor}$) $\rightarrow res : \text{coor}$

```

1:  $res \leftarrow iCrearCoor(c.la, c.lo + 1)$   $\triangleright \Theta(1)$ 

```

Complejidad: $\Theta(1)$

iCoordenadaALaIzquierda(in $c : \text{coor}$) $\rightarrow res : \text{coor}$

```

1:  $res \leftarrow iCrearCoor(c.la, c.lo - 1)$   $\triangleright \Theta(1)$ 

```

Complejidad: $\Theta(1)$

2. Modulo Mapa

Interfaz

usa: NAT, BOOL, COORDENADA, CONJ(α).

se explica con: MAPA.

generos: map.

CREARMAPA() $\rightarrow res : \text{Mapa}$

Pre $\equiv \{\text{true}\}$

Post $\equiv \{res =_{\text{obs}} \text{crearMapa}()\}$

Complejidad: $O(1)$

Descripción: Crea un nuevo mapa

AGREGARCOORDENADA(**in/out** $m : \text{map}$, **in** $c : \text{coor}$) $\rightarrow res : \text{itConj}(\text{coor})$

Pre $\equiv \{m =_{\text{obs}} m_0\}$

Post $\equiv \{m =_{\text{obs}} \text{agregarCoor}(c, m_0)\}$

Complejidad: $\Theta \left(\sum_{c' \in \text{coordenadas}(m)} \text{equal}(c, c') \right)$

Descripción: Agrega una coordenada al mapa y devuelve el iterador a la coordenada agregada. Su complejidad es la de agregar un elemento al conjunto lineal.

COORDENADAS(**in** $m : \text{map}$) $\rightarrow res : \text{itConj}(\text{coor})$

Pre $\equiv \{\text{true}\}$

Post $\equiv \{res =_{\text{obs}} \text{coordenadas}(m)\}$

Complejidad: $O(1)$

Descripción: Devuelve un iterador al conjunto de coordenadas del mapa

POSEXISTENTE(**in** $c : \text{coor}$, **in** $m : \text{map}$) $\rightarrow res : \text{Bool}$

Pre $\equiv \{\text{true}\}$

Post $\equiv \{res =_{\text{obs}} \text{posExistente}(c, m)\}$

Complejidad: $\Theta \left(\sum_{c' \in \text{coordenadas}(m)} \text{equal}(c, c') \right)$

Descripción: Devuelve verdadero si la coordenada esta en el conjunto de coordenadas del mapa

HAYCAMINO(**in** $c1 : \text{coor}$, **in** $c2 : \text{coor}$, **in** $m : \text{map}$) $\rightarrow res : \text{Bool}$

Pre $\equiv \{c1 \in \text{coordenadas}(m) \wedge c2 \in \text{coordenadas}(m)\}$

Post $\equiv \{res =_{\text{obs}} \text{hayCamino}(c1, c2, m)\}$

Complejidad: $\Theta(1)$

Descripción: Devuelve verdadero si existe un camino entre ambas coordenadas

Representación

2.0.4. Representación de Mapa

Mapa se representa con **estr**

donde **estr** es $\text{tupla}(\text{coordenadas: ConjLineal}, \text{ancho: Nat}, \text{secciones: DiccMat}(\text{coor}, \text{Nat}))$

2.0.5. Invariante de Representación

1. El ancho del mapa es igual al maximo del primer elemento de las coordenadas

Rep : estr \rightarrow bool

Rep(e) \equiv true \iff (e.anchos = Max($campo_2$ (coordenadas)) \wedge ($\forall c : coor$) $c \in e.coordenadas \Rightarrow_L$ def?($c, e.secciones$))

2.0.6. Función de Abstracción

Abs : estr $e \rightarrow$ mapa

{Rep(e)}

Abs(e) \equiv ($\forall m : Mapa$) e.coordenadas = coordenadas(m)

Algoritmos

Trabajo Práctico II Algoritmos del modulo

iCrearMapa() $\rightarrow res : Mapa$

1: $res.coordenadas \leftarrow Vacio()$

\triangleright La complejidad es la de crear el Conjunto Lineal vacio $\Theta(1)$

Complejidad: $\Theta(1)$

iAgregarCoordenada(in/out $m : map$, in $c : coor$) $\rightarrow res : itConj(coor)$

1: $largo \leftarrow Largo(m)$

$\triangleright \Theta(Cardinal(m.coordenadas))$

2: $ancho \leftarrow Ancho(m)$

$\triangleright \Theta(Cardinal(m.coordenadas))$

3: $m.secciones \leftarrow CrearArreglo(largo * ancho)$

$\triangleright \Theta(largo * ancho)$

4: $res \leftarrow Agregar(m.coordenadas, c)$

$\triangleright \Theta \left(\sum_{c' \in coordenadas(m)} equal(c, c') \right)$

$\triangleright \Theta(1)$

5: $seccion \leftarrow 0$

6: $itCoor \leftarrow CrearIt(m.coordenadas)$

$\triangleright \Theta(1)$

7: **while** HaySiguiete(itCoor) **do**

$\triangleright \Theta(Cardinal(m.coordenadas))$

8: $coord \leftarrow Siguiete(itCoor)$

$\triangleright \Theta(1)$

9: Avanzar(it)

$\triangleright \Theta(1)$

10: **if** $\neg(Definido?(m.secciones, coord))$ **then**

$\triangleright \Theta(1)$

11: DefinirSeccion($m, coord, seccion$)

$\triangleright \Theta(Cardinal(m.coordenadas))$

12: $seccion \leftarrow seccion + 1$

$\triangleright \Theta(1)$

13: **end if**

14: **end while**

Complejidad: $\Theta(Ancho(m) * Largo(m) + Cardinal(m.coordenadas)^2)$

Justificación: $\Theta(Ancho(m) * Largo(m))$ es mayor o igual que $\Theta(Cardinal(m.coordenadas))$ y el costo de Agregar un elemento a un conjunto lineal. El While tiene complejidad $\Theta(Cardinal(m.coordenadas))$ dentro, y dentro se llama a una funcion con la misma complejidad, luego, por algebra de complejidad, es $\Theta(Ancho(m) * Largo(m) + Cardinal(m.coordenadas)^2)$

iDefinirSeccion(in/out $m : \text{map}$, in $c : \text{coord}$, in $i : \text{nat}$)

```

1: if  $\neg(\text{Definido?}(m.\text{secciones}, c)) \wedge \text{PosExistente}(c, m)$  then
2:    $\text{Definir}(m.\text{secciones}, c, i)$ 
3:    $\text{DefinirSeccion}(m, \text{CoordenadaArriba}(c), i)$ 
4:    $\text{DefinirSeccion}(m, \text{CoordenadaALaDerecha}(c), i)$ 
5:   if  $\text{Latitud}(c) > 0$  then
6:      $\text{DefinirSeccion}(m, \text{CoordenadaAbajo}(c), i)$ 
7:   end if
8:   if  $\text{Longitud}(c) > 0$  then
9:      $\text{DefinirSeccion}(m, \text{CoordenadaALaIzquierda}(c), i)$ 
10:  end if
11: end if

```

$\triangleright \Theta \left(\sum_{c' \in \text{coordendas}(m)} \text{equal}(c, c') \right)$
 $\triangleright \Theta(1)$
 $\triangleright \Theta(\text{Cardinal}(m.\text{coordenadas}))$
 $\triangleright \Theta(\text{Cardinal}(m.\text{coordenadas}))$
 $\triangleright \Theta(1)$
 $\triangleright \Theta(\text{Cardinal}(m.\text{coordenadas}))$
 $\triangleright \Theta(1)$
 $\triangleright \Theta(\text{Cardinal}(m.\text{coordenadas}))$

Complejidad: $\Theta(\text{Cardinal}(m.\text{coordenadas}))$

Justificación DefinirSeccion se llama a si misma recursivamente recorriendo las coordenadas, en el peor caso, recorre todas las coordenadas una vez, luego su complejidad es $\Theta(4 * \text{Cardinal}(m.\text{coordenadas}))$ que se puede simplificar, ya que pertenece a la misma clase. Esta funcion no es cuadratica, ya que usa el diccionario para chequear que no este recorriendo una posicion mas de una vez.

iCoordenadas(in $m : \text{map}$) $\rightarrow res : \text{itConj}(\text{coord})$

```

1:  $res \leftarrow \text{CrearIt}(m.\text{coordenadas})$   $\triangleright$  La complejidad es la de crear un iterador a un conjunto lineal  $\Theta(1)$ 

```

Complejidad: $\Theta(1)$

iPosExistente(in $c : \text{coord}$, in $m : \text{map}$) $\rightarrow res : \text{Bool}$

```

1:  $res \leftarrow \text{pertenece?}(m.\text{coordenadas}, c)$ 

```

$\triangleright \Theta \left(\sum_{c' \in \text{coordendas}(m)} \text{equal}(c, c') \right)$

Complejidad: $\Theta \left(\sum_{c' \in \text{coordendas}(m)} \text{equal}(c, c') \right)$

Justificación: La complejidad es la fijarse que un elemento pertenezca al conjunto lineal.

iHayCamino(in $c1 : \text{coord}$, in $c2 : \text{coord}$, in $m : \text{map}$) $\rightarrow res : \text{bool}$

```

1:  $res \leftarrow (\text{Definido?}(m.\text{secciones}, c1) \wedge \text{Definido?}(m.\text{secciones}, c2)) \wedge_L (\text{Significado}(m.\text{secciones}, c1) = \text{Significado}(m.\text{secciones}, c2))$ 

```

$\triangleright \Theta(1)$

Complejidad: $\Theta(1)$

iAncho(in $m : \text{map}$) $\rightarrow res : \text{nat}$

```

1:  $it \leftarrow \text{CrearIt}(m.coordenadas)$   $\triangleright \Theta(1)$ 
2:  $max \leftarrow 0$   $\triangleright \Theta(1)$ 
3: while HaySiguiente( $it$ ) do  $\triangleright (\#m.coordenadas)$ 
4:   if  $max < \text{campo}_2(it \rightarrow \text{siguiente})$  then  $\triangleright \Theta(1)$ 
5:      $max \leftarrow \text{campo}_2(it \rightarrow \text{siguiente})$   $\triangleright \Theta(1)$ 
6:   end if
7:    $\text{Avanzar}(it)$   $\triangleright \Theta(1)$ 
8: end while

```

Complejidad: $\Theta(\#m.coordenadas)$

iLargo(in $m : \text{map}$) $\rightarrow res : \text{Nat}$

```

1:  $it \leftarrow \text{CrearIt}(m.coordenadas)$   $\triangleright \Theta(1)$ 
2:  $max \leftarrow 0$   $\triangleright \Theta(1)$ 
3: while HaySiguiente( $it$ ) do  $\triangleright (\#m.coordenadas)$ 
4:   if  $max < \text{campo}_1(it \rightarrow \text{siguiente})$  then  $\triangleright \Theta(1)$ 
5:      $max \leftarrow \text{campo}_1(it \rightarrow \text{siguiente})$   $\triangleright \Theta(1)$ 
6:   end if
7:    $\text{Avanzar}(it)$   $\triangleright \Theta(1)$ 
8: end while

```

Complejidad: $\Theta(\#m.coordenadas)$

3. Modulo Juego

Interfaz

usa: MAPA, COORDENADA.

se explica con: JUEGO.

generos: juego.

CREARJUEGO(in m : mapa) $\rightarrow res$: juego

Pre $\equiv \{\text{true}\}$

Post $\equiv \{res =_{\text{obs}} \text{crearJuego}(m_0) \wedge \text{mapa}(res) =_{\text{obs}} m_0\}$

Complejidad: $O((\text{largo}(m) \times \text{ancho}(m)) + \text{copy}(m))$

Descripción: Crea el nuevo juego

AGREGARPOKEMON(in/out j : juego, in c : coor, in p : pokemon) $\rightarrow res$: itConj

Pre $\equiv \{j =_{\text{obs}} j_0 \wedge \text{puedoAgregarPokemon}(c, j_0)\}$

Post $\equiv \{j =_{\text{obs}} \text{agregarPokemon}(p, c, j_0)\}$

Complejidad: $O(|P| + EC * \log(EC))$

Descripción: EC es la maxima cantidad de jugadores esperando para atrapar un pokemon. $|P|$ es el nombre mas largo para un pokemon en el juego

AGREGARJUGADOR(in/out j : juego) $\rightarrow res$: Nat

Pre $\equiv \{j =_{\text{obs}} j_0\}$

Post $\equiv \{j =_{\text{obs}} \text{agregarJugador}(j_0) \wedge res = \#jugadores(j_0) + \#expulsados(j_0)\}$

Complejidad: $O(J)$

Descripción: Agrega el jugador en el conjLineal, el iterador que devuelve el agregar se guarda en un vector donde la posicion es el id del jugador que voy a devolver

CONECTARSE(in/out j : juego, in id : Nat, in c : coor)

Pre $\equiv \{j =_{\text{obs}} j_0 \wedge id \in jugadores(j_0) \wedge \neg \text{estaConectado}(id, j_0) \wedge \text{posExistente}(c, \text{mapa}(j_0))\}$

Post $\equiv \{j =_{\text{obs}} \text{conectarse}(id, c, j_0)\}$

Complejidad: $O(\log(EC))$

Descripción: Conecta al jugador pasado por parametro en la coordenada indicada

DESCONECTARSE(in/out j : juego, in id : Nat)

Pre $\equiv \{j =_{\text{obs}} j_0 \wedge id \in jugadores(j_0) \wedge \text{estaConectado}(id, j_0)\}$

Post $\equiv \{j =_{\text{obs}} \text{desconectarse}(id, j_0)\}$

Complejidad: $O(\log(EC))$

Descripción: Desconecta al jugador pasado por parametro

MOVERSE(in/out j : juego, in id : Nat, in c : coor)

Pre $\equiv \{j =_{\text{obs}} j_0 \wedge id \in jugadores(j_0) \wedge \text{estaConectado}(id, j_0) \wedge \text{posExistente}(c, \text{mapa}(j_0))\}$

Post $\equiv \{j =_{\text{obs}} \text{moverse}(c, id, j_0)\}$

Complejidad: $O((PS + PC) * |P| + \log(EC))$

Descripción: Mueve al jugador pasado por parametro a la coordenada indicada

MAPA(in j : juego) $\rightarrow res$: Mapa

Pre $\equiv \{\text{true}\}$

Post $\equiv \{res =_{\text{obs}} \text{mapa}(j)\}$

Complejidad: $O(\text{copy}(\text{mapa}(j)))$

Descripción: Devuelve el mapa del juego

JUGADORES(in j : juego) $\rightarrow res$: itConj(Jugador)

Pre $\equiv \{\text{true}\}$

Post $\equiv \{res =_{\text{obs}} jugadores(j)\}$

Complejidad: $\Theta(1)$

Descripción: Devuelve un iterador al conjunto de jugadores del juego

ESTACONECTADO(in j : juego, in id : Nat) $\rightarrow res$: Bool

Pre $\equiv \{id \in \text{jugadores}(j)\}$

Post $\equiv \{res =_{\text{obs}} \text{estaConetado}(id, j)\}$

Complejidad: $\Theta(1)$

Descripción: Devuelve si el jugador con id ingresado esta conectado o no

POSICION(**in** $j: \text{juego}$, **in** $id: \text{Nat}$) $\rightarrow res: \text{coor}$

Pre $\equiv \{id \in \text{jugadores}(j) \wedge_L \text{estaConectado}(id, j)\}$

Post $\equiv \{res =_{\text{obs}} \text{posicion}(id, j)\}$

Complejidad: $\Theta(1)$

Descripción: Devuelve la posicion actual del jugador con id ingresado si esta conectado

POKEMONES(**in** $j: \text{juego}$, **in** $id: \text{Nat}$) $\rightarrow res: \text{itConj}(\text{itDiccString})$

Pre $\equiv \{id \in \text{jugadores}(j)\}$

Post $\equiv \{res =_{\text{obs}} \text{pokemons}(id, j)\}$

Complejidad: $\Theta(1)$

Descripción: Devuelve un iterador a la estructura que almacena los punteros a pokemons del jugador del id ingresado

EXPULSADOS(**in** $j: \text{juego}$) $\rightarrow res: \text{itConj}(\text{Jugador})$

Pre $\equiv \{\text{True}\}$

Post $\equiv \{res =_{\text{obs}} \text{expulsados}(j)\}$

Complejidad: $\Theta(1)$

Descripción: Devuelve un iterador al conjunto de jugadores expulsados del juego

POSCONPOKEMONES(**in** $j: \text{juego}$) $\rightarrow res: \text{itConj}(\text{Coor})$

Pre $\equiv \{\text{True}\}$

Post $\equiv \{res =_{\text{obs}} \text{posConPokemons}(j)\}$

Complejidad: $O(1)$

Descripción: Devuelve un iterador al conjunto de coordenadas en donde hay pokemons

POKEMONENPOS(**in** $j: \text{juego}$, **in** $c: \text{Coor}$) $\rightarrow res: \text{itPokemon}$

Pre $\equiv \{c \in \text{posConPokemons}(j)\}$

Post $\equiv \{res =_{\text{obs}} \text{pokemonEnPos}(c, j)\}$

Complejidad: $\Theta(1)$

Descripción: Devuelve un iterador al pokemon de la coordenada dada

CANTMOVIMIENTOSPARACAPTURA(**in** $j: \text{juego}$, **in** $c: \text{Coor}$) $\rightarrow res: \text{Nat}$

Pre $\equiv \{c \in \text{posConPokemons}(j)\}$

Post $\equiv \{res =_{\text{obs}} \text{cantMovimientosParaCaptura}(c, j)\}$

Complejidad: $\Theta(1)$

Descripción: Devuelve la cantidad de movimientos acumulados hasta el momento, para atrapar al pokemon de la coordenada dada

PUEDOAGREGARPOKEMON(**in** $j: \text{juego}$, **in** $c: \text{Coor}$) $\rightarrow res: \text{Bool}$

Pre $\equiv \{\text{True}\}$

Post $\equiv \{res =_{\text{obs}} \text{puedoAgregarPokemon}(c, j)\}$

Complejidad: $\Theta\left(\sum_{c' \in \text{coordendas}(\text{mapa}(j))} \text{equal}(c, c')\right)$

Descripción: Devuelve si la coordenada ingresada es valida para agregar un pokemon en ella

HAYPOKEMONCERCANO(**in** $j: \text{juego}$, **in** $c: \text{Coor}$) $\rightarrow res: \text{Bool}$

Pre $\equiv \{\text{True}\}$

Post $\equiv \{res =_{\text{obs}} \text{hayPokemonCercano}(c, j)\}$

Complejidad: $\Theta(1)$

Descripción: Devuelve si la coordenada ingresada pertenece al rango de un pokemon salvaje

POSPOKEMONCERCANO(**in** $j: \text{juego}$, **in** $c: \text{Coor}$) $\rightarrow res: \text{Coor}$

Pre $\equiv \{\text{hayPokemonCercano}(c, j)\}$

Post $\equiv \{res =_{\text{obs}} \text{posPokemonCercano}(c, j)\}$

Complejidad: $\Theta(1)$

Descripción: Devuelve la coordenada mas del pokemon salvaje del rango siempre y cuando haya uno

ENTRENADORESPOSIBLES(**in** c : coor, **in** es : conjLineal(jugador), **in** j : juego) $\rightarrow res$: itColaPrior(itJugador)
Pre $\equiv \{hayPokemonCercano(c, j) \wedge_L pokemonEnPos(posPokemonCercano(c, j), j).jugadoresEnRango \subseteq jugadoresConectados(c, j)\}$
Post $\equiv \{res =_{obs} entrenadoresPosibles(c, pokemonEnPos(posPokemonCercano(c, j), j).jugadoresEnRango, j)\}$
Complejidad: $O(Cardinal(es))$
Descripción: Devuelve un iterador a los jugadores que estan esperando para atrapar al pokemon mas cercano a la coordenada ingresada

INDICERAREZA(**in** j : juego, **in** p : Pokemon) $\rightarrow res$: Nat
Pre $\equiv \{p \in todosLosPokemons(j)\}$
Post $\equiv \{res =_{obs} indiceRareza(p, j)\}$
Complejidad: $O(|P|)$
Descripción: Devuelve el indice de rareza del pokemon del juego ingresado

CANTPOKEMONESTOTALES(**in** j : juego) $\rightarrow res$: Nat
Pre $\equiv \{true\}$
Post $\equiv \{res =_{obs} cantPokemonsTotales(p)\}$
Complejidad: $\Theta(1)$
Descripción: Devuelve la cantidad de pokemones que hay en el juego

CANTMISMAESPECIE(**in** j : juego, **in** p : Pokemon) $\rightarrow res$: Nat
Pre $\equiv \{true\}$
Post $\equiv \{res =_{obs} cantMismaEspecie(p, pokemons(j), j)\}$
Complejidad: $O(|P|)$
Descripción: Devuelve la cantidad de pokemones de la especie ingresada hay en el juego

Representación

3.0.7. Representación de Juego

Juego se representa con juego

donde juego es tupla($pokemones$: diccString(Nat), $todosLosPokemones$: conjLineal(pokemon) , $jugadores$: conjLineal(jugador) , $expulsados$: conjLineal(jugador) , $jugadoresPorID$: Vector(<itConj(jugador), itColaPrior(jugador)>) , $posicionesPokemons$: DiccAc(coor, itConjLineal(pokemon)) , $mapa$: Mapa)

Jugador se representa con jug

donde jug es tupla(id : Nat, $posicion$: Coordenada , $estaConectado$: Bool , $sanciones$: Nat , $pokeCapturados$: ConjLineal(itDiccString(pokemon)))

Pokemon se representa con poke

donde poke es tupla($tipo$: String, $contador$: Nat , $jugadoresEnRango$: diccHeap<Nat, itConjLineal> , $salvaje$: Bool)

3.0.8. Invariante de Representación

1. La suma de todos los significados de pokemones es igual al cardinales de todosLosPokemones.
2. La suma de la cantidad de jugadores y expulsados es igual a la longitud del vector jugadoresPorID.
3. Para toda coordenada, si esta definida en posicionesPokemons entonces la coordeanda pertenece al mapa.

4. La posicion de todo jugador que pertenezca al conjunto jugadores y este conectado pertenece al mapa.
 5. Para todo pokemon que exista en pokemons y sea salvaje, el conjunto de jugadores que esta esperando para atraparlo pertenece al conjunto jugadores.
 6. Todo jugador que pertenezca a jugadores, este conectado y este esperando para atrapar, esta incluido en el conjunto de jugadores en rango del pokemon al que quiere atrapar.
 7. Los conjuntos jugadores y expulsados son disjuntos.
1. Checkear con significado de trie
 2. $\# e.jugadores + \# e.expulsados = \text{long}(e.jugadoresPorID)$
 3. $(\forall c : \text{coord}) \text{def?}(c, e.posicionesPokemons) \Rightarrow_L j.\text{posicion} \in e.\text{mapa.coordenadas}$
 4. $(\forall j : \text{jug}) j \in e.jugadores \wedge j.\text{estaConectado} \Rightarrow_L j.\text{posicion} \in e.\text{mapa.coordenadas}$
 5. $(\forall p : \text{poke}) (\text{def?}(p, e.pokemons) \wedge p.\text{salvaje}) \Rightarrow_L (\forall it : \text{itJug}) \text{HayMas?}(it) \wedge_L \text{Actual}(it) \in p.jugadoresEnRango \Rightarrow_L \text{Actual}(it) \in e.jugadores$
 6. $(\forall j : \text{jug}) j \in e.jugadores \wedge j.\text{estaConectado} \wedge_L \text{estaParaAtrapar}(j) \Rightarrow_L (\forall p : \text{poke}) \text{def?}(p, e.pokemons) \wedge_L j \in p.jugadoresEnRango$
 7. $(\forall j : \text{jug}) (j \in e.jugadores \Rightarrow_L j \notin e.expulsados) \vee (j \in e.expulsados \Rightarrow_L j \notin e.jugadores)$

3.0.9. Función de Abstracción

$Abs(e) : \text{estre} \rightarrow \text{JugoRep}(e)pGo : \text{Juegotq}e.\text{mapa} = \text{mapa}(pGo)y e.jugadores = jugadores(pGo)y \text{luego}$
 $(\text{Paratodo } j : \text{jugador}) j.\text{pertenece}e.jugadoresimpluego.j.sanciones = sanciones(j, pGo)((j.\text{pertenece}expulsados(pGo)y j.\text{sancione}$
 $10)\text{oluego}(j.\text{pokesCapturados} = pokemons(j, pGo)y j.\text{estaConectado} = \text{estaConectad}(j, pGo))y$
 $y j.\text{estaConectadoimpluego.j.pos} = \text{posicion}(j, pGo)))y$
 $(\text{Paratodo } p : \text{pokemon}) p.\text{pertenece}c.pokemonsimpluego(\text{Paratodo } j : \text{Jugador})$
 $j.\text{pertenece}e.jugadoresyluegoppertenecepokemons(j, pGo)o[(\text{Paratodo } c : \text{coord})$
 $c.\text{pertenece}e.\text{mapa.coordenadasyluegop} = \text{pokemonEnPos}(c, pGo)y \text{cantMovParaCap}(c, pGo)$
 $p.\text{contador}]$

3.1. Algoritmos

iCrearJuego(in $m : \text{Mapa}$) $\rightarrow res : \text{Juego}$

$Juego : j$	$\triangleright O(1)$
$j.pokemons \leftarrow \text{CrearDiccionario}()$	$\triangleright O(1)$
$j.todosLosPokemons \leftarrow \text{Vacio}()$	$\triangleright O(1)$
$j.jugadores \leftarrow \text{Vacio}()$	$\triangleright O(1)$
$j.expulsados \leftarrow \text{Vacio}()$	$\triangleright O(1)$
$j.jugadoresPorID \leftarrow \text{Vacía}()$	$\triangleright O(1)$
$j.posicionesPokemons \leftarrow \text{Vacio}(\text{largo}(m), \text{ancho}(m))$	$\triangleright O(\text{largo}(m) \times \text{ancho}(m))$
$j.mapa \leftarrow m$	$\triangleright O(\text{copy}(m))$
$res \leftarrow j$	$\triangleright O(1)$

Complejidad: $O((\text{largo}(m) \times \text{ancho}(m)) + \text{copy}(m))$

Justificación:

iAgregarPokemon(in/out j : juego), in c : coor), in p : pokemon) $\rightarrow res$: itPokemon

ItColaPrior(itJugador)it $\leftarrow entrenadoresPosibles(j, c)$ $\triangleright O(|I|)$

while *it.HaySiguiente()* **do** $\triangleright O(1)$

Definir(p.jugadoresEnRango, it.Siguiente().id, it.Siguiente()) $\triangleright O(\log(|entrenadoresPosibles|))$

end while

p.salvaje $\leftarrow TRUE$ $\triangleright O(|I|)$

p.contador $\leftarrow 0$ $\triangleright O(|I|)$

j.pokemonsTotales $\leftarrow j.pokemonsTotales + 1$ $\triangleright O(|I|)$

if Definido?(pokemones, p.tipo) **then** $\triangleright O(|P|)$

ItPokemon poke $\leftarrow Obtener(j.pokemones, p.tipo)$ $\triangleright O(|p.tipo|)$

else

ItPokemon poke $\leftarrow Definir(j.pokemones, p.tipo, p)$ $\triangleright O(|p.tipo|)$

end if

res $\leftarrow Definir(j.posicionesPokemon, coord, < poke, true >)$ $\triangleright O(|I|)$

Complejidad: $O(|p.tipo| + |entrenadoresPosibles| * \log(|entrenadoresPosibles|))$ esta mal creo, pero no se que meterle

Justificación: definir, preguntar si esta definido y obtener el pokemon son la longitud del tipo ya que representan una insercion o busqueda en un trie, el ciclo recorre todos los entrenadores posibles, los cuales pertenecen a un conjunto acotado por el rango del pokemon, hay tantos ciclos como entrenadores posibles y por cada uno de ellos hay que definirlo en un heap

iAgregarJugador(in/out j : juego) $\rightarrow res$: Nat

Jugador: jug $\triangleright O(1)$

jug.id $\leftarrow Cardinal(j.jugadores) + Cardinal(j.expulsados)$ $\triangleright O(1)$

jug.estaConectado $\leftarrow false$ $\triangleright O(1)$

jug.sanciones $\leftarrow 0$ $\triangleright O(1)$

jug.pokeCapturados $\leftarrow Vacio()$ $\triangleright O(1)$

jug.posicion $\leftarrow NULL$ $\triangleright O(1)$

itJ $\leftarrow AgregarRapido(j.jugadores, jug)$ $\triangleright O(copy(jug))$

AgregarAtras(j.jugadoresPorID, < itJ, NULL >) $\triangleright O(J)$ Donde J es la cantidad total de jugadores que fueron agregados al juego

res $\leftarrow jug.id$ $\triangleright O(1)$

Complejidad: $O(J)$

Justificación: $O(copy(jug))$ es igual a $O(1)$ ya que solamente es copiar Nat, Bool y un conjunto vacio.

iConectarse(in/out j : juego, in e : Nat, in c : Coor)

tupJug $\leftarrow j.jugadoresPorId[e]$ $\triangleright O(1)$

itJug $\leftarrow tupJug[1]$ $\triangleright O(1)$

jug $\leftarrow Siguiente(itJug)$ $\triangleright O(1)$

jug.estaConectado $\leftarrow true$ $\triangleright O(1)$

jug.posicion $\leftarrow c$ $\triangleright O(1)$

if HayPokemonCercano(j, c) **then** $\triangleright O(1)$

p $\leftarrow Siguiente(Significado(j.posicionesPokemons, PosPokemonCercano(j, c)))$ $\triangleright O(1)$

tupJug[2] $\leftarrow Encolar(p.jugadoresEnRango, Cardinal(jug.pokeCapturados), itJug)$ $\triangleright O(\log(EC))$

p.contador $\leftarrow 0$ $\triangleright O(1)$

end if

Complejidad: $O(\log(EC))$

Justificación: EC es la maxima cantidad de jugadores esperando para atrapar un pokemon. En el peor caso, el heap al que entra el jugador es el que mas jugadores esperando tiene.

iDesconectarse(in/out j : juego, in id : Nat)

$tupJug \leftarrow j.jugadoresPorId[e]$ $\triangleright O(1)$
if HayPokemonCercano(j, c) **then** $\triangleright O(1)$
 $tupJug[2] \leftarrow EliminarSiguiente(tupJug[2])$ $\triangleright O(\log(EC))$
end if
 $Siguiente(tupJug[1]).estaConectado \leftarrow false$ $\triangleright O(1)$

Complejidad: $O(\log(EC))$

Justificación: EC es la maxima cantidad de jugadores esperando para atrapar un pokemon. En el peor caso, el heap del que sale el jugador es el que mas jugadores esperando tiene.

Move(in/out j : juego, in id : Nat, in c : coor)

if debeSancionarse?(Siguiente(jugadoresPorID[id]), c, j) **then** $\triangleright O(|P|)$
 if $campo_1(Siguiente(jugadoresPorID[id])).sanciones < 4$ **then**
 $campo_1(jugadoresPorID[id]) \rightarrow eliminarSiguiente$
 if hayPokemonCercano(j, c) **then**
 $(PokemonEnPos \rightarrow siguiente).jugadoresEnRango.Eliminar(campo_2(jugadoresPorID[id]))$
 $campo_2(jugadoresPorID[id]) \rightarrow eliminarSiguiente$
 else
 $campo_1(jugadoresPorID[id]) \rightarrow siguiente.sanciones \leftarrow campo_1(jugadoresPorID[id]) \rightarrow$
 $siguiente).sanciones + 1$
 end if
 end if
end if

Complejidad: $O()$

Justificación:

iDebeSancionarse(in e : jugador, in c : coor, in j : juego) $\rightarrow res$: Bool

Pre $\equiv e \in Jugadores(j)$

$res \leftarrow \neg HayCamino(e.posicion, c, j.mapa) \vee DistEuclidea(e.posicion, c, mapa) > 100$ $\triangleright O(1)$

Complejidad: $O(1)$

Justificación: Checkea si el jugador hizo un movimiento invalido.

iMapa(in j : juego) $\rightarrow res$: Mapa

$res \leftarrow j.mapa$ $\triangleright O(copy(mapa(j)))$

Complejidad: $O(copy(mapa(j)))$

Justificación: Devuelve el mapa del juego por copia.

iJugadores(in j : juego) $\rightarrow res$: itConj(jugador)

$res \leftarrow CrearIt(j.jugadores)$ $\triangleright O(1)$

Complejidad: $O(1)$

Justificación: Devuelve el mapa del juego.

iEstaConectado(in j : juego, in id : Nat) $\rightarrow res$: Bool

$res \leftarrow Siguiente(j.jugadoresPorID[id]_0).estaConectado$ $\triangleright O(1)$

Complejidad: $O(1)$

Justificación: Devuelve si el jugador esta conectado.

iPosicion(in j : juego, in id : Nat) $\rightarrow res$: coor

 $res \leftarrow Siguiente(j.jugadoresPorID[id]_0).posicion$
 $\triangleright O(1)$ Complejidad: $O(1)$ Justificación: Devuelve si el jugador esta conectado.

iPokemones(in j : juego, in id : Nat) $\rightarrow res$: itConj(itDiccString)

 $res \leftarrow CrearIt(Siguiente(j.jugadoresPorID[id]_0).pokeCapturados)$
 $\triangleright O(1)$ Complejidad: $O(1)$ Justificación: Devuelve un iterador al conjunto de pokemones atrapados por el jugador.

iExpulsados(in j : juego) $\rightarrow res$: itConj(Jugador)

 $res \leftarrow CrearIt(j.expulsados)$
 $\triangleright O(1)$ Complejidad: $O(1)$ Justificación: Devuelve un iterador al conjunto de jugadores expulsados.

iPosConPokemones(in j : juego) $\rightarrow res$: itConj(Coor)

 $res \leftarrow CrearIt(Coordenadas(j.posicionesPokemons))$
 $\triangleright O(1)$ Complejidad: $O(1)$ Justificación: Devuelve las posiciones con pokemones.

iPokemonEnPos(in j : juego, in c : coor) $\rightarrow res$: itConj(Pokemon)

 $res \leftarrow Significado(j.posicionesPokemons, c)$
 $\triangleright O(1)$ Complejidad: $O(1)$ Justificación: Devuelve el mapa del juego.

iCantMovimientosParaCaptura(in j : juego, in c : coor) $\rightarrow res$: Nat

 $res \leftarrow 10 - Siguiente(Significado(j.posicionesPokemons, c)).contador$
 $\triangleright O(1)$ Complejidad: $O(1)$ Justificación: Devuelve cuantos movimientos faltan para capturar al pokemon.

iPosPokemonCercano(in j : juego, in c : Coor) $\rightarrow res$: coor

```

i ← 0                                ▷ O(1)
latC ← Latitud(c)                    ▷ O(1)
i ← DamePos(latC, 2)                  ▷ O(1)
longC ← Longitud(c)                  ▷ O(1)
j ← DamePos(longC, 2)                ▷ O(1)
while i < latC + 2 do                ▷ O(1) Vale porque estoy recorriendo un conjunto acotado de coordenadas
  while j < longC + 2 do              ▷ O(1) Vale porque estoy recorriendo un conjunto acotado de coordenadas
    if Definido?(j.posicionesPokemons, <i, j>) ∧ DistEuclidea(c, <i, j>) ≤ 4 then    ▷ O(1)
      res ← <i, j>                    ▷ O(1)
    end if
    j ← j + 1                        ▷ O(1)
  end while
  i ← i + 1                          ▷ O(1)
end while

```

Complejidad: $O(1)$

Justificación: Como el rango a recorrer es una constante, se puede decir que es de la clase $\Theta(1)$

iPuedoAgregarPokemon(in j : juego, in c : coor) $\rightarrow res$: bool

```

res ← PosExistente(c, j.mapa) ∧ ¬(Definido?(j.posicionesPokemons, c)) ∧ ¬(HayPokemonCercano(j, c))    ▷
 $\Theta \left( \sum_{c' \in coordendas(mapa(j))} equal(c, c') \right)$ 

```

Complejidad: $\left[\Theta \left(\sum_{c' \in coordendas(mapa(j))} equal(c, c') \right) \right]$

Justificación: Tiene que ver si la posicion existe en el mapa, las demas operaciones son $O(1)$

HayPokemonCercano(in j : juego, in c : coor) $\rightarrow res$: bool

```

res ← false                            ▷ O(1)
latC ← Latitud(c)                      ▷ O(1)
i ← DamePos(latC, 5)                   ▷ O(1)
longC ← Longitud(c)                   ▷ O(1)
j ← DamePos(longC, 5)                 ▷ O(1)
while i < latC + 5 do                ▷ O(1) Vale porque estoy recorriendo un conjunto acotado de coordenadas
  while j < longC + 5 do              ▷ O(1) Vale porque estoy recorriendo un conjunto acotado de coordenadas
    if Definido?(j.posicionesPokemons, <i, j>) ∧ DistEuclidea(c, <i, j>) ≤ 25 then    ▷ O(1)
      res ← true                      ▷ O(1)
    end if
    j ← j + 1                        ▷ O(1)
  end while
  i ← i + 1                          ▷ O(1)
end while

```

Complejidad: $\Theta(1)$

Justificación: Como el rango a recorrer es una constante, se puede decir que es de la clase $\Theta(1)$

```

iEntrenadoresPosibles(in c: coor, in es: conjLineal(jugador), in j: juego) → res: conjLineal(itConj)
  ePosibles ← Vacía()                                ▷  $O(1)$  Crea un conjunto de iteradores vacío
  if Cardinal(es) ≠ 0 then                             ▷  $O(1)$ 
    itE ← CreaIt(es)                                   ▷  $O(1)$ 
    while HaySiguiente(itE) do                          ▷  $O(\text{Cardinal}(\textit{es}))$  Es la cantidad de jugadores que haya en el conjunto es
      posJugador ← Siguiente(itE).posicion              ▷  $O(1)$ 
      if (iHayPokemonCercano(posJugador, j) ∧L           ▷  $O(1)$ 
        iPosPokemonCercano(posJugador, j) == c ∧       ▷  $O(1)$ 
        iHayCamino(c, posJugador, Mapa(j))) then     ▷  $O(1)$ 
        AgregarRapido(ePosibles, Siguiente(itE))        ▷  $O(1)$  Copiar un iterador es  $O(1)$ 
      end if
      Avanzar(itE)                                       ▷  $O(1)$ 
    end while
  end if
  res ← ePosibles                                     ▷  $O(1)$ 

```

Complejidad: $O(\text{Cardinal}(\textit{es}))$

Justificación: Se itera por completo el conjunto de jugadores 'es'. En peor caso, todos los elementos de 'es' deben ser agregados al resultado.

```

iIndiceRareza(in j: juego, in p: pokemon) → res: Nat
  cuantosP ← iCantMismaEspecie(j, p)                ▷  $O(|p.tipo|)$ 
  res ← 100 - (100 x cuantosP / iCantPokemonesTotales) ▷  $O(1)$ 

```

Complejidad: $O(|P|)$

Justificación: Siendo $|P|$ el nombre mas largo para un pokemon en el juego.

```

iCantPokemonesTotales(in j: juego) → res: Nat
  res ← cardinal(j.todosLosPokemones)                ▷  $O(1)$ 

```

Complejidad: $O(1)$

Justificación: Pide el cardinal de un conjunto.

```

iCantMismaEspecie(in j: juego, in p: Pokemon) → res: Nat
  if Definido?(j.pokemones, p.tipo) then               ▷  $O(|P|)$ 
    res ← Obtener(j.pokemones, p.tipo)                 ▷  $O(|P|)$ 
  else
    res ← 0                                             ▷  $O(1)$ 
  end if

```

Complejidad: $O(|P|)$

Justificación: En peor caso, el pokemon que se busca es el de nombre mas largo o no esta en el diccionario.

DamePos(in $p : \text{Nat}$, in $step : \text{Nat}$) $\rightarrow res : \text{Nat}$

$i \leftarrow p$	$\triangleright O(1)$
$fin \leftarrow \text{false}$	$\triangleright O(1)$
$res \leftarrow i$	$\triangleright O(1)$
while $i \neq 1 \wedge \neg fin$ do	$\triangleright O(1)$
$i \leftarrow i - 1$	$\triangleright O(1)$
if $i == p - step$ then	$\triangleright O(1)$
$fin \leftarrow \text{true}$	$\triangleright O(1)$
end if	
end while	

Complejidad: $O(1)$ Justificación: Recorre un rango acotado.

4. Modulo Diccionario Matriz($coor, \sigma$)

El modulo Diccionario Matriz provee un diccionario por posiciones en el que se puede definir, y consultar si hay un valor en una posicion en tiempo $O(copy(\sigma))$. Ademas, se puede borrar en tiempo lineal sobre las dimensiones de la matriz, y obtener un iterador a un conjunto lineal de claves.

El principal costo se paga al crear la estructura o borrar un dato, dado que cuesta tiempo lineal *ancho* por *largo*.

Interfaz

parametros formales

generos $coor, \sigma$

se explica con: $DICCMAT(Nat, Nat, \sigma)$,

generos: $diccMat(coor, \sigma)$.

VACIO(**in** Nat : 1 argo, **in** Nat : a ncho) $\rightarrow res : diccMat(coor, \sigma)$

Pre $\equiv \{largo * ancho > 0\}$

Post $\equiv \{res =_{obs} vacio(largo, ancho)\}$

Complejidad: $\Theta(ancho * largo)$

Descripción: Genera un diccionario vacio, de tamaño $ancho * largo$.

DEFINIR(**in/out** $d : diccMat(coor, \sigma)$, **in** $c : coor$, **in** $s : \sigma$)

Pre $\equiv \{d =_{obs} d_0 \wedge enRango(c_1, c_2, d)\}$

Post $\equiv \{d =_{obs} definir(c_1, c_2, s, d_0)\}$

Complejidad: $\Theta(copy(s))$

Descripción: define el significado s en el $diccMat$, en la posicion representada por c .

Aliasing: Hay alising, pero no se como explicarlo TODO

DEFINIDO?(**in** $d : diccMat(coor, \sigma)$, **in** $c : coor$) $\rightarrow res : bool$

Pre $\equiv \{enRango(c_1, c_2, d)\}$

Post $\equiv \{res =_{obs} def?(c_1, c_2, d)\}$

Complejidad: $\Theta(copy(s))$

Descripción: devuelve **true** si y solo si c tiene un valor en el $diccMat$.

SIGNIFICADO(**in** $d : diccMat(coor, \sigma)$, **in** $c : coor$) $\rightarrow res : \sigma$

Pre $\equiv \{enRango(c_1, c_2, d) \wedge_L def?(c_1, c_2, d)\}$

Post $\equiv \{alias(res =_{obs} obtener(c_1, c_2, d))\}$

Complejidad: $\Theta(copy(s))$

Descripción: Devuelve el valor de d en la posicion c .

BORRAR(**in/out** $d : diccMat(coor, \sigma)$, **in** $c : coor$)

Pre $\equiv \{d = d_0 \wedge enRango(c_1, c_2, d) \wedge_L def?(c_1, c_2, d)\}$

Post $\equiv \{d =_{obs} borrar(c_1, c_2, d_0)\}$

Complejidad: $\Theta\left(\sum_{c' \in d.claves} equal(c, c')\right)$

Descripción: Elimina el valor en la posicion c en d .

COORDENADAS(**in** $d : diccMat(coor, \sigma)$) $\rightarrow res : itConj(coor)$

Pre $\equiv \{true\}$

Post $\equiv \{alias(esPermutacion?(SecuSuby(res), claves(d)))\}$

Complejidad: $\Theta(1)$

Descripción: Devuelve un iterador al conjunto de claves de d .

ANCHO(**in** $d : diccMat(coor, \sigma)$) $\rightarrow res : Nat$

Pre $\equiv \{true\}$

Post $\equiv \{res =_{obs} ancho(d)\}$

Complejidad: $\Theta(1)$

Descripción: Devuelve el ancho de d

LARGO(**in** $d : diccMat(coor, \sigma)$) $\rightarrow res : Nat$

Pre $\equiv \{\text{true}\}$

Post $\equiv \{res =_{\text{obs}} \text{largo}(d)\}$

Complejidad: $\Theta(1)$

Descripción: Devuelve el largo de d

4.0.1. Especificacion de las operaciones auxiliares utilizadas en la interfaz

TAD DICCMATRIZ(NAT, NAT, σ)**géneros** $\text{diccMat}(\text{Nat}, \text{Nat}, \sigma)$ **exporta** $\text{diccMat}(\text{Nat}, \text{Nat}, \sigma)$, generadores, observadores, borrar, claves**usa** NAT, BOOL, CONJ(TUPLA(NAT, NAT))**igualdad observacional**

$$(\forall d, d' : \text{DiccMat}(\text{Nat}, \text{Nat}, \sigma)) \left(d =_{\text{obs}} d' \iff \left(\begin{array}{l} (\text{ancho}(d) =_{\text{obs}} \text{ancho}(d') \wedge \text{largo}(d) =_{\text{obs}} \text{largo}(d')) \wedge_{\text{L}} \\ (\forall x, y : \text{Nat}) (\text{def?}(x, y, d) =_{\text{obs}} \text{def?}(x, y, d')) \wedge_{\text{L}} \\ \text{def?}(x, y, d) \Rightarrow_{\text{L}} \text{obtener}(x, y, d) =_{\text{obs}} \text{obte-} \\ \text{ner}(x, y, d') \end{array} \right) \right)$$

observadores básicos

$\text{largo} : \text{diccMat}(\text{Nat} \times \text{Nat} \times \sigma) \longrightarrow \text{Nat}$
 $\text{ancho} : \text{diccMat}(\text{Nat} \times \text{Nat} \times \sigma) \longrightarrow \text{Nat}$
 $\text{def?} : \text{Nat } x \times \text{Nat } y \times \text{diccMat}(\text{Nat} \times \text{Nat} \times \sigma) d \longrightarrow \text{Bool} \quad \{\text{enRango}(x, y, d)\}$
 $\text{obtener} : \text{Nat } x \times \text{Nat } y \times \text{diccMat}(\text{Nat} \times \text{Nat} \times \sigma) d \longrightarrow \sigma \quad \{\text{enRango}(x, y, d) \wedge_{\text{L}} \text{def?}(x, y, d)\}$

generadores

$\text{vacío} : \text{Nat } \text{largo} \times \text{Nat } \text{ancho} \longrightarrow \text{diccMat}(\text{Nat}, \text{Nat}, \sigma) \quad \{\text{largo} * \text{ancho} > 0\}$
 $\text{definir} : \text{Nat } x \times \text{Nat } y \times \sigma s \times \text{diccMat}(\text{Nat} \times \text{Nat} \times \sigma) d \longrightarrow \text{diccMat}(\text{Nat}, \text{Nat}, \sigma) \quad \{\text{enRango}(x, y, d)\}$

otras operaciones

$\text{borrar} : \text{Nat } x \times \text{Nat } y \times \text{diccMat}(\text{Nat} \times \text{Nat} \times \sigma) d \longrightarrow \text{diccMat}(\text{Nat}, \text{Nat}, \sigma) \quad \{\text{enRango}(x, y, d) \wedge_{\text{L}} \text{def?}(x, y, d)\}$
 $\text{claves} : \text{diccMat}(\text{Nat} \times \text{Nat} \times \sigma) \longrightarrow \text{conj}(\text{tupla}(\text{Nat}, \text{Nat}))$

otras operaciones (no exportadas)

$\text{enRango} : \text{Nat} \times \text{Nat} \times \text{diccMat}(\text{Nat} \times \text{Nat} \times \text{sinificado}) \longrightarrow \text{Bool}$

axiomas $\forall x, y, m, n : \text{Nat} \forall d : \text{diccMat}(\text{Nat}, \text{Nat}, \sigma) \forall s : \sigma$ $\text{largo}(\text{vacío}(m, n)) \equiv m$ $\text{ancho}(\text{vacío}(m, n)) \equiv n$ $\text{def?}(x, y, \text{vacío}(m, n)) \equiv \text{false}$ $\text{largo}(\text{definir}(x, y, s, d)) \equiv \text{largo}(d)$ $\text{ancho}(\text{definir}(x, y, s, d)) \equiv \text{ancho}(d)$ $\text{def?}(x, y, \text{definir}(m, n, s, d)) \equiv (x = m \wedge y = n) \vee \text{def?}(x, y, d)$ $\text{obtener}(x, y, \text{definir}(m, n, s, d)) \equiv \text{if } (x = m \wedge y = n) \text{ then } s \text{ else obtener}(x, y, d) \text{ fi}$

```

borrar(x,y, definir(m,n,s,d))  $\equiv$  if (x = m  $\wedge$  y = n) then
    if def?(x,y,d) then borrar(x,y,d) else d fi
    else
        definir(m,n,s, borrar(x,y,d))
    fi

claves(vacio)  $\equiv \emptyset$ 

claves(definir(x,y,s,d))  $\equiv$  Ag((x,y),claves(d))

enRango(x,y, d)  $\equiv$  x < largo(d)  $\wedge$  y < ancho(d)

```

Fin TAD

Representación

Diccionario Matriz se representa con dicc

donde dicc es tupla(*posiciones*: arregloDimensionable de $\langle \text{bool}, \sigma \rangle$, *claves*: conjLineal(coor), *ancho*: Nat, *largo*: Nat)

Rep : estr \rightarrow bool

Rep(*e*) \equiv true \iff longitud(*e.posiciones*) = cardinal(*e.claves*)

Abs : estr *e* \rightarrow diccMat

{Rep(*e*)}

Abs(*e*) \equiv $=_{\text{obs}}$ d: diccMat | ($\forall d : \text{diccMat}$) *e.claves* = coordenadas(d) \wedge *e.ancho* = ancho(d) \wedge *e.largo* = largo(d) \wedge ($\forall c \leftarrow e.claves$) *e.posiciones*[*c.campo*₁ * *e.ancho* + *c.campo*₂] = significado(*c*,d)

Algoritmos

Trabajo Práctico II Algoritmos del modulo

iVacío(in *l*: Nat, in *a*: Nat) \rightarrow res : diccMat

```

1: res.largo  $\leftarrow$  l  $\triangleright \Theta(1)$ 
2: res.ancho  $\leftarrow$  a  $\triangleright \Theta(1)$ 
3: res.posiciones  $\leftarrow$  CrearArreglo(a * l)  $\triangleright \Theta(a * l)$ 
4: res.coordenadas  $\leftarrow$  Vacio()  $\triangleright \Theta(1)$ 

```

Complejidad: $\Theta(a * l)$

iDefinir(in/out *d*: diccMat, in *c*: coor, in *s*: σ)

```

1: if  $\neg(\text{Definido?}(d, \text{Aplanar}(d, c)))$  then
2:     AgregarRapido(d.claves, c)  $\triangleright \Theta(\text{copy}(s))$ 
3: end if
4: d.posiciones[Aplanar(d, c)]  $\leftarrow$  s  $\triangleright \Theta(\text{copy}(s))$ 

```

Complejidad: $\Theta(\text{copy}(s))$

Justificación: Definido? y Aplanar tienen costo $\Theta(1)$, AgregarRapido y Definir tienen costo $\Theta(\text{copy}(s))$. Aplicando álgebra de ordenes: $\Theta(1) + \Theta(1) + \Theta(\text{copy}(s)) + \Theta(\text{copy}(s)) = \Theta(\text{copy}(s))$

iDefinido?(in d : diccMat, in c : coor) $\rightarrow res$: bool

- 1: $res \leftarrow Definido?(d.posiciones, Aplanar(d, c)) \wedge_L d.posiciones[Aplanar(d, c)]_1$ \triangleright Si no esta definido o esta marcado como borrado, se devuelve que no esta definido $\Theta(1)$

Complejidad: $\Theta(1)$

Justificacion: *Aplanar* tiene costo $\Theta(1)$, luego, como *Definido?* y consular una posicion de un arreglo tienen costo $\Theta(1)$. Aplicando algebra de ordenes: $\Theta(1) + \Theta(1) + \Theta(1) = \Theta(1)$

iSignificado(in d : diccMat, in c : coor) $\rightarrow res$: σ

- 1: $res \leftarrow d.posiciones[Aplanar(d, c)]$ $\triangleright \Theta(1)$

Complejidad: $\Theta(1)$

iBorrar(in/out d : diccMat, in c : coor)

- 1: *Eliminar*($d.claves, c$) $\triangleright \Theta\left(\sum_{c' \in d.claves} equal(c, c')\right)$
- 2: $d.posiciones[Aplanar(d, c)] \leftarrow false, d.posiciones[Aplanar(d, c)]$ $\triangleright \Theta(1)$

Complejidad: $\Theta\left(\sum_{c' \in d.claves} equal(c, c')\right)$

iCoordenadas(in d : diccMat) $\rightarrow res$: *itConj*(coor)

- 1: $res \leftarrow CrearIt(d.claves)$ $\triangleright \Theta(1)$

Complejidad: $\Theta(1)$

iAplanar(in d : diccMat, in c : coor) $\rightarrow res$: nat

- 1: $res \leftarrow c.campo_1 * d.ancho + c.campo_2$ $\triangleright \Theta(1)$

Complejidad: $\Theta(1)$

Justificacion: Son operaciones matematicas de Nat

iLargo(in d : diccMat) $\rightarrow res$: nat

- 1: $res \leftarrow d.largo$ $\triangleright \Theta(1)$

Complejidad: $\Theta(1)$

iAncho(in d : diccMat) $\rightarrow res$: nat

- 1: $res \leftarrow d.ancho$ $\triangleright \Theta(1)$

Complejidad: $\Theta(1)$

5. Módulo Cola de mínima prioridad(α)

El módulo cola de mínima prioridad consiste en una cola de prioridad de elementos del tipo α cuya prioridad está determinada por un *nat* de forma tal que el elemento que se ingrese con el menor *nat* será el de mayor prioridad.

5.1. Especificación

TAD COLA DE MÍNIMA PRIORIDAD(α)

igualdad observacional

$$(\forall c, c' : \text{colaMinPrior}(\alpha)) \left(c =_{\text{obs}} c' \iff \left(\begin{array}{l} \text{vacía?}(c) =_{\text{obs}} \text{vacía?}(c') \wedge_{\text{L}} \\ (\neg \text{vacía?}(c) \Rightarrow_{\text{L}} (\text{próximo}(c) =_{\text{obs}} \text{próximo}(c') \wedge \\ \text{desencolar}(c) =_{\text{obs}} \text{desencolar}(c')) \end{array} \right) \right)$$

parámetros formales

géneros α

operaciones $\bullet < \bullet : \alpha \times \alpha \longrightarrow \text{bool}$

Relación de orden total estricto¹

géneros $\text{colaMinPrior}(\alpha)$

exporta $\text{colaMinPrior}(\alpha)$, generadores, observadores

usa **BOOL**

observadores básicos

$\text{vacía?} : \text{colaMinPrior}(\alpha) \longrightarrow \text{bool}$

$\text{próximo} : \text{colaMinPrior}(\alpha) \ c \longrightarrow \alpha \quad \{\neg \text{vacía?}(c)\}$

$\text{desencolar} : \text{colaMinPrior}(\alpha) \ c \longrightarrow \text{colaMinPrior}(\alpha) \quad \{\neg \text{vacía?}(c)\}$

generadores

$\text{vacía} : \longrightarrow \text{colaMinPrior}(\alpha)$

$\text{encolar} : \alpha \times \text{colaMinPrior}(\alpha) \longrightarrow \text{colaMinPrior}(\alpha)$

otras operaciones

$\text{tamaño} : \text{colaMinPrior}(\alpha) \longrightarrow \text{nat}$

axiomas $\forall c : \text{colaMinPrior}(\alpha), \forall e : \alpha$

$\text{vacía?}(\text{vacía}) \equiv \text{true}$

$\text{vacía?}(\text{encolar}(e, c)) \equiv \text{false}$

$\text{próximo}(\text{encolar}(e, c)) \equiv \text{if } \text{vacía?}(c) \vee_{\text{L}} \text{próximo}(c) > e \text{ then } e \text{ else } \text{próximo}(c) \text{ fi}$

$\text{desencolar}(\text{encolar}(e, c)) \equiv \text{if } \text{vacía?}(c) \vee_{\text{L}} \text{próximo}(c) > e \text{ then } c \text{ else } \text{encolar}(e, \text{desencolar}(c)) \text{ fi}$

Fin TAD

¹Una relación es un orden total estricto cuando se cumple:

Antirreflexividad: $\neg a < a$ para todo $a : \alpha$

Antisimetría: $(a < b \Rightarrow \neg b < a)$ para todo $a, b : \alpha, a \neq b$

Transitividad: $((a < b \wedge b < c) \Rightarrow a < c)$ para todo $a, b, c : \alpha$

Totalidad: $(a < b \vee b < a)$ para todo $a, b : \alpha$

5.2. Interfaz

parámetros formales

géneros α

se explica con: COLA DE MÍNIMA PRIORIDAD(NAT).

géneros: colaMin(α).

5.2.1. Operaciones básicas de Cola de mínima prioridad

VACÍA() $\rightarrow res : \text{colaMin}(\alpha)$

Pre $\equiv \{\text{true}\}$

Post $\equiv \{res =_{\text{obs}} \text{vacía}\}$

Complejidad: O(1)

Descripción: Crea una cola de prioridad vacía

VACÍA?(in $c : \text{colaMin}(\alpha)$) $\rightarrow res : \text{bool}$

Pre $\equiv \{\text{true}\}$

Post $\equiv \{res =_{\text{obs}} \text{vacía?}(c)\}$

Complejidad: O(1)

Descripción: Devuelve true si y sólo si la cola está vacía

PRÓXIMO(in $c : \text{colaMin}(\alpha)$) $\rightarrow res : \alpha$

Pre $\equiv \{\neg \text{vacía?}(c)\}$

Post $\equiv \{\text{alias}(res =_{\text{obs}} \text{próximo}(c))\}$

Complejidad: O(1)

Descripción: Devuelve el próximo elemento a desencolar

Aliasing: res es modificable si y sólo si c es modificable

DESENCOLAR(in/out $c : \text{colaMin}(\alpha)$)

Pre $\equiv \{\neg \text{vacía?}(c) \wedge c =_{\text{obs}} c_0\}$

Post $\equiv \{c =_{\text{obs}} \text{desencolar}(c_0)\}$

Complejidad: O(log(tamaño(c)))

Descripción: Quita el elemento más prioritario

ENCOLAR(in/out $c : \text{colaMinPrior}(\alpha)$, in $p : \text{nat}$, in $a : \alpha$) $\rightarrow res : \text{itColaMin}(\alpha)$

Pre $\equiv \{c =_{\text{obs}} c_0\}$

Post $\equiv \{c =_{\text{obs}} \text{encolar}(p, c_0) \wedge res =_{\text{obs}} \text{CrearIt}(\text{ColaASecu}(c_0), a) \wedge \text{alias}(\text{SecuSuby}(res) = \text{ColaASecu}(c))\}$

Complejidad: O(log(| c |)) + copy(a)

Descripción: Agrega el elemento a de tipo α con prioridad p a la cola

Aliasing: Se agrega el elemento por copia

5.3. Representación

5.3.1. Representación de colaMinPrior

colaMinPrior(α) se representa con colaMin

donde colaMin es tupla(*proximo*: puntero(Nodo), *tamao*: nat)

donde Nodo es tupla(*prior*: Nat, *elem*: α , *padre*: puntero(Nodo), *izq*: puntero(Nodo), *der*: puntero(Nodo))

5.3.2. Invariante de Representación (Rehacer con nueva estructura)

- (I) Todos ids de cada nodo en elementos son menos que el largo del vector proximos
- (II) Si ids de nodos en elementos son diferentes, evaluados en la posicion correspondiente de proximos, sus prioridades mantienen la diferencia.

$\text{Rep} : \text{estr} \rightarrow \text{bool}$

$\text{Rep}(e) \equiv \text{true} \iff$
 $(\forall i : \text{nat}) (i < \text{longitud}(e.\text{proximos})) \Rightarrow_{\text{L}}$
 $(\forall j : \text{nat}) j \leq i \Rightarrow_{\text{L}} (e.\text{proximos}[j].\text{prioridad} \leq e.\text{proximos}[i].\text{prioridad}) \wedge$
 $(\forall n : \text{nat}) n < \text{longitud}(e.\text{proximos}) \Rightarrow_{\text{L}} e.\text{proximos}[e.\text{elementos}[n].\text{id}].\text{elemCola} \rightarrow \text{siguiente.elem} =_{\text{obs}}$
 $e.\text{elementos}[n].\text{elem})$

5.3.3. Función de Abstracción

$\text{Abs} : \text{estr } e \rightarrow \text{colaMinPrior}$

$\{\text{Rep}(e)\}$

$\text{Abs}(e) \equiv =_{\text{obs}} \text{cmp} : \text{colaMinPrior} \mid (\text{vacía?}(\text{cmp}) \Leftrightarrow \text{tamano}(e) =_{\text{obs}} 0) \wedge$
 $\neg \text{vacía?}(\text{cmp}) \Rightarrow_{\text{L}}$
 $(\text{próximo}(\text{cmp}) =_{\text{obs}} \text{próximo}(e) \wedge$
 $\text{desencolar}(\text{cmp}) =_{\text{obs}} \text{desencolar}(e))$

5.4. Algoritmos

iVacía() $\rightarrow \text{res} : \text{colaMin}(\alpha)$

1: $\text{res} \leftarrow \langle \text{NULL}, 0 \rangle$

$\triangleright \Theta(1)$

Complejidad: $\Theta(1)$

iVacía?(in $c : \text{colaMin}(\alpha)$) $\rightarrow \text{res} : \text{Bool}$

1: $\text{res} \leftarrow (c.\text{proximo} = \text{NULL})$

$\triangleright \Theta(1)$

Complejidad: $\Theta(1)$

iPróximo(in $c : \text{colaMinPrior}(\alpha)$) $\rightarrow \text{res} : \alpha$

1: $\text{res} \leftarrow \text{CrearIt}(c).\text{Siguiente} \rightarrow \text{elem}$

$\triangleright \Theta(1)$

Complejidad: $\Theta(1)$

iDesencolar(in/out c : colaMinPrior(α))

```

1:  $it \leftarrow \text{CrearIt}(c)$   $\triangleright \Theta(1)$ 
2:  $A \leftarrow \text{DecimalABinario}(c.tamao)$   $\triangleright$  Convertir un decimal a binario tiene complejidad logaritmica del largo de número  $\Theta(\log(|c|))$ 
3: for  $i \leftarrow 1$  to  $tam(A) - 1$  do  $\triangleright$  Se empieza desde el segundo elemento porque el iterador ya está parado en el primero que por precondition no está invalidado  $\Theta(|A|) = \Theta(\log(|c|))$ 
4:   if  $A[i] = 0$  then
5:      $\text{AvanzarIzq}(it)$   $\triangleright \Theta(1)$ 
6:   else
7:      $\text{AvanzarDer}(it)$   $\triangleright \Theta(1)$ 
8:   end if
9: end for
10:  $\text{swapCola}(c.proximo, it.siguiente)$   $\triangleright \Theta(1)$ 
11:  $\text{EliminarSiguiente}(it)$   $\triangleright \Theta(1)$ 
12: if ( $\text{thenc.tamao} > 1$ )
13:    $\text{siftDown}(c)$   $\triangleright \Theta(\log(|c|))$ 
14: end if

```

Complejidad: $\Theta(\log(|c|))$

iEncolar(in/out c : colaMinPrior(α), in $prioridad$: nat, in a : $\alpha \rightarrow res$: iter)

```

1:  $\text{Nodo} : \text{nuevo} \leftarrow \langle prioridad, a, \text{NULL}, \text{NULL}, \text{NULL} \rangle$   $\triangleright \Theta(1)$ 
2:  $it \leftarrow \text{CrearIt}(c)$   $\triangleright \Theta(1)$ 
3:  $A \leftarrow \text{DecimalABinario}(c.tamao + 1)$   $\triangleright$  Convertir un decimal a binario tiene complejidad logaritmica del largo de número, buscamos la posición donde vamos a agregar el nuevo elemento  $\Theta(\log(|c|))$ 
4:  $i \leftarrow 0$   $\triangleright \Theta(1)$ 
5: while  $i < tam(A) - 1$  do  $\triangleright \Theta(|A|) = \Theta(\log(|c|))$ 
6:   if  $A[i] = 0$  then  $\triangleright \Theta(1)$ 
7:      $\text{AvanzarIzq}(it)$   $\triangleright \Theta(1)$ 
8:   else
9:      $\text{AvanzarDer}(it)$   $\triangleright \Theta(1)$ 
10:   end if
11:    $i \leftarrow i + 1$   $\triangleright \Theta(1)$ 
12: end while
13: if  $A[i] = 0$  then  $\triangleright \Theta(1)$ 
14:    $\text{AgregarSiguienteIzq}(it, \text{nuevo})$   $\triangleright \Theta(1)$ 
15: else
16:    $\text{AgregarSiguienteDer}(it, \text{nuevo})$   $\triangleright \Theta(1)$ 
17: end if
18:  $\text{siftUp}(c)$   $\triangleright \Theta(\log(|c|))$ 

```

Complejidad: $\Theta(\log(|c|)) + copy(\alpha)$

```

siftDown(in/out  $c$ : colaMin( $\alpha$ ))
1:  $it \leftarrow \text{CrearIt}(c)$   $\triangleright \Theta(1)$ 
2:  $swap \leftarrow \text{true}$ 
3: while  $\neg \text{esHoja}(it) \wedge swap$  do  $\triangleright$  Lo máximo que se puede llegar a avanzar es la altura del árbol  $\Theta(\log(|c|))$ 
4:    $swap \leftarrow \text{false}$   $\triangleright \Theta(1)$ 
5:   if  $\text{haySiguienteIzq}(it) \wedge \text{haySiguienteDer}(it)$  then  $\triangleright \Theta(1)$ 
6:     if  $it.siguiete \rightarrow izq \rightarrow prior < it.siguiete \rightarrow der \rightarrow prior$  then  $\triangleright \Theta(1)$ 
7:       if  $it.siguiete \rightarrow izq \rightarrow prior < it.siguiete \rightarrow prior$  then  $\triangleright \Theta(1)$ 
8:          $swapCola(it.siguiete \rightarrow izq, it.siguiete)$   $\triangleright \Theta(1)$ 
9:          $swap \leftarrow \text{true}$   $\triangleright \Theta(1)$ 
10:         $\text{AvanzarIzq}(it)$   $\triangleright \Theta(1)$ 
11:      end if
12:    else
13:      if  $it.siguiete \rightarrow der \rightarrow prior < it.siguiete \rightarrow prior$  then  $\triangleright \Theta(1)$ 
14:         $swapCola(it.siguiete \rightarrow der, it.siguiete)$   $\triangleright \Theta(1)$ 
15:         $swap \leftarrow \text{true}$   $\triangleright \Theta(1)$ 
16:         $\text{AvanzarDer}(it)$   $\triangleright \Theta(1)$ 
17:      end if
18:    end if
19:  else
20:    if  $\text{haySiguienteIzq}(it)$  then  $\triangleright \Theta(1)$ 
21:      if  $it.siguiete \rightarrow izq \rightarrow prior < it.siguiete \rightarrow prior$  then  $\triangleright \Theta(1)$ 
22:         $swapCola(it.siguiete \rightarrow izq, it.siguiete)$   $\triangleright \Theta(1)$ 
23:         $swap \leftarrow \text{true}$   $\triangleright \Theta(1)$ 
24:         $\text{AvanzarIzq}(it)$   $\triangleright \Theta(1)$ 
25:      end if
26:    else
27:      if  $it.siguiete \rightarrow der \rightarrow prior < it.siguiete \rightarrow prior$  then  $\triangleright \Theta(1)$ 
28:         $swapCola(it.siguiete \rightarrow der, it.siguiete)$   $\triangleright \Theta(1)$ 
29:         $swap \leftarrow \text{true}$   $\triangleright \Theta(1)$ 
30:         $\text{AvanzarDer}(it)$   $\triangleright \Theta(1)$ 
31:      end if
32:    end if
33:  end if
34: end while

```

Complejidad: $\Theta(\log(|c|))$

siftUp(in/out c : colaMin(α))

```

1:  $it \leftarrow CrearIt(c)$   $\triangleright \Theta(1)$ 
2:  $swap \leftarrow true$ 
3:  $A \leftarrow DecimalABinario(c.tamao)$   $\triangleright$  Convertir un decimal a binario tiene complejidad logaritmica del largo de número  $\Theta(\log(|c|))$ 
4: for  $i \leftarrow 1$  to  $tam(A) - 1$  do  $\triangleright$  Se empieza desde el segundo elemento porque el iterador ya está parado en el primero que por precondition no está invalidado, se avanza hasta el último elemento que es el que hay que reacomodar  $\Theta(|A|) = \Theta(\log(|c|))$ 
5:   if  $A[i] = 0$  then
6:      $AvanzarIzq(it)$   $\triangleright \Theta(1)$ 
7:   else
8:      $AvanzarDer(it)$   $\triangleright \Theta(1)$ 
9:   end if
10: end for
11: while  $tienePadre(it) \wedge swap$  do  $\triangleright$  Lo máximo que se puede llegar a avanzar es la altura del árbol  $\Theta(\log(|c|))$ 
12:    $swap \rightarrow false$   $\triangleright \Theta(1)$ 
13:   if  $it.siguiete \rightarrow prior < it.siguiete \rightarrow padre \rightarrow prior$  then  $\triangleright \Theta(1)$ 
14:      $swapCola(it.siguiete \rightarrow padre, it.siguiete)$   $\triangleright \Theta(1)$ 
15:      $swap \rightarrow true$   $\triangleright \Theta(1)$ 
16:      $Retroceder(it)$   $\triangleright \Theta(1)$ 
17:   end if
18: end while

```

Complejidad: $\Theta(\log(|c|))$

swapCola(in/out p : puntero(Nodo), in/out q : puntero(Nodo))

```

1:  $Nodo : aux \leftarrow (*p)$   $\triangleright \Theta(Copy(\alpha))$ 
2:  $p \rightarrow padre \leftarrow q \rightarrow padre$   $\triangleright \Theta(1)$ 
3:  $p \rightarrow izq \leftarrow q \rightarrow izq$   $\triangleright \Theta(1)$ 
4:  $p \rightarrow der \leftarrow q \rightarrow der$   $\triangleright \Theta(1)$ 
5:  $q \rightarrow padre \leftarrow aux.padre$   $\triangleright \Theta(1)$ 
6:  $q \rightarrow izq \leftarrow aux.izq$   $\triangleright \Theta(1)$ 
7:  $q \rightarrow der \leftarrow aux.der$   $\triangleright \Theta(1)$ 

```

Complejidad: $\Theta(Copy(\alpha))$

6. Módulo Diccionario String(α)

Se representa mediante un árbol n-ario con invariante de trie. Las claves son strings y permite acceder a un significado en un tiempo en el peor caso igual a la longitud de la palabra (string) más larga y definir un significado en el mismo tiempo más el tiempo de copy(s) ya que los significados se almacenan por copia.

6.1. Interfaz

parametros formales

géneros: α .

funcion: COPIAR(in $s : \alpha$) $\rightarrow res : \alpha$

Pre $\equiv \{\text{true}\}$

Post $\equiv \{res =_{obs} s\}$

Complejidad: $O(\text{copy}(s))$

Descripción: funcion de copia de α .

se explica con: DICCIONARIO(STRING, α).

géneros: diccString(α), itDiccString(α).

6.1.1. Operaciones básicas de Diccionario String(α)

CREARDICCIONARIO()

Pre $\equiv \{\text{true}\}$

Post $\equiv \{res =_{obs} \text{vacío}()\}$

Complejidad: $O(1)$ Justificación: Sólo crea un arreglo de 27 posiciones inicializadas con null y una lista vacía

Descripción: Crea un diccionario vacío.

DEFINIDO?(in $d : \text{diccString}(\alpha)$, in $c : \text{string}$) $\rightarrow res : \text{bool}$

Pre $\equiv \{\text{true}\}$

Post $\equiv \{res =_{obs} \text{def?}(d, c)\}$

Complejidad: $O(|c|)$ Justificación: Debe acceder a la clave c , recorriendo una por una las partes de la clave (caracteres)

Descripción: Devuelve true si la clave está definida en el diccionario y false en caso contrario.

DEFINIR(in/out $d : \text{diccString}(\alpha)$, in $c : \text{string}$, in $s : \alpha$)

Pre $\equiv \{d =_{obs} d_0\}$

Post $\equiv \{d =_{obs} \text{definir}(c, s, d_0)\}$

Complejidad: $O(|c| + \text{copy}(s))$ Justificación: Debe definir la clave c , recorriendo una por una las partes de la clave y después copiar el contenido del significado.

Descripción: Define la clave c con el significado s

Aliasing: Almacena una copia de s .

OBTENER(in $d : \text{diccString}(\alpha)$, in $c : \text{string}$) $\rightarrow res : \alpha$

Pre $\equiv \{\text{def?}(c, d)\}$

Post $\equiv \{\text{alias}(res =_{obs} \text{obtener}(c, d))\}$

Complejidad: $O(|c|)$ Justificación: Debe acceder a la clave c , recorriendo una por una las partes de la clave (caracteres)

Descripción: Devuelve el significado correspondiente a la clave c .

Aliasing: Devuelve el significado almacenado en el diccionario, por lo que res es modificable si y sólo si d lo es.

ELIMINAR(in/out $d : \text{diccString}(\alpha)$, in $c : \text{string}$)

Pre $\equiv \{d =_{\text{obs}} d_0 \wedge \text{def?}(d, c)\}$

Post $\equiv \{d =_{\text{obs}} \text{borrar}(d_0, c)\}$

Complejidad: $O(|c|)$ Justificación: Debe acceder a la clave c , recorriendo una por una las partes de la clave (caracteres) e invalidar su significado

Descripción: Borra la clave c del diccionario y su significado.

CREARITCLAVES(**in** $d : \text{diccString}(\alpha) \rightarrow res : \text{itConj}(\text{String})$)

Pre $\equiv \{\text{true}\}$

Post $\equiv \{\text{alias}(\text{esPermutacion?}(\text{SecuSuby}(res), c)) \wedge \text{vacía?}(\text{Anteriores}(res))\}$

Complejidad: $O(1)$

Descripción: Crea un Iterador de Conjunto en base a la interfaz del iterador de Conjunto Lineal

6.1.2. Operaciones Básicas Del Iterador

Este iterador permite recorrer el trie sobre el que está implementado el diccionario para obtener de cada clave los significados. Las claves de los elementos iterados no pueden modificarse nunca por cuestiones de implementación. El iterador es un iterador de lista, que recorre listaIterable por lo que sus operaciones son idénticas a ella.

CREARIT(**in** $d : \text{diccString}(\alpha) \rightarrow res : \text{itDiccString}(\alpha)$)

Pre $\equiv \{\text{true}\}$

Post $\equiv \{\text{alias}(\text{esPermutación}(\text{SecuSuby}(res), d)) \wedge \text{vacía?}(\text{Anteriores}(res))\}$

Complejidad: $O(1)$

Descripción: crea un iterador bidireccional del diccionario, de forma tal que HayAnterior evalúe a false (i.e., que se pueda recorrer los elementos aplicando iterativamente Siguiente).

Aliasing: El iterador se invalida si y sólo si se elimina el elemento siguiente del iterador sin utilizar la función EliminarSiguiente. Además, anteriores(res) y siguientes(res) podrían cambiar completamente ante cualquier operación que modifique d sin utilizar las funciones del iterador.

HAYSIGUIENTE(**in** $it : \text{itDiccString}(\alpha) \rightarrow res : \text{bool}$)

Pre $\equiv \{\text{true}\}$

Post $\equiv \{res =_{\text{obs}} \text{haySiguiente?}(it)\}$

Complejidad: $O(1)$

Descripción: devuelve true si y sólo si en el iterador todavía quedan elementos para avanzar.

HAYANTERIOR(**in** $it : \text{itDiccString}(\alpha) \rightarrow res : \text{bool}$)

Pre $\equiv \{\text{true}\}$

Post $\equiv \{res =_{\text{obs}} \text{hayAnterior?}(it)\}$

Complejidad: $O(1)$

Descripción: devuelve true si y sólo si en el iterador todavía quedan elementos para retroceder.

SIGUIENTESIGNIFICADO(**in** $it : \text{itDiccString}(\alpha) \rightarrow res : \alpha$)

Pre $\equiv \{\text{haySiguiente?}(it)\}$

Post $\equiv \{\text{alias}(res =_{\text{obs}} \text{haySiguiente?}(it).\text{significado})\}$

Complejidad: $O(1)$

Descripción: devuelve el significado del elemento siguiente del iterador

Aliasing: res es modificable si y sólo si it es modificable.

ANTERIORESIGNIFICADO(**in** $it : \text{itDiccString}(\alpha) \rightarrow res : \alpha$)

Pre $\equiv \{\text{hayAnterior?}(it)\}$

Post $\equiv \{\text{alias}(res =_{\text{obs}} \text{hayAnterior?}(it).\text{significado})\}$

Complejidad: $O(1)$

Descripción: devuelve el significado del elemento anterior del iterador

Aliasing: res es modificable si y sólo si it es modificable.

AVANZAR(**in/out** it : itDiccString(α))

Pre $\equiv \{it = it_0 \wedge \text{haySiguiente?}(it)\}$

Post $\equiv \{it =_{obs} \text{avanzar}(it_0)\}$

Complejidad: $O(1)$

Descripción: avanza a la posición siguiente del iterador.

RETROCEDER(**in/out** it : itDiccString(α))

Pre $\equiv \{it = it_0 \wedge \text{hayAnterior?}(it)\}$

Post $\equiv \{it =_{obs} \text{hayAnterior?}(it_0)\}$

Complejidad: $O(1)$

Descripción: retrocede a la posición anterior del iterador.

6.1.3. Representación de Diccionario String(α)

Diccionario String(α) se representa con estr

donde estr es $\text{tupla}(\text{raiz: arreglo}(\text{puntero}(\text{Nodo})), \text{listaIterable: lista}(\text{puntero}(\text{Nodo})))$

donde Nodo es $\text{tupla}(\text{arbolTrie: arreglo}(\text{puntero}(\text{Nodo})),$
 $\text{info: } \alpha,$
 $\text{info Valida: bool},$
 $\text{infoEnLista: iterador}(\text{listaIterable})$)

6.1.4. Invariante de Representación

- (I) Raiz es la raiz del arbol con invariante de trie y es un arreglo de 27 posiciones.
- (II) Cada uno de los elementos de la lista tiene que ser un puntero a un Nodo del trie.
- (III) Nodo es una tupla que contiene un arreglo de 27 posiciones con un puntero a otro Nodo en cada posicion ,un elemento info que es el alfa que contiene esa clave del arbol, un elemento infoValida y un elemento iterador que es un puntero a un nodo de la lista enlazada.
- (IV) El iterador a la lista enlazada de cada nodo tiene que apuntar al elemento de la lista que apunta al mismo Nodo.
- (V) Cada uno de los nodos de la lista apunta a un nodo del arbol cuyo infoEnLista apunta al mismo nodo de la lista.

$(\forall c: \text{diccString}((\alpha)))()$

$\text{Rep} : \text{estr} \longrightarrow \text{bool}$

$\text{Rep}(e) \equiv \text{true} \iff$
 $\text{longitud}(e.\text{raiz}) == 27 \wedge_L$
 $(\forall i \in [0..\text{longitud}(e.\text{raiz})])$
 $((\neg e.\text{raiz}[i] == \text{NULL}) \Rightarrow_L \text{nodoValido}(\text{raiz}[i])) \wedge (*e.\text{raiz}[i].\text{infoValida} == \text{true} \Rightarrow_L$
 $\text{iteradorValido}(\text{raiz}[i])) \wedge$
 $\text{listaValida}(e.\text{listaIterable})$

$\text{nodoValido} : \text{puntero}(\text{Nodo}) \text{ nodo} \longrightarrow \text{bool}$

$\text{iteradorValido} : \text{puntero}(\text{Nodo}) \text{ nodo} \longrightarrow \text{bool}$

$\text{nodoValido}(\text{nodo}) \equiv$
 $\text{longitud}(*\text{nodo}.\text{arbolTrie}) == 27 \wedge_L$
 $(\forall i \in [0..\text{longitud}(*\text{nodo}.\text{arbolTrie})])$
 $((\neg *\text{nodo}.\text{arbolTrie}[i] == \text{NULL}) \Rightarrow_L \text{nodoValido}(*\text{nodo}.\text{arbolTrie}[i]))$

$\text{iteradorValido}(\text{nodo}) \equiv$
 $\text{PunteroValido}(\text{nodo}) \wedge_L$
 $(\forall i \in [0..\text{longitud}(*\text{nodo}.\text{arbolTrie})])$
 $((*\text{nodo}.\text{arbolTrie}[i].\text{infoValida} == \text{true}) \Rightarrow_L \text{iteradorValido}(*\text{nodo}.\text{arbolTrie}[i]))$

$\text{PunteroValido}(\text{nodo}) \equiv$
 El iterador perteneciente al nodo (infoEnLista) apunta a un nodo de listaIterable (lista(puntero(Nodo)))
 cuyo puntero apunta al mismo nodo pasado por parámetro. Es decir se trata de una referencia circular.

$\text{listaValida}(\text{lista}) \equiv$
 Cada nodo de la lista tiene un puntero a un nodo de la estructura cuyo infoEnLista (iterador) apunta al mismo nodo. Es decir se trata de una referencia circular.

6.1.5. Función de Abstracción

$Abs : estr\ e \longrightarrow diccString(\alpha) \quad \{Rep(e)\}$
 $Abs(e) \equiv =_{obs} d: diccString(\alpha) \mid (\forall s: string)(def?(d, s) =_{obs}$
 $\quad Definido?(d,s) \wedge$
 $\quad def?(d, s) \Rightarrow_L obtener(s,d) =_{obs}$
 $\quad Obtener(d,s)$
 $\quad)$

6.2. Algoritmos

iCrearDiccionario() $\rightarrow res : estr$

Pre $\equiv true$

$arreglo(puntero(Nodo)) : res.raiz \leftarrow CrearArreglo(27) \quad \triangleright O(1)$
 $nat : i \leftarrow 0 \quad \triangleright O(1)$
while $i < long(res.raiz)$ **do** $\triangleright O(1)$
 $\quad res.raiz[i] \leftarrow NULL \quad \triangleright O(1)$
end while
 $res.listaIterable \leftarrow Vacía() \quad \triangleright O(1)$

Complejidad: $O(1)$

Justificación: Crea un arreglo de 27 posiciones y lo recorre inicializándolo en NULL. Luego crea una lista vacía.

Post $\equiv res =_{obs} vacío()$

iDefinido?(in d: estr), in c: string) $\rightarrow res : bool$

Pre $\equiv true$

$nat : i \leftarrow 0 \quad \triangleright O(1)$
 $nat : letra \leftarrow ord(c[0]) \quad \triangleright O(1)$
 $puntero(Nodo) : arr \leftarrow d.raiz[letra] \quad \triangleright O(1)$
while $i < longitud(c) \wedge \neg arr = NULL$ **do** $\triangleright O(|c|)$
 $\quad i \leftarrow i + 1 \quad \triangleright O(1)$
 $\quad letra \leftarrow ord(c[i]) \quad \triangleright O(1)$
 $\quad arr \leftarrow (*arr).arbolTrie[letra] \quad \triangleright O(1)$
end while
if $i = longitud(c)$ **then** $\triangleright O(1)$
 $\quad res \leftarrow (*arr).infoValida \quad \triangleright O(1)$
else
 $\quad res \leftarrow false \quad \triangleright O(1)$
end if

Complejidad: $O(|c|)$

Justificación: Toma el primer caracter y encuentra su posición en el arreglo raíz. Luego itera sobre los caracteres restantes hasta el final del String c, por lo que hace $|c|$ operaciones. Finalmente pregunta si el significado encontrado es válido o no.

Post $\equiv res =_{obs} def?(d,c)$

iDefinir(in/out d : *estr*, in c : *string*, in s : α)

Pre $\equiv d =_{obs} d_0$

```

  nat : i  $\leftarrow$  0  $\triangleright O(1)$ 
  nat : letra  $\leftarrow$  ord( $c[0]$ )  $\triangleright O(1)$ 
  if  $d.raiz[letra] = NULL$  then  $\triangleright O(1)$ 
    Nodo : nuevo  $\triangleright O(1)$ 
    arreglo(puntero(Nodo)) : nuevo.arbolTrie  $\leftarrow$  CrearArreglo(27)  $\triangleright O(1)$ 
    nuevo.infoValida  $\leftarrow$  false  $\triangleright O(1)$ 
     $d.raiz[letra] \leftarrow$  puntero(nuevo)  $\triangleright O(1)$ 
  end if
  puntero(Nodo) : arr  $\leftarrow$   $d.raiz[letra]$   $\triangleright O(1)$ 
  while  $i < longitud(c)$  do  $\triangleright O(|c|)$ 
    i  $\leftarrow$  i + 1  $\triangleright O(1)$ 
    letra  $\leftarrow$  ord( $c[i]$ )  $\triangleright O(1)$ 
    if  $arr.arbolTrie[letra] = NULL$  then  $\triangleright O(1)$ 
      Nodo : nuevoHijo  $\triangleright O(1)$ 
      arreglo(puntero(Nodo)) : nuevoHijo.arbolTrie  $\leftarrow$  CrearArreglo(27)  $\triangleright O(1)$ 
      nuevoHijo.infoValida  $\leftarrow$  false  $\triangleright O(1)$ 
       $arr.arbolTrie[letra] \leftarrow$  puntero(nuevoHijo)  $\triangleright O(1)$ 
    end if
    arr  $\leftarrow$  (*arr).arbolTrie[letra]  $\triangleright O(1)$ 
  end while
  (*arr).info  $\leftarrow$  s  $\triangleright O(copy(s))$ 
  if  $\neg(*arr).infoValida$  then  $\triangleright O(1)$ 
    itLista(puntero(Nodo))it  $\leftarrow$  AgregarAdelante( $d.listaIterable, NULL$ )  $\triangleright O(1)$ 
    (*arr).infoValida  $\leftarrow$  true  $\triangleright O(1)$ 
    (*arr).infoEnLista  $\leftarrow$  it  $\triangleright O(1)$ 
    siguiente(it)  $\leftarrow$  puntero(*arr)  $\triangleright O(1)$ 
  end if

```

 Complejidad: $O(|c| + copy(s))$

 Justificación: Itera sobre la cantidad de caracteres del String c y en caso de que algún caracter no esté definido crea un arreglo de 27 posiciones, por lo que realiza $|c|$ operaciones. Luego copia el significado pasado por parámetro en $O(copy(s))$ y finalmente agrega en la lista un puntero al nodo creado.

Post $\equiv d =_{obs} definir(c,s,d_0)$

iObtener(in d : *estr*, in c : *string*) $\rightarrow res$: α
Pre $\equiv def?(c,d)$

```

  nat : i  $\leftarrow$  0  $\triangleright O(1)$ 
  nat : letra  $\leftarrow$  ord( $c[0]$ )  $\triangleright O(1)$ 
  puntero(Nodo) : arr  $\leftarrow$   $d.raiz[letra]$   $\triangleright O(1)$ 
  while  $i < longitud(c)$  do  $\triangleright O(|c|)$ 
    i  $\leftarrow$  i + 1  $\triangleright O(1)$ 
    letra  $\leftarrow$  ord( $c[i]$ )  $\triangleright O(1)$ 
    arr  $\leftarrow$  (*arr).arbolTrie[letra]  $\triangleright O(1)$ 
  end while
  res  $\leftarrow$  (*arr).info  $\triangleright O(1)$ 

```

 Complejidad: $O(|c|)$

 Justificación: Toma el primer caracter y encuentra su posición en el arreglo raíz. Luego itera sobre los caracteres restantes hasta el final del String c , por lo que hace $|c|$ operaciones. Finalmente retorna el significado almacenado. Todas las demás operaciones se realizan en $O(1)$ porque son comparaciones o asignaciones de valores enteros o de punteros.

Post $\equiv alias(res =_{obs} obtener(c,d))$

iEliminar(in/out d : **estr**, in c : **string**)

Pre $\equiv d =_{obs} d_0 \wedge \text{def?}(d, c)$

```

  nat : i  $\leftarrow$  0  $\triangleright O(1)$ 
  nat : letra  $\leftarrow \text{ord}(c[0])$   $\triangleright O(1)$ 
  puntero(Nodo) : arr  $\leftarrow d.\text{raiz}[letra]$   $\triangleright O(1)$ 
  pila(puntero(Nodo)) : pil  $\leftarrow \text{Vacia}()$   $\triangleright O(1)$ 
  while i < longitud(c) do  $\triangleright O(|c|)$ 
    i  $\leftarrow$  i + 1  $\triangleright O(1)$ 
    letra  $\leftarrow \text{ord}(c[i])$   $\triangleright O(1)$ 
    arr  $\leftarrow (*arr).\text{arbolTrie}[letra]$   $\triangleright O(1)$ 
    Apilar(pil, arr)  $\triangleright O(1)$ 
  end while
  if tieneHermanos(arr) then  $\triangleright O(1)$ 
    (*arr).infoValida  $\leftarrow \text{false}$   $\triangleright O(1)$ 
  else
    i  $\leftarrow$  i + 1  $\triangleright O(1)$ 
    puntero(Nodo) : del  $\leftarrow \text{tope}(pil)$   $\triangleright O(1)$ 
    del  $\leftarrow \text{NULL}$   $\triangleright O(1)$ 
    Desapilar(pil)  $\triangleright O(1)$ 
    while i < longitud(c)  $\wedge \neg \text{tieneHermanosEInfo}(*\text{tope}(pil))$  do  $\triangleright O(|c|)$ 
      del  $\leftarrow \text{tope}(pil)$   $\triangleright O(1)$ 
      del  $\leftarrow \text{NULL}$   $\triangleright O(1)$ 
      Desapilar(pil)  $\triangleright O(1)$ 
      i  $\leftarrow$  i + 1  $\triangleright O(1)$ 
    end while
    if i = longitud(c) then  $\triangleright O(1)$ 
      d.raiz[ord(c[0])]  $\leftarrow \text{NULL}$   $\triangleright O(1)$ 
    end if
  end if
end if

```

 Complejidad: $O(|c|)$

Justificación: Toma el primer caracter y encuentra su posición en el arreglo raíz. Luego crea una pila en $O(1)$. Recorre el resto de los caracteres del String c y apila cada uno de los Nodos encontrado en la pila ($O(1)$) por lo que en total realiza $|c|$ operaciones. Llama a la función `tieneHermanos` y le pasa por parámetro el nodo encontrado $O(1)$ (ver Algoritmo "tieneHermanos"). Luego recorre todos los elementos apilados preguntando si hay alguno que no tiene hermanos para en cuyo caso eliminarlo, realizando en el peor caso $|c|$ operaciones porque puede ser que sea necesario eliminar todo hasta la raíz.

Post $\equiv d =_{obs} \text{borrar}(d_0, c)$

tieneHermanos(in $nodo$: puntero(Nodo)) $\rightarrow res$: *bool*
Pre $\equiv nodo \neq \text{NULL}$

```

  nat : i  $\leftarrow$  0  $\triangleright O(1)$ 
  nat : l  $\leftarrow \text{longitud}((*nodo).\text{arbolTrie})$   $\triangleright O(1)$ 
  while i < l  $\wedge \neg ((*nodo).\text{arbolTrie}[i] = \text{NULL})$  do  $\triangleright O(1)$ 
    i  $\leftarrow$  i + 1  $\triangleright O(1)$ 
  end while
  res  $\leftarrow$  i < l  $\triangleright O(1)$ 

```

 Complejidad: $O(1)$

Justificación: Recorre el arreglo de 27 posiciones en caso de que todas las posiciones del mismo tengan NULL. Como es una constante ya que en el peor caso siempre recorre a lo sumo 27 posiciones entonces es $O(1)$.

Post $\equiv res =_{obs} (\exists i \in [0..longitud(*nodo.\text{arbolTrie})] (*nodo.\text{arbolTrie}[i] \neq \text{NULL}))$

tieneHermanosEInfo(in $nodo : \text{puntero}(\text{Nodo}) \rightarrow res : \text{bool}$ **Pre** $\equiv nodo \neq \text{NULL}$ $res \leftarrow \text{tieneHermanos}(nodo) \wedge (*nodo).infoValida = \text{true} \quad \triangleright O(1)$ Complejidad: $O(1)$ Justificación: Llama a la función `tieneHermanos` que es $O(1)$ y verifica además que el nodo contenga información válida.**Post** $\equiv res =_{obs} (\exists i \in [0..longitud(*nodo.arbolTrie)) (*nodo.arbolTrie[i] \neq \text{NULL})) \wedge (*nodo).infoValida = \text{true}$
