Algoritmos y Estructuras de Datos II

Departamento de Computación Facultad de Ciencias Exactas y Naturales Universidad de Buenos Aires

Trabajo Práctico II

Diseño

Grupo De TP Algo2

Integrante	LU	Correo electrónico
Fernando Castro	627/12	fernandoarielcastro92@gmail.com
Philip Garrett	318/14	garrett.phg@gmail.com
Gabriel Salvo	564/14	gabrielsalvo.cap@gmail.com
Bernardo Tuso	792/14	btuso.95@gmail.com

Reservado para la cdra

Instancia	Docente	Nota
Primera entrega		
Segunda entrega		

Índice

1.	Modu	lo Coordenada	4
	1	0.1. Representación de Coordenada	5
	1	0.2. Invariante de Representación	5
	1	0.3. Función de Abstracción	5
2.	Modu	lo Mapa	7
	2	0.1. Representación de Mapa	8
	2	0.2. Invariante de Representación	8
	2	0.3. Función de Abstracción	8
3.	Modu	lo Juego	11
	3	0.1. Representación de Juego	13
	3	0.2. Invariante de Representación	13
	3	0.3. Función de Abstracción	14
	3.1. A	lgoritmos	15
4.	Modu	lo Diccionario Matriz $(coor, \sigma)$	24
	4	0.1. Especificacion de las operaciones auxiliares utilizadas en la interfaz	26
5 .	Módu	lo Cola de mínima prioridad (α)	30
	5.1. E	specificación	30
	5.2. In	terfaz	30
	5	2.1. Operaciones básicas de ColaMinPrior	31
	5	2.2. Operaciones del Iterador	31
	5.3. R	epresentación	32
	5	3.1. Representación de Cola Min Prior($\alpha)$	32
	5	3.2. Invariante de Representación (Rehacer con nueva estructura)	32
	5	3.3. Función de Abstracción	32
	5	3.4. Representación del Iterador Cola de Prioridad	32
	5	3.5. Invariante de Representación	32
	5	3.6. Función de Abstracción	33
	5.4. A	lgoritmos	33
	5	4.1. Algoritmos del Modulo	33
	5	4.2. Algoritmos del Iterador	36
6.	Módu	lo Diccionario String (α)	38
	6.1. In	terfaz	38
	6	1.1. Operaciones básicas de Diccionario String (α)	38
	6	1.2. Operaciones Básicas Del Iterador	39
	6	1.3. Representación de Diccionario String (α)	41
	6	1.4. Invariante de Representación	41
	6	1.5. Función de Abstracción	42

oritmos y Estructuras de Datos II	Grupo De TP Algo
6.2. Algoritmos	

1. Modulo Coordenada

Interfaz

```
usa: Nat, Bool.
se explica con: Coordenada.
generos: coor.
CREARCOOR(in x: Nat, in y: Nat) \rightarrow res: coor
\mathbf{Pre} \equiv \{ \text{true} \}
Post \equiv \{res =_{obs} crearCoor(x, y)\}\
Complejidad: \Theta(1)
Descripción: Crea una nueva coordenada
LATITUD(in c: coor) \rightarrow res: Nat
\mathbf{Pre} \equiv \{ \mathrm{true} \}
Post \equiv \{res =_{obs} latitud(c)\}\
Complejidad: O(1)
Descripción: Devuelve la latitud de la coordenada pasada por parametro
LONGITUD(in c: coor) \rightarrow res: Nat
\mathbf{Pre} \equiv \{ \mathrm{true} \}
\mathbf{Post} \equiv \{res =_{obs} longitud(c)\}\
Complejidad: O(1)
Descripción: Devuelve la longitud de la coordenada pasada por parametro
DISTEUCLIDEA(in c1: coor, in c2: coor) \rightarrow res: Nat
\mathbf{Pre} \equiv \{ \text{true} \}
\mathbf{Post} \equiv \{res =_{obs} distEuclidea(c1, c2)\}\
Complejidad: O(1)
Descripción: Devuelve la distancia euclidea entre las dos coordenadas
COORDENADAARRIBA(in c: coor) \rightarrow res: coor
\mathbf{Pre} \equiv \{ \text{true} \}
\mathbf{Post} \equiv \{res =_{obs} coordenadaArriba(c)\}
Complejidad: O(1)
Descripción: Devuelve la coordenada de arriba
COORDENADAABAJO(in c: coor) \rightarrow res: coor
\mathbf{Pre} \equiv \{latitud(c) > 0\}
Post \equiv \{res =_{obs} coordenadaAbajo(c)\}
Complejidad: O(1)
Descripción: Devuelve la coordenada de abajo
COORDENADAALADERECHA(\mathbf{in}\ c \colon \mathtt{coor}) \to res : \mathtt{coor}
\mathbf{Pre} \equiv \{ \text{true} \}
Post \equiv \{res =_{obs} coordenadaALaDerecha(c)\}\
Complejidad: O(1)
Descripción: Devuelve la coordenada de la derecha
COORDENADAALAIZQUIERDA(in c: coor) \rightarrow res: coor
\mathbf{Pre} \equiv \{longitud(c) > 0\}
\mathbf{Post} \equiv \{res =_{\mathrm{obs}} coordenadaALaIzquierda(c)\}
Complejidad: O(1)
Descripción: Devuelve la coordenada de la izquierda
```

Representación

1.0.1. Representación de Coordenada

Coordenada se representa con estr

donde estr es tupla(la: Nat , lo: Nat)

1.0.2. Invariante de Representación

$$\begin{aligned} \operatorname{Rep} : & \operatorname{estr} \longrightarrow \operatorname{bool} \\ \operatorname{Rep}(e) & \equiv & \operatorname{true} \Longleftrightarrow \operatorname{true} \end{aligned}$$

1.0.3. Función de Abstracción

Abs : estr
$$e \longrightarrow \text{coor}$$
 {Rep (e) }
Abs $(e) \equiv (\forall c : coor) \ e.\text{la} = \text{latitud}(c) \land e.\text{lo} = \text{longitud}(c)$

Algoritmos

Trabajo Práctico IIAlgoritmos del modulo

$$\overline{\mathbf{iCrearCoor}(\mathbf{in}\ x \colon \mathtt{Nat}, \ \mathbf{in}\ y \colon \mathtt{Nat}) \to res : \operatorname{estr} }$$

$$1: \ res.la \leftarrow x$$

$$2: \ res.lo \leftarrow y$$

$$Complejidad: \Theta(1)$$

$$Omplejidad: \Theta(1)$$

$$\overline{\mathbf{iLatitud}(\mathbf{in}\ c \colon \mathbf{estr}) \to res \colon \mathbf{Nat}}$$
1: $res \leftarrow c.la$ $\triangleright \Theta(1)$
Complejidad: $\Theta(1)$

$$\begin{aligned} & \overline{\mathbf{iLongitud}(\mathbf{in}\ c \colon \mathbf{estr}) \to res : \mathrm{Nat}} \\ & 1: \ res \leftarrow c.lo \\ & \underline{\mathbf{Complejidad}} \colon \Theta(1) \end{aligned} \qquad \triangleright \Theta(1)$$

$\overline{\text{iDistEuclidea}(\text{in } c1: \text{estr}, \text{in } c2: \text{estr})} \rightarrow res: \text{Nat}$	
1: $rLa \leftarrow 0$	$\triangleright \Theta(1)$
2: $rLo \leftarrow 0$	$\triangleright \Theta(1)$
3: if $c1.la > c2.la$ then	$\triangleright \Theta(1)$
4: $rLa \leftarrow ((c1.la - c2.la) \times (c1.la - c2.la))$	$\triangleright \Theta(1)$
5: else	· /
6: $rLa \leftarrow ((c2.la - c1.la) \times (c2.la - c1.la))$	$\triangleright \Theta(1)$
7: end if	
8: if $c1.lo > c2.lo$ then	$\triangleright \Theta(1)$
9: $rLo \leftarrow ((c1.lo - c2.lo) \times (c1.lo - c2.lo))$	$\triangleright \Theta(1)$
10: else	- 4.
11: ${ m rLo} \leftarrow (({ m c2.lo} - { m c1.lo}) \times ({ m c2.lo} - { m c1.lo}))$	$\triangleright \Theta(1)$
12: end if	0(1)
$13: res \leftarrow (rLa + rLo)$	$\triangleright \Theta(1)$
$\underline{\text{Complejidad:}} \ \Theta(1)$	
$\overline{\mathbf{iCoordenadaArriba(in}\ c \colon \mathtt{estr}) \to res \colon \mathtt{estr}}$	
1: $res \leftarrow iCrearCoor(c.la + 1, c.lo)$	$\triangleright \Theta(1)$
Complejidad: $\Theta(1)$	
i CoordenadaAbajo(in c : estr) $\rightarrow res$: estr	
1: $res \leftarrow iCrearCoor(c.la - 1, c.lo)$	$\triangleright \Theta(1)$
Complejidad: $\Theta(1)$	()
$\overline{ ext{iCoordenadaALaDerecha(in } c \colon ext{estr}) o res} \colon \operatorname{estr}$	
1: $res \leftarrow iCrearCoor(c.la, c.lo + 1)$	$\triangleright \Theta(1)$
Complejidad: $\Theta(1)$	
$\overline{\mathbf{iCoordenadaALaIzquierda(in}\ c \colon \mathtt{estr}) \to res : \mathrm{estr}}$	
1: $res \leftarrow iCrearCoor(c.la, c.lo - 1)$	$\triangleright \Theta(1)$
$\underline{\text{Complejidad:}}\ \Theta(1)$	

2. Modulo Mapa

Interfaz

```
usa: Nat, Bool, Coordenada, Conj(\alpha).
se explica con: MAPA.
generos: map.
CREARMAPA() \rightarrow res : map
\mathbf{Pre} \equiv \{ \text{true} \}
\mathbf{Post} \equiv \{res =_{obs} crearMapa()\}
Complejidad: O(1)
Descripción: Crea un nuevo mapa
AGREGARCOORDENADA(\mathbf{in}/\mathbf{out}\ m: \mathtt{map}, \ \mathbf{in}\ c: \mathtt{coor}) \to res: \mathtt{itConj}(\mathtt{coor})
\mathbf{Pre} \equiv \{m =_{\mathrm{obs}} m_0\}
\mathbf{Post} \equiv \{m =_{\mathrm{obs}} agregarCoor(c, m_0)\}\
Complejidad: \Theta\left(\sum_{c' \in coordendas(m)} equal(c, c')\right)
Descripción: Agrega una coordenada al mapa y devuelve el iterador a la coordenada agregada. Su complejidad
es la de agregar un elemento al conjunto lineal.
COORDENADAS(in m: map) \rightarrow res: itConj(coor)
\mathbf{Pre} \equiv \{ \mathrm{true} \}
\mathbf{Post} \equiv \{res =_{obs} coordenadas(m)\}\
Complejidad: O(1)
Descripción: Devuelve un iterador al conjunto de coordenadas del mapa
PosExistente(in c: coor, in m: map) \rightarrow res: Bool
\mathbf{Pre} \equiv \{ \text{true} \}
\mathbf{Post} \equiv \{res =_{\mathrm{obs}} posExistente(c, m)\}
Complejidad: \Theta\left(\sum_{c' \in coordendas(m)} equal(c,c')\right)
Descripción: Devuelve verdadero si la coordenada esta en el conjunto de coordenadas del mapa
\text{HAYCAMINO}(\text{in } c1: \text{coor}, \text{in } c2: \text{coor}, \text{in } m: \text{map}) \rightarrow res: \text{Bool}
\mathbf{Pre} \equiv \{c1 \in coordenadas(m) \land c2 \in coordenadas(m)\}
Post \equiv \{res =_{obs} hayCamino(c1, c2, m)\}
Complejidad: \Theta(1)
Descripción: Devuelve verdadero si existe un camino entre ambas coordenadas
Ancho(\mathbf{in}\ m:\mathtt{map}) 	o res:\mathtt{Nat}
\mathbf{Pre} \equiv \{true\}
\mathbf{Post} \equiv \{ (\forall \ c : coor) \ c \in coordenadas(m) \Rightarrow_{L} longitud(res) \geq longitud(c) \ \}
Complejidad: \Theta(\#coordenadas(m))
Descripción: Devuelve el ancho del mapa
Largo(in \ m: map) \rightarrow res : Nat
\mathbf{Pre} \equiv \{true\}
\mathbf{Post} \equiv \{ (\forall \ c : coor) \ c \in coordenadas(m) \Rightarrow_{L} latitud(res) \geq latitud(c) \ \}
Complejidad: \Theta(\#coordenadas(m))
Descripción: Devuelve el largo del mapa
```

Representación

2.0.1. Representación de Mapa

Mapa se representa con estr

donde estr es tupla(coordenadas: ConjLineal(coor), secciones: DiccMat(coor, Nat))

2.0.2. Invariante de Representación

1. El ancho del mapa es igual al maximo del primer elemento de las coordenadas

```
Rep : estr \longrightarrow bool
Rep(e) \equiv true \iff (\forall c : coor) c \in e.coordenadas \Rightarrow_L def?(c,e.secciones)
```

2.0.3. Función de Abstracción

```
Abs : estr e \longrightarrow \text{Mapa} {Rep(e)}
Abs(e) \equiv (\forall \text{ m} : \text{Mapa}) e.coordenadas = coordenadas(m)
```

Algoritmos

Trabajo Práctico IIAlgoritmos del modulo

```
iCrearMapa() → res : estr

1: res.coordenadas ← Vacio()

2: res.secciones ← NULL

Complejidad: Θ(1)

▷ La complejidad es la de crear el Conjunto Lineal vacio Θ(1)

▷ O(1)
```

```
iAgregarCoordenada(in/out m: estr, in c: coor) \rightarrow res: itConj(coor)
 1: largo \leftarrow Largo(m)
                                                                                                                      \triangleright \Theta(Cardinal(m.coordenadas))
 2: ancho \leftarrow Ancho(m)
                                                                                                                      \triangleright \Theta(Cardinal(m.coordenadas))
                                                                                                                                      \triangleright \Theta(\text{largo * ancho})
 3: m.secciones \leftarrow Vacio(largo, ancho)
 4: res \leftarrow Agregar(m.coordenadas, c)
 5: seccion \leftarrow 0
 6: itCoor \leftarrow CrearIt(m.coordenadas)
                                                                                                                                                       \triangleright \Theta(1)
                                                                                                                    \triangleright \Theta(Cardinal(m.coordenadas))
 7: while HaySiguiente(itCoor) do
          coord \leftarrow Siguiente(itCoor)
                                                                                                                                                       \triangleright \Theta(1)
 8:
          Avanzar(it)
                                                                                                                                                       \triangleright \Theta(1)
 9:
          if \neg (Definido?(m.secciones, coord)) then
                                                                                                                                                       \triangleright \Theta(1)
10:
                                                                                                                    \triangleright \Theta(Cardinal(m.coordenadas))
               DefinitSeccion(m, coord, seccion)
11:
12:
               seccion \leftarrow seccion + 1
                                                                                                                                                       \triangleright \Theta(1)
13:
          end if
14: end while
```

<u>Justificación:</u> $\Theta(Ancho(m) * Largo(m))$ es mayor o igual que $\Theta(Cardinal(m.coordenadas))$ y el costo de Agregar un elemento a un conjunto lineal. El While tiene complejidad $\Theta(Cardinal(m.coordenadas))$ dentro, y dentro se llama a una funcion con la misma complejidad, luego, por algebra de complejidad, es $\Theta(Ancho(m) * Largo(m) + Cardinal(m.coordenadas)^2)$

Complejidad: $\Theta(Ancho(m) * Largo(m) + Cardinal(m.coordenadas)^2)$

iDefinirSeccion(in/out m: estr, in c: coor, in i: Nat)

```
1: if \neg (Definido?(m.secciones, c)) \land PosExistente(c, m) then
 2:
        Definir(m.secciones, c, i)
        DefinirSeccion(m, CoordenadaArriba(c), i)
                                                                                                     \triangleright \Theta(Cardinal(m.coordenadas))
 3:
        DefinitSeccion(m, CoordenadaALaDerecha(c), i)
                                                                                                     \triangleright \Theta(Cardinal(m.coordenadas))
 4:
        if Latitud(c) > 0 then
 5:
                                                                                                                                   \triangleright \Theta(1)
            DefinitSeccion(m, CoordenadaAbajo(c), i)
                                                                                                     \triangleright \Theta(Cardinal(m.coordenadas))
 6:
 7:
        if Longitud(c) > 0 then
                                                                                                                                   \triangleright \Theta(1)
 8:
                                                                                                     {\,\,\trianglerighteq\,\,} \Theta(Cardinal(m.coordenadas))
            DefinirSeccion(m, CoordenadaALaIzquierda(c), i)
 9:
10:
        end if
11: end if
```

Complejidad: $\Theta(Cardinal(m.coordenadas))$

Justificación DefinirSeccion se llama a si misma recursivamente recorreindo las coordenadas, en el peor caso, recorre todas las coordenadas una vez, luego su complejidad es $\Theta(4^{Cardinal(m.coordenadas)})$ que se puede simplificar, ya que pertenece a la misma clase. Esta funcion no es cuadratica, ya que usa el diccionario para chequear que no este recorriendo una posicion mas de una vez.

 $iCoordenadas(in \ m : estr) \rightarrow res : itConj(coor)$

1: $res \leftarrow CrearIt(m.coordenadas)$ \Rightarrow La complejidad es la de crear un iterador a un conjunto lineal $\Theta(1)$

Complejidad: $\Theta(1)$

iPosExistente(in c: coor, in m: estr) $\rightarrow res$: Bool

1:
$$res \leftarrow pertenece?(m.coordenadas, c)$$

$$\triangleright \Theta \left(\sum_{c' \in coordendas(m)} equal(c,c') \right)$$

 $\underline{\text{Complejidad:}} \ \Theta \left(\sum_{c' \in coordendas(m)} equal(c,c') \right)$

Justificación: La complejidad es la fijarse que un elemento pertenezca al conjunto lineal.

 $iHayCamino(in \ c1: coor, in \ c2: coor, in \ m: estr) \rightarrow res: Bool$

1: $res \leftarrow (Definido?(m.secciones, c1) \land Definido?(m.secciones, c2)) \land_L (Significado(m.secciones, c1) = Significado(m.secciones, c2)) <math>\triangleright \Theta(1)$

Complejidad: $\Theta(1)$

```
iAncho(in \ m: estr) \rightarrow res: Nat
  1: it \leftarrow CrearIt(m.coordenadas)
                                                                                                                                                                         \triangleright \Theta(1)
  2: max \leftarrow 0
                                                                                                                                                                         \triangleright \Theta(1)
  3: while HaySiguiente(it) do
                                                                                                                                  \triangleright \Theta(Cardinal(m.coordenadas))
           \mathbf{if} \max < \text{Longitud}(\text{Siguiente}(it)) \mathbf{then}
                                                                                                                                                                         \triangleright \Theta(1)
  4:
                \max \leftarrow \text{Longitud}(\text{Siguiente(it)})
                                                                                                                                                                         \triangleright \Theta(1)
  5:
           end if
  6:
           Avanzar(it)
                                                                                                                                                                        \triangleright \Theta(1)
  7:
  8: end while
      Complejidad: \Theta(Cardinal(m.coordenadas))
```

```
\mathbf{iLargo}(\mathbf{in}\ m : \mathtt{estr}) \to \overline{res} : \mathbf{Nat}
  1: it \leftarrow CrearIt(m.coordenadas)
                                                                                                                                                                            \triangleright \Theta(1)
  2: max \leftarrow 0
                                                                                                                                                                            \triangleright \Theta(1)
  3: while HaySiguiente(it) do
                                                                                                                                    \triangleright \Theta(Cardinal(m.coordenadas))
           if max < Latitud(Siguiente(it)) then
                                                                                                                                                                            \triangleright \Theta(1)
  5:
                \max \leftarrow \text{Latitud}(\text{Siguiente(it)})
                                                                                                                                                                            \triangleright \Theta(1)
           end if
  6:
           Avanzar(it)
                                                                                                                                                                            \triangleright \Theta(1)
  7:
  8: end while
      Complejidad: \Theta(Cardinal(m.coordenadas))
```

3. Modulo Juego

Interfaz

```
usa: Mapa, Coordenada.
se explica con: JUEGO.
generos: juego.
CREARJUEGO(in m: map) \rightarrow res: juego
\mathbf{Pre} \equiv \{ \text{true} \}
\mathbf{Post} \equiv \{ res =_{obs} \operatorname{crearJuego}(m_0) \land \operatorname{mapa}(res) =_{obs} m_0 \}
Complejidad: O((largo(m) \times ancho(m)) + copy(m))
Descripción: Crea el nuevo juego
AGREGARPOKEMON(in/out j: juego, in c: coor, in p: Pokemon) \rightarrow res: itConj(Pokemon)
\mathbf{Pre} \equiv \{j =_{\text{obs}} j_0 \land puedoAgregarPokemon(c, j_0)\}\
\mathbf{Post} \equiv \{j =_{obs} agregarPokemon(p, c, j_0)\}\
Complejidad: O(|P| + EC * log(EC))
Descripción: EC es la maxima cantidad de jugadores esperando para atrapar un pokemon. |P| es el nombre mas
largo para un pokemon en el juego
AGREGARJUGADOR(\mathbf{in}/\mathbf{out}\ j\colon \mathtt{juego}) 	o res: \mathtt{Jugador}
\mathbf{Pre} \equiv \{j =_{\text{obs}} j_0\}
\mathbf{Post} \equiv \{j =_{\mathrm{obs}} agregarJugador(j_0) \land res = \#jugadores(j_0) + \#expulsados(j_0)\}\
Complejidad: O(J)
Descripción: Agrega el jugador en el conjLineal, y devuelve su identificador
CONECTARSE(in/out j: juego, in id: Jugador, in c: coor)
\mathbf{Pre} \equiv \{j =_{\mathrm{obs}} j_0 \land id \in jugadores(j_0) \land_{\mathtt{L}} \neg estaConectado(id, j_0) \land posExistente(c, mapa(j_0))\}
\mathbf{Post} \equiv \{j =_{obs} conectarse(id, c, j_0)\}\
Complejidad: O(log(EC))
Descripción: Conecta al jugador pasado por parametro en la coordenada indicada
DESCONECTARSE(in/out \ j: juego, in \ id: Jugador)
\mathbf{Pre} \equiv \{j =_{\mathrm{obs}} j_0 \land id \in jugadores(j_0) \land_{\mathbf{L}} estaConectado(id, j_0)\}
\mathbf{Post} \equiv \{j =_{\mathrm{obs}} desconectarse(id, j_0)\}\
Complejidad: O(log(EC))
Descripción: Desconecta al jugador pasado por parametro
MOVERSE(in/out j: juego, in id: Jugador, in c: coor)
\mathbf{Pre} \equiv \{j =_{obs} j_0 \land id \in jugadores(j_0) \land_{\mathbf{L}} estaConectado(id, j_0) \land posExistente(c, mapa(j_0))\}
\mathbf{Post} \equiv \{j =_{obs} moverse(c, id, j_0)\}\
Complejidad: O((PS + PC) * |P| + log(EC))
Descripción: Mueve al jugador pasado por parametro a la coordenada indicada
\mathrm{MAPA}(\mathbf{in}\ j \colon \mathtt{juego}) \to res : \mathtt{map}
\mathbf{Pre} \equiv \{ \text{true} \}
\mathbf{Post} \equiv \{res =_{obs} mapa(j)\}\
Complejidad: O(copy(mapa(j)))
Descripción: Devuelve el mapa del juego
\texttt{JUGADORES}(\textbf{in } j : \texttt{juego}) \rightarrow res : \texttt{itConj}(\texttt{Jugador})
\mathbf{Pre} \equiv \{ \text{true} \}
\mathbf{Post} \equiv \{res =_{\mathrm{obs}} jugadores(j)\}
Complejidad: \Theta(1)
Descripción: Devuelve un iterador al conjunto de jugadores del juego
ESTACONECTADO(in j: juego, in id: Jugador) \rightarrow res: Bool
\mathbf{Pre} \equiv \{ \mathrm{id} \in \mathrm{jugadores}(\mathrm{j}) \}
```

```
\mathbf{Post} \equiv \{res =_{\mathrm{obs}} estaConetado(id, j)\}
Complejidad: \Theta(1)
Descripción: Devuelve si el jugador con id ingresado esta conectado o no
POSICION(in j: juego, in id: Jugador) \rightarrow res: coor
\mathbf{Pre} \equiv \{ \mathrm{id} \in \mathrm{jugadores}(\mathrm{j}) \wedge_{\mathtt{L}} \mathrm{estaConectado}(\mathrm{id}, \mathrm{j}) \}
\mathbf{Post} \equiv \{res =_{obs} posicion(id, j)\}\
Complejidad: \Theta(1)
Descripción: Devuelve la posicion actual del jugador con id ingresado si esta conectado
POKEMONES(in j: juego, in id: Jugador) \rightarrow res: itConj(<Pokemon, Nat>)
\mathbf{Pre} \equiv \{ \mathrm{id} \in \mathrm{jugadores}(\mathrm{j}) \}
\mathbf{Post} \equiv \{res =_{obs} pokemons(id, j)\}\
Complejidad: \Theta(1)
Descripción: Devuelve un iterador a la estructura que almacena los punteros a pokemons del jugador del id
ingresado
\mathtt{EXPULSADOS}(\mathbf{in}\ j \colon \mathtt{juego}) \to res : \mathtt{itConj}(\mathtt{Jugador})
\mathbf{Pre} \equiv \{ \mathrm{True} \}
\mathbf{Post} \equiv \{res =_{obs} expulsados(j)\}\
Complejidad: \Theta(1)
Descripción: Devuelve un iterador al conjunto de jugadores expulsados del juego
POSCONPOKEMONES(in j: \texttt{juego}) \rightarrow res: \texttt{itConj}(\texttt{coor})
\mathbf{Pre} \equiv \{ \mathbf{True} \}
\mathbf{Post} \equiv \{res =_{obs} posConPokemons(j)\}\
Complejidad: O(1)
Descripción: Devuelve un iterador al conjunto de coordenadas en donde hay pokemons
POKEMONENPOS(in j: juego, in c: coor) \rightarrow res: Pokemon
\mathbf{Pre} \equiv \{c \in posConPokemons(j)\}\
\mathbf{Post} \equiv \{res =_{obs} pokemonEnPos(c, j)\}\
Complejidad: \Theta(1)
Descripción: Devuelve un iterador al pokemon de la coordenada dada
CANTMOVIMIENTOSPARACAPTURA(in j: juego, in c: coor) \rightarrow res: Nat
\mathbf{Pre} \equiv \{c \in posConPokemons(j)\}\
\mathbf{Post} \equiv \{res =_{obs} cantMovimientosParaCaptura(c, j)\}\
Complejidad: \Theta(1)
Descripción: Devuelve la cantidad de movimientos acumulados hasta el momento, para atrapar al pokemon de
la coordenada dada
PUEDOAGREGARPOKEMON(in j: juego, in c: coor) \rightarrow res: Bool
\mathbf{Pre} \equiv \{ \mathbf{True} \}
\mathbf{Post} \equiv \{res =_{\mathrm{obs}} puedoAgregarPokemon(c, j)\}
Descripción: Devuelve si la coordenada ingresada es valida para agregar un pokemon en ella
\texttt{HAYPOKEMONCERCANO}(\textbf{in } j : \texttt{juego}, \textbf{in } c : \texttt{coor}) \rightarrow res : \texttt{Bool}
\mathbf{Pre} \equiv \{ \mathbf{True} \}
\mathbf{Post} \equiv \{res =_{obs} hayPokemonCercano(c, j)\}\
Complejidad: \Theta(1)
Descripción: Devuelve si la coordenada ingresada pertenece al rango de un pokemon salvaje
POSPOKEMONCERCANO(in j: juego, in c: coor) \rightarrow res: coor
\mathbf{Pre} \equiv \{hayPokemonCercano(c, j)\}\
\mathbf{Post} \equiv \{res =_{obs} posPokemonCercano(c, j)\}\
Complejidad: \Theta(1)
Descripción: Devuelve la coordenada mas del pokemon salvaje del rango siempre y cuando haya uno
```

```
ENTRENADORES POSIBLES (in c: coor, in es: conjLineal(itConj(Jugador)), in j: juego) \rightarrow res:
itConj(Jugador)
\mathbf{Pre} \equiv \{hayPokemonCercano(c,j) \land_{\mathsf{L}} pokemonEnPos(posPokemonCercano(c,j),j).jugadoresEnRango \subseteq
jugadoresConectados(c, j)}
\textbf{Post} \equiv \{res = _{obs} \ entrenadores Posibles(c, pokemonEnPos(posPokemonCercano(c, j), j). jugadores EnRango, j)\}
Complejidad: O(Cardinal(es))
Descripción: Devuelve un iterador a los jugadores que estan esperando para atrapar al pokemon mas cercano a
la coordenada ingresada
INDICERAREZA(in j: juego, in p: Pokemon) \rightarrow res: Nat
\mathbf{Pre} \equiv \{ p \in todosLosPokemons(j) \}
\mathbf{Post} \equiv \{res =_{obs} indiceRareza(p, j)\}\
Complejidad: O(|P|)
Descripción: Devuelve el indice de rareza del pokemon del juego ingresado
CANTPOKEMONESTOTALES(in j: juego) \rightarrow res: Nat
\mathbf{Pre} \equiv \{ \text{true} \}
Post \equiv \{res =_{obs} cantPokemonsTotales(p)\}\
Complejidad: \Theta(1)
Descripción: Devuelve la cantidad de pokemones que hay en el juego
CANTMISMAESPECIE(in j: Juego, in p: Pokemon) \rightarrow res: Nat
\mathbf{Pre} \equiv \{ \text{true} \}
Post \equiv \{res =_{obs} cantMismaEspecie(p, pokemons(j), j)\}
Complejidad: O(|P|)
Descripción: Devuelve la cantidad de pokemones de la especie ingresada hay en el juego
```

Representación

3.0.1. Representación de Juego

```
Jugador se representa con Nat
```

Pokemon se representa con String

```
Juego se representa con estr
```

3.0.2. Invariante de Representación

- 1. La suma de todas las cantidades de cada tipo de pokemon es igual al cardinal del conjunto todosLosPokemones.
- 2. Para cada infoPokemon definido en todosLosPokemones, si es salvaje, su tipo esta definido en pokemones, su

- coordenada esta definida en posiciones Pokemones y el significado en posiciones Pokemones es igual a info Pokemon, su contador es un Nat menor estricto que 10 y cada jugador en rango esta en jugadores.
- 3. El cardinal de idsJugadores es igual a la longitud de jugadoresPorID, que es igual al cardinal de jugadores + el cardinal de expulsados
- 4. Cada jugador en ids Jugadores pertenece a expulsados, o su numero de id representa la posicion en jugadores PorID donde esta guardada su informacion. Esta informacion refleja lo definido en jugadores. Si el jugador esta encolado, entonces existe un info Pokemon en todos los pokemones, tal que ese jugador pertenece a los jugadores En Rango del pokemon.
- 5. Cada coordenada valida en el mapa, si esta definida en posicionesPokemones, su significado pertenece a todos-LosPokemones y es salvaje
- 6. Cada coordenada valida en el mapa, si esta definida en posiciones Jugadores, su significado esta contenido en jugadores
- 7. Para cada infoJugador en jugadores, su id pertenece a idsJugadores. Si esta conectado, su itPosicion esta contenido en el significado de su posicion en posicionesJugadores. Sus sanciones son menores a 5. Sus pokemones capturados estan contenidos en todosLosPokemones
- 8. Los conjuntos jugadores y expulsados son disjuntos.

1.
$$\left(\sum_{c \in claves(e.pokemones)} Obtener(e.pokemones, c) = \#e.todosLosPokemons)\right)$$

- 2. (\forall i : infoPokemon) pertenece?(e.todosLosPokemones, i) \Rightarrow_{L} (definido?(e.pokemones, i.tipo) \land definido?(e.posicionesPokemones, i.posicion) \land_{L} Significado(e.posicionesPokemones, i.posicion) = i \land i.contador < 10 \land (\forall j : Jugador) j \in i.jugadoresEnRango \Rightarrow_{L} j \in e.jugadores)
- 3. $\#e.idsJugadores = long(e.jugadoresPorID) \land \#e.idsJugadores = (\#e.jugadores + \#e.expulsados)$
- 4. $(\forall \ j : jugador) \ j \in e.idsJugadores \Rightarrow_L \ (j \in e.expulsados \lor_L e.jugadoresPorID[j].info \in e.jugadores \land Siguiente(e.jugadoresPorID[j].encolado) \neq NULL \Rightarrow_L \ ((\forall \ i : infoPokemon) \ i \in e.todosLosPokemones \land_L \ j \in i.jugadoresEnRango))$
- 5. $(\forall c: coor) c \in e.mapa.coordenadas \Rightarrow_L (definido?(e.posicionesPokemones, c) \Rightarrow_L Siguiente(Significado(e.posicionesPokemones, c)) \in e.todosLosPokemones \lambda Siguiente(Significado(e.posicionesPokemones, c))).esSalvaje$
- 6. $(\forall c : coor) c \in e.mapa.coordenadas \Rightarrow_L (definido?(e.posicionesJugadores, c) \Rightarrow_L *(Significa-do(e.posicionesPokemones, c)) \subseteq e.jugadores)$
- 7. (\forall i : infoJugador) i \in e.jugadores \Rightarrow_{L} (i.id \in e.idsJugadores \land i.estaConectado \Rightarrow_{L} (i.itPosicion \in *Significado(e.posicionesJugadores, i.posicion)) \land i.sanciones < 5 \land i.pokemonesCapturados \subseteq e.todosLosPokemones)
- 8. e.jugadores \cap e.expulsados $= \emptyset$

```
\begin{array}{lll} \text{Rep} \ : \ \text{estr} & \longrightarrow \ \text{bool} \\ \text{Rep}(e) \ \equiv \ \text{true} \Longleftrightarrow 1 \wedge_{\text{\tiny L}} 2 \wedge_{\text{\tiny L}} 3 \wedge_{\text{\tiny L}} 4 \wedge_{\text{\tiny L}} 5 \wedge_{\text{\tiny L}} 6 \wedge_{\text{\tiny L}} 7 \wedge_{\text{\tiny L}} 8 \end{array}
```

3.0.3. Función de Abstracción

```
Abs(e): estre -> Jugo \ Rep(e) \ pGo: \ Juego \ tq \ e.mapa = mapa(pGo) \ y \ e.jugadores = jugadores(pGo) \ yluego \ (Para todo j : jugador) \ j \ pertenece \ e.jugadores impluego \ j.sanciones = sanciones(j, pGo) \ ((j \ pertenece \ expulsados(pGo) \ y \ j.sanciones >= 10) \ oluego \ (j.pokesCapturados = pokemones(j,pGo) \ y \ j.estaConectado = estaConectad(j,pGo) \ y \ j.estaConectado impluego \ j.pos = posicion(j,pGo))) \ y \ (Para todo p : pokemon) \ p \ pertenece \ e.pokemones \ (j,pGo) \ o \ [(Para todo p : Jugador) \ j \ pertenece \ e.jugadores \ yluego \ p \ pertenece \ pokemones(j,pGo) \ o \ [(Para todo c : coord) \ c \ pertenece \ e.mapa.coordenadas \ yluego \ p = pokemonEnPos(c,pGo) \ y \ cantMovParaCap(c,pGo) \ p.contador]
```

3.1. Algoritmos

```
\mathbf{iCrearJuego}(\mathbf{in}\ m : \mathtt{map}) \to \mathrm{res} : \mathrm{estr}
   estr: j
                                                                                                                                                   ▷ O(1)
   j.pokemones \leftarrow CrearDiccionario()
                                                                                                                                                   ⊳ O(1)
   j.todosLosPokemones \leftarrow Vacio()
                                                                                                                                                   ▷ O(1)
   j.idsJugadores \leftarrow Vacio()
                                                                                                                                                   ▷ O(1)
   j.jugadores \leftarrow Vacio()
                                                                                                                                                   ▷ O(1)
                                                                                                                                                   ⊳ O(1)
   j.expulsados \leftarrow Vacio()
   j.jugadoresPorID \leftarrow Vacia()
                                                                                                                                                   \triangleright O(1)
   j.posicionesPokemons \leftarrow Vacio(Largo(m), Ancho(m))
                                                                                                                         \triangleright O(largo(m) \times ancho(m))
   j.posicionesJugadores \leftarrow Vacio(Largo(m), Ancho(m))
                                                                                                                         \triangleright O(largo(m) \times ancho(m))
                                                                                                                                          \triangleright O(copy(m))
   j.mapa \leftarrow m
   res \leftarrow j
                                                                                                                                                  ▷ O(1)
   Complejidad: O((largo(m) \times ancho(m)) + copy(m))
   Justificación:
```

```
iAgregarPokemon(in/out j: estr, in c: coor, in p: Pokemon) \rightarrow res: itConj(Pokemon)
  infoP \leftarrow \langle p, c, 0, Vacio(), True \rangle
                                                                                                                               \triangleright O(|P|)
  itPokemon \leftarrow AgregarRapido(j.todosLosPokemones, infoP) > O(copy(infoP)) Copiar los elementos de la tupla es
  O(1)
  desdeLat \leftarrow iDamePos(iLatitud(c), 2)
                                                                                                                                ▷ O(1)
  desdeLong \leftarrow iDamePos(iLongitud(c), 2)
                                                                                                                                ▷ O(1)
  while desdeLat \leq Latitud(c) + 2 do
                                                                           ▷ O(1) Recorro un conjunto acotado de coordenadas
      while desdeLong \leq Longitud(c) + 2 do
                                                                           ▷ O(1) Recorro un conjunto acotado de coordenadas
          if DistEuclidea(CrearCoor(desdeLat, desdeLong), c) \le 4 then
                                                                                                                                ▷ O(1)
              if Definido?(j.posicionesJugadores, CrearCoor(desdeLat, desdeLong)) then
                                                                                                                                 \triangleright O(1)
                  itJugadores \leftarrow iCrearIt(*(Significado(j.posicionesJugadores, CrearCoor(desdeLat, desdeLong))))
  O(1)
                                                                                                                              \triangleright O(EC)
                  while HaySiguiente(itJugadores) do
                      e \leftarrow Siguiente(itJugadores)
                                                                                                                                 ▷ O(1)
                      tupJugId \leftarrow j.jugadoresPorID[e]
                                                                                                                                 ⊳ O(1)
                      cantPokemonesJug \leftarrow Cardinal(Siguiente(tupJugId_1).pokemonesCapturados)
                                                                                                                                 ⊳ O(1)
                      itCola \leftarrow iEncolar(Siguiente(itPokemon).jugadoresEnRango,\ cantPokemonesJug,\ e) \ \ \triangleright O(log(EC))
  + \operatorname{copy}(e)
                      tupJugId_2 \leftarrow itCola
                                                                                                                                \triangleright O(1)
                      Avanzar(itJugadores)
                                                                                                                                \triangleright O(1)
                  end while
              end if
          end if
      end while
  end while
  if Definido?(j.pokemones, p) then
                                                                                                                               \triangleright O(|P|)
                                                                                                                               \triangleright O(|P|)
      \text{cViejo} \leftarrow \text{Obtener(j.pokemones, p)}
                                                                                                                              \triangleright O(|P|)
      Eliminar(j.pokemones, p)
      Definir(j.pokemones, p, cViejo + 1)
                                                                                                                               \triangleright O(|P|)
  else
                                                                                                                              \triangleright O(|P|)
      Definir(j.pokemones, p, 1)
  end if
  res \leftarrow itPokemon
                                                                                                                                \triangleright O(1)
  Complejidad: O(|P| + |EC| * log(|EC|))
  Justificación:
```

```
iAgregarJugador(in/out j: estr) \rightarrow res : Jugador
  id \leftarrow Cardinal(j.jugadores) + Cardinal(j.expulsados)
                                                                                                                       ▷ O(1)
  itConjIds \leftarrow AgregarRapido(j.idsJugadores, id)
                                                                                                                       ⊳ O(1)
  infoJ \leftarrow \langle itConjIds, false, 0, Vacio(), CrearCoor(0, 0), CrearIt(Vacio()) \rangle
                                                                                                \triangleright O(1) El jugador es creado
  vacio, sin sanciones y sin pokemones atrapados. La coordenada es una cualquiera, ya que solo se va a acceder a ella
  cuando el jugador este conectado, y al conectarse, se le asigna una valida
  itJ \leftarrow AgregarRapido(j.jugadores, infoJ) > O(copy(infoJ)) Se puede utilizar AgregarRapido porque infoJ contiene
  un iterador al id del jugador, que es univoco
  AgregarAtras(j.jugadoresPorID, <itJ, NULL>)
                                                             \triangleright O(J) Donde J es la cantidad total de jugadores que fueron
  agregados al juego
                                                                                                                       ▷ O(1)
  res \leftarrow id
  Complejidad: O(J) donde J es la cantidad de jugadores
  Justificación: O(copy(Jugador)) es igual a O(1) ya que solamente es copiar Nat, Bool y un conjunto vacio.
```

```
iConectarse(in/out j: estr, in e: Jugador, in c: coor)
   itJug \leftarrow j.jugadoresPorId[e]_1
                                                                                                                                           ⊳ O(1)
   infoJ \leftarrow Siguiente(itJug)
                                                                                                                                           \triangleright O(1)
   infoJ.estaConectado \leftarrow true
                                                                                                                                           \triangleright O(1)
   AgregarJugadorEnPos(j.posicionesJugadores, infoJ, c)
                                                                                                                                           ▷ O(1)
   infoJ.estaConectado \leftarrow true
                                                                                                                                           \triangleright O(1)
   if HayPokemonCercano(j, c) then
                                                                                                                                           \triangleright O(1)
       p \leftarrow Siguiente(Significado(j.posicionesPokemons, PosPokemonCercano(j, c)))
                                                                                                                                           \triangleright O(1)
                                                                                                                                  \triangleright O(\log(EC))
       itJug \leftarrow Encolar(p.jugadoresEnRango, Cardinal(jug.pokeCapturados), itJug)
       p.contador \leftarrow 0
                                                                                                                                           \triangleright O(1)
  end if
```

Complejidad: O(log(EC))

<u>Justificación</u>: EC es la maxima cantidad de jugadores esperando para atrapar un pokemon. En el peor caso, el heap al que entra el jugador es el que mas jugadores esperando tiene.

```
iAgregarJugadorEnPos(in/out d: DiccMat(coor, puntero(conjLineal(Jugador))), in/out j: infoJugador,
\mathbf{Pre} \equiv \{ d = d_0 \land longitud(c) < ancho(d) \land latitud(c) < largo(d) \}
  conLineal(Jugador): jugsEnPos
                                                                                                                                 ⊳ O(1)
  if \neg Definido?(d, c) then
                                                                                                                                 \triangleright O(1)
      Definir(d, c, \&Vacio())
                                                                                                                                 \triangleright O(1)
  end if
  jugsEnPos \leftarrow *(Significado(d, c))
                                                                                                                                 \triangleright O(1)
  j.itPosicion \leftarrow AgregarRapido(jugsEnPos, j.id)
                                                                                                                                 ⊳ O(1)
  j.posicion \leftarrow c
                                                                                                                                 \triangleright O(1)
  Complejidad: O(1)
Post \equiv \{d = definir(logitud(c), latitud(c), Ag(j, significado(longitud(c), latitud(c))))\}
```

$\overline{\text{iDesconectarse}(\text{in/out } j : \text{estr, in } id : \text{Jugador})}$	
$tupJug \leftarrow j.jugadoresPorId[e]$	▷ O(1)
if HayPokemonCercano(j, c) then	$\triangleright O(1)$
$tupJug_2 \leftarrow \text{EliminarSiguiente}(tupJug_2)$	$\triangleright O(log(EC))$
end if	, , , , , , , , , , , , , , , , , , , ,
$infoJ \leftarrow Siguiente(tupJug_1)$	$\triangleright \mathrm{O}(1)$
$infoJ.estaConectado \leftarrow false$	> O(1)
EliminarSiguiente(infoJ.itPosicion)	> O(1)
$infoJ.itPosicion \leftarrow CrearIt(Vacio())$	▷ O(1)

Complejidad: O(log(EC))

Justificación: EC es la maxima cantidad de jugadores esperando para atrapar un pokemon. En el peor caso, el heap del que sale el jugador es el que mas jugadores esperando tiene.

```
iMoverse(in/out j: estr, in id: Jugador, in c: coor)
  tupJug \leftarrow j.jugadoresPorID[id]
                                                                                                                              ▷ O(1)
  infoJ \leftarrow Siguiente(tupJug_1)
                                                                                                                              ▷ O(1)
  if iHayPokemonCercano(c, j) then
                                                           ▷ O(1) Pregunto si me estov moviendo a donde hav un pokemon
      p \leftarrow iPosPokemonCercano(j, c)
                                                                                                                              ▷ O(1)
      if \neg iHayPokemonCercano(infoJ.posicion, j) then \triangleright O(1) Pregunto si no estaba en rango de un pokemon antes
  de moverme
          infoP \leftarrow Siguiente(Significado(j.posicionesPokemons, p))
                                                                                                                              ▷ O(1)
          infoP.contador \leftarrow 0
                                                                                                                             \triangleright O(1)
          cantPokemonesJug \leftarrow Cardinal(infoJ.pokemonesCapturados)
                                                                                                                             \triangleright O(1)
          tupJugId_2 \leftarrow iEncolar(infoP.jugadoresEnRango, cantPokemonesJug, id)
                                                                                                                      \triangleright O(\log(EC))
      else
          if p \neq iPosPokemonCercano(j, infoJ.posicion) then \triangleright O(1) Pregunto si el pokemon donde estaba es distinto
  del que voy a estar
              infoP ← Siguiente(Significado(i.posicionesPokemons, p))
                                                                                                                             \triangleright O(1)
                                                                                                                             ⊳ O(1)
              infoP.contador \leftarrow 0
              cantPokemonesJug \leftarrow Cardinal(infoJ.pokemonesCapturados)
                                                                                                                             ▷ O(1)
              EliminarSiguiente(tupJugId<sub>2</sub>)
                                                                                                                      \triangleright O(\log(EC))
              tupJugId_2 \leftarrow iEncolar(infoP.jugadoresEnRango, cantPokemonesJug, id)
                                                                                                                      \triangleright O(\log(EC))
          end if
      end if
      iActualizarMenos(p, j)
                                                                                                                            \triangleright O(PS)
  else
      if iHayPokemonCercano(infoJ.posicion, j) then
                                                              \triangleright O(1) Ya se que no hay pokemon donde voy a estar, si hay
  pokemon donde estoy ahora es que salgo de un rango
          EliminarSiguiente(tupJugId<sub>2</sub>)
                                                         ▷ O(log(EC)) Elimina al jugador del heap donde estaba esperando
      end if
      iActualizarTodos(j)
                                                                                                                            \triangleright O(PS)
  end if
  if debeSancionarse?(id, c, j) then
      if infoJ.sanciones < 4 then
                                                                                                                             \triangleright O(1)
          infoJ.sanciones \leftarrow infoJ.sanciones + 1
                                                                                                                             \triangleright O(1)
          EliminarSiguiente(infoJ.itPosicion)
                                                                                                                             ▷ O(1)
          AgregarJugadorEnPos(j.posicionesJugadores, infoJ, c)
                                                                                                                             ▷ O(1)
      else
          itPCapturados \leftarrow CrearIt(infoJ.pokemonesCapturados)
                                                                                                                             ▷ O(1)
          while HaySiguiente(itPCapturados) do
                                                                                                                           \triangleright O(PC)
              infoP \leftarrow Siguiente(Siguiente(itPCapturados))
                                                                                                                             ▷ O(1)
              pViejos \leftarrow Obtener(j.pokemones, infoP.tipo)
                                                                                                                            \triangleright O(|P|)
              Borrar(j.pokemones, infoP.tipo)
                                                                                                                            \triangleright O(|P|)
              if pViejos \neq 1 then
                                                                                                                             \triangleright O(1)
                  Definir(j.pokemones, infoP.tipo, pViejos - 1)
                                                                                                                            \triangleright O(|P|)
              end if
                                                                                                                             ⊳ O(1)
              EliminarSiguiente(Siguiente(itPCapturados))
          end while
          EliminarSiguiente(Siguiente(tupJug<sub>1</sub>)<sub>1</sub>)
                                                                  ▷ O(1) Elimina el id del jugador del conjunto de jugadores
          iEliminarSiguiente(tupJug<sub>1</sub>)
                                                                             \triangleright O(1) Saca al jugador del conjunto de jugadores
          AgregarRapido(j.expulsados, id)
                                                                                           \triangleright O(copy(id)) Copiar un nat es O(1)
          if iHavPokemonCercano(j, c) then
              iEliminarSiguiente(tupJug<sub>2</sub>)
                                                         ▷ O(log(EC)) Elimina al jugador del heap donde estaba esperando
          end if
      end if
      EliminarSiguiente(infoJ.itPosicion)
                                                                                                                             ▷ O(1)
      AgregarJugadorEnPos(j.posicionesJugadores, infoJ, c)
                                                                                                                             ▷ O(1)
  end if
  Complejidad: O(PS + (PC * |P|) + log(EC))
  <u>Justificación:</u>
```

```
iActualizarMenos(in/out j: estr, in c: coor)
  p \leftarrow iPosPokemonCercano(j, c)
                                                                                                                        ▷ O(1)
  itCoor \leftarrow Coordenadas(j.posicionesPokemons)
                                                                                                                        ⊳ O(1)
  while HaySiguiente(itCoor) do
                                                                                                                       \triangleright O(PS)
      if Siguiente(itCoor) \neq p then
                                                                                                                        \triangleright O(1)
         itPokemon \leftarrow Significado(j.posicionesPokemons, Siguiente(itCoor))
                                                                                                                        \triangleright O(1)
          ActualizarPokemon(itPokemon)
                                                                                                                        ⊳ O(1)
      end if
  end while
  Complejidad: O(PS)
  Justificación: Actualiza todos las colas de prioridad excepto por la que este en la posicion que paso por parametro.
```

$\overline{\mathbf{iActualizarTodos}(\mathbf{in}/\mathbf{out}\ j \colon \mathtt{estr})}$	
$itCoor \leftarrow Coordenadas(j.posicionesPokemons)$	$\triangleright \mathrm{O}(1)$
while HaySiguiente(itCoor) do	$\triangleright O(PS)$
$itPokemon \leftarrow Significado(j.posicionesPokemons, Siguiente(itCoor))$	▷ O(1)
ActualizarPokemon(itPokemon)	▷ O(1)
end while	
Complejidad: O(PS)	
<u>Justificación:</u> Actualiza todos las colas de prioridad. invalido.	

$\overline{\mathbf{iActualizarPokemon}(\mathbf{in}/\mathbf{out}\ itPokemones: \mathbf{itConj}(\mathbf{infoPokemon}),\ \mathbf{in}/\mathbf{out}\ j: \mathbf{estr})}$	
$infoP \leftarrow Siguiente(itPokemones)$	▷ O(1)
$infoP.contador \leftarrow infoP.contador + 1$	▷ O(1)
$\mathbf{if} \text{ infoP.contador} = 10 \mathbf{then}$	$\triangleright \mathrm{O}(1)$
$e \leftarrow Proximo(infoP.jugadoresEnRango)$	$\triangleright \mathrm{O}(1)$
$infoP.esSalvaje \leftarrow false$	$\triangleright \mathrm{O}(1)$
$infoJ \leftarrow Siguiente(j.jugadoresPorID[e]_1)$	$\triangleright \mathrm{O}(1)$
$AgregarRapido(infoJ.pokemonesCapturados, itPokemones) \ \triangleright O(copy(itPokemones))$	Copiar el iterador es $O(1)$
Borrar(j.posicionesPokemons, infoP.posicion)	$\triangleright \mathrm{O}(1)$
end if	

Complejidad: O(1)

<u>Justificación:</u> Actualiza la cola de prioridad del pokemon que paso por parametro. Suma uno al contador en caso de que no tenga que atraparse, si tiene que ser atrapado, lo agrega al conjunto de pokemones atrapados del jugador y lo elimina del diccionario de pokemones por posicion.

 $iJugadores(in j: estr) \rightarrow res: itConj(Jugador)$

 $res \leftarrow CrearIt(j.idsJugadores)$

⊳ O(1)

Complejidad: O(1)

Justificación: Devuelve el mapa del juego.

 $iEstaConectado(in j: estr, in id: Jugador) \rightarrow res: Bool$

 $res \leftarrow Siguiente(j.jugadoresPorID[id]_0).estaConectado$

 $\triangleright O(1)$

Complejidad: O(1)

Justificación: Devuelve si el jugador esta conectado.

 $iPosicion(in j: estr, in id: Jugador) \rightarrow res: coor$

 $res \leftarrow Siguiente((j.jugadoresPorID[id]).info).posicion$

▷ O(1)

Complejidad: O(1)

Justificación: Devuelve la posicion del jugador.

 $iPokemones(in j: estr, in id: Jugador) \rightarrow res: itConj(<Pokemon, Nat>)$

 $res \leftarrow CrearIt(Siguiente((j.jugadoresPorID[id]_1).pokeCapturados)$

 $\triangleright O(1)$

Complejidad: O(1)

<u>Justificación</u>: Devuelve un iterador al conjunto de pokemones atrapados por el jugador.

 $iExpulsados(in j: estr) \rightarrow res: itConj(Jugador)$

 $res \leftarrow CrearIt(j.expulsados)$

 $\triangleright O(1)$

Complejidad: O(1)

<u>Justificación</u>: Devuelve un iterador al conjunto de jugadores expulsados.

 $iPosConPokemones(in j: estr) \rightarrow res: itConj(coor)$

 $res \leftarrow CrearIt(Coordenadas(j.posicionesPokemons))$

 $\triangleright O(1)$

Complejidad: O(1)

Justificación: Devuelve las posiciones con pokemones.

 $iPokemonEnPos(in j: estr, in c: coor) \rightarrow res: Pokemon$

 $res \leftarrow Significado(j.posicionesPokemons, c)_1$

▷ O(1)

Complejidad: O(1)

Justificación: Devuelve el mapa del juego.

iCantMovimientosParaCaptura(in j: estr, in c: coor) \rightarrow res : Nat

 $res \leftarrow 10$ - Siguiente(Significado(j.posicionesPokemons, c)).contador

 $\triangleright O(1)$

Complejidad: O(1)

Justificación: Devuelve cuantos movimientos faltan para capturar al pokemon.

```
iPosPokemonCercano(in j: estr, in c: coor) \rightarrow res: coor
                                                                                                                                         ⊳ O(1)
  latC \leftarrow Latitud(c)
                                                                                                                                         ⊳ O(1)
  i \leftarrow DamePos(latC, 2)
                                                                                                                                         ⊳ O(1)
  longC \leftarrow Longitud(c)
                                                                                                                                         ⊳ O(1)
  j \leftarrow DamePos(longC, 2)
                                                                                                                                         \triangleright O(1)
  while i \leq latC + 2 do
                                                    ▷ O(1) Vale porque estoy recorriendo un conjunto acotado de coordenadas
       while j \leq longC + 2 do
                                                    ▷ O(1) Vale porque estoy recorriendo un conjunto acotado de coordenadas
           if Definido?(j.posicionesPokemons, \langle i, j \rangle) \land DistEuclidea(c, \langle i, j \rangle) \leq 4 then
                                                                                                                                         \triangleright O(1)
                                                                                                                                         \triangleright O(1)
               res \leftarrow \langle i, j \rangle
           end if
           j \leftarrow j + 1
                                                                                                                                         \triangleright O(1)
       end while
                                                                                                                                         ⊳ O(1)
       i \leftarrow i + 1
  end while
  Complejidad: O(1)
  <u>Justificación</u>: Como el rango a recorrer es una constante, se puede decir que es de la clase \Theta(1)
```

```
 \begin{aligned} & \mathbf{iPuedoAgregarPokemon(in} \ j \colon \mathtt{estr}, \ \mathbf{in} \ c \colon \mathtt{coor}) \to \mathtt{res} \colon \mathtt{Bool} \\ & \mathbf{res} \leftarrow \mathtt{PosExistente}(c, \ j.\mathtt{mapa}) \land \neg(\mathtt{Definido?(j.posicionesPokemons, c)}) \land \neg(\mathtt{HayPokemonEnTerritorio(j, c)}) \\ & \Theta\left(\sum_{c' \in coordendas(mapa(j))} equal(c, c')\right) \\ & \underline{Complejidad:} \ [\Theta\left(\sum_{c' \in coordendas(mapa(j))} equal(c, c')\right)] \\ & \underline{Justificación:} \ \mathsf{Tiene} \ \mathsf{que} \ \mathsf{ver} \ \mathsf{si} \ \mathsf{la} \ \mathsf{posicion} \ \mathsf{existe} \ \mathsf{en} \ \mathsf{el} \ \mathsf{mapa}, \ \mathsf{las} \ \mathsf{demas} \ \mathsf{operaciones} \ \mathsf{son} \ \mathsf{O}(1) \end{aligned}
```

```
iHayPokemonCercano(in j: estr, in c: coor) \rightarrow res : Bool
  res \leftarrow false
                                                                                                                                     ▷ O(1)
  latC \leftarrow Latitud(c)
                                                                                                                                     ▷ O(1)
  i \leftarrow DamePos(latC, 2)
                                                                                                                                     \triangleright O(1)
  longC \leftarrow Longitud(c)
                                                                                                                                     ▷ O(1)
  j \leftarrow DamePos(longC, 2)
                                                                                                                                     ▷ O(1)
                                                   ▷ O(1) Vale porque estoy recorriendo un conjunto acotado de coordenadas
  while i \leq latC + 2 do
                                                   ▷ O(1) Vale porque estoy recorriendo un conjunto acotado de coordenadas
       while j \leq longC + 2 do
           if Definido?(j.posicionesPokemons, \langle i, j \rangle) \land DistEuclidea(c, \langle i, j \rangle) \leq 4 then
                                                                                                                                     ⊳ O(1)
               res \leftarrow true
                                                                                                                                     \triangleright O(1)
           end if
           j \leftarrow j + 1
                                                                                                                                     \triangleright O(1)
       end while
      i \leftarrow i + 1
                                                                                                                                     ⊳ O(1)
  end while
  Complejidad: \Theta(1)
  Justificación: Como el rango a recorrer es una constante, se puede decir que es de la clase \Theta(1)
```

```
iHayPokemonEnTerritorio(in j: estr, in c: coor) \rightarrow res: Bool
  res \leftarrow false
                                                                                                                                        ⊳ O(1)
  latC \leftarrow Latitud(c)
                                                                                                                                        ⊳ O(1)
  i \leftarrow DamePos(latC, 5)
                                                                                                                                        ⊳ O(1)
  longC \leftarrow Longitud(c)
                                                                                                                                        ⊳ O(1)
  j \leftarrow DamePos(longC, 5)
                                                                                                                                        ▷ O(1)
  while i \leq latC + 5 do
                                                    ▷ O(1) Vale porque estoy recorriendo un conjunto acotado de coordenadas
                                                    \triangleright O(1) Vale porque estoy recorriendo un conjunto acotado de coordenadas
       while j \leq longC + 5 do
           if Definido?(j.posicionesPokemons, \langle i, j \rangle) \land DistEuclidea(c, \langle i, j \rangle) \leq 25 then
                                                                                                                                        \triangleright O(1)
                                                                                                                                        \triangleright O(1)
               res \leftarrow true
           end if
           j \leftarrow j + 1
                                                                                                                                        \triangleright O(1)
       end while
       i \leftarrow i + 1
                                                                                                                                        ▷ O(1)
  end while
  Complejidad: \Theta(1)
  <u>Justificación</u>: Como el rango a recorrer es una constante, se puede decir que es de la clase \Theta(1)
```

```
iEntrenadoresPosibles(in c: coor, in es: conjLineal(Jugador), in j: estr) \rightarrow res: conjLineal(itConj(Jugador))
  ePosibles \leftarrow Vacia()
                                                                                       \triangleright O(1) Crea un conjunto de iteradores vacio
  if Cardinal(es) ! = 0 then
                                                                                                                                    \triangleright O(1)
      itE \leftarrow CrearIt(es)
                                                                                                                                    \triangleright O(1)
                                                  \,\vartriangleright\, O(Cardinal(es))Es la cantidad de jugadores que haya en el conjunto es
       while HaySiguiente(itE) do
          e \leftarrow Siguiente(itE)
                                                                                                                                    \triangleright O(1)
          infoJ \leftarrow Siguiente(j.jugadoresPorID[e].info)
                                                                                                                                    ▷ O(1)
          if infoJ.estaConectado then
                                                                                                                                    ▷ O(1)
               posJugador \leftarrow infoJ.posicion
                                                                                                                                    ▷ O(1)
               \mathbf{if} \ (\mathrm{iHayPokemonCercano}(\mathrm{posJugador}, \, \mathrm{j}) \ \mathbf{then}
                                                                                                                                    ▷ O(1)
                   if iPosPokemonCercano(posJugador, j) = c then
                                                                                                                                    \triangleright O(1)
                       if iHayCamino(c, posJugador, Mapa(j))) then
                                                                                                                                    ▷ O(1)
                           AgregarRapido(ePosibles, e)
                                                                                                \triangleright O(copy(e)) Copiar un Nat es O(1)
                       end if
                   end if
               end if
          end if
           Avanzar(itE)
                                                                                                                                    \triangleright O(1)
       end while
  end if
  res \leftarrow ePosibles
                                                                                                                                    ▷ O(1)
  Complejidad: O(\#(es))
  Justificación: Se itera por completo el conjunto de jugadores 'es'. En peor caso, todos los elementos de 'es' deben
  ser agregados al resultado.
```

```
 \begin{aligned}  & \mathbf{iIndiceRareza(in} \ j \colon \mathbf{estr}, \ \mathbf{in} \ p \colon \mathbf{Pokemon}) \to \mathbf{res} \colon \mathbf{Nat} \\ & \mathit{cuantosP} \leftarrow iCantMismaEspecie(j,p) \\ & \mathbf{res} \leftarrow 100 - (100 \ \mathbf{x} \ \mathbf{cuantosP} \ / \ \mathbf{iCantPokemonesTotales}) \end{aligned} \qquad \triangleright O(|p.tipo|) \\ & \underline{\mathbf{Complejidad:}} \ O(|P|) \\ & \underline{\mathbf{Justificación:}} \ \mathbf{Siendo} \ |P| \ \mathbf{el} \ \mathbf{nombre} \ \mathbf{mas} \ \mathbf{largo} \ \mathbf{para} \ \mathbf{un} \ \mathbf{pokemon} \ \mathbf{en} \ \mathbf{el} \ \mathbf{juego}. \end{aligned}
```

 $iCantPokemonesTotales(in j: estr) \rightarrow res : Nat$

 $res \leftarrow Cardinal(j.todosLosPokemones)$

 $\triangleright O(1)$

Complejidad: O(1)

Justificación: Pide el cardinal de un conjunto.

 $\mathbf{iCantMismaEspecie}(\mathbf{in}\ j\colon \mathtt{estr},\ \mathbf{in}\ p\colon \mathtt{Pokemon}) \to \mathrm{res}: \mathrm{Nat}$

if Definido?(j.pokemones, p.tipo) then $\triangleright O(|P|)$

 $res \leftarrow Longitud(Obtener(j.pokemones, p.tipo))$ $\triangleright O(|P|)$

else

 $res \leftarrow 0$ $\triangleright O(1)$

end if

Complejidad: O(|P|)

Justificación: En peor caso, el pokemon que se busca es el de nombre mas largo o no esta en el diccionario.

 $\mathbf{DamePos}(\mathbf{in}\ p \colon \mathtt{Nat},\ \mathbf{in}\ step \colon \mathtt{Nat}) \to \mathrm{res} : \mathtt{Nat}$

if $p \ge step$ then

 $res \leftarrow p - step$ $\triangleright O(1)$

else

 $res \leftarrow 0$ $\triangleright O(1)$

end if

Complejidad: O(1)

Justificación: Aritmetica de naturales.

4. Modulo Diccionario Matriz(coor, σ)

El modulo Diccionario Matriz provee un diccionario por posiciones en el que se puede definir, y consultar si hay un valor en una posicion en tiempo $O(copy(\sigma))$. Ademas, se puede borrar en tiempo lineal sobre las dimensiones de la matriz, y obtener un iterador a un conjunto lineal de claves.

El principal costo se paga al crear la estructura o borrar un dato, dado que cuesta tiempo lineal ancho por largo.

Interfaz

```
parametros formales
    generos coor, \sigma
    se explica con: DICCMAT(Nat, Nat, \sigma),
generos: diccMat(coor, \sigma).
VACIO(in\ Nat: 1\ argo,\ in\ Nat: a\ ncho) \rightarrow res: diccMat(coor, \sigma)
\mathbf{Pre} \equiv \{ \text{largo} * \text{ancho} > 0 \}
\mathbf{Post} \equiv \{res =_{obs} vacio(largo, ancho)\}\
Complejidad: \Theta(ancho*largo)
Descripción: Genera un diccionario vacio, de tamaño ancho * largo.
DEFINIR(in/out d: diccMat(coor, \sigma), in c: coor, in s: \sigma)
\mathbf{Pre} \equiv \{d =_{\mathrm{obs}} d_0 \land \mathrm{enRango}(c_1, c_2, d)\}
\mathbf{Post} \equiv \{d =_{obs} \operatorname{definir}(c_1, c_2, s, d_0)\}\
Complejidad: \Theta(copy(s))
Descripción: define el significado s en el diccMat, en la posicion representada por c.
DEFINIDO?(in d: diccMat(coor, \sigma), in <math>c: coor) \rightarrow res: bool
\mathbf{Pre} \equiv \{ \operatorname{enRango}(c_1, c_2, d) \}
\mathbf{Post} \equiv \{res =_{obs} \operatorname{def}?(c_1, c_2, d)\}\
Complejidad: \Theta(1)
Descripción: devuelve true si y solo si c tiene un valor en el diccMat.
SIGNIFICADO(in d: diccMat(coor, \sigma), in c: coor) \rightarrow res: \sigma
\mathbf{Pre} \equiv \{ \operatorname{enRango}(c_1, c_2, d) \wedge_L \operatorname{def}(c_1, c_2, d) \}
\mathbf{Post} \equiv \{ \operatorname{alias}(res =_{\operatorname{obs}} \operatorname{obtener}(c_1, c_2, d) \}
Complejidad: \Theta(copy(s))
Descripción: Devuelve el valor de d en la posicion c.
BORRAR(in/out\ d: diccMat(coor, \sigma), in\ c: coor)
\mathbf{Pre} \equiv \{d = d_0 \land \mathrm{enRango}(c_1, c_2, d) \land_L \mathrm{def}?(c_1, c_2, d)\}\
\mathbf{Post} \equiv \{d =_{\mathrm{obs}} \mathrm{borrar}(c_1, c_2, d_0)\}\
Complejidad: \Theta(1)
Descripción: Elimina el valor en la posicion c en d.
COORDENADAS(in d: diccMat(coor, \sigma)) \rightarrow res: itConj(coor)
\mathbf{Pre} \equiv \{ \mathrm{true} \}
\mathbf{Post} \equiv \{ \text{alias}(esPermutacion?}(SecuSuby(res), claves(d))) \}
Complejidad: \Theta(1)
Descripción: Devuelve un iterador al conjunto de claves de d.
Ancho(in d: diccMat(coor, \sigma)) \rightarrow res : Nat
\mathbf{Pre} \equiv \{ \text{true} \}
\mathbf{Post} \equiv \{ res =_{obs} \operatorname{ancho}(d) \}
Complejidad: \Theta(1)
Descripción: Devuelve el ancho de d
LARGO(in d: diccMat(coor, \sigma)) \rightarrow res: Nat
\mathbf{Pre} \equiv \{ \text{true} \}
Complejidad: \Theta(1)
```

Descripción: Devuelve el largo de d

4.0.1. Especificacion de las operaciones auxiliares utilizadas en la interfaz

TAD DICCMATRIZ(NAT, NAT, σ)

géneros diccMat(Nat, Nat, σ)

exporta diccMat(Nat, Nat, σ), generadores, observadores, borrar, claves

usa NAT, BOOL, CONJ(TUPLA(NAT, NAT))

igualdad observacional

$$(\forall d, d': \text{DiccMat}(\text{Nat, Nat, }\sigma)) \quad \left(d =_{\text{obs}} d' \iff \begin{pmatrix} (\text{ancho}(\mathbf{d}) =_{\text{obs}} \text{ ancho}(\mathbf{d}') \ \land \ \text{largo}(\mathbf{d}) =_{\text{obs}} \\ (\forall \mathbf{x}, \mathbf{y}: \text{Nat}) \ (\text{def?}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{d}) =_{\text{obs}} \text{def?}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{d}')) \\ \land_{\mathbf{L}} \\ \text{def?}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{d}) \Rightarrow_{\mathbf{L}} \text{obtener}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{d}) =_{\text{obs}} \text{obte-} \\ \text{ner}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{d}') \end{pmatrix} \right)$$

observadores básicos

largo : diccMat(Nat \times Nat \times σ) \longrightarrow Nat

ancho : diccMat(Nat \times Nat \times σ) \longrightarrow Nat

def? : Nat $x \times \text{Nat } y \times \text{diccMat}(\text{Nat} \times \text{Nat} \times \sigma) d \longrightarrow \text{Bool}$ {enRango(x,y,d)}

obtener : Nat $x \times \text{Nat } y \times \text{diccMat}(\text{Nat} \times \text{Nat} \times \sigma) \ d \longrightarrow \sigma$ {enRango(x,y,d) $\land_{\text{L}} \text{def}?(\text{x,y,d})$ }

generadores

vacio : Nat $largo \times$ Nat ancho \longrightarrow diccMat(Nat,Nat, σ)

 ${\{largo*ancho > 0\}}$

 $\operatorname{definir} : \operatorname{Nat} x \times \operatorname{Nat} y \times \sigma \ s \times \operatorname{diccMat}(\operatorname{Nat} \times \operatorname{Nat} \times \sigma) \ d \longrightarrow \operatorname{diccMat}(\operatorname{Nat},\operatorname{Nat},\sigma) \qquad \{\operatorname{enRango}(\mathbf{x},\mathbf{y},\mathbf{d})\}$

otras operaciones

 $borrar : Nat \ x \times Nat \ y \times diccMat(Nat \times Nat \times \sigma) \ d \\ = nRango(x,y,d) \land_{L} def?(x,y,d) \}$

claves : diccMat(Nat × Nat × σ) \longrightarrow conj(tupla(Nat,Nat))

otras operaciones (no exportadas)

 $enRango: Nat \times Nat \times diccMat(Nat \times Nat \times sinificado) \longrightarrow Bool$

axiomas $\forall x, y, m, n$: Nat $\forall d$: diccMat(Nat,Nat, σ) $\forall s$: σ

 $largo(vacio(m,n)) \equiv m$

 $ancho(vacio(m,n)) \equiv n$

 $def?(x,y, vacio(m,n)) \equiv false$

 $largo(definir(x,y,s,d))) \equiv largo(d)$

 $\operatorname{ancho}(\operatorname{definir}(x,y,s,d))) \equiv \operatorname{ancho}(d)$

 $def?(x,y, definir(m,n,s,d)) \equiv (x = m \land y = n) \lor def?(x,y,d)$

obtener(x,y, definir(m,n,s,d)) \equiv if (x = m \wedge y = n) then s else obtener(x,y,d) fi

```
\begin{array}{ll} borrar(x,y,\,definir(m,n,s,d)) \;\equiv\; \textbf{if} \; (x=m \,\wedge\, y=n) \;\; \textbf{then} \\ & \quad \textbf{if} \; def?(x,y,d) \;\; \textbf{then} \;\; borrar(x,y,d) \;\; \textbf{else} \;\; d \;\; \textbf{fi} \\ & \quad \textbf{else} \\ & \quad definir(m,n,s,borrar(x,y,d)) \\ & \quad \textbf{fi} \\ \\ claves(vacio) \;\equiv\; \emptyset \\ \\ claves(definir(x,y,s,d)) \;\equiv\; Ag((x,y),claves(d)) \\ \\ enRango(x,y,\,d) \;\equiv\; x < largo(d) \,\wedge\, y < ancho(d) \end{array}
```

Fin TAD

Representación

```
Diccionario Matriz se representa con dicc
```

Algoritmos

Trabajo Práctico IIAlgoritmos del modulo

iDefinir(in/out d: dicc, in c: coor, in s: σ) 1: sig:tupla ▷ O(1) ⊳ O(1) 2: $sig_1 \leftarrow true$ $3: sig_3 \leftarrow s$ $\triangleright \Theta(copy(s))$ 4: **if** \neg (Definido?(d, Aplanar(d,c))) **then** $\triangleright \Theta(copy(s))$ $sig_2 \leftarrow AgregarRapido(d.claves, c)$ 6: else $sig_2 \leftarrow d.posiciones[Aplanar(d, c)]_2$ ⊳ O(1) 7: 9: $d.posiciones[Aplanar(d,c)] \leftarrow sig$ $\triangleright \Theta(copy(s))$ Complejidad: $\Theta(copy(s))$ <u>Justificacion</u>: Definido? y Aplanar tienen costo $\Theta(1)$, Agregar Rapido y Definir tienen costo $\Theta(copy(s))$. Aplicando algebra de ordenes: $\Theta(1) + \Theta(1) + \Theta(copy(s)) + \Theta(copy(s)) = \Theta(copy(s))$ iDefinido?(in d: dicc, in c: coor) $\rightarrow res : bool$ 1: $res \leftarrow Definido?(d.posiciones, Aplanar(d, c)) \land_L d.posiciones[Aplanar(d, c)]_1$ ⊳ Si no esta definido o esta marcado como borrado, se devuelve que no esta definido $\Theta(1)$ Complejidad: $\Theta(1)$ <u>Justificacion:</u> Aplanar tiene costo $\Theta(1)$, luego, como Definido? y consular una posicion de un arreglo tienen costo $\Theta(1)$. Aplicando algebra de ordenes: $\Theta(1) + \Theta(1) + \Theta(1) = \Theta(1)$ **iSignificado**(in d: dicc, in c: coor) $\rightarrow res : \sigma$ 1: $res \leftarrow d.posiciones[Aplanar(d, c)]$ $\triangleright \Theta(1)$ Complejidad: $\Theta(1)$ iBorrar(in/out d: dicc, in c: coor) 1: EliminarSiguiente(d.posiciones[Aplanar(d, c)]₂) $\triangleright \Theta(1)$ 2: $d.posiciones[Aplanar(d,c)] \leftarrow < false, CrearIt(Vacio()), d.posiciones[Aplanar(d,c)] >$ $\triangleright \Theta(1)$ Complejidad: $\Theta(1)$ $iCoordenadas(in d: dicc) \rightarrow res: itConj(coor)$ 1: $res \leftarrow CrearIt(d.claves)$ $\triangleright \Theta(1)$ Complejidad: $\Theta(1)$ **iAplanar**(in d: dicc, in c: coor) $\rightarrow res : nat$ 1: $res \leftarrow Longitud(c) * d.ancho + Latitud(c)$ $\triangleright \Theta(1)$ Complejidad: $\Theta(1)$ Justificacion: Son operaciones matematicas de Nat $iLargo(in \ d: dicc) \rightarrow res: nat$ 1: $res \leftarrow d.largo$ $\triangleright \Theta(1)$

Complejidad: $\Theta(1)$

$\overline{\mathbf{iAncho}(\mathbf{in}\ d\colon \mathtt{dicc}) \to res: nat}$	
1: $res \leftarrow d.ancho$	$\triangleright \Theta(1)$
Complejidad: $\Theta(1)$	

5. Módulo Cola de mínima prioridad(α)

5.1. Especificación

TAD COLA DE MÍNIMA PRIORIDAD (α)

```
igualdad observacional
```

$$(\forall c, c' : \operatorname{colaMinPrior}(\alpha)) \quad \left(c =_{\operatorname{obs}} c' \iff \begin{pmatrix} \operatorname{vac\'a?}(c) =_{\operatorname{obs}} \operatorname{vac\'a?}(c') \wedge_{\operatorname{L}} \\ (\neg \operatorname{vac\'a?}(c) \Rightarrow_{\operatorname{L}} (\operatorname{pr\'oximo}(c) =_{\operatorname{obs}} \operatorname{pr\'oximo}(c') \wedge_{\operatorname{L}} \\ \operatorname{desencolar}(c) \\ \operatorname{desencolar}(c')) \end{pmatrix} \right)$$

parámetros formales

géneros a

operaciones $\bullet < \bullet : \alpha \times \alpha \longrightarrow bool$

géneros cola $MinPrior(\alpha)$

exporta cola $MinPrior(\alpha)$, generadores, observadores

usa Bool

observadores básicos

vacía? : colaMinPrior(α) \longrightarrow bool

próximo : colaMinPrior(α) $c \longrightarrow \alpha$ {¬ vacía?(c)}

 $desencolar : colaMinPrior(\alpha) c \longrightarrow colaMinPrior(\alpha)$

 $\{\neg \text{ vacía}?(c)\}$

generadores

vacía : \longrightarrow colaMinPrior (α)

encolar : $\alpha \times \text{colaMinPrior}(\alpha) \longrightarrow \text{colaMinPrior}(\alpha)$

otras operaciones

tamaño : cola $MinPrior(\alpha) \longrightarrow nat$

axiomas $\forall c: \text{colaMinPrior}(\alpha), \forall e: \alpha$

vacía?(vacía) \equiv true

 $\text{vacía?}(\text{encolar}(e,\,c)) \qquad \equiv \text{ false}$

 $\operatorname{pr\acute{o}ximo}(\operatorname{encolar}(e, c)) \equiv \operatorname{if} \operatorname{vac\'a}(c) \vee_{\operatorname{L}} \operatorname{proximo}(c) > e \operatorname{then} e \operatorname{else} \operatorname{pr\acute{o}ximo}(c) \operatorname{fi}$

desencolar(encolar(e, c)) \equiv if vacía?(c) \vee_{L} proximo(c) > e then c else encolar(e, desencolar(c)) fi

Fin TAD

5.2. Interfaz

parámetros formales

géneros (

se explica con: Cola de mínima prioridad(nat).

géneros: colaMinPrior(α).

5.2.1. Operaciones básicas de ColaMinPrior

```
VACÍA() \rightarrow res : colaMinPrior(\alpha)
\mathbf{Pre} \equiv \{ \mathbf{true} \}
Post \equiv \{res =_{obs} vacía\}
Complejidad: O(1)
Descripción: Crea una cola de prioridad vacía
VACÍA?(\mathbf{in}\ c: colaMinPrior(\alpha)) \rightarrow res: bool
\mathbf{Pre} \equiv \{ \text{true} \}
\mathbf{Post} \equiv \{res =_{obs} vacía?(c)\}
Complejidad: O(1)
Descripción: Devuelve true si y sólo si la cola está vacía
PROXIMO(in c: colaMinPrior(\alpha)) \rightarrow res: \alpha
\mathbf{Pre} \equiv \{\neg \text{vac}(c)\}\
\mathbf{Post} \equiv \{ \mathrm{alias}(res =_{\mathrm{obs}} \mathrm{pr\'oximo}(c)) \}
Complejidad: O(1)
Descripción: Devuelve el próximo elemento a desencolar
Aliasing: res es modificable si y sólo si c es modificable
DESENCOLAR(in/out c: colaMinPrior(\alpha))
\mathbf{Pre} \equiv \{\neg \text{vac\'ia}?(c) \land c =_{obs} c_0\}
\mathbf{Post} \equiv \{c =_{\mathrm{obs}} \operatorname{desencolar}(c_0)\}\
Complejidad: O(\log(\tan \tilde{a} \tilde{n} o(c)))
Descripción: Quita el elemento más prioritario
ENCOLAR(in/out c: colaMinPrior(\alpha), in p: nat, in a:\alpha \to res: itColaMin(\alpha)
\mathbf{Pre} \equiv \{c =_{\mathrm{obs}} c_0\}
\mathbf{Post} \equiv \{c =_{\mathrm{obs}} \operatorname{encolar}(p, c_0) \land res =_{\mathrm{obs}} \operatorname{CrearIt}(\operatorname{ColaASecu}(c_0), a) \land \operatorname{alias}(\operatorname{SecuSuby}(\operatorname{res}) = \operatorname{ColaASecu}(c))\}
Complejidad: O(\log(|c|)) + copy(a)
Descripción: Agrega el elemento a de tipo \alpha con prioridad p a la cola
Aliasing: Se agrega el elemento por copia
```

5.2.2. Operaciones del Iterador

```
\operatorname{CREARIT}(\mathbf{in}\ c\colon \mathtt{colaMinPrior}(lpha)) 	o res: \mathtt{itColaMin}(alpha)
\mathbf{Pre} \equiv \{true\}
Post \equiv \{Alias(EsPermutacion(SecuSuby(res),c))\}
Complejidad: \Theta(1)
Descripción: Crea un iterador de Cola Mínima de Prioridad(\alpha)
Aliasing: El iterador se invalida si v solo si se elimina el elemento siguiente del iterador
HAYSIGUIENTE?(in it: itColaMin(\alpha)) \rightarrow res: bool
\mathbf{Pre} \equiv \{true\}
\mathbf{Post} \equiv \{res =_{obs} \text{ haySiguiente?}(it))\}
Complejidad: \Theta(1)
Descripción: Devuelve true si y solo si en el iterador todavía quedan elementos para avanzar
SIGUIENTE(in it: itColaMin(\alpha)) \rightarrow res: \alpha
\mathbf{Pre} \equiv \{\text{haySiguiente?}(it)\}
Post \equiv \{Alias(res =_{obs} Siguiente(it))\}\
Complejidad: \Theta(1)
Descripción: Devuelve el elemento de la siguiente posición del iterador
Aliasing: res es modificable si y solo si it es modificable
ELIMINAR SIGUIENTE (in/out it : itColaMin(\alpha))
\mathbf{Pre} \equiv \{it =_{obs} it_0 \land \text{haySiguiente?}(it)\}\
\mathbf{Post} \equiv \{it =_{obs} \mathbf{EliminarSiguiente}(it_0)\}\
Complejidad: \Theta(1)
Descripción: Elimina de la cola el valor que se encuentra en la posición siguiente del iterador.
```

5.3. Representación

 $Rep : estr \longrightarrow bool$

5.3.1. Representación de Cola $MinPrior(\alpha)$

```
ColaMinPrior(\alpha) se representa con estr

donde estr es tupla(proximo: puntero(nodo), tamano: nat)

donde nodo es tupla(prior: Nat, elem: \alpha, padre: puntero(nodo), izq: puntero(nodo), der: puntero(nodo))
```

5.3.2. Invariante de Representación (Rehacer con nueva estructura)

- (I) Si la cola esta vacía el primer elemento es nulo.
- (II) Si no esta vacía, si su elemento izquierdo esta definido la prioridad de la raíz es mayor y la raiz es el padre del elemento.
- (III) Si no esta vacía, si su elemento derecho esta definido la prioridad de la raíz es mayor y la raiz es el padre del elemento.
- (IV) El subarbol derecho e izquierdo cumplen con el invariante.

```
\begin{aligned} \operatorname{Rep}(e) &\equiv \operatorname{true} \Longleftrightarrow \\ &(\operatorname{e.proximo} = \operatorname{NULL}) = (\operatorname{e.tama\~no} = 0) \wedge_{\operatorname{L}} \\ &(\operatorname{e.proximo} \neq \operatorname{NULL}) \Rightarrow_{\operatorname{L}} (\\ &(\operatorname{e.proximo} \to \operatorname{izq} \neq \operatorname{NULL} \wedge_{\operatorname{L}} ((\operatorname{e.proximo} \to \operatorname{prior} > (\operatorname{e.proximo} \to \operatorname{izq}) \to \operatorname{prior}) \wedge (\operatorname{e.proximo} = (\operatorname{e.proximo} \to \operatorname{izq}) \to \operatorname{padre}))) \\ &(\operatorname{e.proximo} \to \operatorname{der} \neq \operatorname{NULL} \wedge_{\operatorname{L}} ((\operatorname{e.proximo} \to \operatorname{prior} > (\operatorname{e.proximo} \to \operatorname{der}) \to \operatorname{prior}) \wedge (\operatorname{e.proximo} = (\operatorname{e.proximo} \to \operatorname{der}) \to \operatorname{padre}))) \wedge \\ &(\operatorname{Rep}(\operatorname{SubArbolIzq}(e)) \wedge \operatorname{Rep}(\operatorname{SubArbolDer}(e))) \end{aligned}
\operatorname{SubArbolIzq} : \operatorname{estr} \longrightarrow \operatorname{estr} \\ \operatorname{SubArbolIzq}(c) \equiv \\ \operatorname{estr}(\operatorname{c.proximo} \to \operatorname{izq}, \operatorname{c.tama\~no} - 1) \\ \operatorname{SubArbolDer} : \operatorname{estr} \longrightarrow \operatorname{estr} \\ \operatorname{SubArbolDer}(c) \equiv \end{aligned}
```

5.3.3. Función de Abstracción

 $\operatorname{estr}(\operatorname{c.proximo} \to \operatorname{der}, \operatorname{c.tamaño} - 1)$

```
Abs : estr e \longrightarrow \text{colaMinPrior}(\alpha) {Rep(e)}

Abs(e) \equiv =_{\text{obs}} c: colaMinPrior(\alpha) \mid (\text{if } \text{vac\'a?}(e) \text{ then } \text{vac\'a else } \text{encolar}(\text{proximo}(c), \text{Abs}(\text{desencolar}(c))) \text{ fi}
```

5.3.4. Representación del Iterador Cola de Prioridad

```
ItColaMin(\alpha) se representa con iter donde iter es tupla(siguiente: puntero(nodo), arbol: puntero(ColaMinPrior(\alpha)))
```

5.3.5. Invariante de Representación

- (I) Tiene que valer el rep de la cola.
- (II) El siguiente es invalido o esta en la cola

```
\begin{array}{lll} \operatorname{Rep}: \operatorname{iter} & \to \operatorname{bool} \\ \operatorname{Rep}(it) & \equiv \operatorname{true} \iff \\ \operatorname{Rep}(*(\operatorname{it.cola})) \wedge_{\operatorname{L}} \\ & (\operatorname{it.siguiente} = \operatorname{NULL} \vee_{\operatorname{L}} (\operatorname{Esta?}(\operatorname{it.siguiente}, *(\operatorname{it.cola}))) \\ \\ \operatorname{Esta}?: \operatorname{puntero}(\operatorname{Nodo}) \times \operatorname{estr} & \longrightarrow \operatorname{bool} \\ \operatorname{Esta?}(\operatorname{p,c}) & \equiv \\ \operatorname{p} = \operatorname{c.proximo} \vee_{\operatorname{L}} (\operatorname{Esta?}(\operatorname{p}, \operatorname{SubArbolIzq}(\operatorname{c}))) \vee_{\operatorname{L}} (\operatorname{Esta?}(\operatorname{p}, \operatorname{SubArbolDer}(\operatorname{c}))) \end{array}
```

5.3.6. Función de Abstracción

Abs : estr
$$it \longrightarrow itColaMin$$
 {Rep (it) }
Abs $(it) \equiv =_{obs} u$: $itColaMin \mid (Siguientes(u) = deColaASecu(it.cola)$
 \triangleright La funcion deColaASecu convierte todos los elementos de la cola en una $secu(\alpha)$

5.4. Algoritmos

5.4.1. Algoritmos del Modulo

iVacía() →
$$res$$
 : estr
1: $res \leftarrow < NULL, 0 >$ $\triangleright \Theta(1)$
Complejidad: $\Theta(1)$

iVacía?(in
$$c$$
: estr) → res : Bool
1: $res \leftarrow (c.proximo = NULL)$ $\triangleright \Theta(1)$
Complejidad: $\Theta(1)$

```
iUltimoNodo(in/out \ c: estr) \rightarrow res: puntero(Nodo)
 1: A: arreglo_dimensionable denat
                                                                                                                                                \triangleright \Theta(1)
 2: A \leftarrow iDecimalABinario(c.tamao)
                                                      ▷ Convertir un decimal a binario tiene complejidad logaritmica del largo de
     número \Theta(log(|c|))
 3: puntero(Nodo)n \leftarrow c.proximo
                                                                                                                                                \triangleright \Theta(1)
 4: for i \leftarrow 1 to tam(A) - 1 do
                                               ⊳ Se empieza desde el segundo elemento porque ya está posicionado en el primer
     elemento que por precondición no es nulo \Theta(|A|) = \Theta(log(|c|))
         if A[i] = 0 then
 5:
              n \leftarrow (n \rightarrow izq)
                                                                                                                                               \triangleright \Theta(1)
 6:
 7:
         else
              n \leftarrow (n \rightarrow der)
                                                                                                                                               \triangleright \Theta(1)
 8:
 9:
         end if
10: end for
                                                                                                                                               \triangleright \Theta(1)
11: res \leftarrow n
```

Complejidad: $\Theta(log(|c|))$

```
iDesencolar(in/out c: estr)
 1: puntero(Nodo)n \leftarrow iUltimoNodo(c)
                                                                                                                                                           \triangleright \Theta(log(|c|))
 2: iSwapCola(c.proximo, n)
                                                                                                                                                                    \triangleright \Theta(1)
 3: if c.tamano > 1 then
          if c.tamanomod2 = 0 then
 4:
 5:
               n \leftarrow padre \leftarrow izq \leftarrow NULL
                                                                                                                                                                    \triangleright \Theta(1)
          else
 6:
               n \leftarrow padre \leftarrow der \leftarrow NULL
 7:
                                                                                                                                                                    \triangleright \Theta(1)
          end if
 8:
          c.tamao \leftarrow c.tamao - 1
                                                                                                                                                                    \triangleright \Theta(1)
 9:
                                                                                                                                                           \rhd \Theta(log(|c|))
10:
          iBajar(c,n)
11: else
                                                                                                                                                                    \triangleright \Theta(1)
          c.proximo \leftarrow NULL
12:
13:
          c.tamao \leftarrow 0
                                                                                                                                                                    \triangleright \Theta(1)
14: end if
     Complejidad: \Theta(log(|c|))
```

```
iPadreNuevoNodo(in/out \ c: estr) \rightarrow res: puntero(Nodo)
 1:\ A: arreglo_dimensionable den at
                                                                                                                                                 \triangleright \Theta(1)
 2: A \leftarrow iDecimalABinario(c.tamao + 1) \triangleright Convertir un decimal a binario tiene complejidad logaritmica del largo
     de número \Theta(log(|c|))
 3: puntero(Nodo)n \leftarrow c.proximo
                                                                                                                                                 \triangleright \Theta(1)
 4: for i \leftarrow 1 to tam(A) - 2 do
                                               ⊳ Se empieza desde el segundo elemento porque ya está posicionado en el primer
     elemento que por precondición no es nulo \Theta(|A|) = \Theta(log(|c|))
         if A[i] = 0 then
 5:
                                                                                                                                                 \triangleright \Theta(1)
              n \leftarrow (n \rightarrow izq)
 6:
 7:
         else
              n \leftarrow (n \rightarrow der)
                                                                                                                                                 \triangleright \Theta(1)
 8:
         end if
 9:
10: end for
                                                                                                                                                \triangleright \Theta(1)
11: res \leftarrow n
     Complejidad: \Theta(log(|c|))
```

```
\mathbf{iEncolar}(\mathbf{in}/\mathbf{out}\ c \colon \mathtt{estr},\ \mathbf{in}\ prioridad \colon \mathtt{nat},\ \mathbf{in}\ a \colon \alpha) \to res : iter
                                                                                                                                                                      \rhd \; \Theta(log(|c|))
  1: puntero(Nodo) : padre \leftarrow iPadreNuevoNodo(c)
  2:\ Nodo: nuevo \leftarrow < prioridad, a, padre, NULL, NULL >
                                                                                                                                                                               \triangleright \Theta(1)
  3: if padre \rightarrow izq = NULL then
                                                                                                                                                                               \triangleright \Theta(1)
           padre \rightarrow izq = \&nuevo
                                                                                                                                                                               \triangleright \Theta(1)
  5: else
           padre \rightarrow der = \&nuevo
                                                                                                                                                                               \triangleright \Theta(1)
  6:
  7: end if
  8: c.tamao \leftarrow c.tamao + 1
                                                                                                                                                                               \triangleright \Theta(1)
                                                                                                                                                                      \rhd \; \Theta(log(|c|))
  9: iSubir(c, nuevo)
10: res \leftarrow CrearItEncolado(nuevo, c)
                                                                                                                                                                              \triangleright \Theta(1)
      Complejidad: \Theta(log(|c|)) + copy(\alpha)
```

```
iBajar(in/out c: estr, in n: puntero(Nodo))
                                                                                                                                                                          \triangleright \Theta(1)
  1: bool: swap \leftarrow true
                                                                                                                                                                         \triangleright \Theta(1)
  2: bool : esHoja \leftarrow (n \rightarrow izq = NULL \land n \rightarrow der = NULL)
  3: while \neg esHoja \land swap do
                                                              \triangleright Lo máximo que se puede llegar a avanzar es la altura del árbol \Theta(log(|c|))
           swap \leftarrow false
                                                                                                                                                                         \triangleright \Theta(1)
  4:
           if n \to der = NULL) then
  5:
                                                                                                                                                                         \triangleright \Theta(1)
                if n \to izq \to prior < n \to prior) then
  6:
                                                                                                                                                                         \triangleright \Theta(1)
                     iSwapCola(n \rightarrow izq, n)
  7:
                                                                                                                                                                         \triangleright \Theta(1)
                     swap \leftarrow true
  8:
                                                                                                                                                                         \triangleright \Theta(1)
                end if
  9:
           else
10:
                if n \rightarrow izq = NULL) then
                                                                                                                                                                         \triangleright \Theta(1)
11:
                     if n \to der \to prior < n \to prior) then
                                                                                                                                                                         \triangleright \Theta(1)
12:
13:
                           iSwapCola(n \rightarrow izq, n)
                                                                                                                                                                         \triangleright \Theta(1)
                                                                                                                                                                         \triangleright \Theta(1)
                           swap \leftarrow true
14:
                     end if
15:
                else
16:
                     if n \to der \to prior < n \to izq \to prior) then
                                                                                                                                                                         \triangleright \Theta(1)
17:
                           if n \to der \to prior < n \to prior) then
                                                                                                                                                                         \triangleright \Theta(1)
18:
                                iSwapCola(n \rightarrow izq, n)
                                                                                                                                                                         \triangleright \Theta(1)
19:
20:
                                swap \leftarrow true
                                                                                                                                                                         \triangleright \Theta(1)
21:
                           else
                                if n \to izq \to prior < n \to prior) then
                                                                                                                                                                         \triangleright \Theta(1)
22:
                                     iSwapCola(n \rightarrow izq, n)
                                                                                                                                                                         \triangleright \Theta(1)
23:
24:
                                     swap \leftarrow true
                                                                                                                                                                         \triangleright \Theta(1)
                                end if
25:
                           end if
26:
                     else
27:
28:
                           if n \to izq \to prior < n \to prior) then
                                                                                                                                                                         \triangleright \Theta(1)
                                iSwapCola(n \rightarrow izq, n)
                                                                                                                                                                         \triangleright \Theta(1)
29:
                                                                                                                                                                         \triangleright \Theta(1)
                                swap \leftarrow true
30:
31:
                           else
                                if n \to der \to prior < n \to prior) then
                                                                                                                                                                         \triangleright \Theta(1)
32:
                                                                                                                                                                         \triangleright \Theta(1)
33:
                                     iSwapCola(n \rightarrow izq, n)
                                                                                                                                                                         \triangleright \Theta(1)
34:
                                     swap \leftarrow true
                                end if
35:
                           end if
36:
                     end if
37:
                end if
38:
39:
           end if
           esHoja \leftarrow (n \rightarrow izq = NULL \land n \rightarrow der = NULL)
                                                                                                                                                                         \triangleright \Theta(1)
40:
41: end while
      Complejidad: \Theta(log(|c|))
```

```
iSubir(in/out c: estr, in n: puntero(Nodo))
  1: bool: swap \leftarrow true
                                                                                                                                                                   \triangleright \Theta(1)
                                                                                                                                                                   \triangleright \Theta(1)
  2: bool : esRaiz \leftarrow (n \rightarrow padre = NULL)
  3: while \neq esRaiz \land swap do
                                                            \triangleright Lo máximo que se puede llegar a avanzar es la altura del árbol \Theta(log(|c|))
          swap \rightarrow false
                                                                                                                                                                   \triangleright \Theta(1)
  4:
          if n \to prior < n \to padre \to prior then
                                                                                                                                                                   \triangleright \Theta(1)
  5:
                swapCola(n \rightarrow padre, n)
                                                                                                                                                                   \triangleright \Theta(1)
  6:
                swap \rightarrow true
  7:
                                                                                                                                                                   \triangleright \Theta(1)
          end if
  8:
          esRaiz \leftarrow (n \rightarrow padre = NULL)
                                                                                                                                                                   \triangleright \Theta(1)
10: end while
      Complejidad: \Theta(log(|c|))
```

```
iSwapCola(in/out p: puntero(Nodo), in/out q: puntero(Nodo))
                                                                                                                                                                                 \rhd \Theta(Copy(\alpha))
  1: Nodo: aux \leftarrow (*p)
  2: p \rightarrow padre \leftarrow q \rightarrow padre
                                                                                                                                                                                             \triangleright \Theta(1)
  3:\ p \to izq \leftarrow q \to izq
                                                                                                                                                                                             \triangleright \Theta(1)
                                                                                                                                                                                             \triangleright \Theta(1)
  4: p \to der \leftarrow q \to der
                                                                                                                                                                                             \triangleright \Theta(1)
  5: q \rightarrow padre \leftarrow aux.padre
  6: q \rightarrow izq \leftarrow aux.izq
                                                                                                                                                                                             \triangleright \Theta(1)
  7: q \rightarrow der \leftarrow aux.der
                                                                                                                                                                                             \triangleright \Theta(1)
       Complejidad: \Theta(Copy(\alpha))
```

```
iDecimalABinario(in d: nat) \rightarrow res : arreglo(nat)
  1: lista(\alpha) : temp \leftarrow Vacia()
                                                                                                                                                                  \triangleright \Theta(1)
  2: while d > 1 do
                                                                                  \triangleright Lo máximo que se puede llegar a iterar es \log(d) \Theta(\log(d))
          AgregarAdelante(temp, dmod2)
                                                                                                                                           \triangleright División entera \Theta(1)
          d \leftarrow d/2
  4:
  5: end while
  6: AgregarAdelante(temp, d)
                                                                                                                                                                  \triangleright \Theta(1)
  7: it \leftarrow CrearIt(temp)
                                                                                                                                                                  \triangleright \Theta(1)
  8: nati \leftarrow 0
                                                                                                                                                                  \triangleright \Theta(1)
  9: arreglo(nat)bin \leftarrow CrearArreglo(Longitud(temp))
                                                                                                                                                                  \triangleright \Theta(1)
10: while HaySiguiente(it) do
                                                                                              \triangleright El largo de la lista es \log(d) \Theta(|temp|) = \Theta(\log(d))
          bin[i] \leftarrow Siguiente(it)
                                                                                                                                                                  \triangleright \Theta(1)
11:
12:
          i \leftarrow i + 1
                                                                                                                                                                  \triangleright \Theta(1)
13: end while
14: res \leftarrow bin
                                                                                                                                                                  \triangleright \Theta(1)
      Complejidad: \Theta(log(d))
```

5.4.2. Algoritmos del Iterador

```
iCrearIt(in c: estr) → res: iter

1: res \leftarrow \langle c.proximo, c \rangle

Complejidad: \Theta(1)
```

 $\triangleright \Theta(1)$

iCrearItEncolado(in c: estr, in nodo: puntero(Nodo)) $\rightarrow res$: iter \triangleright Esta es una operación privada, dado a que no hay un avanzar se crea un iterador con un elemento que pertenezca a la cola

 $\mathbf{Pre} \equiv \mathsf{nodo} \neq \mathsf{NULL} \wedge_{\scriptscriptstyle{\mathbf{L}}} \mathsf{nodo} =_{obs} (\exists n \in [0..\mathsf{c.tama\~no-1}]$

1: $res \leftarrow \langle n, c \rangle$ $\triangleright \Theta(1)$

Complejidad: $\Theta(1)$

Post $\equiv \text{res} =_{obs} (\exists i \in [0..\text{c.tamaño-1}]$

iHaySiguiente?(in $it: iter) \rightarrow res: bool$ 1: $res \leftarrow it.siguiente \neq NULL$

Complejidad: $\Theta(1)$

 $\begin{aligned} & \overline{\textbf{iSiguiente}(\textbf{in } it \colon \textbf{iter}) \to res : \alpha} \\ & 1: \ res \leftarrow (it.siguiente \to elem) \\ & \text{Complejidad: } \Theta(1) \end{aligned} \qquad \triangleright \Theta(1)$

iEliminarSiguiente(in/out it: iter)

1:	if $arbol.tama\~no > 1$ then	
2:	$puntero(Nodo)ult \leftarrow iUltimoNodo(arbol)$	$ hd \Theta(log(arbol))$
3:	iSwapCola(ult, it.siguiente)	$\triangleright \Theta(1)$
4:	${f if}$ arbol.tamaño mod $2=0$ then	
5:	$it.siguiente \rightarrow padre \rightarrow izq \leftarrow NULL$	$\triangleright \Theta(1)$
6:	else	
7:	$it.siguiente \rightarrow padre \rightarrow der \leftarrow NULL$	$\triangleright \Theta(1)$
8:	end if	
9:	$arbol.tamao \leftarrow arbol.tamao - 1$	$\triangleright \Theta(1)$
10:	iBajar(arbol,ult)	$ hd \Theta(log(arbol))$
11:	else	
12:	$it.siguiente \leftarrow NULL$	$\triangleright \Theta(1)$
13:	$arbol.tamao \leftarrow 0$	$\triangleright \Theta(1)$
14:	end if	
15:	$(it.siguiente \rightarrow padre) \leftarrow NULL$	$\triangleright \Theta(1)$
	Complejidad: $\Theta(1)$	

6. Módulo Diccionario String(α)

Se representa mediante un árbol n-ario con invariante de trie. Las claves son strings y permite acceder a un significado en un tiempo en el peor caso igual a la longitud de la palabra (string) más larga y definir un significado en el mismo tiempo más el tiempo de copy(s) ya que los significados se almacenan por copia.

6.1. Interfaz

```
parametros formales géneros: \alpha. funcion: Copiar(in s: \alpha) \rightarrow res: \alpha Pre \equiv \{\text{true}\} Post \equiv \{\text{res} =_{obs} s\} Complejidad: O(copy(s)) Descripción: funcion de copia de \alpha. se explica con: Diccionario(String,\alpha). géneros: diccString(\alpha), itDiccString(\alpha).
```

6.1.1. Operaciones básicas de Diccionario String (α)

```
 \begin{split} & \text{CrearDiccionario}() \\ & \textbf{Pre} \equiv \{\text{true}\} \\ & \textbf{Post} \equiv \{\text{res} =_{obs} \text{vacio}()\} \end{split}
```

Complejidad: O(1) Justificación: Sólo crea un arreglo de 256 posiciones inicializadas con null y una lista vacía **Descripción:** Crea un diccionario vacío.

Descripcion: Crea un diccionario vacio.

```
DEFINIDO?(in d: diccString(\alpha), in c: string)) \rightarrow res: bool \mathbf{Pre} \equiv \{ \mathrm{true} \}

\mathbf{Post} \equiv \{ res =_{\mathrm{obs}} \mathrm{def}?(d, c) \}
```

Complejidad: O(|c|) Justificación: Debe acceder a la clave c, recorriendo una por una las partes de la clave (caracteres)

Descripción: Devuelve true si la clave está definida en el diccionario y false en caso contrario.

```
\begin{split} & \text{Definir}(\mathbf{in/out}\ d: \texttt{diccString}(\alpha),\ \mathbf{in}\ c\colon \texttt{string},\ \mathbf{in}\ s\colon \alpha) \\ & \mathbf{Pre} \equiv \{d =_{\text{obs}} d_0\} \\ & \mathbf{Post} \equiv \{d =_{\text{obs}} \text{definir}(c,\ s,\ d_0)\} \end{split}
```

Complejidad: O(|c| + copy(s)) Justificación: Debe definir la clave c, recorriendo una por una las partes de la clave y después copiar el contenido del significado.

Descripción: Define la clave c con el significado s

Aliasing: Almacena una copia de s.

```
OBTENER(in d: diccString(\alpha), in c: string) \rightarrow res : \alpha

Pre \equiv \{ \text{def?}(c, d) \}

Post \equiv \{ \text{alias}(res =_{\text{obs}} \text{obtener}(c, d)) \}
```

Complejidad: O(|c|) Justificación: Debe acceder a la clave c, recorriendo una por una las partes de la clave (caracteres)

Descripción: Devuelve el significado correspondiente a la clave c.

Aliasing: Devuelve el significado almacenado en el diccionario, por lo que res es modificable si y sólo si d lo es.

ELIMINAR(in/out d: diccString(α), in c: string)

```
\mathbf{Pre} \equiv \{d =_{\mathrm{obs}} d_0 \land \operatorname{def}?(d, c)\}\mathbf{Post} \equiv \{d =_{\mathrm{obs}} \operatorname{borrar}(d_0, c)\}
```

Complejidad: O(|c|) Justificación: Debe acceder a la clave c, recorriendo una por una las partes de la clave (caracteres) e invalidar su significado

Descripción: Borra la clave c del diccionario y su significado.

```
CREARITCLAVES(in d: diccString(\alpha)) \rightarrow res: itConj(String)

Pre \equiv \{\text{true}\}\
Post \equiv \{\text{alias}(\text{esPermutacion}?(\text{SecuSuby}(\text{res}), c)) \land \text{vacia}?(\text{Anteriores}(\text{res}))\}
Complejidad: O(1)
Descripción: Crea un Iterador de Conjunto en base a la interfaz del iterador de Conjunto Lineal
```

6.1.2. Operaciones Básicas Del Iterador

Este iterador permite recorrer el trie sobre el que está implementado el diccionario para obtener de cada clave los significados. Las claves de los elementos iterados no pueden modificarse nunca por cuestiones de implementación. El iterador es un iterador de lista, que recorre listaIterable por lo que sus operaciones son identicas a ella.

```
CREARIT(in d: diccString(\alpha)) \rightarrow res: itDiccString(\alpha)
Pre \equiv {true}
Post \equiv {alias(esPermutación(SecuSuby(res), d)) \land vacia?(Anteriores(res))}
Complejidad: O(1)
```

Descripción: crea un iterador bidireccional del diccionario, de forma tal que HayAnterior evalúe a false (i.e., que se pueda recorrer los elementos aplicando iterativamente Siguiente).

Aliasing: El iterador se invalida si y sólo si se elimina el elemento siguiente del iterador sin utilizar la función EliminarSiguiente. Además, anteriores(res) y siguientes(res) podrían cambiar completamente ante cualquier operación que modifique d sin utilizar las funciones del iterador.

```
HAYSIGUIENTE(in it: itDiccString(\alpha)) \rightarrow res: bool
\mathbf{Pre} \equiv \{ \text{true} \}
\mathbf{Post} \equiv \{ \text{res} =_{obs} \text{ haySiguiente?}(it) \}
Complejidad: O(1)
Descripción: devuelve true si y sólo si en el iterador todavía quedan elementos para avanzar.
\text{HAYANTERIOR}(\textbf{in } it: \texttt{itDiccString}(\alpha)) \rightarrow res: \texttt{bool}
\mathbf{Pre} \equiv \{ \text{true} \}
\mathbf{Post} \equiv \{ \text{res} =_{obs} \text{hayAnterior?}(it) \}
Complejidad: O(1)
Descripción: devuelve true si y sólo si en el iterador todavía quedan elementos para retroceder.
SIGUIENTESIGNIFICADO(in it: itDiccString(\alpha)) \rightarrow res: \alpha
\mathbf{Pre} \equiv \{\text{haySiguiente?(it)}\}\
\mathbf{Post} \equiv \{ \text{alias}(\text{res} =_{obs} \text{haySiguiente?}(it).\text{significado}) \}
Complejidad: O(1)
Descripción: devuelve el significado del elemento siguiente del iterador
Aliasing: res es modificable si y sólo si it es modificable.
AnteriorSignificado(in it: itDiccString(\alpha)) \rightarrow res: \alpha
\mathbf{Pre} \equiv \{\text{hayAnterior?(it)}\}\
```

Complejidad: O(1)

 $\mathbf{Post} \equiv \{ \text{alias}(\text{res} =_{obs} \text{haySiguiente?}(it).\text{significado}) \}$

Aliasing: res es modificable si y sólo si it es modificable.

Descripción: devuelve el significado del elemento anterior del iterador

```
AVANZAR(in/out it: itDiccString(\alpha))

Pre \equiv {it = it<sub>0</sub> \wedge haySiguiente?(it)}

Post \equiv {it = _{obs} avanzar(it<sub>0</sub>)}

Complejidad: O(1)

Descripción: avanza a la posicion siguiente del iterador.

RETROCEDER(in/out it: itDiccString(\alpha))

Pre \equiv {it = it<sub>0</sub> \wedge hayAnterior?(it)}

Post \equiv {it = _{obs} hayAnterior?(it<sub>0</sub>)}

Complejidad: O(1)
```

Descripción: retrocede a la posicion anterior del iterador.

6.1.3. Representación de Diccionario String (α)

```
Diccionario String(\alpha) se representa con estr donde estr es tupla(raiz: arreglo(puntero(Nodo)), listaIterable: lista(puntero(Nodo))) donde Nodo es tupla(arbolTrie: arreglo(puntero(Nodo)), info: \alpha, info Valida: bool, info EnLista: iterador(listaIterable))
```

6.1.4. Invariante de Representación

- (I) Raiz es la raiz del arbol con invariante de trie y es un arreglo de 256 posiciones.
- (II) Cada uno de los elementos de la lista tiene que ser un puntero a un Nodo del trie.
- (III) Nodo es una tupla que contiene un arreglo de 256 posiciones con un puntero a otro Nodo en cada posicion ,un elemento info que es el alfa que contiene esa clave del arbol, un elemento infoValida y un elemento iterador que es un puntero a un nodo de la lista enlazada.
- (IV) El iterador a la lista enlazada de cada nodo tiene que apuntar al elemento de la lista que apunta al mismo Nodo.
- (V) Cada uno de los nodos de la lista apunta a un nodo del arbol cuyo infoEnLista apunta al mismo nodo de la lista.

```
(\forall c: diccString((\alpha)))()
    Rep: estr
    Rep(e) \equiv true \iff
                     longitud(e.raiz) = 256 \wedge_{L}
                     (\forall i \in [0..longitud(e.raiz)))
                       (((\neg \ e.raiz[i] == NULL) \Rightarrow_{\scriptscriptstyle L} nodoValido(raiz[i])) \ \land \ (*e.raiz[i].infoValida == true \Rightarrow_{\scriptscriptstyle L} nodoValido(raiz[i]))) \ \land \ (*e.raiz[i] == NULL) \Rightarrow_{\scriptscriptstyle L} nodoValido(raiz[i]))
                     iteradorValido(raiz[i]))) \land
                     listaValida(e.listaIterable)
    nodoValido
                         : puntero(Nodo) nodo \longrightarrow bool
    iterador
Valido : puntero(Nodo) nodo \longrightarrow bool
    nodoValido(nodo) \equiv
longitud(*nodo.arbolTrie) == 256 \wedge_{L}
(\forall i \in [0..longitud(*nodo.arbolTrie)))
((\neg *nodo.arbolTrie[i] == NULL) \Rightarrow_{L} nodoValido(*nodo.arbolTrie[i]))
    iterador Valido(nodo) \equiv
PunteroValido(nodo) \wedge_{L}
(\forall i \in [0..longitud(*nodo.arbolTrie)))
((*nodo.arbolTrie[i].infoValida == true) \Rightarrow_{L} iteradorValido(*nodo.arbolTrie[i]))
     PunteroValido(nodo) \equiv
El iterador perteneciente al nodo (infoEnLista) apunta a un nodo de listaIterable (lista(puntero(Nodo)))
cuyo puntero apunta al mismo nodo pasado por parámetro. Es decir se trata de una referencia circular.
```

listaValida(lista) ≡

Cada nodo de la lista tiene un puntero a un nodo de la estructura cuyo infoEnLista (iterador) apunta al mismo nodo. Es decir se trata de una referencia circular.

6.1.5. Función de Abstracción

```
Abs : estr e \longrightarrow diccString(\alpha) {Rep(e)}

Abs(e) \equiv =<sub>obs</sub> d: diccString(\alpha) | (\forall s: string)(def?(d, s) =<sub>obs</sub>

Definido?(d,s) \land

def?(d, s) \Rightarrow_{\text{L}} obtener(s,d) =<sub>obs</sub>

Obtener(d,s)
```

6.2. Algoritmos

<u>Justificación:</u> Crea un arreglo de 256 posiciones y lo recorre inicializándolo en NULL. Luego crea una lista vacía.

```
iDefinido?(in d: estr, in c: string) \rightarrow res: bool
   nat: i \leftarrow 0
                                                                                                                                                                           \triangleright O(1)
   nat: letra \leftarrow ord(c[0])
                                                                                                                                                                           \triangleright O(1)
   puntero(Nodo) : arr \leftarrow d.raiz[letra]
                                                                                                                                                                           \triangleright O(1)
   while i < longitud(c) \land \neg arr = NULL do
                                                                                                                                                                         \triangleright O(|c|)
         i \leftarrow i + 1
                                                                                                                                                                           \triangleright O(1)
        letra \leftarrow ord(c[i])
                                                                                                                                                                           \triangleright O(1)
         arr \leftarrow (*arr).arbolTrie[letra]
                                                                                                                                                                           \triangleright O(1)
   end while
                                                                                                                                                                           \triangleright O(1)
   if i = longitud(c) then
         res \leftarrow (*arr).infoValida
                                                                                                                                                                           \triangleright O(1)
   else
         res \leftarrow false
                                                                                                                                                                           \triangleright O(1)
   end if
```

Complejidad: O(|c|)

<u>Justificación</u>: Toma el primer caracter y encuentra su posición en el arreglo raíz. Luego itera sobre los caracteres restantes hasta el final del String c, por lo que hace |c| operaciones. Finalmente pregunta si el significado encontrado es válido o no.

```
iDefinir(in/out d: estr, in c: string, in s: \alpha)
   nat: i \leftarrow 0
                                                                                                                                                           \triangleright O(1)
   nat: letra \leftarrow ord(c[0])
                                                                                                                                                           \triangleright O(1)
   if d.raiz[letra] = NULL then
                                                                                                                                                           \triangleright O(1)
        Nodo:nuevo
                                                                                                                                                           \triangleright O(1)
        arreglo(puntero(Nodo)) : nuevo.arbolTrie \leftarrow CrearArrelgo(256)
                                                                                                                                                           \triangleright O(1)
        nuevo.infoValida \leftarrow false
                                                                                                                                                           \triangleright O(1)
        d.raiz[letra] \leftarrow puntero(nuevo)
                                                                                                                                                           \triangleright O(1)
   end if
   puntero(Nodo) : arr \leftarrow d.raiz[letra]
                                                                                                                                                           \triangleright O(1)
                                                                                                                                                          \triangleright O(|c|)
   while i < longitud(c) do
        i \leftarrow i+1
                                                                                                                                                           \triangleright O(1)
        letra \leftarrow ord(c[i])
                                                                                                                                                           \triangleright O(1)
        if arr.arbolTrie[letra] = NULL then
                                                                                                                                                           \triangleright O(1)
             Nodo: nuevoHijo
                                                                                                                                                           \triangleright O(1)
            arreglo(puntero(Nodo)): nuevoHijo.arbolTrie \leftarrow CrearArrelgo(256)
                                                                                                                                                           \triangleright O(1)
            nuevoHijo.infoValida \leftarrow false
                                                                                                                                                           \triangleright O(1)
            arr.arbolTrie[letra] \leftarrow puntero(nuevoHijo)
                                                                                                                                                           \triangleright O(1)
        end if
        arr \leftarrow (*arr).arbolTrie[letra]
                                                                                                                                                           \triangleright O(1)
   end while
   (*arr).info \leftarrow s
                                                                                                                                                   \triangleright O(copy(s))
   if \neg(*arr).infoValida then
                                                                                                                                                           \triangleright O(1)
        itLista(puntero(Nodo))it \leftarrow AgregarAdelante(d.listaIterable, NULL)
                                                                                                                                                           \triangleright O(1)
        (*arr).infoValida \leftarrow true
                                                                                                                                                           \triangleright O(1)
        (*arr).infoEnLista \leftarrow it
                                                                                                                                                           \triangleright O(1)
        siguiente(it) \leftarrow puntero(*arr)
                                                                                                                                                           \triangleright O(1)
   end if
```

 $\underline{\text{Complejidad:}}\ O(|c| + copy(s))$

<u>Justificación:</u> Itera sobre la cantidad de caracteres del String c y en caso de que algún caracter no esté definido crea un arrelglo de 256 posiciones, por lo que realiza |c| operaciones. Luego copia el significado pasado por parámetro en O(copy(s)) y finalmente agrega en la lista un puntero al nodo creado.

```
iObtener(in d: estr, in c: string) \rightarrow res: \alpha
   nat: i \leftarrow 0
                                                                                                                                                                                 \triangleright O(1)
   nat: letra \leftarrow ord(c[0])
                                                                                                                                                                                 \triangleright O(1)
   puntero(Nodo) : arr \leftarrow d.raiz[letra]
                                                                                                                                                                                \triangleright O(1)
                                                                                                                                                                               \triangleright O(|c|)
   while i < longitud(c) do
         i \leftarrow i + 1
                                                                                                                                                                                 \triangleright O(1)
         letra \leftarrow ord(c[i])
                                                                                                                                                                                \triangleright O(1)
         arr \leftarrow (*arr).arbolTrie[letra]
                                                                                                                                                                                 \triangleright O(1)
   end while
   res \leftarrow (*arr).info
                                                                                                                                                                                 \triangleright O(1)
```

Complejidad: O(|c|)

<u>Justificación</u>: Toma el primer caracter y encuentra su posición en el arreglo raíz. Luego itera sobre los caracteres restantes hasta el final del String c, por lo que hace |c| operaciones. Finalmente retorna el significado almacenado. Todas las demás operaciones se realizan en O(1) porque son comparaciones o asignaciones de valores enteros o de punteros.

```
iEliminar(in/out d: estr, in c: string)
   nat: i \leftarrow 0
                                                                                                                                                                         \triangleright O(1)
   nat: letra \leftarrow ord(c[0])
                                                                                                                                                                         \triangleright O(1)
   puntero(Nodo) : arr \leftarrow d.raiz[letra]
                                                                                                                                                                         \triangleright O(1)
   pila(puntero(Nodo)): pil \leftarrow Vacia()
                                                                                                                                                                         \triangleright O(1)
   while i < longitud(c) do
                                                                                                                                                                       \triangleright O(|c|)
        i \leftarrow i + 1
                                                                                                                                                                         \triangleright O(1)
        letra \leftarrow ord(c[i])
                                                                                                                                                                         \triangleright O(1)
        arr \leftarrow (*arr).arbolTrie[letra]
                                                                                                                                                                         \triangleright O(1)
        Apilar(pil, arr)
                                                                                                                                                                         \triangleright O(1)
   end while
   if tieneHermanos(arr) then
                                                                                                                                                                         \triangleright O(1)
        (*arr).infoValida \leftarrow false
                                                                                                                                                                         \triangleright O(1)
   else
        i \leftarrow i + 1
                                                                                                                                                                         \triangleright O(1)
                                                                                                                                                                         \triangleright O(1)
        puntero(Nodo) : del \leftarrow tope(pil)
        del \leftarrow NULL
                                                                                                                                                                         \triangleright O(1)
        Desapilar(pil)
                                                                                                                                                                         \triangleright O(1)
                                                                                                                                                                       \triangleright O(|c|)
        while i < longitud(c) \land \neg tieneHermanosEInfo(*tope(pil)) do
             del \leftarrow tope(pil)
                                                                                                                                                                         \triangleright O(1)
              del \leftarrow NULL
                                                                                                                                                                         \triangleright O(1)
              Desapilar(pil)
                                                                                                                                                                         \triangleright O(1)
             i \leftarrow i+1
                                                                                                                                                                         \triangleright O(1)
        end while
        if i = longitud(c) then
                                                                                                                                                                         \triangleright O(1)
             d.raiz[ord(c[0])] \leftarrow NULL
                                                                                                                                                                         \triangleright O(1)
        end if
   end if
```

Complejidad: O(|c|)

<u>Justificación:</u> Toma el primer caracter y encuentra su posición en el arreglo raíz. Luego crea una pila en O(1). Recorre el resto de los caracteres del String c y apila cada uno de los Nodos encontrado en la pila (0(1)) por lo que en total realiza |c| operaciones. Llama a la función tieneHermanos y le pasa por parámetro el nodo encontrado O(1) (ver Algoritmo "tieneHermanos"). Luego recorre todos los elementos apilados preguntando si hay alguno que no tiene hermanos para en cuyo caso eliminarlo, realizando en el peor caso |c| operaciones porque puede ser que sea necesario eliminar todo hasta la raiz.

Complejidad: O(1)

<u>Justificación</u>: Recorre el arreglo de 256 posiciones en caso de que todas las posiciones del mismo tengan NULL. Como es una constante ya que en el peor caso siempre recorre a lo sumo 256 posiciones entonces es O(1).