

Algoritmos y Estructuras de Datos II

Departamento de Computación
Facultad de Ciencias Exactas y Naturales
Universidad de Buenos Aires

Trabajo Práctico II

Diseño

Grupo De TP Algo2

Integrante	LU	Correo electrónico
Fernando Castro	627/12	fernandoarielcastro92@gmail.com
Philip Garrett	318/14	garrett.phg@gmail.com
Gabriel Salvo	564/14	gabrielsalvo.cap@gmail.com
Bernardo Tuso	792/14	btuso.95@gmail.com

Reservado para la cdra

Instancia	Docente	Nota
Primera entrega		
Segunda entrega		

Índice

1. Modulo Coordenada	4
1.0.1. Representación de Coordenada	5
1.0.2. Invariante de Representación	5
1.0.3. Función de Abstracción	5
2. Modulo Mapa	7
2.0.4. Representación de Mapa	7
2.0.5. Invariante de Representación	7
2.0.6. Función de Abstracción	8
3. Modulo Juego	11
3.0.7. Representación de Juego	13
3.0.8. Invariante de Representación	13
3.0.9. Función de Abstracción	14
3.1. Algoritmos	14
4. Modulo Diccionario Matriz($coord$, σ)	21
4.0.1. Especificacion de las operaciones auxiliares utilizadas en la interfaz	23
5. Módulo Cola de mínima prioridad(α)	26
5.1. Especificación	26
5.2. Interfaz	26
5.2.1. Operaciones básicas de ColaMinPrior	27
5.2.2. Operaciones del Iterador	27
5.3. Representación	28
5.3.1. Representación de ColaMinPrior(α)	28
5.3.2. Invariante de Representación (Rehacer con nueva estructura)	28
5.3.3. Función de Abstracción	28
5.3.4. Representación del Iterador Cola de Prioridad	28
5.3.5. Invariante de Representación	28
5.3.6. Función de Abstracción	28
5.4. Algoritmos	28
5.4.1. Algoritmos del Modulo	28
5.4.2. Algoritmos del Iterador	32
6. Módulo Diccionario String(α)	34
6.1. Interfaz	34
6.1.1. Operaciones básicas de Diccionario String(α)	34
6.1.2. Operaciones Básicas Del Iterador	35
6.1.3. Representación de Diccionario String(α)	37
6.1.4. Invariante de Representación	37
6.1.5. Función de Abstracción	38

6.2. Algoritmos	38
---------------------------	----

1. Modulo Coordenada

Interfaz

usa: NAT, BOOL.

se explica con: COORDENADA.

generos: `coor`.

CREARCOOR(**in** x : Nat, **in** y : Nat) $\rightarrow res$: `coor`

Pre $\equiv \{\text{true}\}$

Post $\equiv \{res =_{\text{obs}} \text{crearCoor}(x, y)\}$

Complejidad: $\Theta(1)$

Descripción: Crea una nueva coordenada

LATITUD(**in** c : `coor`) $\rightarrow res$: Nat

Pre $\equiv \{\text{true}\}$

Post $\equiv \{res =_{\text{obs}} \text{latitud}(c)\}$

Complejidad: $O(1)$

Descripción: Devuelve la latitud de la coordenada pasada por parametro

LONGITUD(**in** c : `coor`) $\rightarrow res$: Nat

Pre $\equiv \{\text{true}\}$

Post $\equiv \{res =_{\text{obs}} \text{longitud}(c)\}$

Complejidad: $O(1)$

Descripción: Devuelve la longitud de la coordenada pasada por parametro

DISTEUCLIDEA(**in** $c1$: `coor`, **in** $c2$: `coor`) $\rightarrow res$: Nat

Pre $\equiv \{\text{true}\}$

Post $\equiv \{res =_{\text{obs}} \text{distEuclidea}(c1, c2)\}$

Complejidad: $O(1)$

Descripción: Devuelve la distancia euclidea entre las dos coordenadas

COORDENADAARRIBA(**in** c : `coor`) $\rightarrow res$: `coor`

Pre $\equiv \{\text{true}\}$

Post $\equiv \{res =_{\text{obs}} \text{coordenadaArriba}(c)\}$

Complejidad: $O(1)$

Descripción: Devuelve la coordenada de arriba

COORDENADAABAJO(**in** c : `coor`) $\rightarrow res$: `coor`

Pre $\equiv \{\text{latitud}(c) > 0\}$

Post $\equiv \{res =_{\text{obs}} \text{coordenadaAbajo}(c)\}$

Complejidad: $O(1)$

Descripción: Devuelve la coordenada de abajo

COORDENADAALADERECHA(**in** c : `coor`) $\rightarrow res$: `coor`

Pre $\equiv \{\text{true}\}$

Post $\equiv \{res =_{\text{obs}} \text{coordenadaALaDerecha}(c)\}$

Complejidad: $O(1)$

Descripción: Devuelve la coordenada de la derecha

COORDENADAALAIZQUIERDA(**in** c : `coor`) $\rightarrow res$: `coor`

Pre $\equiv \{\text{longitud}(c) > 0\}$

Post $\equiv \{res =_{\text{obs}} \text{coordenadaALaIzquierda}(c)\}$

Complejidad: $O(1)$

Descripción: Devuelve la coordenada de la izquierda

Representación

1.0.1. Representación de Coordenada

Coordenada se representa con `estr`

donde `estr` es `tupla(la: Nat , lo: Nat)`

1.0.2. Invariante de Representación

`Rep : estr → bool`

`Rep(e) ≡ true ⇔ true`

1.0.3. Función de Abstracción

`Abs : estr e → coor`

$\{\text{Rep}(e)\}$

`Abs(e) ≡ (∀ c : coor) e.la = latitud(c) ∧ e.lo = longitud(c)`

Algoritmos

Trabajo Práctico II Algoritmos del modulo

H|iCrearCoor(`in x : Nat, in y : Nat`) → `res : estr`

1: `res.la ← x`

▷ $\Theta(1)$

2: `res.lo ← y`

▷ $\Theta(1)$

Complejidad: $\Theta(1)$

end

H|iLatitud(`in c : estr`) → `res : Nat`

1: `res ← c.la`

▷ $\Theta(1)$

Complejidad: $\Theta(1)$

end

H|iLongitud(`in c : estr`) → `res : Nat`

1: `res ← c.lo`

▷ $\Theta(1)$

Complejidad: $\Theta(1)$

end

H|iDistEuclidea(`in c1 : estr, in c2 : estr`) → `res : Nat`

1: `rLa ← 0`

▷ $\Theta(1)$

2: `rLo ← 0`

▷ $\Theta(1)$

3: **if** `c1.la > c2.la` **then**

▷ $\Theta(1)$

4: `rLa ← ((c1.la - c2.la) x (c1.la - c2.la))`

▷ $\Theta(1)$

5: **else**

6: `rLa ← ((c2.la - c1.la) x (c2.la - c1.la))`

▷ $\Theta(1)$

7: **end if**

8: **if** `c1.lo > c2.lo` **then**

▷ $\Theta(1)$

```
9:   rLo  $\leftarrow$  ((c1.lo - c2.lo) x (c1.lo - c2.lo))  $\triangleright \Theta(1)$ 
10: else
11:   rLo  $\leftarrow$  ((c2.lo - c1.lo) x (c2.lo - c1.lo))  $\triangleright \Theta(1)$ 
12: end if
13: res  $\leftarrow$  (rLa + rLo)  $\triangleright \Theta(1)$ 
```

Complejidad: $\Theta(1)$

end

```
H|iCoordenadaArriba(in c: estr)  $\rightarrow$  res: estr
1: res  $\leftarrow$  iCrearCoor(c.la + 1, c.lo)  $\triangleright \Theta(1)$ 
```

Complejidad: $\Theta(1)$

end

```
H|iCoordenadaAbajo(in c: estr)  $\rightarrow$  res: estr
1: res  $\leftarrow$  iCrearCoor(c.la - 1, c.lo)  $\triangleright \Theta(1)$ 
```

Complejidad: $\Theta(1)$

end

```
H|iCoordenadaALaDerecha(in c: estr)  $\rightarrow$  res: estr
1: res  $\leftarrow$  iCrearCoor(c.la, c.lo + 1)  $\triangleright \Theta(1)$ 
```

Complejidad: $\Theta(1)$

end

```
H|iCoordenadaALaIzquierda(in c: estr)  $\rightarrow$  res: estr
1: res  $\leftarrow$  iCrearCoor(c.la, c.lo - 1)  $\triangleright \Theta(1)$ 
```

Complejidad: $\Theta(1)$

end

2. Modulo Mapa

Interfaz

usa: NAT, BOOL, COORDENADA, CONJ(α).

se explica con: MAPA.

generos: map.

CREARMAPA() $\rightarrow res : \text{map}$

Pre $\equiv \{\text{true}\}$

Post $\equiv \{res =_{\text{obs}} \text{crearMapa}()\}$

Complejidad: $O(1)$

Descripción: Crea un nuevo mapa

AGREGARCOORDENADA(**in/out** $m : \text{map}$, **in** $c : \text{coor}$) $\rightarrow res : \text{itConj}(\text{coor})$

Pre $\equiv \{m =_{\text{obs}} m_0\}$

Post $\equiv \{m =_{\text{obs}} \text{agregarCoor}(c, m_0)\}$

Complejidad: $\Theta \left(\sum_{c' \in \text{coordenadas}(m)} \text{equal}(c, c') \right)$

Descripción: Agrega una coordenada al mapa y devuelve el iterador a la coordenada agregada. Su complejidad es la de agregar un elemento al conjunto lineal.

COORDENADAS(**in** $m : \text{map}$) $\rightarrow res : \text{itConj}(\text{coor})$

Pre $\equiv \{\text{true}\}$

Post $\equiv \{res =_{\text{obs}} \text{coordenadas}(m)\}$

Complejidad: $O(1)$

Descripción: Devuelve un iterador al conjunto de coordenadas del mapa

POSEXISTENTE(**in** $c : \text{coor}$, **in** $m : \text{map}$) $\rightarrow res : \text{Bool}$

Pre $\equiv \{\text{true}\}$

Post $\equiv \{res =_{\text{obs}} \text{posExistente}(c, m)\}$

Complejidad: $\Theta \left(\sum_{c' \in \text{coordenadas}(m)} \text{equal}(c, c') \right)$

Descripción: Devuelve verdadero si la coordenada esta en el conjunto de coordenadas del mapa

HAYCAMINO(**in** $c1 : \text{coor}$, **in** $c2 : \text{coor}$, **in** $m : \text{map}$) $\rightarrow res : \text{Bool}$

Pre $\equiv \{c1 \in \text{coordenadas}(m) \wedge c2 \in \text{coordenadas}(m)\}$

Post $\equiv \{res =_{\text{obs}} \text{hayCamino}(c1, c2, m)\}$

Complejidad: $\Theta(1)$

Descripción: Devuelve verdadero si existe un camino entre ambas coordenadas

Representación

2.0.4. Representación de Mapa

Mapa se representa con **estr**

donde **estr** es `tupla(coordenadas: ConjLineal(coor), ancho: Nat, secciones: DiccMat(coor, Nat))`

2.0.5. Invariante de Representación

1. El ancho del mapa es igual al maximo del primer elemento de las coordenadas

Rep : estr \rightarrow bool

Rep(e) \equiv true \iff (e.anchos = Max((coordenadas)₂) \wedge ($\forall c : \text{coord}$) $c \in e.\text{coordenadas} \Rightarrow_L \text{def?}(c, e.\text{secciones})$)

2.0.6. Función de Abstracción

Abs : estr $e \rightarrow$ Mapa

{Rep(e)}

Abs(e) \equiv ($\forall m : \text{Mapa}$) e.coordnadas = coordenadas(m)

Algoritmos

Trabajo Práctico II Algoritmos del modulo

H|CrearMapa() $\rightarrow res : \text{estr}$

1: $res.\text{coordenadas} \leftarrow \text{Vacio}()$

\triangleright La complejidad es la de crear el Conjunto Lineal vacio $\Theta(1)$

2: $res.\text{anchos} \leftarrow 0$

$\triangleright \Theta(1)$

3: $res.\text{secciones} \leftarrow \text{NULL}$

$\triangleright \Theta(1)$

Complejidad: $\Theta(1)$

end

H|AgregarCoordenada(in/out $m : \text{estr}$, in $c : \text{coord}$) $\rightarrow res : \text{itConj}(\text{coord})$

1: $\text{largo} \leftarrow \text{Largo}(m)$

$\triangleright \Theta(\text{Cardinal}(m.\text{coordenadas}))$

2: $\text{anchos} \leftarrow \text{Ancho}(m)$

$\triangleright \Theta(\text{Cardinal}(m.\text{coordenadas}))$

3: $m.\text{secciones} \leftarrow \text{Vacio}(\text{largo}, \text{anchos})$

$\triangleright \Theta(\text{largo} * \text{anchos})$

4: $res \leftarrow \text{Agregar}(m.\text{coordenadas}, c)$

$\triangleright \Theta \left(\sum_{c' \in \text{coordenadas}(m)} \text{equal}(c, c') \right)$

$\triangleright \Theta(1)$

5: $\text{seccion} \leftarrow 0$

$\triangleright \Theta(1)$

6: $\text{itCoor} \leftarrow \text{CrearIt}(m.\text{coordenadas})$

$\triangleright \Theta(1)$

7: **while** HaySiguiente(itCoor) **do**

$\triangleright \Theta(\text{Cardinal}(m.\text{coordenadas}))$

8: $\text{coord} \leftarrow \text{Siguiente}(itCoor)$

$\triangleright \Theta(1)$

9: $\text{Avanzar}(it)$

$\triangleright \Theta(1)$

10: **if** $\neg(\text{Definido?}(m.\text{secciones}, \text{coord}))$ **then**

$\triangleright \Theta(1)$

11: $\text{DefinirSeccion}(m, \text{coord}, \text{seccion})$

$\triangleright \Theta(\text{Cardinal}(m.\text{coordenadas}))$

12: $\text{seccion} \leftarrow \text{seccion} + 1$

$\triangleright \Theta(1)$

13: **end if**

14: **end while**

Complejidad: $\Theta(\text{Ancho}(m) * \text{Largo}(m) + \text{Cardinal}(m.\text{coordenadas})^2)$

Justificación: $\Theta(\text{Ancho}(m) * \text{Largo}(m))$ es mayor o igual que $\Theta(\text{Cardinal}(m.\text{coordenadas}))$ y el costo de Agregar un elemento a un conjunto lineal. El While tiene complejidad $\Theta(\text{Cardinal}(m.\text{coordenadas}))$ dentro, y dentro se llama a una funcion con la misma complejidad, luego, por algebra de complejidad, es $\Theta(\text{Ancho}(m) * \text{Largo}(m) + \text{Cardinal}(m.\text{coordenadas})^2)$

end

H|DefinirSeccion(in/out $m : \text{estr}$, in $c : \text{coord}$, in $i : \text{Nat}$)

1: **if** $\neg(\text{Definido?}(m.\text{secciones}, c)) \wedge \text{PosExistente}(c, m)$ **then**

$\triangleright \Theta \left(\sum_{c' \in \text{coordenadas}(m)} \text{equal}(c, c') \right)$

$\triangleright \Theta(1)$

2: $\text{Definir}(m.\text{secciones}, c, i)$

3: $\text{DefinirSeccion}(m, \text{CoordenadaArriba}(c), i)$

$\triangleright \Theta(\text{Cardinal}(m.\text{coordenadas}))$

4: $\text{DefinirSeccion}(m, \text{CoordenadaALaDerecha}(c), i)$

$\triangleright \Theta(\text{Cardinal}(m.\text{coordenadas}))$


```

5:   if Latitud(c) > 0 then                                     ▷  $\Theta(1)$ 
6:       DefinirSeccion(m, CoordenadaAbajo(c), i)             ▷  $\Theta(\text{Cardinal}(m.\text{coordenadas}))$ 
7:   end if
8:   if Longitud(c) > 0 then                                     ▷  $\Theta(1)$ 
9:       DefinirSeccion(m, CoordenadaALaIzquierda(c), i)     ▷  $\Theta(\text{Cardinal}(m.\text{coordenadas}))$ 
10:  end if
11: end if

```

Complejidad: $\Theta(\text{Cardinal}(m.\text{coordenadas}))$

Justificación DefinirSeccion se llama a si misma recursivamente recorriendo las coordenadas, en el peor caso, recorre todas las coordenadas una vez, luego su complejidad es $\Theta(4^{\text{Cardinal}(m.\text{coordenadas})})$ que se puede simplificar, ya que pertenece a la misma clase. Esta funcion no es cuadratica, ya que usa el diccionario para chequear que no este recorriendo una posicion mas de una vez.

end

H|iCoordenadas(**in** *m*: **estr**) → *res*: itConj(coor)

1: *res* ← *CrearIt*(*m.coordnadas*) ▷ La complejidad es la de crear un iterador a un conjunto lineal $\Theta(1)$

Complejidad: $\Theta(1)$

end

H|iPosExistente(**in** *c*: coor, **in** *m*: **estr**) → *res*: Bool

1: *res* ← *pertenece?*(*m.coordnadas*, *c*) ▷ $\Theta\left(\sum_{c' \in \text{coordnadas}(m)} \text{equal}(c, c')\right)$

Complejidad: $\Theta\left(\sum_{c' \in \text{coordnadas}(m)} \text{equal}(c, c')\right)$

Justificación: La complejidad es la fijarse que un elemento pertenezca al conjunto lineal.

end

H|iHayCamino(**in** *c1*: coor, **in** *c2*: coor, **in** *m*: **estr**) → *res*: Bool

1: *res* ← (*Definido?*(*m.secciones*, *c1*) ∧ *Definido?*(*m.secciones*, *c2*)) ∧_L (*Significado*(*m.secciones*, *c1*) = *Significado*(*m.secciones*, *c2*)) ▷ $\Theta(1)$

Complejidad: $\Theta(1)$

end

H|iAncho(**in** *m*: **estr**) → *res*: Nat

```

1: it ← CrearIt(m.coordnadas)                                     ▷  $\Theta(1)$ 
2: max ← 0                                                         ▷  $\Theta(1)$ 
3: while HaySiguiente(it) do                                       ▷  $\Theta(\text{Cardinal}(m.\text{coordenadas}))$ 
4:   if max < Siguiente(it)2 then                                   ▷  $\Theta(1)$ 
5:       max ← Siguiente(it)2                                       ▷  $\Theta(1)$ 
6:   end if
7:   Avanzar(it)                                                    ▷  $\Theta(1)$ 
8: end while

```

Complejidad: $\Theta(\text{Cardinal}(m.\text{coordenadas}))$

end

```
H|Largo(in  $m$ : estr)  $\rightarrow$   $res$  : Nat
1:  $it \leftarrow CrearIt(m.coordenadas)$   $\triangleright \Theta(1)$ 
2:  $max \leftarrow 0$   $\triangleright \Theta(1)$ 
3: while  $HaySiguiente(it)$  do  $\triangleright \Theta(Cardinal(m.coordenadas))$ 
4:   if  $max < Siguiente(it)_1$  then  $\triangleright \Theta(1)$ 
5:      $max \leftarrow Siguiente(it)_1$   $\triangleright \Theta(1)$ 
6:   end if
7:    $Avanzar(it)$   $\triangleright \Theta(1)$ 
8: end while

Complejidad:  $\Theta(Cardinal(m.coordenadas))$ 
```

end

3. Modulo Juego

Interfaz

usa: MAPA, COORDENADA.

se explica con: JUEGO.

generos: juego.

CREARJUEGO(in m : map) $\rightarrow res$: juego

Pre $\equiv \{true\}$

Post $\equiv \{res =_{obs} crearJuego(m_0) \wedge mapa(res) =_{obs} m_0\}$

Complejidad: $O((largo(m) \times ancho(m)) + copy(m))$

Descripción: Crea el nuevo juego

AGREGARPOKEMON(in/out j : juego, in c : coor, in p : Pokemon) $\rightarrow res$: itConj(Pokemon)

Pre $\equiv \{j =_{obs} j_0 \wedge puedoAgregarPokemon(c, j_0)\}$

Post $\equiv \{j =_{obs} agregarPokemon(p, c, j_0)\}$

Complejidad: $O(|P| + EC * \log(EC))$

Descripción: EC es la maxima cantidad de jugadores esperando para atrapar un pokemon. $|P|$ es el nombre mas largo para un pokemon en el juego

AGREGARJUGADOR(in/out j : juego) $\rightarrow res$: Jugador

Pre $\equiv \{j =_{obs} j_0\}$

Post $\equiv \{j =_{obs} agregarJugador(j_0) \wedge res = \#jugadores(j_0) + \#expulsados(j_0)\}$

Complejidad: $O(J)$

Descripción: Agrega el jugador en el conjLineal, el iterador que devuelve el agregar se guarda en un vector donde la posicion es el id del jugador que voy a devolver

CONECTARSE(in/out j : juego, in id : Jugador, in c : coor)

Pre $\equiv \{j =_{obs} j_0 \wedge id \in jugadores(j_0) \wedge_L \neg estaConectado(id, j_0) \wedge posExistente(c, mapa(j_0))\}$

Post $\equiv \{j =_{obs} conectarse(id, c, j_0)\}$

Complejidad: $O(\log(EC))$

Descripción: Conecta al jugador pasado por parametro en la coordenada indicada

DESCONECTARSE(in/out j : juego, in id : Jugador)

Pre $\equiv \{j =_{obs} j_0 \wedge id \in jugadores(j_0) \wedge_L estaConectado(id, j_0)\}$

Post $\equiv \{j =_{obs} desconectarse(id, j_0)\}$

Complejidad: $O(\log(EC))$

Descripción: Desconecta al jugador pasado por parametro

MOVEVERSE(in/out j : juego, in id : Jugador, in c : coor)

Pre $\equiv \{j =_{obs} j_0 \wedge id \in jugadores(j_0) \wedge_L estaConectado(id, j_0) \wedge posExistente(c, mapa(j_0))\}$

Post $\equiv \{j =_{obs} moverse(c, id, j_0)\}$

Complejidad: $O((PS + PC) * |P| + \log(EC))$

Descripción: Mueve al jugador pasado por parametro a la coordenada indicada

MAPA(in j : juego) $\rightarrow res$: map

Pre $\equiv \{true\}$

Post $\equiv \{res =_{obs} mapa(j)\}$

Complejidad: $O(copy(mapa(j)))$

Descripción: Devuelve el mapa del juego

JUGADORES(in j : juego) $\rightarrow res$: itConj(Jugador)

Pre $\equiv \{true\}$

Post $\equiv \{res =_{obs} jugadores(j)\}$

Complejidad: $\Theta(1)$

Descripción: Devuelve un iterador al conjunto de jugadores del juego

ESTACONECTADO(in j : juego, in id : Jugador) $\rightarrow res$: Bool

Pre $\equiv \{id \in jugadores(j)\}$

Post $\equiv \{res =_{obs} estaConetado(id, j)\}$

Complejidad: $\Theta(1)$

Descripción: Devuelve si el jugador con id ingresado esta conectado o no

POSICION(in j : juego, in id : Jugador) $\rightarrow res$: coor

Pre $\equiv \{id \in jugadores(j) \wedge_L estaConectado(id, j)\}$

Post $\equiv \{res =_{obs} posicion(id, j)\}$

Complejidad: $\Theta(1)$

Descripción: Devuelve la posicion actual del jugador con id ingresado si esta conectado

POKEMONES(in j : juego, in id : Jugador) $\rightarrow res$: itConj(<Pokemon, Nat>)

Pre $\equiv \{id \in jugadores(j)\}$

Post $\equiv \{res =_{obs} pokemons(id, j)\}$

Complejidad: $\Theta(1)$

Descripción: Devuelve un iterador a la estructura que almacena los punteros a pokemons del jugador del id ingresado

EXPULSADOS(in j : juego) $\rightarrow res$: itConj(Jugador)

Pre $\equiv \{True\}$

Post $\equiv \{res =_{obs} expulsados(j)\}$

Complejidad: $\Theta(1)$

Descripción: Devuelve un iterador al conjunto de jugadores expulsados del juego

POSCONPOKEMONES(in j : juego) $\rightarrow res$: itConj(coor)

Pre $\equiv \{True\}$

Post $\equiv \{res =_{obs} posConPokemons(j)\}$

Complejidad: $O(1)$

Descripción: Devuelve un iterador al conjunto de coordenadas en donde hay pokemons

POKEMONENPOS(in j : juego, in c : coor) $\rightarrow res$: Pokemon

Pre $\equiv \{c \in posConPokemons(j)\}$

Post $\equiv \{res =_{obs} pokemonEnPos(c, j)\}$

Complejidad: $\Theta(1)$

Descripción: Devuelve un iterador al pokemon de la coordenada dada

CANTMOVIMIENTOSPARACAPTURA(in j : juego, in c : coor) $\rightarrow res$: Nat

Pre $\equiv \{c \in posConPokemons(j)\}$

Post $\equiv \{res =_{obs} cantMovimientosParaCaptura(c, j)\}$

Complejidad: $\Theta(1)$

Descripción: Devuelve la cantidad de movimientos acumulados hasta el momento, para atrapar al pokemon de la coordenada dada

PUEDOAGREGARPOKEMON(in j : juego, in c : coor) $\rightarrow res$: Bool

Pre $\equiv \{True\}$

Post $\equiv \{res =_{obs} puedoAgregarPokemon(c, j)\}$

Complejidad: $\Theta\left(\sum_{c' \in coordenas(mapa(j))} equal(c, c')\right)$

Descripción: Devuelve si la coordenada ingresada es valida para agregar un pokemon en ella

HAYPOKEMONCERCANO(in j : juego, in c : coor) $\rightarrow res$: Bool

Pre $\equiv \{True\}$

Post $\equiv \{res =_{obs} hayPokemonCercano(c, j)\}$

Complejidad: $\Theta(1)$

Descripción: Devuelve si la coordenada ingresada pertenece al rango de un pokemon salvaje

POSPOKEMONCERCANO(in j : juego, in c : coor) $\rightarrow res$: coor

Pre $\equiv \{hayPokemonCercano(c, j)\}$

Post $\equiv \{res =_{obs} posPokemonCercano(c, j)\}$

Complejidad: $\Theta(1)$

Descripción: Devuelve la coordenada mas del pokemon salvaje del rango siempre y cuando haya uno

ENTRENADORESPOSIBLES(**in** c : coor, **in** es : conjLineal(itConj(Jugador)), **in** j : juego) $\rightarrow res$: itConj(Jugador)
Pre $\equiv \{hayPokemonCercano(c, j) \wedge_L pokemonEnPos(posPokemonCercano(c, j), j).jugadoresEnRango \subseteq jugadoresConectados(c, j)\}$
Post $\equiv \{res =_{obs} entrenadoresPosibles(c, pokemonEnPos(posPokemonCercano(c, j), j).jugadoresEnRango, j)\}$
Complejidad: $O(Cardinal(es))$
Descripción: Devuelve un iterador a los jugadores que estan esperando para atrapar al pokemon mas cercano a la coordenada ingresada

INDICERAREZA(**in** j : juego, **in** p : Pokemon) $\rightarrow res$: Nat
Pre $\equiv \{p \in todosLosPokemons(j)\}$
Post $\equiv \{res =_{obs} indiceRareza(p, j)\}$
Complejidad: $O(|P|)$
Descripción: Devuelve el indice de rareza del pokemon del juego ingresado

CANTPOKEMONESTOTALES(**in** j : juego) $\rightarrow res$: Nat
Pre $\equiv \{true\}$
Post $\equiv \{res =_{obs} cantPokemonsTotales(p)\}$
Complejidad: $\Theta(1)$
Descripción: Devuelve la cantidad de pokemones que hay en el juego

CANTMISMAESPECIE(**in** j : Juego, **in** p : Pokemon) $\rightarrow res$: Nat
Pre $\equiv \{true\}$
Post $\equiv \{res =_{obs} cantMismaEspecie(p, pokemons(j), j)\}$
Complejidad: $O(|P|)$
Descripción: Devuelve la cantidad de pokemones de la especie ingresada hay en el juego

Representación

3.0.7. Representación de Juego

Jugador se representa con Nat

Pokemon se representa con String

Juego se representa con estr

donde $estr$ es tupla($pokemones$: diccString(Pokemon, ListaPorTipo(itConj(infoPokemon))), $todosLosPokemones$: listaPorInfo(infoPokemon), $jugadores$: conjLineal(infoJugador), $expulsados$: conjLineal(Nat), $jugadoresPorID$: Vector(<itConj(infoJugador), itColaPrior(Jugador)>), $posicionesPokemons$: DiccMat(coor, <Pokemon, itConj(infoPokemon)>), $posicionesJugadores$: DiccMat(coor, puntero(conjLineal(Jugador))) , $mapa$: map)

donde $infoJugador$ es tupla(id : Jugador , $estaConectado$: Bool , $sanciones$: Nat , $pokemonesCapturados$: conjLineal(itConj(infoPokemon)) , $posicion$: itConj(Jugador))

donde $infoPokemon$ es tupla($contador$: Nat , $jugadoresEnRango$: colaPrior<Nat, itConj(Jugador)> , $salvaje$: Bool)

3.0.8. Invariante de Representación

1. La suma de todos los significados de pokemones es igual al cardinales de todosLosPokemones.

2. La suma de la cantidad de jugadores y expulsados es igual a la longitud del vector jugadoresPorID.
3. Para toda coordenada, si esta definida en posicionesPokemons entonces la coordenada pertenece al mapa.
4. La posicion de todo jugador que pertenezca al conjunto jugadores y este conectado pertenece al mapa.
5. Para todo pokemon que exista en pokemons y sea salvaje, el conjunto de jugadores que esta esperando para atraparlo pertenece al conjunto jugadores.
6. Todo jugador que pertenezca a jugadores, este conectado y este esperando para atrapar, esta incluido en el conjunto de jugadores en rango del pokemon al que quiere atrapar.
7. Los conjuntos jugadores y expulsados son disjuntos.

1. Checkear con significado de trie
2. $\# e.jugadores + \# e.expulsados = \text{long}(e.jugadoresPorID)$
3. $(\forall c : \text{coord}) \text{def?}(c, e.posicionesPokemons) \Rightarrow_L j.\text{posicion} \in e.\text{mapa.coordenadas}$
4. $(\forall j : \text{jug}) j \in e.jugadores \wedge j.\text{estaConectado} \Rightarrow_L j.\text{posicion} \in e.\text{mapa.coordenadas}$
5. $(\forall p : \text{poke}) (\text{def?}(p, e.pokemons) \wedge p.\text{salvaje}) \Rightarrow_L (\forall it : \text{itJug}) \text{HayMas?}(it) \wedge_L \text{Actual}(it) \in p.jugadoresEnRango \Rightarrow_L \text{Actual}(it) \in e.jugadores$
6. $(\forall j : \text{jug}) j \in e.jugadores \wedge j.\text{estaConectado} \wedge_L \text{estaParaAtrapar}(j) \Rightarrow_L (\forall p : \text{poke}) \text{def?}(p, e.pokemons) \wedge_L j \in p.jugadoresEnRango$
7. $(\forall j : \text{jug}) (j \in e.jugadores \Rightarrow_L j \notin e.expulsados) \vee (j \in e.expulsados \Rightarrow_L j \notin e.jugadores)$

3.0.9. Función de Abstracción

Abs(e): este -> Jugo Rep(e) pGo: Juego tq e.mapa = mapa(pGo) y e.jugadores = jugadores(pGo) y luego
 (Para todo j : jugador) j pertenece e.jugadores impluego
 j.sanciones = sanciones(j, pGo) ((j pertenece expulsados(pGo) y j.sanciones >= 10)
 oluego (j.pokesCapturados = pokemons(j,pGo) y j.estaConectado = estaConectad(j,pGo)
 y j.estaConectado impluego j.pos = posicion(j,pGo))) y
 (Para todo p : pokemon) p pertenece e.pokemons impluego (Para todo j : Jugador)
 j pertenece e.jugadores y luego p pertenece pokemons(j,pGo) o [(Para todo c : coord)
 c pertenece e.mapa.coordenadas y luego p = pokemonEnPos(c,pGo) y cantMovParaCap(c,pGo)
 p.contador]

3.1. Algoritmos

H|CrearJuego(in m : map) → res : estr

estr : j	▷ O(1)
j.pokemons ← CrearDiccionario()	▷ O(1)
j.todosLosPokemons ← Vacio()	▷ O(1)
j.jugadores ← Vacio()	▷ O(1)
j.expulsados ← Vacio()	▷ O(1)
j.jugadoresPorID ← Vacia()	▷ O(1)
j.posicionesPokemons ← Vacio(largo(m), ancho(m))	▷ O(largo(m) x ancho(m))
j.posicionesJugadores ← Vacio(largo(m), ancho(m))	▷ O(largo(m) x ancho(m))
j.mapa ← m	▷ O(copy(m))
res ← j	▷ O(1)

Complejidad: O((largo(m) x ancho(m)) + copy(m))

Justificación:

end

H|iAgregarPokemon(in/out j: estr, in c: coor, in p: Pokemon) → res : itConj(Pokemon)

```

infoP ← <0, Vacio(), True>                                ▷ O(1)
itPokemon ← AgregarAtras(j.todosLosPokemones, infoP)    ▷ O(copy(infoP)) Copiar los elementos de la tupla es O(1)
desdeLat ← iDamePos(iLatitud(c), 2)                      ▷ O(1)
desdeLong ← iDamePos(iLongitud(c), 2)                    ▷ O(1)
while desdeLat ≤ iLatitud(c) + 2 do                      ▷ O(1) Recorro un conjunto acotado de coordenadas
  while desdeLong ≤ iLongitud(c) + 2 do                  ▷ O(1) Recorro un conjunto acotado de coordenadas
    if iDistEuclidea(<desdeLat, desdeLong>, c) ≤ 4 then    ▷ O(1)
      if Definido?(j.posicionesJugadores, <desdeLat, desdeLong>) then ▷ O(1)
        itJugadores ← iCrearIt(*(Significado(j.posicionesJugadores, <desdeLat, desdeLong>))) ▷ O(1)
        while HaySiguiente(itJugadores) do              ▷ O(EC)
          e ← Siguiente(itJugadores)                      ▷ O(1)
          tupJugId ← j.jugadoresPorID[e]                  ▷ O(1)
          cantPokemonesJug ← Cardinal(Siguiente(tupJugId1).pokemonesCapturados) ▷ O(1)
          itCola ← iEncolar(Siguiente(itPokemon).jugadoresEnRango, cantPokemonesJug, e) ▷
          O(log(EC) + copy(e))
          tupJugId2 ← itCola                                ▷ O(1)
          Avanzar(itJugadores)                             ▷ O(1)
        end while
      end if
    end if
  end while
if ¬ Definido?(j.pokemones, p) then                      ▷ O(|P|)
  Definir(j.pokemones, p, Vacia())                        ▷ O(|P|)
end if
AgregarAtras(Obtener(j.pokemones, p), itPokemon)        ▷ O(|P| + copy(itPokemon)) Copiar el iterador es O(1)
res ← itPokemon                                           ▷ O(1)

Complejidad:  $O(|P| + |EC| * \log(|EC|))$ 
Justificación:

```

end

H|iAgregarJugador(in/out j: estr) → res : Jugador

```

id ← Cardinal(j.jugadores) + Cardinal(j.expulsados)      ▷ O(1)
infoJ ← <id, false, 0, Vacio(), CrearIt(Vacio)>           ▷ O(1) El jugador es creado vacio, sin sanciones y sin pokemones
atrapados
itJ ← AgregarRapido(j.jugadores, infoJ)                  ▷ O(copy(infoJ))
AgregarAtras(j.jugadoresPorID, <itJ, NULL>)              ▷ O(J) Donde J es la cantidad total de jugadores que fueron
agregados al juego
res ← id                                                  ▷ O(1)

Complejidad:  $O(J)$  donde J es la cantidad de jugadores
Justificación: O(copy(Jugador)) es igual a O(1) ya que solamente es copiar Nat, Bool y un conjunto vacio.

```

end

H|iConectarse(in/out j: estr, in e: Jugador, in c: coor)

```

tupJug ← j.jugadoresPorID[e]                             ▷ O(1)
itJug ← tupJug1                                           ▷ O(1)
Siguiente(j.jugadoresPorID[e]1).estaConectado ← true     ▷ O(1)
conLineal(Jugador) : jugsEnPos                            ▷ O(1)
if Definido?(j.posicionesJugadores, c) then             ▷ O(1)
  jugsEnPos ← *(Significado(j.posicionesJugadores, c))    ▷ O(1)
else

```

```

jugsEnPos ← Vacio()                                ▷ O(1)
Siguiente(j.jugadoresPorID[e]1).posicion ← AgregarRapido(jugsEnPos, e)    ▷ O(1)
Definir(j.posicionesJugadores, c, &jugsEnPos)          ▷ O(1)
Siguiente(j.jugadoresPorID[e]1).estaConectado ← true    ▷ O(1)
if HayPokemonCercano(j, c) then                      ▷ O(1)
    p ← Siguiente(Significado(j.posicionesPokemons, PosPokemonCercano(j, c)))    ▷ O(1)
    j.jugadoresPorID[e]1 ← Encolar(p.jugadoresEnRango, Cardinal(jug.pokeCapturados), itJug)    ▷
O(log(EC))
    p.contador ← 0                                    ▷ O(1)
end if

```

Complejidad: $O(\log(EC))$

Justificación: EC es la maxima cantidad de jugadores esperando para atrapar un pokemon. En el peor caso, el heap al que entra el jugador es el que mas jugadores esperando tiene.

end

H|iDesconectarse(in/out *j*: estr, in *id*: Jugador)

```

tupJug ← j.jugadoresPorId[e]                        ▷ O(1)
if HayPokemonCercano(j, c) then                      ▷ O(1)
    tupJug[2] ← EliminarSiguiente(tupJug[2])            ▷ O(log(EC))
end if
Siguiente(tupJug[1]).estaConectado ← false            ▷ O(1)

```

Complejidad: $O(\log(EC))$

Justificación: EC es la maxima cantidad de jugadores esperando para atrapar un pokemon. En el peor caso, el heap del que sale el jugador es el que mas jugadores esperando tiene. =0

end

H|Moverse(in/out *j*: estr, in *id*: Jugador, in *c*: coor)

```

if iEntroAUnRango(j, id, c) then
    p ← iPosPokemonCercano(j, c)                    ▷ O(1)
    iActualizarMenos(p, j)
    infoP ← Siguiente(Significado(j.posicionesPokemons, p)2)    ▷ O(1)
    infoP.contador ← 0                                ▷ O(1)
    tupJug ← j.jugadoresPorID[id]                    ▷ O(1)
    cantPokemonsJug ← Cardinal(Siguiente(tupJugId1).pokemonsCapturados)    ▷ O(1)
    itCola ← iEncolar(Siguiente(itPokemon).jugadoresEnRango, cantPokemonsJug, e)    ▷ O(log(EC) + copy(e))
    tupJugId2 ← itCola                                ▷ O(1)

```

else

```

if iSaleDelRango(j, c, id) then
    borrarlo del heap

```

end if

```

iActualizarTodos(j)

```

end if

if debeSancionarse?(Siguiente(*j.jugadoresPorID*[*id*]), *c*, *j*) **then**

```

    infoJ ← Siguiente(j.jugadoresPorID[id]1)            ▷ O(1)

```

if *infoJ.sanciones* < 4 **then**

```

    infoJ.sanciones ← infoJ.sanciones + 1                ▷ O(1)

```

else

```

    tupJug ← j.jugadoresPorID[id]                        ▷ O(1)

```

```

    iEliminarSiguiente(tupJug1)

```

▷ O(1) Saca al jugador del conjunto de jugadores

```

    AgregarRapido(j.expulsados, id)

```

▷ O(copy(*id*)) Copiar un nat es O(1)

```

    if iHayPokemonCercano(j, c) then

```

▷ O(1)

```

        iEliminarSiguiente(tupJug2)

```

▷ O(log(EC)) Elimina al jugador del heap donde estaba esperando

```

    end if

```


end if
end if

Complejidad: $O()$
Justificación:

end

H|iDebeSancionarse(in e : Jugador, in c : coor, in j : estr) \rightarrow res : Bool
 $res \leftarrow \neg HayCamino(e.posicion, c, j.mapa) \vee DistEuclidea(e.posicion, c, mapa) > 100$ $\triangleright O(1)$

Complejidad: $O(1)$
Justificación: Chekea si el jugador hizo un movimiento invalido.

end

H|iMapa(in j : estr) \rightarrow res : map
 $res \leftarrow j.mapa$ $\triangleright O(\text{copy}(\text{mapa}(j)))$

Complejidad: $O(\text{copy}(\text{mapa}(j)))$
Justificación: Devuelve el mapa del juego por copia.

end

H|iJugadores(in j : estr) \rightarrow res : itConj(Jugador)
 $res \leftarrow CrearIt(j.jugadores)$ $\triangleright O(1)$

Complejidad: $O(1)$
Justificación: Devuelve el mapa del juego.

end

H|iEstaConectado(in j : estr, in id : Jugador) \rightarrow res : Bool
 $res \leftarrow Siguiente(j.jugadoresPorID[id]_0).estaConectado$ $\triangleright O(1)$

Complejidad: $O(1)$
Justificación: Devuelve si el jugador esta conectado.

end

H|iPosicion(in j : estr, in id : Jugador) \rightarrow res : coor
 $res \leftarrow Siguiente(j.jugadoresPorID[id]_0).posicion$ $\triangleright O(1)$

Complejidad: $O(1)$
Justificación: Devuelve la posicion del jugador.

end

H|iPokemones(in j : estr, in id : Jugador) \rightarrow res : itConj(<Pokemon, Nat>)
 $res \leftarrow CrearIt(Siguiente(j.jugadoresPorID[id]_0).pokeCapturados)$ $\triangleright O(1)$

Complejidad: $O(1)$
Justificación: Devuelve un iterador al conjunto de pokemones atrapados por el jugador.

end

H|iExpulsados(in j : **estr**) \rightarrow res : itConj(Jugador)
 $res \leftarrow CrearIt(j.expulsados)$ $\triangleright O(1)$

Complejidad: $O(1)$

Justificación: Devuelve un iterador al conjunto de jugadores expulsados.

end

H|iPosConPokemones(in j : **estr**) \rightarrow res : itConj(coor)
 $res \leftarrow CrearIt(Coordenadas(j.posicionesPokemones))$ $\triangleright O(1)$

Complejidad: $O(1)$

Justificación: Devuelve las posiciones con pokemons.

end

H|iPokemonEnPos(in j : **estr**, in c : **coor**) \rightarrow res : Pokemon
 $res \leftarrow Significado(j.posicionesPokemones, c)_1$ $\triangleright O(1)$

Complejidad: $O(1)$

Justificación: Devuelve el mapa del juego.

end

H|iCantMovimientosParaCaptura(in j : **estr**, in c : **coor**) \rightarrow res : Nat
 $res \leftarrow 10 - \text{Siguiente}(\text{Significado}(j.posicionesPokemones, c)).\text{contador}$ $\triangleright O(1)$

Complejidad: $O(1)$

Justificación: Devuelve cuantos movimientos faltan para capturar al pokemon.

end

H|iPosPokemonCercano(in j : **estr**, in c : **coor**) \rightarrow res : **coor**
 $i \leftarrow 0$ $\triangleright O(1)$
 $latC \leftarrow \text{Latitud}(c)$ $\triangleright O(1)$
 $i \leftarrow \text{DamePos}(latC, 2)$ $\triangleright O(1)$
 $longC \leftarrow \text{Longitud}(c)$ $\triangleright O(1)$
 $j \leftarrow \text{DamePos}(longC, 2)$ $\triangleright O(1)$
while $i \leq latC + 2$ **do** $\triangleright O(1)$ Vale porque estoy recorriendo un conjunto acotado de coordenadas
 while $j \leq longC + 2$ **do** $\triangleright O(1)$ Vale porque estoy recorriendo un conjunto acotado de coordenadas
 if Definido?($j.posicionesPokemones, \langle i, j \rangle \wedge \text{DistEuclidea}(c, \langle i, j \rangle) \leq 4$) **then** $\triangleright O(1)$
 $res \leftarrow \langle i, j \rangle$ $\triangleright O(1)$
 end if
 $j \leftarrow j + 1$ $\triangleright O(1)$
 end while
 $i \leftarrow i + 1$ $\triangleright O(1)$
end while

Complejidad: $O(1)$

Justificación: Como el rango a recorrer es una constante, se puede decir que es de la clase $\Theta(1)$

end

H|iPuedoAgregarPokemon(in j : **estr**, in c : **coor**) \rightarrow res : Bool

res \leftarrow PosExistente(c, j.mapa) $\wedge \neg$ (Definido?(j.posicionesPokemons, c)) $\wedge \neg$ (HayPokemonCercano(j, c)) \triangleright

$$\Theta \left(\sum_{c' \in \text{coordendas}(\text{mapa}(j))} \text{equal}(c, c') \right)$$

Complejidad: $\left| \Theta \left(\sum_{c' \in \text{coordendas}(\text{mapa}(j))} \text{equal}(c, c') \right) \right|$

Justificación: Tiene que ver si la posicion existe en el mapa, las demas operaciones son O(1)

end

H|iHayPokemonCercano(in j: estr, in c: coor) \rightarrow res : Bool

```

res  $\leftarrow$  false  $\triangleright$  O(1)
latC  $\leftarrow$  Latitud(c)  $\triangleright$  O(1)
i  $\leftarrow$  DamePos(latC, 5)  $\triangleright$  O(1)
longC  $\leftarrow$  Longitud(c)  $\triangleright$  O(1)
j  $\leftarrow$  DamePos(longC, 5)  $\triangleright$  O(1)
while i  $\leq$  latC + 5 do  $\triangleright$  O(1) Vale porque estoy recorriendo un conjunto acotado de coordenadas
  while j  $\leq$  longC + 5 do  $\triangleright$  O(1) Vale porque estoy recorriendo un conjunto acotado de coordenadas
    if Definido?(j.posicionesPokemons, <i, j>)  $\wedge$  DistEuclidea(c, <i, j>)  $\leq$  25 then  $\triangleright$  O(1)
      res  $\leftarrow$  true  $\triangleright$  O(1)
    end if
    j  $\leftarrow$  j + 1  $\triangleright$  O(1)
  end while
  i  $\leftarrow$  i + 1  $\triangleright$  O(1)
end while

```

Complejidad: $\Theta(1)$

Justificación: Como el rango a recorrer es una constante, se puede decir que es de la clase $\Theta(1)$

end

H|iEntrenadoresPosibles(in c: coor, in es: conjLineal(Jugador), in j: estr) \rightarrow res : conjLineal(itConj(Jugador))

```

ePosibles  $\leftarrow$  Vacia()  $\triangleright$  O(1) Crea un conjunto de iteradores vacio
if Cardinal(es)  $\neq$  0 then  $\triangleright$  O(1)
  itE  $\leftarrow$  CrearIt(es)  $\triangleright$  O(1)
  while HaySiguiente(itE) do  $\triangleright$  O(Cardinal(es)) Es la cantidad de jugadores que haya en el conjunto es
    posJugador  $\leftarrow$  Siguiente(itE).posicion  $\triangleright$  O(1)
    if (iHayPokemonCercano(posJugador, j)  $\wedge$ 
      iPosPokemonCercano(posJugador, j)  $==$  c  $\wedge$ 
      iHayCamino(c, posJugador, Mapa(j))) then  $\triangleright$  O(1)
      AgregarRapido(ePosibles, Siguiente(itE))  $\triangleright$  O(1) Copiar un iterador es O(1)
    end if
    Avanzar(itE)  $\triangleright$  O(1)
  end while
end if
res  $\leftarrow$  ePosibles  $\triangleright$  O(1)

```

Complejidad: $O(\text{Cardinal}(es))$

Justificación: Se itera por completo el conjunto de jugadores 'es'. En peor caso, todos los elementos de 'es' deben ser agregados al resultado.

end

H|iIndiceRareza(in j: estr, in p: Pokemon) \rightarrow res : Nat

```

cuantosP ← iCantMismaEspecie(j, p)                                ▷  $O(|p.tipo|)$ 
res ← 100 - (100 x cuantosP / iCantPokemonesTotales)              ▷  $O(1)$ 

Complejidad:  $O(|P|)$ 
Justificación: Siendo  $|P|$  el nombre mas largo para un pokemon en el juego.

```

end

```

H|iCantPokemonesTotales(in j: estr) → res : Nat
  res ← cardinal(j.todosLosPokemones)                             ▷  $O(1)$ 

Complejidad:  $O(1)$ 
Justificación: Pide el cardinal de un conjunto.

```

end

```

H|iCantMismaEspecie(in j: estr, in p: Pokemon) → res : Nat
  if Definido?(j.pokemones, p.tipo) then                          ▷  $O(|P|)$ 
    res ← Obtener(j.pokemones, p.tipo)                             ▷  $O(|P|)$ 
  else
    res ← 0                                                         ▷  $O(1)$ 
  end if

Complejidad:  $O(|P|)$ 
Justificación: En peor caso, el pokemon que se busca es el de nombre mas largo o no esta en el diccionario.

```

end

```

H|DamePos(in p: Nat, in step: Nat) → res : Nat
  i ← p                                                            ▷  $O(1)$ 
  fin ← false                                                       ▷  $O(1)$ 
  res ← p                                                           ▷  $O(1)$ 
  while i ≠ 1 ∧ ¬ fin do                                           ▷  $O(1)$ 
    i ← i - 1                                                       ▷  $O(1)$ 
    if i == p - step then                                           ▷  $O(1)$ 
      res ← i                                                       ▷  $O(1)$ 
      fin ← true                                                    ▷  $O(1)$ 
    end if
  end while

Complejidad:  $O(1)$ 
Justificación: Recorre un rango acotado.

```

end

4. Modulo Diccionario Matriz($coor, \sigma$)

El modulo Diccionario Matriz provee un diccionario por posiciones en el que se puede definir, y consultar si hay un valor en una posicion en tiempo $O(copy(\sigma))$. Ademas, se puede borrar en tiempo lineal sobre las dimensiones de la matriz, y obtener un iterador a un conjunto lineal de claves.

El principal costo se paga al crear la estructura o borrar un dato, dado que cuesta tiempo lineal *ancho* por *largo*.

Interfaz

parametros formales

generos $coor, \sigma$

se explica con: $DICCMAT(Nat, Nat, \sigma)$,

generos: $diccMat(coor, \sigma)$.

VACIO(**in** Nat : l argo, **in** Nat : a ncho) $\rightarrow res : diccMat(coor, \sigma)$

Pre $\equiv \{largo * ancho > 0\}$

Post $\equiv \{res =_{obs} vacio(largo, ancho)\}$

Complejidad: $\Theta(ancho * largo)$

Descripción: Genera un diccionario vacio, de tamaño $ancho * largo$.

DEFINIR(**in/out** $d : diccMat(coor, \sigma)$, **in** $c : coor$, **in** $s : \sigma$)

Pre $\equiv \{d =_{obs} d_0 \wedge enRango(c_1, c_2, d)\}$

Post $\equiv \{d =_{obs} definir(c_1, c_2, s, d_0)\}$

Complejidad: $\Theta(copy(s))$

Descripción: define el significado s en el $diccMat$, en la posicion representada por c .

DEFINIDO?(**in** $d : diccMat(coor, \sigma)$, **in** $c : coor$) $\rightarrow res : bool$

Pre $\equiv \{enRango(c_1, c_2, d)\}$

Post $\equiv \{res =_{obs} def?(c_1, c_2, d)\}$

Complejidad: $\Theta(1)$

Descripción: devuelve **true** si y solo si c tiene un valor en el $diccMat$.

SIGNIFICADO(**in** $d : diccMat(coor, \sigma)$, **in** $c : coor$) $\rightarrow res : \sigma$

Pre $\equiv \{enRango(c_1, c_2, d) \wedge_L def?(c_1, c_2, d)\}$

Post $\equiv \{alias(res =_{obs} obtener(c_1, c_2, d))\}$

Complejidad: $\Theta(copy(s))$

Descripción: Devuelve el valor de d en la posicion c .

BORRAR(**in/out** $d : diccMat(coor, \sigma)$, **in** $c : coor$)

Pre $\equiv \{d = d_0 \wedge enRango(c_1, c_2, d) \wedge_L def?(c_1, c_2, d)\}$

Post $\equiv \{d =_{obs} borrar(c_1, c_2, d_0)\}$

Complejidad: $\Theta\left(\sum_{c' \in d.claves} equal(c, c')\right)$

Descripción: Elimina el valor en la posicion c en d .

COORDENADAS(**in** $d : diccMat(coor, \sigma)$) $\rightarrow res : itConj(coor)$

Pre $\equiv \{true\}$

Post $\equiv \{alias(esPermutacion?(SecuSuby(res), claves(d)))\}$

Complejidad: $\Theta(1)$

Descripción: Devuelve un iterador al conjunto de claves de d .

ANCHO(**in** $d : diccMat(coor, \sigma)$) $\rightarrow res : Nat$

Pre $\equiv \{true\}$

Post $\equiv \{res =_{obs} ancho(d)\}$

Complejidad: $\Theta(1)$

Descripción: Devuelve el ancho de d

LARGO(**in** $d : diccMat(coor, \sigma)$) $\rightarrow res : Nat$

Pre $\equiv \{true\}$

Post $\equiv \{res =_{\text{obs}} \text{largo}(d)\}$

Complejidad: $\Theta(1)$

Descripción: Devuelve el largo de d

4.0.1. Especificacion de las operaciones auxiliares utilizadas en la interfaz

TAD DICCMATRIZ($\text{NAT}, \text{NAT}, \sigma$)

géneros $\text{diccMat}(\text{Nat}, \text{Nat}, \sigma)$

exporta $\text{diccMat}(\text{Nat}, \text{Nat}, \sigma)$, generadores, observadores, borrar, claves

usa $\text{NAT}, \text{BOOL}, \text{CONJ}(\text{TUPLA}(\text{NAT}, \text{NAT}))$

igualdad observacional

$$(\forall d, d' : \text{DiccMat}(\text{Nat}, \text{Nat}, \sigma)) \left(d =_{\text{obs}} d' \iff \left(\begin{array}{l} (\text{ancho}(d) =_{\text{obs}} \text{ancho}(d') \wedge \text{largo}(d) =_{\text{obs}} \text{largo}(d')) \\ \text{largo}(d') \wedge_{\text{L}} \\ (\forall x, y : \text{Nat}) (\text{def?}(x, y, d) =_{\text{obs}} \text{def?}(x, y, d')) \\ \wedge_{\text{L}} \\ \text{def?}(x, y, d) \Rightarrow_{\text{L}} \text{obtener}(x, y, d) =_{\text{obs}} \text{obtener}(x, y, d') \end{array} \right) \right)$$

observadores básicos

$\text{largo} : \text{diccMat}(\text{Nat} \times \text{Nat} \times \sigma) \longrightarrow \text{Nat}$

$\text{ancho} : \text{diccMat}(\text{Nat} \times \text{Nat} \times \sigma) \longrightarrow \text{Nat}$

$\text{def?} : \text{Nat } x \times \text{Nat } y \times \text{diccMat}(\text{Nat} \times \text{Nat} \times \sigma) d \longrightarrow \text{Bool} \quad \{\text{enRango}(x, y, d)\}$

$\text{obtener} : \text{Nat } x \times \text{Nat } y \times \text{diccMat}(\text{Nat} \times \text{Nat} \times \sigma) d \longrightarrow \sigma \quad \{\text{enRango}(x, y, d) \wedge_{\text{L}} \text{def?}(x, y, d)\}$

generadores

$\text{vacío} : \text{Nat } \text{largo} \times \text{Nat } \text{ancho} \longrightarrow \text{diccMat}(\text{Nat}, \text{Nat}, \sigma) \quad \{\text{largo} * \text{ancho} > 0\}$

$\text{definir} : \text{Nat } x \times \text{Nat } y \times \sigma s \times \text{diccMat}(\text{Nat} \times \text{Nat} \times \sigma) d \longrightarrow \text{diccMat}(\text{Nat}, \text{Nat}, \sigma) \quad \{\text{enRango}(x, y, d)\}$

otras operaciones

$\text{borrar} : \text{Nat } x \times \text{Nat } y \times \text{diccMat}(\text{Nat} \times \text{Nat} \times \sigma) d \longrightarrow \text{diccMat}(\text{Nat}, \text{Nat}, \sigma) \quad \{\text{enRango}(x, y, d) \wedge_{\text{L}} \text{def?}(x, y, d)\}$

$\text{claves} : \text{diccMat}(\text{Nat} \times \text{Nat} \times \sigma) \longrightarrow \text{conj}(\text{tupla}(\text{Nat}, \text{Nat}))$

otras operaciones (no exportadas)

$\text{enRango} : \text{Nat} \times \text{Nat} \times \text{diccMat}(\text{Nat} \times \text{Nat} \times \text{sinificado}) \longrightarrow \text{Bool}$

axiomas $\forall x, y, m, n : \text{Nat} \forall d : \text{diccMat}(\text{Nat}, \text{Nat}, \sigma) \forall s : \sigma$

$\text{largo}(\text{vacío}(m, n)) \equiv m$

$\text{ancho}(\text{vacío}(m, n)) \equiv n$

$\text{def?}(x, y, \text{vacío}(m, n)) \equiv \text{false}$

$\text{largo}(\text{definir}(x, y, s, d)) \equiv \text{largo}(d)$

$\text{ancho}(\text{definir}(x, y, s, d)) \equiv \text{ancho}(d)$

$\text{def?}(x, y, \text{definir}(m, n, s, d)) \equiv (x = m \wedge y = n) \vee \text{def?}(x, y, d)$

$\text{obtener}(x, y, \text{definir}(m, n, s, d)) \equiv \text{if } (x = m \wedge y = n) \text{ then } s \text{ else } \text{obtener}(x, y, d) \text{ fi}$

```

borrar(x,y, definir(m,n,s,d))  $\equiv$  if (x = m  $\wedge$  y = n) then
    if def?(x,y,d) then borrar(x,y,d) else d fi
    else
        definir(m,n,s,borrar(x,y,d))
    fi

claves(vacio)  $\equiv \emptyset$ 

claves(definir(x,y,s,d))  $\equiv$  Ag((x,y),claves(d))

enRango(x,y, d)  $\equiv$  x < largo(d)  $\wedge$  y < ancho(d)

```

Fin TAD

Representación

Diccionario Matriz se representa con dicc

donde dicc es tupla(*posiciones*: arregloDimensionable de $\langle \text{bool}, \sigma \rangle$, *claves*: conjLineal(coor), *ancho*: Nat, *largo*: Nat)

Rep : dicc \rightarrow bool

Rep(*d*) \equiv true \iff (tam(*d.posiciones*) =_{obs} (*d.ancho* x *d.largo*)) \wedge_L (($\forall c : \text{coor}$) (*c* \in *d.claves*) \iff definido?(*d.posiciones*, *n*) \wedge_L *d.posiciones*[*n*]₁ =_{obs} true)

Abs : dicc *d* \rightarrow diccMat {Rep(*d*)}

Abs(*d*) \equiv =_{obs} *d'*: diccMat | *d.claves* = *claves*(*d'*) \wedge *d.ancho* = *ancho*(*d'*) \wedge *d.largo* = *largo*(*d'*) \wedge ($\forall c \leftarrow d.claves$) *d.posiciones*[*c.campo*₁ * *d.ancho* + *c.campo*₂] = significado(*c*₁, *c*₂, *d'*)

Algoritmos

Trabajo Práctico II Algoritmos del modulo

H|iVacio(in *l*: Nat, in *a*: Nat) \rightarrow res : dicc

```

1: res.largo  $\leftarrow$  l  $\triangleright \Theta(1)$ 
2: res.ancho  $\leftarrow$  a  $\triangleright \Theta(1)$ 
3: res.posiciones  $\leftarrow$  CrearArreglo(a * l)  $\triangleright \Theta(a * l)$ 
4: res.claves  $\leftarrow$  Vacio()  $\triangleright \Theta(1)$ 

```

Complejidad: $\Theta(a * l)$

end

H|iDefinir(in/out *d*: dicc, in *c*: coor, in *s*: σ)

```

1: if  $\neg$ (Definido?(d, Aplanar(d, c))) then  $\triangleright \Theta(\text{copy}(s))$ 
2:   AgregarRapido(d.claves, c)
3: end if
4: d.posiciones[Aplanar(d, c)]  $\leftarrow$  s  $\triangleright \Theta(\text{copy}(s))$ 

```

Complejidad: $\Theta(\text{copy}(s))$

Justificación: Definido? y Aplanar tienen costo $\Theta(1)$, AgregarRapido y Definir tienen costo $\Theta(\text{copy}(s))$.
Aplicando algebra de ordenes: $\Theta(1) + \Theta(1) + \Theta(\text{copy}(s)) + \Theta(\text{copy}(s)) = \Theta(\text{copy}(s))$

end

H|iDefinido?(in *d*: dicc, in *c*: coor) \rightarrow res : bool

1: $res \leftarrow Definido?(d.posiciones, Aplanar(d, c)) \wedge_L d.posiciones[Aplanar(d, c)]_1$ \triangleright Si no esta definido o esta marcado como borrado, se devuelve que no esta definido $\Theta(1)$

Complejidad: $\Theta(1)$

Justificacion: *Aplanar* tiene costo $\Theta(1)$, luego, como *Definido?* y consular una posicion de un arreglo tienen costo $\Theta(1)$. Aplicando algebra de ordenes: $\Theta(1) + \Theta(1) + \Theta(1) = \Theta(1)$

end

H|iSignificado(in d : dicc, in c : coor) $\rightarrow res : \sigma$

1: $res \leftarrow d.posiciones[Aplanar(d, c)]$ $\triangleright \Theta(1)$

Complejidad: $\Theta(1)$

end

H|iBorrar(in/out d : dicc, in c : coor)

1: $Eliminar(d.claves, c)$

2: $d.posiciones[Aplanar(d, c)] \leftarrow false, d.posiciones[Aplanar(d, c)]$

$\triangleright \Theta \left(\sum_{c' \in d.claves} equal(c, c') \right)$
 $\triangleright \Theta(1)$

Complejidad: $\Theta \left(\sum_{c' \in d.claves} equal(c, c') \right)$

end

H|iCoordenadas(in d : dicc) $\rightarrow res : itConj(coor)$

1: $res \leftarrow CrearIt(d.claves)$ $\triangleright \Theta(1)$

Complejidad: $\Theta(1)$

end

H|iAplanar(in d : dicc, in c : coor) $\rightarrow res : nat$

1: $res \leftarrow c.campo_1 * d.ancho + c.campo_2$ $\triangleright \Theta(1)$

Complejidad: $\Theta(1)$

Justificacion: Son operaciones matematicas de Nat

end

H|iLargo(in d : dicc) $\rightarrow res : nat$

1: $res \leftarrow d.largo$ $\triangleright \Theta(1)$

Complejidad: $\Theta(1)$

end

H|iAncho(in d : dicc) $\rightarrow res : nat$

1: $res \leftarrow d.ancho$ $\triangleright \Theta(1)$

Complejidad: $\Theta(1)$

end

5. Módulo Cola de mínima prioridad(α)

5.1. Especificación

TAD COLA DE MÍNIMA PRIORIDAD(α)

igualdad observacional

$$(\forall c, c' : \text{colaMinPrior}(\alpha)) \left(c =_{\text{obs}} c' \iff \left(\begin{array}{l} \text{vacía?}(c) =_{\text{obs}} \text{vacía?}(c') \wedge_L \\ (\neg \text{vacía?}(c) \Rightarrow_L (\text{próximo}(c) =_{\text{obs}} \text{próximo}(c') \wedge \\ \text{desencolar}(c) =_{\text{obs}} \text{desencolar}(c'))) \end{array} \right) \right)$$

parámetros formales

géneros α

operaciones $\bullet < \bullet : \alpha \times \alpha \longrightarrow \text{bool}$

géneros $\text{colaMinPrior}(\alpha)$

exporta $\text{colaMinPrior}(\alpha)$, generadores, observadores

usa **BOOL**

observadores básicos

$\text{vacía?} : \text{colaMinPrior}(\alpha) \longrightarrow \text{bool}$

$\text{próximo} : \text{colaMinPrior}(\alpha) \ c \longrightarrow \alpha \quad \{\neg \text{vacía?}(c)\}$

$\text{desencolar} : \text{colaMinPrior}(\alpha) \ c \longrightarrow \text{colaMinPrior}(\alpha) \quad \{\neg \text{vacía?}(c)\}$

generadores

$\text{vacía} : \longrightarrow \text{colaMinPrior}(\alpha)$

$\text{encolar} : \alpha \times \text{colaMinPrior}(\alpha) \longrightarrow \text{colaMinPrior}(\alpha)$

otras operaciones

$\text{tamaño} : \text{colaMinPrior}(\alpha) \longrightarrow \text{nat}$

axiomas $\forall c : \text{colaMinPrior}(\alpha), \forall e : \alpha$

$\text{vacía?}(\text{vacía}) \equiv \text{true}$

$\text{vacía?}(\text{encolar}(e, c)) \equiv \text{false}$

$\text{próximo}(\text{encolar}(e, c)) \equiv \text{if } \text{vacía?}(c) \vee_L \text{próximo}(c) > e \text{ then } e \text{ else } \text{próximo}(c) \text{ fi}$

$\text{desencolar}(\text{encolar}(e, c)) \equiv \text{if } \text{vacía?}(c) \vee_L \text{próximo}(c) > e \text{ then } c \text{ else } \text{encolar}(e, \text{desencolar}(c)) \text{ fi}$

Fin TAD

5.2. Interfaz

parámetros formales

géneros α

se explica con: COLA DE MÍNIMA PRIORIDAD(NAT).

géneros: $\text{colaMinPrior}(\alpha)$.

5.2.1. Operaciones básicas de ColaMinPrior

VACÍA() $\rightarrow res : colaMinPrior(\alpha)$

Pre $\equiv \{true\}$

Post $\equiv \{res =_{obs} vacía\}$

Complejidad: $O(1)$

Descripción: Crea una cola de prioridad vacía

VACÍA?(in $c : colaMinPrior(\alpha)$) $\rightarrow res : bool$

Pre $\equiv \{true\}$

Post $\equiv \{res =_{obs} vacía?(c)\}$

Complejidad: $O(1)$

Descripción: Devuelve true si y sólo si la cola está vacía

PRÓXIMO(in $c : colaMinPrior(\alpha)$) $\rightarrow res : \alpha$

Pre $\equiv \{\neg vacía?(c)\}$

Post $\equiv \{alias(res =_{obs} próximo(c))\}$

Complejidad: $O(1)$

Descripción: Devuelve el próximo elemento a desencolar

Aliasing: res es modificable si y sólo si c es modificable

DESENCOLAR(in/out $c : colaMinPrior(\alpha)$)

Pre $\equiv \{\neg vacía?(c) \wedge c =_{obs} c_0\}$

Post $\equiv \{c =_{obs} desencolar(c_0)\}$

Complejidad: $O(\log(\text{tamaño}(c)))$

Descripción: Quita el elemento más prioritario

ENCOLAR(in/out $c : colaMinPrior(\alpha)$, in $p : nat$, in $a : \alpha$) $\rightarrow res : itColaMin(alpha)$

Pre $\equiv \{c =_{obs} c_0\}$

Post $\equiv \{c =_{obs} encolar(p, c_0) \wedge res =_{obs} CrearIt(ColaASecu(c_0), a) \wedge alias(SecuSuby(res) = ColaASecu(c))\}$

Complejidad: $O(\log(|c|)) + copy(a)$

Descripción: Agrega el elemento a de tipo α con prioridad p a la cola

Aliasing: Se agrega el elemento por copia

5.2.2. Operaciones del Iterador

CREARIT(in $c : colaMinPrior(\alpha)$) $\rightarrow res : itColaMin(alpha)$

Pre $\equiv \{true\}$

Post $\equiv \{Alias(EsPermutacion(SecuSuby(res), c))\}$

Complejidad: $\Theta(1)$

Descripción: Crea un iterador de Cola Mínima de Prioridad(α)

Aliasing: El iterador se invalida si y solo si se elimina el elemento siguiente del iterador

HAYSIGUIENTE?(in $it : itColaMin(\alpha)$) $\rightarrow res : bool$

Pre $\equiv \{true\}$

Post $\equiv \{res =_{obs} haySiguiente?(it)\}$

Complejidad: $\Theta(1)$

Descripción: Devuelve true si y solo si en el iterador todavía quedan elementos para avanzar

SIGUIENTE(in $it : itColaMin(\alpha)$) $\rightarrow res : \alpha$

Pre $\equiv \{haySiguiente?(it)\}$

Post $\equiv \{Alias(res =_{obs} Siguiente(it))\}$

Complejidad: $\Theta(1)$

Descripción: Devuelve el elemento de la siguiente posición del iterador

Aliasing: res es modificable si y solo si it es modificable

ELIMINARSIGUIENTE(in/out $it : itColaMin(\alpha)$)

Pre $\equiv \{it =_{obs} it_0 \wedge haySiguiente?(it)\}$

Post $\equiv \{it =_{obs} EliminarSiguiente(it_0)\}$

Complejidad: $\Theta(1)$

Descripción: Elimina de la cola el valor que se encuentra en la posición siguiente del iterador.

5.3. Representación

5.3.1. Representación de ColaMinPrior(α)

ColaMinPrior(α) se representa con *estr*

donde *estr* es *tupla*(*proximo*: puntero(nodo), *tamano*: nat)

donde *nodo* es *tupla*(*prior*: Nat, *elem*: α , *padre*: puntero(nodo), *izq*: puntero(nodo), *der*: puntero(nodo))

5.3.2. Invariante de Representación (Rehacer con nueva estructura)

- (I) Todos ids de cada nodo en elementos son menos que el largo del vector *proximos*
- (II) Si ids de nodos en elementos son diferentes, evaluados en la posición correspondiente de *proximos*, sus prioridades mantienen la diferencia.

Rep : *estr* \rightarrow bool

Rep(*e*) \equiv true \iff
 $(\forall i : \text{nat}) (i < \text{longitud}(e.\text{proximos})) \Rightarrow_{\text{L}}$
 $(\forall j : \text{nat}) j \leq i \Rightarrow_{\text{L}} (e.\text{proximos}[j].\text{prioridad} \leq e.\text{proximos}[i].\text{prioridad}) \wedge$
 $(\forall n : \text{nat}) n < \text{longitud}(e.\text{proximos}) \Rightarrow_{\text{L}} e.\text{proximos}[e.\text{elementos}[n].\text{id}].\text{elemCola} \rightarrow \text{siguiente.elem} =_{\text{obs}}$
 $e.\text{elementos}[n].\text{elem})$

5.3.3. Función de Abstracción

Abs : *estr e* \rightarrow *colaMinPrior*

{*Rep*(*e*)}

Abs(*e*) \equiv $=_{\text{obs}}$ *cmp*: *colaMinPrior* | (*vacía?*(*cmp*) \iff *tamano*(*e*) $=_{\text{obs}}$ 0) \wedge
 $\neg \text{vacía?}(\text{cmp}) \Rightarrow_{\text{L}}$
 $(\text{próximo}(\text{cmp}) =_{\text{obs}} \text{próximo}(e) \wedge$
 $\text{desencolar}(\text{cmp}) =_{\text{obs}} \text{desencolar}(e))$

5.3.4. Representación del Iterador Cola de Prioridad

ItColaMin(α) se representa con *iter*

donde *iter* es *tupla*(*siguiente*: puntero(nodo), *arbol*: puntero(ColaMinPrior(α)))

5.3.5. Invariante de Representación

5.3.6. Función de Abstracción

5.4. Algoritmos

5.4.1. Algoritmos del Modulo

H|iVacía() \rightarrow *res* : *colaMin*(α)

1: *res* \leftarrow < NULL, 0 >

$\triangleright \Theta(1)$

Complejidad: $\Theta(1)$

end

H|iVacía?(in *c*: *colaMin*(α)) \rightarrow *res* : Bool

```

1:  $res \leftarrow (c.proximo = NULL)$   $\triangleright \Theta(1)$ 
   Complejidad:  $\Theta(1)$ 

```

end

```

H|iPróximo(in  $c$ : colaMinPrior( $\alpha$ ))  $\rightarrow res : \alpha$ 
1:  $res \leftarrow CrearIt(c).Siguiende \rightarrow elem$   $\triangleright \Theta(1)$ 
   Complejidad:  $\Theta(1)$ 

```

end

```

H|iUltimoNodo(in/out  $c$ : estr)  $\rightarrow res$  : puntero(Nodo)
1:  $A$  : arreglo1dimensionabledenat  $\triangleright \Theta(1)$ 
2:  $A \leftarrow iDecimalABinario(c.tamao)$   $\triangleright$  Convertir un decimal a binario tiene complejidad logaritmica del largo de
   número  $\Theta(\log(|c|))$ 
3:  $puntero(Nodo)n \leftarrow c.proximo$   $\triangleright \Theta(1)$ 
4: for  $i \leftarrow 1$  to  $tam(A) - 1$  do  $\triangleright$  Se empieza desde el segundo elemento porque ya está posicionado en el primer
   elemento que por precondition no es nulo  $\Theta(|A|) = \Theta(\log(|c|))$ 
5:   if  $A[i] = 0$  then
6:      $n \leftarrow (n \rightarrow izq)$   $\triangleright \Theta(1)$ 
7:   else
8:      $n \leftarrow (n \rightarrow der)$   $\triangleright \Theta(1)$ 
9:   end if
10: end for
11:  $res \leftarrow n$   $\triangleright \Theta(1)$ 
   Complejidad:  $\Theta(\log(|c|))$ 

```

end

```

H|iDesencolar(in/out  $c$ : estr)
1:  $puntero(Nodo)n \leftarrow iUltimoNodo(c)$   $\triangleright \Theta(\log(|c|))$ 
2:  $iSwapCola(c.proximo, n)$   $\triangleright \Theta(1)$ 
3: if  $c.tamano > 1$  then
4:   if  $c.tamanomod2 = 0$  then
5:      $n \leftarrow padre \leftarrow izq \leftarrow NULL$   $\triangleright \Theta(1)$ 
6:   else
7:      $n \leftarrow padre \leftarrow der \leftarrow NULL$   $\triangleright \Theta(1)$ 
8:   end if
9:    $c.tamao \leftarrow c.tamao - 1$   $\triangleright \Theta(1)$ 
10:   $iBajar(c, n)$   $\triangleright \Theta(\log(|c|))$ 
11: else
12:   $c.proximo \leftarrow NULL$   $\triangleright \Theta(1)$ 
13:   $c.tamao \leftarrow 0$   $\triangleright \Theta(1)$ 
14: end if
   Complejidad:  $\Theta(\log(|c|))$ 

```

end

```

H|iPadreNuevoNodo(in/out  $c$ : estr)  $\rightarrow res$  : puntero(Nodo)
1:  $A$  : arreglo1dimensionabledenat  $\triangleright \Theta(1)$ 
2:  $A \leftarrow iDecimalABinario(c.tamao + 1)$   $\triangleright$  Convertir un decimal a binario tiene complejidad logaritmica del
   largo de número  $\Theta(\log(|c|))$ 

```

```

3: puntero(Nodo)n ← c.proximo ▷  $\Theta(1)$ 
4: for i ← 1 to tam(A) - 2 do ▷ Se empieza desde el segundo elemento porque ya está posicionado en el primer
   elemento que por precondition no es nulo  $\Theta(|A|) = \Theta(\log(|c|))$ 
5:   if A[i] = 0 then
6:     n ← (n → izq) ▷  $\Theta(1)$ 
7:   else
8:     n ← (n → der) ▷  $\Theta(1)$ 
9:   end if
10: end for
11: res ← n ▷  $\Theta(1)$ 

Complejidad:  $\Theta(\log(|c|))$ 

```

end

```

H|iEncolar(in/out c: colaMinPrior( $\alpha$ ), in prioridad: nat, in a:  $\alpha$ ) → res: iter
1: puntero(Nodo) : padre ← iPadreNuevoNodo(c) ▷  $\Theta(\log(|c|))$ 
2: Nodo : nuevo ← < prioridad, a, padre, NULL, NULL > ▷  $\Theta(1)$ 
3: if padre → izq = NULL then ▷  $\Theta(1)$ 
4:   padre → izq = &nuevo ▷  $\Theta(1)$ 
5: else
6:   padre → der = &nuevo ▷  $\Theta(1)$ 
7: end if
8: c.tamao ← c.tamao + 1 ▷  $\Theta(1)$ 
9: iSubir(c, nuevo) ▷  $\Theta(\log(|c|))$ 
10: res ← CrearItEncolado(nuevo, c) ▷  $\Theta(1)$ 

Complejidad:  $\Theta(\log(|c|)) + copy(\alpha)$ 

```

end

```

H|iBajar(in/out c: estr, in n: puntero(Nodo))
1: bool : swap ← true ▷  $\Theta(1)$ 
2: bool : esHoja ← (n → izq = NULL ∧ n → der = NULL) ▷  $\Theta(1)$ 
3: while ¬esHoja ∧ swap do ▷ Lo máximo que se puede llegar a avanzar es la altura del árbol  $\Theta(\log(|c|))$ 
4:   swap ← false ▷  $\Theta(1)$ 
5:   if n → der = NULL then ▷  $\Theta(1)$ 
6:     if n → izq → prior < n → prior then ▷  $\Theta(1)$ 
7:       iSwapCola(n → izq, n) ▷  $\Theta(1)$ 
8:       swap ← true ▷  $\Theta(1)$ 
9:     end if
10:   else
11:     if n → izq = NULL then ▷  $\Theta(1)$ 
12:       if n → der → prior < n → prior then ▷  $\Theta(1)$ 
13:         iSwapCola(n → izq, n) ▷  $\Theta(1)$ 
14:         swap ← true ▷  $\Theta(1)$ 
15:       end if
16:     else
17:       if n → der → prior < n → izq → prior then ▷  $\Theta(1)$ 
18:         if n → der → prior < n → prior then ▷  $\Theta(1)$ 
19:           iSwapCola(n → izq, n) ▷  $\Theta(1)$ 
20:           swap ← true ▷  $\Theta(1)$ 
21:         else
22:           if n → izq → prior < n → prior then ▷  $\Theta(1)$ 
23:             iSwapCola(n → izq, n) ▷  $\Theta(1)$ 
24:             swap ← true ▷  $\Theta(1)$ 
25:           end if

```

```

26:         end if
27:     else
28:         if  $n \rightarrow izq \rightarrow prior < n \rightarrow prior$  then  $\triangleright \Theta(1)$ 
29:             iSwapCola( $n \rightarrow izq, n$ )  $\triangleright \Theta(1)$ 
30:             swap  $\leftarrow$  true  $\triangleright \Theta(1)$ 
31:         else
32:             if  $n \rightarrow der \rightarrow prior < n \rightarrow prior$  then  $\triangleright \Theta(1)$ 
33:                 iSwapCola( $n \rightarrow izq, n$ )  $\triangleright \Theta(1)$ 
34:                 swap  $\leftarrow$  true  $\triangleright \Theta(1)$ 
35:             end if
36:         end if
37:     end if
38: end if
39: end if
40: esHoja  $\leftarrow$  ( $n \rightarrow izq = NULL \wedge n \rightarrow der = NULL$ )  $\triangleright \Theta(1)$ 
41: end while

```

Complejidad: $\Theta(\log(|c|))$

end

H|iSubir(in/out c : estr, in n : puntero(Nodo))

```

1: bool : swap  $\leftarrow$  true  $\triangleright \Theta(1)$ 
2: bool : esRaiz  $\leftarrow$  ( $n \rightarrow padre = NULL$ )  $\triangleright \Theta(1)$ 
3: while  $\neq$  esRaiz  $\wedge$  swap do  $\triangleright$  Lo máximo que se puede llegar a avanzar es la altura del árbol  $\Theta(\log(|c|))$ 
4:     swap  $\rightarrow$  false  $\triangleright \Theta(1)$ 
5:     if  $n \rightarrow prior < n \rightarrow padre \rightarrow prior$  then  $\triangleright \Theta(1)$ 
6:         swapCola( $n \rightarrow padre, n$ )  $\triangleright \Theta(1)$ 
7:         swap  $\rightarrow$  true  $\triangleright \Theta(1)$ 
8:     end if
9:     esRaiz  $\leftarrow$  ( $n \rightarrow padre = NULL$ )  $\triangleright \Theta(1)$ 
10: end while

```

Complejidad: $\Theta(\log(|c|))$

end

H|swapCola(in/out p : puntero(Nodo), in/out q : puntero(Nodo))

```

1: Nodo : aux  $\leftarrow$  (*p)  $\triangleright \Theta(Copy(\alpha))$ 
2:  $p \rightarrow padre \leftarrow q \rightarrow padre$   $\triangleright \Theta(1)$ 
3:  $p \rightarrow izq \leftarrow q \rightarrow izq$   $\triangleright \Theta(1)$ 
4:  $p \rightarrow der \leftarrow q \rightarrow der$   $\triangleright \Theta(1)$ 
5:  $q \rightarrow padre \leftarrow aux.padre$   $\triangleright \Theta(1)$ 
6:  $q \rightarrow izq \leftarrow aux.izq$   $\triangleright \Theta(1)$ 
7:  $q \rightarrow der \leftarrow aux.der$   $\triangleright \Theta(1)$ 
Complejidad:  $\Theta(Copy(\alpha))$ 

```

end

H|iDecimalABinario(in d : nat) \rightarrow res : arreglo(nat)

```

1: lista( $\alpha$ ) : temp  $\leftarrow$  Vacía()  $\triangleright \Theta(1)$ 
2: while  $d > 1$  do  $\triangleright$  Lo máximo que se puede llegar a iterar es  $\log(d)$   $\Theta(\log(d))$ 
3:     AgregarAdelante(temp, dmod2)  $\triangleright \Theta(1)$ 
4:      $d \leftarrow d/2$   $\triangleright$  División entera  $\Theta(1)$ 
5: end while
6: AgregarAdelante(temp, d)  $\triangleright \Theta(1)$ 

```

```

7:  $it \leftarrow \text{CrearIt}(temp)$   $\triangleright \Theta(1)$ 
8:  $nati \leftarrow 0$   $\triangleright \Theta(1)$ 
9:  $arreglo(nat)bin \leftarrow \text{CrearArreglo}(\text{Longitud}(temp))$   $\triangleright \Theta(1)$ 
10: while  $\text{HaySiguiente}(it)$  do  $\triangleright$  El largo de la lista es  $\log(d)$   $\Theta(|temp|) = \Theta(\log(d))$ 
11:    $bin[i] \leftarrow \text{Siguiente}(it)$   $\triangleright \Theta(1)$ 
12:    $i \leftarrow i + 1$   $\triangleright \Theta(1)$ 
13: end while
14:  $res \leftarrow bin$   $\triangleright \Theta(1)$ 
   Complejidad:  $\Theta(\log(d))$ 

```

end

5.4.2. Algoritmos del Iterador

H|iCrearIt(in c : **estr**) $\rightarrow res$: iter

```

1:  $res \leftarrow \langle c.proximo, c \rangle$   $\triangleright \Theta(1)$ 
   Complejidad:  $\Theta(1)$ 

```

end

H|iCrearItEncolado(in c : **estr**, in $nodo$: puntero(Nodo)) $\rightarrow res$: iter \triangleright Esta es una operación privada, dado a que no hay un avanzar se crea un iterador con un elemento que pertenezca a la cola

Pre $\equiv nodo \neq \text{NULL} \wedge_L nodo =_{obs} (\exists n \in [0..c.tamaño-1])$

```

1:  $res \leftarrow \langle n, c \rangle$   $\triangleright \Theta(1)$ 
   Complejidad:  $\Theta(1)$ 

```

Post $\equiv res =_{obs} (\exists i \in [0..c.tamaño-1])$

end

H|HaySiguiente?(in it : itColaMin(α)) $\rightarrow res$: bool

```

1:  $res \leftarrow it.siguiente \neq \text{NULL}$   $\triangleright \Theta(1)$ 
   Complejidad:  $\Theta(1)$ 

```

end

H|Siguiente(in it : itColaMin(α)) $\rightarrow res$: α

```

1:  $res \leftarrow (it.siguiente \rightarrow elem)$   $\triangleright \Theta(1)$ 
   Complejidad:  $\Theta(1)$ 

```

end

H|EliminarSiguiente(in/out it : itColaMin(α))

```

1: if  $arbol.tamao > 1$  then
2:    $puntero(Nodo)ult \leftarrow iUltimoNodo(arbol)$   $\triangleright \Theta(\log(|arbol|))$ 
3:    $iSwapCola(ult, it.siguiente)$   $\triangleright \Theta(1)$ 
4:   if  $arbol.tamaomod2 = 0$  then
5:      $it.siguiente \rightarrow padre \rightarrow izq \leftarrow \text{NULL}$   $\triangleright \Theta(1)$ 
6:   else
7:      $it.siguiente \rightarrow padre \rightarrow der \leftarrow \text{NULL}$   $\triangleright \Theta(1)$ 
8:   end if
9:    $arbol.tamao \leftarrow arbol.tamao - 1$   $\triangleright \Theta(1)$ 
10:   $iBajar(arbol, ult)$   $\triangleright \Theta(\log(|arbol|))$ 
11: else

```



```
12:   it.siguiente  $\leftarrow$  NULL  $\triangleright \Theta(1)$ 
13:   arbol.tamao  $\leftarrow$  0  $\triangleright \Theta(1)$ 
14: end if
15: it.siguiente  $\rightarrow$  padre  $\rightarrow$   $\leftarrow$  NULL  $\triangleright \Theta(1)$ 
    Complejidad:  $\Theta(1)$ 
```

end

6. Módulo Diccionario String(α)

Se representa mediante un árbol n-ario con invariante de trie. Las claves son strings y permite acceder a un significado en un tiempo en el peor caso igual a la longitud de la palabra (string) más larga y definir un significado en el mismo tiempo más el tiempo de copy(s) ya que los significados se almacenan por copia.

6.1. Interfaz

parametros formales

géneros: α .

funcion: COPIAR(in $s : \alpha$) $\rightarrow res : \alpha$

Pre $\equiv \{\text{true}\}$

Post $\equiv \{res =_{obs} s\}$

Complejidad: $O(\text{copy}(s))$

Descripción: funcion de copia de α .

se explica con: DICCIONARIO(STRING, α).

géneros: diccString(α), itDiccString(α).

6.1.1. Operaciones básicas de Diccionario String(α)

CREARDICCIONARIO()

Pre $\equiv \{\text{true}\}$

Post $\equiv \{res =_{obs} \text{vacío}()\}$

Complejidad: $O(1)$ Justificación: Sólo crea un arreglo de 256 posiciones inicializadas con null y una lista vacía

Descripción: Crea un diccionario vacío.

DEFINIDO?(in $d : \text{diccString}(\alpha)$, in $c : \text{string}$) $\rightarrow res : \text{bool}$

Pre $\equiv \{\text{true}\}$

Post $\equiv \{res =_{obs} \text{def?}(d, c)\}$

Complejidad: $O(|c|)$ Justificación: Debe acceder a la clave c , recorriendo una por una las partes de la clave (caracteres)

Descripción: Devuelve true si la clave está definida en el diccionario y false en caso contrario.

DEFINIR(in/out $d : \text{diccString}(\alpha)$, in $c : \text{string}$, in $s : \alpha$)

Pre $\equiv \{d =_{obs} d_0\}$

Post $\equiv \{d =_{obs} \text{definir}(c, s, d_0)\}$

Complejidad: $O(|c| + \text{copy}(s))$ Justificación: Debe definir la clave c , recorriendo una por una las partes de la clave y después copiar el contenido del significado.

Descripción: Define la clave c con el significado s

Aliasing: Almacena una copia de s .

OBTENER(in $d : \text{diccString}(\alpha)$, in $c : \text{string}$) $\rightarrow res : \alpha$

Pre $\equiv \{\text{def?}(c, d)\}$

Post $\equiv \{\text{alias}(res =_{obs} \text{obtener}(c, d))\}$

Complejidad: $O(|c|)$ Justificación: Debe acceder a la clave c , recorriendo una por una las partes de la clave (caracteres)

Descripción: Devuelve el significado correspondiente a la clave c .

Aliasing: Devuelve el significado almacenado en el diccionario, por lo que res es modificable si y sólo si d lo es.

ELIMINAR(in/out $d : \text{diccString}(\alpha)$, in $c : \text{string}$)

Pre $\equiv \{d =_{\text{obs}} d_0 \wedge \text{def?}(d, c)\}$

Post $\equiv \{d =_{\text{obs}} \text{borrar}(d_0, c)\}$

Complejidad: $O(|c|)$ Justificación: Debe acceder a la clave c , recorriendo una por una las partes de la clave (caracteres) e invalidar su significado

Descripción: Borra la clave c del diccionario y su significado.

CREARITCLAVES(in $d: \text{diccString}(\alpha)$) $\rightarrow res: \text{itConj}(\text{String})$

Pre $\equiv \{\text{true}\}$

Post $\equiv \{\text{alias}(\text{esPermutacion?}(\text{SecuSuby}(res), c)) \wedge \text{vacía?}(\text{Anteriores}(res))\}$

Complejidad: $O(1)$

Descripción: Crea un Iterador de Conjunto en base a la interfaz del iterador de Conjunto Lineal

6.1.2. Operaciones Básicas Del Iterador

Este iterador permite recorrer el trie sobre el que está implementado el diccionario para obtener de cada clave los significados. Las claves de los elementos iterados no pueden modificarse nunca por cuestiones de implementación. El iterador es un iterador de lista, que recorre listaIterable por lo que sus operaciones son idénticas a ella.

CREARIT(in $d: \text{diccString}(\alpha)$) $\rightarrow res: \text{itDiccString}(\alpha)$

Pre $\equiv \{\text{true}\}$

Post $\equiv \{\text{alias}(\text{esPermutación}(\text{SecuSuby}(res), d)) \wedge \text{vacía?}(\text{Anteriores}(res))\}$

Complejidad: $O(1)$

Descripción: crea un iterador bidireccional del diccionario, de forma tal que HayAnterior evalúe a false (i.e., que se pueda recorrer los elementos aplicando iterativamente Siguiente).

Aliasing: El iterador se invalida si y sólo si se elimina el elemento siguiente del iterador sin utilizar la función EliminarSiguiente. Además, anteriores(res) y siguientes(res) podrían cambiar completamente ante cualquier operación que modifique d sin utilizar las funciones del iterador.

HAYSIGUIENTE(in $it: \text{itDiccString}(\alpha)$) $\rightarrow res: \text{bool}$

Pre $\equiv \{\text{true}\}$

Post $\equiv \{res =_{\text{obs}} \text{haySiguiente?}(it)\}$

Complejidad: $O(1)$

Descripción: devuelve true si y sólo si en el iterador todavía quedan elementos para avanzar.

HAYANTERIOR(in $it: \text{itDiccString}(\alpha)$) $\rightarrow res: \text{bool}$

Pre $\equiv \{\text{true}\}$

Post $\equiv \{res =_{\text{obs}} \text{hayAnterior?}(it)\}$

Complejidad: $O(1)$

Descripción: devuelve true si y sólo si en el iterador todavía quedan elementos para retroceder.

SIGUIENTESIGNIFICADO(in $it: \text{itDiccString}(\alpha)$) $\rightarrow res: \alpha$

Pre $\equiv \{\text{haySiguiente?}(it)\}$

Post $\equiv \{\text{alias}(res =_{\text{obs}} \text{haySiguiente?}(it).\text{significado})\}$

Complejidad: $O(1)$

Descripción: devuelve el significado del elemento siguiente del iterador

Aliasing: res es modificable si y sólo si it es modificable.

ANTERIORESIGNIFICADO(in $it: \text{itDiccString}(\alpha)$) $\rightarrow res: \alpha$

Pre $\equiv \{\text{hayAnterior?}(it)\}$

Post $\equiv \{\text{alias}(res =_{\text{obs}} \text{hayAnterior?}(it).\text{significado})\}$

Complejidad: $O(1)$

Descripción: devuelve el significado del elemento anterior del iterador

Aliasing: res es modificable si y sólo si it es modificable.

AVANZAR(**in/out** it : itDiccString(α))

Pre $\equiv \{it = it_0 \wedge \text{haySiguiente?}(it)\}$

Post $\equiv \{it =_{obs} \text{avanzar}(it_0)\}$

Complejidad: $O(1)$

Descripción: avanza a la posición siguiente del iterador.

RETROCEDER(**in/out** it : itDiccString(α))

Pre $\equiv \{it = it_0 \wedge \text{hayAnterior?}(it)\}$

Post $\equiv \{it =_{obs} \text{hayAnterior?}(it_0)\}$

Complejidad: $O(1)$

Descripción: retrocede a la posición anterior del iterador.

6.1.3. Representación de Diccionario String(α)

Diccionario String(α) se representa con estr

donde estr es tupla(raiz: arreglo(puntero(Nodo)), listaIterable: lista(puntero(Nodo)))

donde Nodo es tupla(arbolTrie: arreglo(puntero(Nodo)),
 info: α ,
 infoValida: bool,
 infoEnLista: iterador(listaIterable))

6.1.4. Invariante de Representación

- (I) Raiz es la raiz del arbol con invariante de trie y es un arreglo de 256 posiciones.
- (II) Cada uno de los elementos de la lista tiene que ser un puntero a un Nodo del trie.
- (III) Nodo es una tupla que contiene un arreglo de 256 posiciones con un puntero a otro Nodo en cada posicion ,un elemento info que es el alfa que contiene esa clave del arbol, un elemento infoValida y un elemento iterador que es un puntero a un nodo de la lista enlazada.
- (IV) El iterador a la lista enlazada de cada nodo tiene que apuntar al elemento de la lista que apunta al mismo Nodo.
- (V) Cada uno de los nodos de la lista apunta a un nodo del arbol cuyo infoEnLista apunta al mismo nodo de la lista.

$(\forall c: \text{diccString}((\alpha)))()$

Rep : estr \longrightarrow bool

Rep(e) \equiv true \iff
 longitud($e.raiz$) == 256 \wedge_L
 $(\forall i \in [0..longitud(e.raiz)])$
 $((\neg e.raiz[i] == \text{NULL}) \Rightarrow_L \text{nodoValido}(raiz[i])) \wedge (*e.raiz[i].infoValida == \text{true} \Rightarrow_L$
 $\text{iteradorValido}(raiz[i])) \wedge$
 $\text{listaValida}(e.listaIterable)$

nodoValido : puntero(Nodo) $nodo \longrightarrow$ bool

iteradorValido : puntero(Nodo) $nodo \longrightarrow$ bool

nodoValido($nodo$) \equiv
 longitud($*nodo.arbolTrie$) == 256 \wedge_L
 $(\forall i \in [0..longitud(*nodo.arbolTrie)])$
 $((\neg *nodo.arbolTrie[i] == \text{NULL}) \Rightarrow_L \text{nodoValido}(*nodo.arbolTrie[i]))$

iteradorValido($nodo$) \equiv
 PunteroValido($nodo$) \wedge_L
 $(\forall i \in [0..longitud(*nodo.arbolTrie)])$
 $((*nodo.arbolTrie[i].infoValida == \text{true}) \Rightarrow_L \text{iteradorValido}(*nodo.arbolTrie[i]))$

PunteroValido($nodo$) \equiv
 El iterador perteneciente al nodo (infoEnLista) apunta a un nodo de listaIterable (lista(puntero(Nodo)))
 cuyo puntero apunta al mismo nodo pasado por parámetro. Es decir se trata de una referencia circular.

listaValida(lista) \equiv
 Cada nodo de la lista tiene un puntero a un nodo de la estructura cuyo infoEnLista (iterador) apunta al mismo nodo. Es decir se trata de una referencia circular.

6.1.5. Función de Abstracción

$Abs : \text{estr } e \longrightarrow \text{diccString}(\alpha) \quad \{\text{Rep}(e)\}$
 $Abs(e) \equiv =_{\text{obs}} d : \text{diccString}(\alpha) \mid (\forall s : \text{string})(\text{def?}(d, s) =_{\text{obs}} \text{Definido?}(d, s) \wedge \text{def?}(d, s) \Rightarrow_L \text{obtener}(s, d) =_{\text{obs}} \text{Obtener}(d, s))$

6.2. Algoritmos

H|iCrearDiccionario() $\rightarrow res : \text{estr}$
 $\text{arreglo}(\text{puntero}(\text{Nodo})) : res.raiz \leftarrow \text{CrearArreglo}(256) \quad \triangleright O(256)$
 $nat : i \leftarrow 0 \quad \triangleright O(1)$
while $i < \text{long}(res.raiz)$ **do** $\triangleright O(1)$
 $\quad res.raiz[i] \leftarrow \text{NULL} \quad \triangleright O(1)$
end while
 $res.listaIterable \leftarrow \text{Vacía}() \quad \triangleright O(1)$

Complejidad: $O(1)$

Justificación: Crea un arreglo de 256 posiciones y lo recorre inicializándolo en NULL. Luego crea una lista vacía.

end

H|iDefinido?(in d: estr, in c: string) $\rightarrow res : \text{bool}$
 $nat : i \leftarrow 0 \quad \triangleright O(1)$
 $nat : letra \leftarrow \text{ord}(c[0]) \quad \triangleright O(1)$
 $\text{puntero}(\text{Nodo}) : arr \leftarrow d.raiz[letra] \quad \triangleright O(1)$
while $i < \text{longitud}(c) \wedge \neg arr = \text{NULL}$ **do** $\triangleright O(|c|)$
 $\quad i \leftarrow i + 1 \quad \triangleright O(1)$
 $\quad letra \leftarrow \text{ord}(c[i]) \quad \triangleright O(1)$
 $\quad arr \leftarrow (*arr).arbolTrie[letra] \quad \triangleright O(1)$
end while
if $i = \text{longitud}(c)$ **then** $\triangleright O(1)$
 $\quad res \leftarrow (*arr).infoValida \quad \triangleright O(1)$
else
 $\quad res \leftarrow \text{false} \quad \triangleright O(1)$
end if

Complejidad: $O(|c|)$

Justificación: Toma el primer caracter y encuentra su posición en el arreglo raíz. Luego itera sobre los caracteres restantes hasta el final del String c, por lo que hace $|c|$ operaciones. Finalmente pregunta si el significado encontrado es válido o no.

end

H|iDefinir(in/out d: estr, in c: string, in s: α)
 $nat : i \leftarrow 0 \quad \triangleright O(1)$
 $nat : letra \leftarrow \text{ord}(c[0]) \quad \triangleright O(1)$
if $d.raiz[letra] = \text{NULL}$ **then** $\triangleright O(1)$
 $\quad \text{Nodo} : \text{nuevo} \quad \triangleright O(1)$
 $\quad \text{arreglo}(\text{puntero}(\text{Nodo})) : \text{nuevo.arbolTrie} \leftarrow \text{CrearArreglo}(256) \quad \triangleright O(1)$
 $\quad \text{nuevo.infoValida} \leftarrow \text{false} \quad \triangleright O(1)$
 $\quad d.raiz[letra] \leftarrow \text{puntero}(\text{nuevo}) \quad \triangleright O(1)$
end if
 $\text{puntero}(\text{Nodo}) : arr \leftarrow d.raiz[letra] \quad \triangleright O(1)$

```

while  $i < longitud(c)$  do                                ▷  $O(|c|)$ 
   $i \leftarrow i + 1$                                        ▷  $O(1)$ 
   $letra \leftarrow ord(c[i])$                                ▷  $O(1)$ 
  if  $arr.arbolTrie[letra] = NULL$  then                     ▷  $O(1)$ 
     $Nodo : nuevoHijo$                                      ▷  $O(1)$ 
     $arreglo(puntero(Nodo)) : nuevoHijo.arbolTrie \leftarrow CrearArreglo(256)$  ▷  $O(1)$ 
     $nuevoHijo.infoValida \leftarrow false$                  ▷  $O(1)$ 
     $arr.arbolTrie[letra] \leftarrow puntero(nuevoHijo)$     ▷  $O(1)$ 
  end if
   $arr \leftarrow (*arr).arbolTrie[letra]$                  ▷  $O(1)$ 
end while
 $(*arr).info \leftarrow s$                                 ▷  $O(copy(s))$ 
if  $\neg(*arr).infoValida$  then                             ▷  $O(1)$ 
   $itLista(puntero(Nodo))it \leftarrow AgregarAdelante(d.listaIterable, NULL)$  ▷  $O(1)$ 
   $(*arr).infoValida \leftarrow true$                      ▷  $O(1)$ 
   $(*arr).infoEnLista \leftarrow it$                        ▷  $O(1)$ 
   $siguiente(it) \leftarrow puntero(*arr)$                 ▷  $O(1)$ 
end if

```

Complejidad: $O(|c| + copy(s))$

Justificación: Itera sobre la cantidad de caracteres del String c y en caso de que algún caracter no esté definido crea un arreglo de 256 posiciones, por lo que realiza $|c|$ operaciones. Luego copia el significado pasado por parámetro en $O(copy(s))$ y finalmente agrega en la lista un puntero al nodo creado.

end

H|iObtener(in d : estr, in c : string) $\rightarrow res : \alpha$

```

 $nat : i \leftarrow 0$                                      ▷  $O(1)$ 
 $nat : letra \leftarrow ord(c[0])$                          ▷  $O(1)$ 
 $puntero(Nodo) : arr \leftarrow d.raiz[letra]$              ▷  $O(1)$ 
while  $i < longitud(c)$  do                                ▷  $O(|c|)$ 
   $i \leftarrow i + 1$                                        ▷  $O(1)$ 
   $letra \leftarrow ord(c[i])$                                ▷  $O(1)$ 
   $arr \leftarrow (*arr).arbolTrie[letra]$                  ▷  $O(1)$ 
end while
 $res \leftarrow (*arr).info$                                 ▷  $O(1)$ 

```

Complejidad: $O(|c|)$

Justificación: Toma el primer caracter y encuentra su posición en el arreglo raíz. Luego itera sobre los caracteres restantes hasta el final del String c , por lo que hace $|c|$ operaciones. Finalmente retorna el significado almacenado. Todas las demás operaciones se realizan en $O(1)$ porque son comparaciones o asignaciones de valores enteros o de punteros.

end

H|iEliminar(in/out d : estr, in c : string)

```

 $nat : i \leftarrow 0$                                      ▷  $O(1)$ 
 $nat : letra \leftarrow ord(c[0])$                          ▷  $O(1)$ 
 $puntero(Nodo) : arr \leftarrow d.raiz[letra]$              ▷  $O(1)$ 
 $pila(puntero(Nodo)) : pil \leftarrow Vacía()$              ▷  $O(1)$ 
while  $i < longitud(c)$  do                                ▷  $O(|c|)$ 
   $i \leftarrow i + 1$                                        ▷  $O(1)$ 
   $letra \leftarrow ord(c[i])$                                ▷  $O(1)$ 
   $arr \leftarrow (*arr).arbolTrie[letra]$                  ▷  $O(1)$ 
   $Apilar(pil, arr)$                                        ▷  $O(1)$ 
end while
if  $tieneHermanos(arr)$  then                             ▷  $O(1)$ 

```

```

    (*arr).infoValida ← false                                ▷ O(1)
else
    i ← i + 1                                                ▷ O(1)
    puntero(Nodo) : del ← tope(pil)                          ▷ O(1)
    del ← NULL                                              ▷ O(1)
    Desapilar(pil)                                          ▷ O(1)
    while i < longitud(c) ∧ ¬tieneHermanosEInfo(*tope(pil)) do ▷ O(|c|)
        del ← tope(pil)                                    ▷ O(1)
        del ← NULL                                        ▷ O(1)
        Desapilar(pil)                                    ▷ O(1)
        i ← i + 1                                          ▷ O(1)
    end while
    if i = longitud(c) then                                  ▷ O(1)
        d.raiz[ord(c[0])] ← NULL                          ▷ O(1)
    end if
end if

```

Complejidad: $O(|c|)$

Justificación: Toma el primer caracter y encuentra su posición en el arreglo raíz. Luego crea una pila en $O(1)$. Recorre el resto de los caracteres del String c y apila cada uno de los Nodos encontrado en la pila ($O(1)$) por lo que en total realiza $|c|$ operaciones. Llama a la función `tieneHermanos` y le pasa por parámetro el nodo encontrado $O(1)$ (ver Algoritmo "tieneHermanos"). Luego recorre todos los elementos apilados preguntando si hay alguno que no tiene hermanos para en cuyo caso eliminarlo, realizando en el peor caso $|c|$ operaciones porque puede ser que sea necesario eliminar todo hasta la raíz.

end

```

H|tieneHermanos(in nodo: puntero(Nodo)) → res : bool
    nat : i ← 0                                              ▷ O(1)
    nat : l ← longitud((*nodo).arbolTrie)                  ▷ O(1)
    while i < l ∧ ¬((*nodo).arbolTrie[i] = NULL) do        ▷ O(1)
        i ← i + 1                                          ▷ O(1)
    end while
    res ← i < l                                              ▷ O(1)

```

Complejidad: $O(1)$

Justificación: Recorre el arreglo de 256 posiciones en caso de que todas las posiciones del mismo tengan NULL. Como es una constante ya que en el peor caso siempre recorre a lo sumo 256 posiciones entonces es $O(1)$.

end

```

H|tieneHermanosEInfo(in nodo: puntero(Nodo)) → res : bool
    res ← tieneHermanos(nodo) ∧ (*nodo).infoValida = true  ▷ O(1)

```

Complejidad: $O(1)$

Justificación: Llama a la función `tieneHermanos` que es $O(1)$ y verifica además que el nodo contenga información válida.

end