

Algoritmos y Estructuras de Datos II

Departamento de Computación
Facultad de Ciencias Exactas y Naturales
Universidad de Buenos Aires

Trabajo Práctico II

Diseño

Grupo De TP Algo2

| Integrante | LU | Correo electrónico |
|-----------------|--------|---------------------------------|
| Fernando Castro | 627/12 | fernandoarielcastro92@gmail.com |
| Philip Garrett | 318/14 | garrett.phg@gmail.com |
| Gabriel Salvo | 564/14 | gabrielsalvo.cap@gmail.com |
| Bernardo Tuso | 792/14 | btuso.95@gmail.com |

Reservado para la cdra

| Instancia | Docente | Nota |
|-----------------|---------|------|
| Primera entrega | | |
| Segunda entrega | | |

Índice

| | |
|---|-----------|
| 1. Modulo Coordenada | 4 |
| 1.0.1. Representación de Coordenada | 5 |
| 1.0.2. Invariante de Representación | 5 |
| 1.0.3. Función de Abstracción | 5 |
| 2. Modulo Mapa | 7 |
| 2.0.4. Representación de Mapa | 8 |
| 2.0.5. Invariante de Representación | 8 |
| 2.0.6. Función de Abstracción | 8 |
| 3. Modulo Juego | 11 |
| 3.0.7. Representación de Juego | 13 |
| 3.0.8. Invariante de Representación | 13 |
| 3.0.9. Función de Abstracción | 14 |
| 3.1. Algoritmos | 15 |
| 4. Modulo Diccionario Matriz($coord$, σ) | 24 |
| 4.0.1. Especificacion de las operaciones auxiliares utilizadas en la interfaz | 26 |
| 5. Módulo Cola de mínima prioridad(α) | 29 |
| 5.1. Especificación | 29 |
| 5.2. Interfaz | 29 |
| 5.2.1. Operaciones básicas de ColaMinPrior | 30 |
| 5.2.2. Operaciones del Iterador | 30 |
| 5.3. Representación | 31 |
| 5.3.1. Representación de ColaMinPrior(α) | 31 |
| 5.3.2. Invariante de Representación (Rehacer con nueva estructura) | 31 |
| 5.3.3. Función de Abstracción | 31 |
| 5.3.4. Representación del Iterador Cola de Prioridad | 31 |
| 5.3.5. Invariante de Representación | 31 |
| 5.3.6. Función de Abstracción | 32 |
| 5.4. Algoritmos | 32 |
| 5.4.1. Algoritmos del Modulo | 32 |
| 5.4.2. Algoritmos del Iterador | 35 |
| 6. Módulo Diccionario String(α) | 37 |
| 6.1. Interfaz | 37 |
| 6.1.1. Operaciones básicas de Diccionario String(α) | 37 |
| 6.1.2. Operaciones Básicas Del Iterador | 38 |
| 6.1.3. Representación de Diccionario String(α) | 40 |
| 6.1.4. Invariante de Representación | 40 |
| 6.1.5. Función de Abstracción | 41 |

| | |
|---------------------------|----|
| 6.2. Algoritmos | 41 |
|---------------------------|----|

1. Modulo Coordenada

Interfaz

usa: NAT, BOOL.

se explica con: COORDENADA.

generos: *coord*.

CREARCOORD(*in x*: Nat, *in y*: Nat) \rightarrow *res* : *coord*

Pre \equiv {true}

Post \equiv {*res* =_{obs} *crearCoord*(*x*, *y*)}

Complejidad: $\Theta(1)$

Descripción: Crea una nueva coordenada

LATITUD(*in c*: *coord*) \rightarrow *res* : Nat

Pre \equiv {true}

Post \equiv {*res* =_{obs} *latitud*(*c*)}

Complejidad: $O(1)$

Descripción: Devuelve la latitud de la coordenada pasada por parametro

LONGITUD(*in c*: *coord*) \rightarrow *res* : Nat

Pre \equiv {true}

Post \equiv {*res* =_{obs} *longitud*(*c*)}

Complejidad: $O(1)$

Descripción: Devuelve la longitud de la coordenada pasada por parametro

DISTEUCLIDEA(*in c1*: *coord*, *in c2*: *coord*) \rightarrow *res* : Nat

Pre \equiv {true}

Post \equiv {*res* =_{obs} *distEuclidea*(*c1*, *c2*)}

Complejidad: $O(1)$

Descripción: Devuelve la distancia euclidea entre las dos coordenadas

COORDENADAARRIBA(*in c*: *coord*) \rightarrow *res* : *coord*

Pre \equiv {true}

Post \equiv {*res* =_{obs} *coordenadaArriba*(*c*)}

Complejidad: $O(1)$

Descripción: Devuelve la coordenada de arriba

COORDENADAABAJO(*in c*: *coord*) \rightarrow *res* : *coord*

Pre \equiv {*latitud*(*c*) > 0}

Post \equiv {*res* =_{obs} *coordenadaAbajo*(*c*)}

Complejidad: $O(1)$

Descripción: Devuelve la coordenada de abajo

COORDENADAALADERECHA(*in c*: *coord*) \rightarrow *res* : *coord*

Pre \equiv {true}

Post \equiv {*res* =_{obs} *coordenadaALaDerecha*(*c*)}

Complejidad: $O(1)$

Descripción: Devuelve la coordenada de la derecha

COORDENADAALAIZQUIERDA(*in c*: *coord*) \rightarrow *res* : *coord*

Pre \equiv {*longitud*(*c*) > 0}

Post \equiv {*res* =_{obs} *coordenadaALaIzquierda*(*c*)}

Complejidad: $O(1)$

Descripción: Devuelve la coordenada de la izquierda

Representación

1.0.1. Representación de Coordenada

Coordenada se representa con `estr`

donde `estr` es `tupla(la: Nat , lo: Nat)`

1.0.2. Invariante de Representación

`Rep : estr \rightarrow bool`

`Rep(e) \equiv true \iff true`

1.0.3. Función de Abstracción

`Abs : estr $e \rightarrow$ coor`

`{Rep(e)}`

`Abs(e) $\equiv (\forall c: coor) e.la = \text{latitud}(c) \wedge e.lo = \text{longitud}(c)$`

Algoritmos

Trabajo Práctico II Algoritmos del modulo

H|iCrearCoor(in $x: \text{Nat}$, in $y: \text{Nat}$) $\rightarrow res: \text{estr}$

1: `res.la $\leftarrow x$`

$\triangleright \Theta(1)$

2: `res.lo $\leftarrow y$`

$\triangleright \Theta(1)$

Complejidad: $\Theta(1)$

end

H|iLatitud(in $c: \text{estr}$) $\rightarrow res: \text{Nat}$

1: `res $\leftarrow c.la$`

$\triangleright \Theta(1)$

Complejidad: $\Theta(1)$

end

H|iLongitud(in $c: \text{estr}$) $\rightarrow res: \text{Nat}$

1: `res $\leftarrow c.lo$`

$\triangleright \Theta(1)$

Complejidad: $\Theta(1)$

end

H|iDistEuclidea(in $c1: \text{estr}$, in $c2: \text{estr}$) $\rightarrow res: \text{Nat}$

1: `rLa $\leftarrow 0$`

$\triangleright \Theta(1)$

2: `rLo $\leftarrow 0$`

$\triangleright \Theta(1)$

3: **if** `c1.la $>$ c2.la` **then**

$\triangleright \Theta(1)$

4: `rLa $\leftarrow ((c1.la - c2.la) \times (c1.la - c2.la))$`

$\triangleright \Theta(1)$

5: **else**

6: `rLa $\leftarrow ((c2.la - c1.la) \times (c2.la - c1.la))$`

$\triangleright \Theta(1)$

7: **end if**

8: **if** `c1.lo $>$ c2.lo` **then**

$\triangleright \Theta(1)$

```
9:   rLo  $\leftarrow$  ((c1.lo - c2.lo) x (c1.lo - c2.lo))  $\triangleright \Theta(1)$ 
10: else
11:   rLo  $\leftarrow$  ((c2.lo - c1.lo) x (c2.lo - c1.lo))  $\triangleright \Theta(1)$ 
12: end if
13: res  $\leftarrow$  (rLa + rLo)  $\triangleright \Theta(1)$ 
```

Complejidad: $\Theta(1)$

end

```
H|iCoordenadaArriba(in c: estr)  $\rightarrow$  res: estr
1: res  $\leftarrow$  iCrearCoor(c.la + 1, c.lo)  $\triangleright \Theta(1)$ 
```

Complejidad: $\Theta(1)$

end

```
H|iCoordenadaAbajo(in c: estr)  $\rightarrow$  res: estr
1: res  $\leftarrow$  iCrearCoor(c.la - 1, c.lo)  $\triangleright \Theta(1)$ 
```

Complejidad: $\Theta(1)$

end

```
H|iCoordenadaALaDerecha(in c: estr)  $\rightarrow$  res: estr
1: res  $\leftarrow$  iCrearCoor(c.la, c.lo + 1)  $\triangleright \Theta(1)$ 
```

Complejidad: $\Theta(1)$

end

```
H|iCoordenadaALaIzquierda(in c: estr)  $\rightarrow$  res: estr
1: res  $\leftarrow$  iCrearCoor(c.la, c.lo - 1)  $\triangleright \Theta(1)$ 
```

Complejidad: $\Theta(1)$

end

2. Modulo Mapa

Interfaz

usa: NAT, BOOL, COORDENADA, CONJ(α).

se explica con: MAPA.

generos: map.

CREARMAPA() $\rightarrow res : \text{map}$

Pre $\equiv \{\text{true}\}$

Post $\equiv \{res =_{\text{obs}} \text{crearMapa}()\}$

Complejidad: $O(1)$

Descripción: Crea un nuevo mapa

AGREGARCOORDENADA(**in/out** $m : \text{map}$, **in** $c : \text{coor}$) $\rightarrow res : \text{itConj}(\text{coor})$

Pre $\equiv \{m =_{\text{obs}} m_0\}$

Post $\equiv \{m =_{\text{obs}} \text{agregarCoor}(c, m_0)\}$

Complejidad: $\Theta \left(\sum_{c' \in \text{coordenadas}(m)} \text{equal}(c, c') \right)$

Descripción: Agrega una coordenada al mapa y devuelve el iterador a la coordenada agregada. Su complejidad es la de agregar un elemento al conjunto lineal.

COORDENADAS(**in** $m : \text{map}$) $\rightarrow res : \text{itConj}(\text{coor})$

Pre $\equiv \{\text{true}\}$

Post $\equiv \{res =_{\text{obs}} \text{coordenadas}(m)\}$

Complejidad: $O(1)$

Descripción: Devuelve un iterador al conjunto de coordenadas del mapa

POSEXISTENTE(**in** $c : \text{coor}$, **in** $m : \text{map}$) $\rightarrow res : \text{Bool}$

Pre $\equiv \{\text{true}\}$

Post $\equiv \{res =_{\text{obs}} \text{posExistente}(c, m)\}$

Complejidad: $\Theta \left(\sum_{c' \in \text{coordenadas}(m)} \text{equal}(c, c') \right)$

Descripción: Devuelve verdadero si la coordenada esta en el conjunto de coordenadas del mapa

HAYCAMINO(**in** $c1 : \text{coor}$, **in** $c2 : \text{coor}$, **in** $m : \text{map}$) $\rightarrow res : \text{Bool}$

Pre $\equiv \{c1 \in \text{coordenadas}(m) \wedge c2 \in \text{coordenadas}(m)\}$

Post $\equiv \{res =_{\text{obs}} \text{hayCamino}(c1, c2, m)\}$

Complejidad: $\Theta(1)$

Descripción: Devuelve verdadero si existe un camino entre ambas coordenadas

ANCHO(**in** $m : \text{map}$) $\rightarrow res : \text{Nat}$

Pre $\equiv \{\text{true}\}$

Post $\equiv \{(\forall c : \text{coor}) c \in \text{coordenadas}(m) \Rightarrow_{\text{L}} \text{longitud}(res) \geq \text{longitud}(c) \}$

Complejidad: $\Theta(\text{coordenadas}(m))$

Descripción: Devuelve el ancho del mapa

LARGO(**in** $m : \text{map}$) $\rightarrow res : \text{Nat}$

Pre $\equiv \{\text{true}\}$

Post $\equiv \{(\forall c : \text{coor}) c \in \text{coordenadas}(m) \Rightarrow_{\text{L}} \text{latitud}(res) \geq \text{latitud}(c) \}$

Complejidad: $\Theta(\text{coordenadas}(m))$

Descripción: Devuelve el largo del mapa

Representación

2.0.4. Representación de Mapa

Mapa se representa con *estr*

donde *estr* es $\text{tupla}(\text{coordenadas: ConjLineal}(\text{coor}), \text{secciones: DiccMat}(\text{coor}, \text{Nat}))$

2.0.5. Invariante de Representación

1. El ancho del mapa es igual al maximo del primer elemento de las coordenadas

$\text{Rep} : \text{estr} \rightarrow \text{bool}$

$\text{Rep}(e) \equiv \text{true} \iff (\forall c : \text{coor}) c \in e.\text{coordenadas} \Rightarrow_{\text{L}} \text{def?}(c, e.\text{secciones})$

2.0.6. Función de Abstracción

$\text{Abs} : \text{estr } e \rightarrow \text{Mapa}$

$\{\text{Rep}(e)\}$

$\text{Abs}(e) \equiv (\forall m : \text{Mapa}) e.\text{coordenadas} = \text{coordenadas}(m)$

Algoritmos

Trabajo Práctico II Algoritmos del modulo

HjCrearMapa() $\rightarrow res : \text{estr}$

1: $res.\text{coordenadas} \leftarrow \text{Vacio}()$

▷ La complejidad es la de crear el Conjunto Lineal vacio $\Theta(1)$

2: $res.\text{secciones} \leftarrow \text{NULL}$

▷ $O(1)$

Complejidad: $\Theta(1)$

end

HjAgregarCoordenada(in/out m: estr, in c: coor) $\rightarrow res : \text{itConj}(\text{coor})$

1: $\text{largo} \leftarrow \text{Largo}(m)$

▷ $\Theta(\text{Cardinal}(m.\text{coordenadas}))$

2: $\text{ancho} \leftarrow \text{Ancho}(m)$

▷ $\Theta(\text{Cardinal}(m.\text{coordenadas}))$

3: $m.\text{secciones} \leftarrow \text{Vacio}(\text{largo}, \text{ancho})$

▷ $\Theta(\text{largo} * \text{ancho})$

4: $res \leftarrow \text{Agregar}(m.\text{coordenadas}, c)$

▷ $\Theta \left(\sum_{c' \in \text{coordendas}(m)} \text{equal}(c, c') \right)$

5: $\text{seccion} \leftarrow 0$

▷ $\Theta(1)$

6: $\text{itCoor} \leftarrow \text{CrearIt}(m.\text{coordenadas})$

▷ $\Theta(1)$

7: **while** *HaySiguiente(itCoor)* **do**

▷ $\Theta(\text{Cardinal}(m.\text{coordenadas}))$

8: $\text{coord} \leftarrow \text{Siguiente}(\text{itCoor})$

▷ $\Theta(1)$

9: $\text{Avanzar}(\text{it})$

▷ $\Theta(1)$

10: **if** $\neg(\text{Definido?}(m.\text{secciones}, \text{coord}))$ **then**

▷ $\Theta(1)$

11: $\text{DefinirSeccion}(m, \text{coord}, \text{seccion})$

▷ $\Theta(\text{Cardinal}(m.\text{coordenadas}))$

12: $\text{seccion} \leftarrow \text{seccion} + 1$

▷ $\Theta(1)$

13: **end if**

14: **end while**

Complejidad: $\Theta(\text{Ancho}(m) * \text{Largo}(m) + \text{Cardinal}(m.\text{coordenadas})^2)$

Justificación: $\Theta(\text{Ancho}(m) * \text{Largo}(m))$ es mayor o igual que $\Theta(\text{Cardinal}(m.\text{coordenadas}))$ y el costo de Agregar un elemento a un conjunto lineal. El While tiene complejidad $\Theta(\text{Cardinal}(m.\text{coordenadas}))$ dentro, y dentro se llama a una funcion con la misma complejidad, luego, por algebra de complejidad, es $\Theta(\text{Ancho}(m) * \text{Largo}(m) + \text{Cardinal}(m.\text{coordenadas})^2)$

end

H*i*DefinirSeccion(in/out m : estr, in c : coor, in i : Nat)

```

1: if  $\neg(\text{Definido?}(m.secciones, c)) \wedge \text{PosExistente}(c, m)$  then
2:   Definir( $m.secciones, c, i$ )
3:   DefinirSeccion( $m, \text{CoordenadaArriba}(c), i$ )
4:   DefinirSeccion( $m, \text{CoordenadaALaDerecha}(c), i$ )
5:   if  $\text{Latitud}(c) > 0$  then
6:     DefinirSeccion( $m, \text{CoordenadaAbajo}(c), i$ )
7:   end if
8:   if  $\text{Longitud}(c) > 0$  then
9:     DefinirSeccion( $m, \text{CoordenadaALaIzquierda}(c), i$ )
10:  end if
11: end if

```

$\triangleright \Theta \left(\sum_{c' \in \text{coordendas}(m)} \text{equal}(c, c') \right)$
 $\triangleright \Theta(1)$
 $\triangleright \Theta(\text{Cardinal}(m.coordenadas))$
 $\triangleright \Theta(\text{Cardinal}(m.coordenadas))$
 $\triangleright \Theta(1)$
 $\triangleright \Theta(\text{Cardinal}(m.coordenadas))$
 $\triangleright \Theta(1)$
 $\triangleright \Theta(\text{Cardinal}(m.coordenadas))$

Complejidad: $\Theta(\text{Cardinal}(m.coordenadas))$

Justificación DefinirSeccion se llama a si misma recursivamente recorriendo las coordenadas, en el peor caso, recorre todas las coordenadas una vez, luego su complejidad es $\Theta(4^{\text{Cardinal}(m.coordenadas)})$ que se puede simplificar, ya que pertenece a la misma clase. Esta funcion no es cuadratica, ya que usa el diccionario para chequear que no este recorriendo una posicion mas de una vez.

end

H*i*Coordenadas(in m : estr) $\rightarrow res$: itConj(coor)

```

1:  $res \leftarrow \text{CrearIt}(m.coordenadas)$ 

```

\triangleright La complejidad es la de crear un iterador a un conjunto lineal $\Theta(1)$

Complejidad: $\Theta(1)$

end

H*i*PosExistente(in c : coor, in m : estr) $\rightarrow res$: Bool

```

1:  $res \leftarrow \text{pertenece?}(m.coordenadas, c)$ 

```

$\triangleright \Theta \left(\sum_{c' \in \text{coordendas}(m)} \text{equal}(c, c') \right)$

Complejidad: $\Theta \left(\sum_{c' \in \text{coordendas}(m)} \text{equal}(c, c') \right)$

Justificación: La complejidad es la fijarse que un elemento pertenezca al conjunto lineal.

end

H*i*HayCamino(in $c1$: coor, in $c2$: coor, in m : estr) $\rightarrow res$: Bool

```

1:  $res \leftarrow (\text{Definido?}(m.secciones, c1) \wedge \text{Definido?}(m.secciones, c2)) \wedge_L (\text{Significado}(m.secciones, c1) = \text{Significado}(m.secciones, c2))$ 

```

$\triangleright \Theta(1)$

Complejidad: $\Theta(1)$

end

H*i*Ancho(in m : estr) $\rightarrow res$: Nat

```

1:  $it \leftarrow \text{CrearIt}(m.coordenadas)$ 
2:  $max \leftarrow 0$ 

```

$\triangleright \Theta(1)$
 $\triangleright \Theta(1)$

```

3: while HaySiguiente(it) do                                ▷  $\Theta(\text{Cardinal}(m.\text{coordenadas}))$ 
4:   if max < Longitud(Siguiente(it)) then                  ▷  $\Theta(1)$ 
5:     max ← Longitud(Siguiente(it))                        ▷  $\Theta(1)$ 
6:   end if
7:   Avanzar(it)                                             ▷  $\Theta(1)$ 
8: end while
   Complejidad:  $\Theta(\text{Cardinal}(m.\text{coordenadas}))$ 

```

end

```

H|jLargo(in m : estr) → res : Nat
1: it ← CrearIt(m.coordenadas)                             ▷  $\Theta(1)$ 
2: max ← 0                                                    ▷  $\Theta(1)$ 
3: while HaySiguiente(it) do                                ▷  $\Theta(\text{Cardinal}(m.\text{coordenadas}))$ 
4:   if max < Latitud(Siguiente(it)) then                  ▷  $\Theta(1)$ 
5:     max ← Latitud(Siguiente(it))                        ▷  $\Theta(1)$ 
6:   end if
7:   Avanzar(it)                                             ▷  $\Theta(1)$ 
8: end while
   Complejidad:  $\Theta(\text{Cardinal}(m.\text{coordenadas}))$ 

```

end

3. Modulo Juego

Interfaz

usa: MAPA, COORDENADA.

se explica con: JUEGO.

generos: juego.

CREARJUEGO(in m : map) $\rightarrow res$: juego

Pre $\equiv \{true\}$

Post $\equiv \{res =_{\text{obs}} \text{crearJuego}(m_0) \wedge \text{mapa}(res) =_{\text{obs}} m_0\}$

Complejidad: $O((\text{largo}(m) \times \text{ancho}(m)) + \text{copy}(m))$

Descripción: Crea el nuevo juego

AGREGARPOKEMON(in/out j : juego, in c : coor, in p : Pokemon) $\rightarrow res$: itConj(Pokemon)

Pre $\equiv \{j =_{\text{obs}} j_0 \wedge \text{puedoAgregarPokemon}(c, j_0)\}$

Post $\equiv \{j =_{\text{obs}} \text{agregarPokemon}(p, c, j_0)\}$

Complejidad: $O(|P| + EC * \log(EC))$

Descripción: EC es la maxima cantidad de jugadores esperando para atrapar un pokemon. $|P|$ es el nombre mas largo para un pokemon en el juego

AGREGARJUGADOR(in/out j : juego) $\rightarrow res$: Jugador

Pre $\equiv \{j =_{\text{obs}} j_0\}$

Post $\equiv \{j =_{\text{obs}} \text{agregarJugador}(j_0) \wedge res = \#jugadores(j_0) + \#expulsados(j_0)\}$

Complejidad: $O(J)$

Descripción: Agrega el jugador en el conjLineal, y devuelve su identificador

CONECTARSE(in/out j : juego, in id : Jugador, in c : coor)

Pre $\equiv \{j =_{\text{obs}} j_0 \wedge id \in jugadores(j_0) \wedge \neg \text{estaConectado}(id, j_0) \wedge \text{posExistente}(c, \text{mapa}(j_0))\}$

Post $\equiv \{j =_{\text{obs}} \text{conectarse}(id, c, j_0)\}$

Complejidad: $O(\log(EC))$

Descripción: Conecta al jugador pasado por parametro en la coordenada indicada

DESCONECTARSE(in/out j : juego, in id : Jugador)

Pre $\equiv \{j =_{\text{obs}} j_0 \wedge id \in jugadores(j_0) \wedge \text{estaConectado}(id, j_0)\}$

Post $\equiv \{j =_{\text{obs}} \text{desconectarse}(id, j_0)\}$

Complejidad: $O(\log(EC))$

Descripción: Desconecta al jugador pasado por parametro

MOVERSE(in/out j : juego, in id : Jugador, in c : coor)

Pre $\equiv \{j =_{\text{obs}} j_0 \wedge id \in jugadores(j_0) \wedge \text{estaConectado}(id, j_0) \wedge \text{posExistente}(c, \text{mapa}(j_0))\}$

Post $\equiv \{j =_{\text{obs}} \text{moverse}(c, id, j_0)\}$

Complejidad: $O((PS + PC) * |P| + \log(EC))$

Descripción: Mueve al jugador pasado por parametro a la coordenada indicada

MAPA(in j : juego) $\rightarrow res$: map

Pre $\equiv \{true\}$

Post $\equiv \{res =_{\text{obs}} \text{mapa}(j)\}$

Complejidad: $O(\text{copy}(\text{mapa}(j)))$

Descripción: Devuelve el mapa del juego

JUGADORES(in j : juego) $\rightarrow res$: itConj(Jugador)

Pre $\equiv \{true\}$

Post $\equiv \{res =_{\text{obs}} jugadores(j)\}$

Complejidad: $\Theta(1)$

Descripción: Devuelve un iterador al conjunto de jugadores del juego

ESTACONECTADO(in j : juego, in id : Jugador) $\rightarrow res$: Bool

Pre $\equiv \{id \in jugadores(j)\}$

Post $\equiv \{res =_{\text{obs}} \text{estaConetado}(id, j)\}$

Complejidad: $\Theta(1)$

Descripción: Devuelve si el jugador con id ingresado esta conectado o no

POSICION(in j : juego, in id : Jugador) $\rightarrow res$: coor

Pre $\equiv \{id \in \text{jugadores}(j) \wedge_L \text{estaConectado}(id, j)\}$

Post $\equiv \{res =_{\text{obs}} \text{posicion}(id, j)\}$

Complejidad: $\Theta(1)$

Descripción: Devuelve la posicion actual del jugador con id ingresado si esta conectado

POKEMONES(in j : juego, in id : Jugador) $\rightarrow res$: itConj(<Pokemon, Nat>)

Pre $\equiv \{id \in \text{jugadores}(j)\}$

Post $\equiv \{res =_{\text{obs}} \text{pokemons}(id, j)\}$

Complejidad: $\Theta(1)$

Descripción: Devuelve un iterador a la estructura que almacena los punteros a pokemons del jugador del id ingresado

EXPULSADOS(in j : juego) $\rightarrow res$: itConj(Jugador)

Pre $\equiv \{\text{True}\}$

Post $\equiv \{res =_{\text{obs}} \text{expulsados}(j)\}$

Complejidad: $\Theta(1)$

Descripción: Devuelve un iterador al conjunto de jugadores expulsados del juego

POS CON POKEMONES(in j : juego) $\rightarrow res$: itConj(coor)

Pre $\equiv \{\text{True}\}$

Post $\equiv \{res =_{\text{obs}} \text{posConPokemons}(j)\}$

Complejidad: $O(1)$

Descripción: Devuelve un iterador al conjunto de coordenadas en donde hay pokemons

POKEMON EN POS(in j : juego, in c : coor) $\rightarrow res$: Pokemon

Pre $\equiv \{c \in \text{posConPokemons}(j)\}$

Post $\equiv \{res =_{\text{obs}} \text{pokemonEnPos}(c, j)\}$

Complejidad: $\Theta(1)$

Descripción: Devuelve un iterador al pokemon de la coordenada dada

CANT MOVIMIENTOS PARA CAPTURA(in j : juego, in c : coor) $\rightarrow res$: Nat

Pre $\equiv \{c \in \text{posConPokemons}(j)\}$

Post $\equiv \{res =_{\text{obs}} \text{cantMovimientosParaCaptura}(c, j)\}$

Complejidad: $\Theta(1)$

Descripción: Devuelve la cantidad de movimientos acumulados hasta el momento, para atrapar al pokemon de la coordenada dada

PUEDO AGREGAR POKEMON(in j : juego, in c : coor) $\rightarrow res$: Bool

Pre $\equiv \{\text{True}\}$

Post $\equiv \{res =_{\text{obs}} \text{puedoAgregarPokemon}(c, j)\}$

Complejidad: $\Theta\left(\sum_{c' \in \text{coordendas}(\text{mapa}(j))} \text{equal}(c, c')\right)$

Descripción: Devuelve si la coordenada ingresada es valida para agregar un pokemon en ella

HAY POKEMON CERCANO(in j : juego, in c : coor) $\rightarrow res$: Bool

Pre $\equiv \{\text{True}\}$

Post $\equiv \{res =_{\text{obs}} \text{hayPokemonCercano}(c, j)\}$

Complejidad: $\Theta(1)$

Descripción: Devuelve si la coordenada ingresada pertenece al rango de un pokemon salvaje

POS POKEMON CERCANO(in j : juego, in c : coor) $\rightarrow res$: coor

Pre $\equiv \{\text{hayPokemonCercano}(c, j)\}$

Post $\equiv \{res =_{\text{obs}} \text{posPokemonCercano}(c, j)\}$

Complejidad: $\Theta(1)$

Descripción: Devuelve la coordenada mas del pokemon salvaje del rango siempre y cuando haya uno

ENTRENADORESPOSIBLES(in c : coor, in es : conjLineal(itConj(Jugador)), in j : juego) $\rightarrow res$: itConj(Jugador)
Pre $\equiv \{hayPokemonCercano(c, j) \wedge_L pokemonEnPos(posPokemonCercano(c, j), j).jugadoresEnRango \subseteq jugadoresConectados(c, j)\}$
Post $\equiv \{res =_{obs} entrenadoresPosibles(c, pokemonEnPos(posPokemonCercano(c, j), j).jugadoresEnRango, j)\}$
Complejidad: $O(Cardinal(es))$
Descripción: Devuelve un iterador a los jugadores que estan esperando para atrapar al pokemon mas cercano a la coordenada ingresada

INDICERAREZA(in j : juego, in p : Pokemon) $\rightarrow res$: Nat
Pre $\equiv \{p \in todosLosPokemons(j)\}$
Post $\equiv \{res =_{obs} indiceRareza(p, j)\}$
Complejidad: $O(|P|)$
Descripción: Devuelve el indice de rareza del pokemon del juego ingresado

CANTPOKEMONESTOTALES(in j : juego) $\rightarrow res$: Nat
Pre $\equiv \{true\}$
Post $\equiv \{res =_{obs} cantPokemonsTotales(p)\}$
Complejidad: $\Theta(1)$
Descripción: Devuelve la cantidad de pokemones que hay en el juego

CANTMISMAESPECIE(in j : Juego, in p : Pokemon) $\rightarrow res$: Nat
Pre $\equiv \{true\}$
Post $\equiv \{res =_{obs} cantMismaEspecie(p, pokemons(j), j)\}$
Complejidad: $O(|P|)$
Descripción: Devuelve la cantidad de pokemones de la especie ingresada hay en el juego

Representación

3.0.7. Representación de Juego

Jugador se representa con Nat

Pokemon se representa con String

Juego se representa con estr

donde **estr** es tupla($pokemones$: diccString(Pokemon, Nat), $todosLosPokemones$: conjLineal(infoPokemon) , $idsJugadores$: conjLineal(Jugador) , $jugadores$: conjLineal(infoJugador) , $expulsados$: conjLineal(Jugador) , $jugadoresPorID$: Vector(<info: itConj(infoJugador), encolado: itColaPrior(Jugador)>) , $posicionesPokemons$: DiccMat(coor, itConj(infoPokemon)) , $posicionesJugadores$: DiccMat(coor, puntero(conjLineal(Jugador))) , $mapa$: map)

donde **infoJugador** es tupla(id : itConj(Jugador) , $estaConectado$: Bool , $sanciones$: Nat , $pokemonesCapturados$: conjLineal(itConj(infoPokemon)) , $posicion$: coor , $itPosicion$: itConj(Jugador))

donde **infoPokemon** es tupla($tipo$: Pokemon , $posicion$: coor , $contador$: Nat , $jugadoresEnRango$: colaPrior<Nat, itConj(Jugador)> , $salvaje$: Bool)

3.0.8. Invariante de Representación

1. La suma de todas las cantidades de cada tipo de pokemon es igual al cardinal del conjunto todosLosPokemones.
2. Para cada infoPokemon definido en todosLosPokemones, si es salvaje, su tipo esta definido en pokemones, su

coordenada esta definida en posicionesPokemones y el significado en posicionesPokemones es igual a infoPokemon, su contador es un Nat menor estricto que 10 y cada jugador en rango esta en jugadores.

3. El cardinal de idsJugadores es igual a la longitud de jugadoresPorID, que es igual al cardinal de jugadores + el cardinal de expulsados
4. Cada jugador en idsJugadores pertenece a expulsados, o su numero de id representa la posicion en jugadoresPorID donde esta guardada su informacion. Esta informacion refleja lo definido en jugadores. Si el jugador esta encolado, entonces existe un infoPokemon en todos los pokemones, tal que ese jugador pertenece a los jugadoresEnRango del pokemon.
5. Cada coordenada valida en el mapa, si esta definida en posicionesPokemones, su significado pertenece a todosLosPokemones y es salvaje
6. Cada coordenada valida en el mapa, si esta definida en posicionesJugadores, su significado esta contenido en jugadores
7. Para cada infoJugador en jugadores, su id pertenece a idsJugadores. Si esta conectado, su itPosicion esta contenido en el significado de su posicion en posicionesJugadores. Sus sanciones son menores a 5. Sus pokemones capturados estan contenidos en todosLosPokemones
8. Los conjuntos jugadores y expulsados son disjuntos.

1.
$$\left(\sum_{c \in \text{claves}(e.\text{pokemones})} \text{Obtener}(e.\text{pokemones}, c) = \#e.\text{todosLosPokemons} \right)$$
2. $(\forall i : \text{infoPokemon}) \text{pertenece?}(e.\text{todosLosPokemones}, i) \Rightarrow_L (\text{definido?}(e.\text{pokemones}, i.\text{tipo}) \wedge \text{definido?}(e.\text{posicionesPokemones}, i.\text{posicion}) \wedge \text{Significado}(e.\text{posicionesPokemones}, i.\text{posicion}) = i \wedge i.\text{contador} < 10 \wedge (\forall j : \text{Jugador}) j \in i.\text{jugadoresEnRango} \Rightarrow_L j \in e.\text{jugadores})$
3. $\#e.\text{idsJugadores} = \text{long}(e.\text{jugadoresPorID}) \wedge \#e.\text{idsJugadores} = (\#e.\text{jugadores} + \#e.\text{expulsados})$
4. $(\forall j : \text{jugador}) j \in e.\text{idsJugadores} \Rightarrow_L (j \in e.\text{expulsados} \vee_L e.\text{jugadoresPorID}[j].\text{info} \in e.\text{jugadores} \wedge \text{Siguiente}(e.\text{jugadoresPorID}[j].\text{encolado}) \neq \text{NULL} \Rightarrow_L ((\forall i : \text{infoPokemon}) i \in e.\text{todosLosPokemones} \wedge_L j \in i.\text{jugadoresEnRango}))$
5. $(\forall c : \text{coord}) c \in e.\text{mapa.coordenadas} \Rightarrow_L (\text{definido?}(e.\text{posicionesPokemones}, c) \Rightarrow_L \text{Siguiente}(\text{Significado}(e.\text{posicionesPokemones}, c)) \in e.\text{todosLosPokemones} \wedge \text{Siguiente}(\text{Significado}(e.\text{posicionesPokemones}, c)).\text{esSalvaje})$
6. $(\forall c : \text{coord}) c \in e.\text{mapa.coordenadas} \Rightarrow_L (\text{definido?}(e.\text{posicionesJugadores}, c) \Rightarrow_L *(\text{Significado}(e.\text{posicionesPokemones}, c)) \subseteq e.\text{jugadores})$
7. $(\forall i : \text{infoJugador}) i \in e.\text{jugadores} \Rightarrow_L (i.\text{id} \in e.\text{idsJugadores} \wedge i.\text{estaConectado} \Rightarrow_L (i.\text{itPosicion} \in *(\text{Significado}(e.\text{posicionesJugadores}, i.\text{posicion})) \wedge i.\text{sanciones} < 5 \wedge i.\text{pokemonesCapturados} \subseteq e.\text{todosLosPokemones}))$
8. $e.\text{jugadores} \cap e.\text{expulsados} = \emptyset$

Rep : estr \rightarrow bool

Rep(e) \equiv true \iff 1 \wedge_L 2 \wedge_L 3 \wedge_L 4 \wedge_L 5 \wedge_L 6 \wedge_L 7 \wedge_L 8

3.0.9. Función de Abstracción

Abs(e): estre \rightarrow Jugo Rep(e) pGo: Juego tq e.mapa = mapa(pGo) y e.jugadores = jugadores(pGo) y luego
 (Para todo j : jugador) j pertenece e.jugadores impluego
 j.sanciones = sanciones(j, pGo) ((j pertenece expulsados(pGo) y j.sanciones \geq 10)
 oluego (j.pokesCapturados = pokemones(j, pGo) y j.estaConectado = estaConectad(j, pGo)
 y j.estaConectado impluego j.pos = posicion(j, pGo))) y
 (Para todo p : pokemon) p pertenece e.pokemones impluego (Para todo j : Jugador)
 j pertenece e.jugadores y luego p pertenece pokemones(j, pGo) o [(Para todo c : coord)
 c pertenece e.mapa.coordenadas y luego p = pokemonEnPos(c, pGo) y cantMovParaCap(c, pGo)
 p.contador]

3.1. Algoritmos

```

H|iCrearJuego(in  $m$ : map)  $\rightarrow$  res: estr
  estr: j  $\triangleright O(1)$ 
  j.pokemones  $\leftarrow$  CrearDiccionario()  $\triangleright O(1)$ 
  j.todosLosPokemones  $\leftarrow$  Vacio()  $\triangleright O(1)$ 
  j.idsJugadores  $\leftarrow$  Vacio()  $\triangleright O(1)$ 
  j.jugadores  $\leftarrow$  Vacio()  $\triangleright O(1)$ 
  j.expulsados  $\leftarrow$  Vacio()  $\triangleright O(1)$ 
  j.jugadoresPorID  $\leftarrow$  Vacia()  $\triangleright O(1)$ 
  j.posicionesPokemons  $\leftarrow$  Vacio(Largo(m), Ancho(m))  $\triangleright O(\text{largo}(m) \times \text{ancho}(m))$ 
  j.posicionesJugadores  $\leftarrow$  Vacio(Largo(m), Ancho(m))  $\triangleright O(\text{largo}(m) \times \text{ancho}(m))$ 
  j.mapa  $\leftarrow$  m  $\triangleright O(\text{copy}(m))$ 
  res  $\leftarrow$  j  $\triangleright O(1)$ 

```

Complejidad: $O((\text{largo}(m) \times \text{ancho}(m)) + \text{copy}(m))$

Justificación:

end

```

H|iAgregarPokemon(in/out  $j$ : estr, in  $c$ : coor, in  $p$ : Pokemon)  $\rightarrow$  res: itConj(Pokemon)
  infoP  $\leftarrow$  <p, c, 0, Vacio(), True>  $\triangleright O(|P|)$ 
  itPokemon  $\leftarrow$  AgregarRapido(j.todosLosPokemones, infoP)  $\triangleright O(\text{copy}(\text{infoP}))$  Copiar los elementos de la tupla es
  O(1)
  desdeLat  $\leftarrow$  iDamePos(iLatitud(c), 2)  $\triangleright O(1)$ 
  desdeLong  $\leftarrow$  iDamePos(iLongitud(c), 2)  $\triangleright O(1)$ 
  while desdeLat  $\leq$  Latitud(c) + 2 do  $\triangleright O(1)$  Recorro un conjunto acotado de coordenadas
    while desdeLong  $\leq$  Longitud(c) + 2 do  $\triangleright O(1)$  Recorro un conjunto acotado de coordenadas
      if DistEuclidea(CrearCoor(desdeLat, desdeLong), c)  $\leq$  4 then  $\triangleright O(1)$ 
        if Definido?(j.posicionesJugadores, CrearCoor(desdeLat, desdeLong)) then  $\triangleright O(1)$ 
          itJugadores  $\leftarrow$  iCrearIt(*(Significado(j.posicionesJugadores, CrearCoor(desdeLat, desdeLong))))  $\triangleright$ 
          O(1)
          while HaySiguiente(itJugadores) do  $\triangleright O(EC)$ 
            e  $\leftarrow$  Siguiente(itJugadores)  $\triangleright O(1)$ 
            tupJugId  $\leftarrow$  j.jugadoresPorID[e]  $\triangleright O(1)$ 
            cantPokemonesJug  $\leftarrow$  Cardinal(Siguiente(tupJugId1).pokemonesCapturados)  $\triangleright O(1)$ 
            itCola  $\leftarrow$  iEncolar(Siguiente(itPokemon).jugadoresEnRango, cantPokemonesJug, e)  $\triangleright$ 
            O(log(EC) + copy(e))
            tupJugId2  $\leftarrow$  itCola  $\triangleright O(1)$ 
            Avanzar(itJugadores)  $\triangleright O(1)$ 
          end while
        end if
      end if
    end while
  end while
  if Definido?(j.pokemones, p) then  $\triangleright O(|P|)$ 
    cViejo  $\leftarrow$  Obtener(j.pokemones, p)  $\triangleright O(|P|)$ 
    Eliminar(j.pokemones, p)  $\triangleright O(|P|)$ 
    Definir(j.pokemones, p, cViejo + 1)  $\triangleright O(|P|)$ 
  else
    Definir(j.pokemones, p, 1)  $\triangleright O(|P|)$ 
  end if
  res  $\leftarrow$  itPokemon  $\triangleright O(1)$ 

```

Complejidad: $O(|P| + |EC| * \log(|EC|))$

Justificación:

end

H|iAgregarJugador(in/out j : estr) \rightarrow res : Jugador
 $id \leftarrow \text{Cardinal}(j.\text{jugadores}) + \text{Cardinal}(j.\text{expulsados})$ $\triangleright O(1)$
 $itConjIds \leftarrow \text{AgregarRapido}(j.\text{idsJugadores}, id)$ $\triangleright O(1)$
 $infoJ \leftarrow \langle itConjIds, \text{false}, 0, \text{Vacio}(), \text{CrearCoor}(0, 0), \text{CrearIt}(\text{Vacio}()) \rangle$ $\triangleright O(1)$ El jugador es creado vacio, sin sanciones y sin pokemones atrapados. La coordenada es una cualquiera, ya que solo se va a acceder a ella cuando el jugador este conectado, y al conectarse, se le asigna una valida
 $itJ \leftarrow \text{AgregarRapido}(j.\text{jugadores}, infoJ)$ $\triangleright O(\text{copy}(infoJ))$ Se puede utilizar AgregarRapido porque infoJ contiene un iterador al id del jugador, que es univoco
 $\text{AgregarAtras}(j.\text{jugadoresPorID}, \langle itJ, \text{NULL} \rangle)$ $\triangleright O(J)$ Donde J es la cantidad total de jugadores que fueron agregados al juego
 $res \leftarrow id$ $\triangleright O(1)$

Complejidad: $O(J)$ donde J es la cantidad de jugadores

Justificación: $O(\text{copy}(\text{Jugador}))$ es igual a $O(1)$ ya que solamente es copiar Nat, Bool y un conjunto vacio.

end

H|iConectarse(in/out j : estr, in e : Jugador, in c : coor)
 $itJug \leftarrow j.\text{jugadoresPorId}[e]_1$ $\triangleright O(1)$
 $infoJ \leftarrow \text{Siguiente}(itJug)$ $\triangleright O(1)$
 $infoJ.\text{estaConectado} \leftarrow \text{true}$ $\triangleright O(1)$
 $\text{AgregarJugadorEnPos}(j.\text{posicionesJugadores}, infoJ, c)$ $\triangleright O(1)$
 $infoJ.\text{estaConectado} \leftarrow \text{true}$ $\triangleright O(1)$
if HayPokemonCercano(j, c) **then** $\triangleright O(1)$
 $p \leftarrow \text{Siguiente}(\text{Significado}(j.\text{posicionesPokemons}, \text{PosPokemonCercano}(j, c)))$ $\triangleright O(1)$
 $itJug \leftarrow \text{Encolar}(p.\text{jugadoresEnRango}, \text{Cardinal}(jug.\text{pokeCapturados}), itJug)$ $\triangleright O(\log(EC))$
 $p.\text{contador} \leftarrow 0$ $\triangleright O(1)$
end if

Complejidad: $O(\log(EC))$

Justificación: EC es la maxima cantidad de jugadores esperando para atrapar un pokemon. En el peor caso, el heap al que entra el jugador es el que mas jugadores esperando tiene.

end

H|iAgregarJugadorEnPos(in/out d : DiccMat(coor, puntero(conjLineal(Jugador))), in/out j : infoJugador, in c : coor)
Pre $\equiv \{ d = d_0 \wedge \text{longitud}(c) < \text{ancho}(d) \wedge \text{latitud}(c) < \text{largo}(d) \}$
 $\text{conjLineal}(\text{Jugador}) : \text{jugsEnPos}$ $\triangleright O(1)$
if $\neg \text{Definido?}(d, c)$ **then** $\triangleright O(1)$
 $\text{Definir}(d, c, \&\text{Vacio}())$ $\triangleright O(1)$
end if
 $\text{jugsEnPos} \leftarrow *(\text{Significado}(d, c))$ $\triangleright O(1)$
 $j.\text{itPosicion} \leftarrow \text{AgregarRapido}(\text{jugsEnPos}, j.\text{id})$ $\triangleright O(1)$
 $j.\text{posicion} \leftarrow c$ $\triangleright O(1)$
Complejidad: $O(1)$
Post $\equiv \{ d = \text{definir}(\text{longitud}(c), \text{latitud}(c), \text{Ag}(j, \text{significado}(\text{longitud}(c), \text{latitud}(c)))) \}$

end

H|iDesconectarse(in/out j : estr, in id : Jugador)
 $tupJug \leftarrow j.\text{jugadoresPorId}[e]$ $\triangleright O(1)$
if HayPokemonCercano(j, c) **then** $\triangleright O(1)$
 $tupJug_2 \leftarrow \text{EliminarSiguiente}(tupJug_2)$ $\triangleright O(\log(EC))$
end if


```

infoJ ← Siguiente(tupJug1)                                ▷ O(1)
infoJ.estaConectado ← false                                ▷ O(1)
EliminarSiguiente(infoJ.itPosicion)                        ▷ O(1)
infoJ.itPosicion ← CrearIt(Vacio())                        ▷ O(1)

```

Complejidad: $O(\log(EC))$

Justificación: EC es la maxima cantidad de jugadores esperando para atrapar un pokemon. En el peor caso, el heap del que sale el jugador es el que mas jugadores esperando tiene.

end

H|iMoverse(in/out *j*: estr, in *id*: Jugador, in *c*: coor)

```

tupJug ← j.jugadoresPorID[id]                                ▷ O(1)
infoJ ← Siguiente(tupJug1)                                    ▷ O(1)
if iHayPokemonCercano(c, j) then                                ▷ O(1) Pregunto si me estoy moviendo a donde hay un pokemon
    p ← iPosPokemonCercano(j, c)                                ▷ O(1)
    if ¬ iHayPokemonCercano(infoJ.posicion, j) then                ▷ O(1) Pregunto si no estaba en rango de un pokemon
        antes de moverme
        infoP ← Siguiente(Significado(j.posicionesPokemons, p))    ▷ O(1)
        infoP.contador ← 0                                          ▷ O(1)
        cantPokemonesJug ← Cardinal(infoJ.pokemonesCapturados)    ▷ O(1)
        tupJugId2 ← iEncolar(infoP.jugadoresEnRango, cantPokemonesJug, id)    ▷ O(log(EC))
    else
        if p ≠ iPosPokemonCercano(j, infoJ.posicion) then        ▷ O(1) Pregunto si el pokemon donde estaba es
            distinto del que voy a estar
            infoP ← Siguiente(Significado(j.posicionesPokemons, p))    ▷ O(1)
            infoP.contador ← 0                                          ▷ O(1)
            cantPokemonesJug ← Cardinal(infoJ.pokemonesCapturados)    ▷ O(1)
            EliminarSiguiente(tupJugId2)                                ▷ O(log(EC))
            tupJugId2 ← iEncolar(infoP.jugadoresEnRango, cantPokemonesJug, id)    ▷ O(log(EC))
        end if
    end if
    iActualizarMenos(p, j)                                          ▷ O(PS)
else
    if iHayPokemonCercano(infoJ.posicion, j) then                ▷ O(1) Ya se que no hay pokemon donde voy a estar, si hay
        pokemon donde estoy ahora es que salgo de un rango
        EliminarSiguiente(tupJugId2)                                ▷ O(log(EC)) Elimina al jugador del heap donde estaba esperando
    end if
    iActualizarTodos(j)                                          ▷ O(PS)
end if
if debeSancionarse?(id, c, j) then
    if infoJ.sanciones < 4 then                                    ▷ O(1)
        infoJ.sanciones ← infoJ.sanciones + 1                        ▷ O(1)
        EliminarSiguiente(infoJ.itPosicion)                        ▷ O(1)
        AgregarJugadorEnPos(j.posicionesJugadores, infoJ, c)    ▷ O(1)
    else
        itPCapturados ← CrearIt(infoJ.pokemonesCapturados)        ▷ O(1)
        while HaySiguiente(itPCapturados) do                        ▷ O(PC)
            infoP ← Siguiente(Siguiente(itPCapturados))            ▷ O(1)
            pViejos ← Obtener(j.pokemones, infoP.tipo)            ▷ O(|P|)
            Borrar(j.pokemones, infoP.tipo)                        ▷ O(|P|)
            if pViejos ≠ 1 then                                        ▷ O(1)
                Definir(j.pokemones, infoP.tipo, pViejos - 1)    ▷ O(|P|)
            end if
            EliminarSiguiente(Siguiente(itPCapturados))            ▷ O(1)
        end while
        EliminarSiguiente(Siguiente(tupJug1)1)                    ▷ O(1) Elimina el id del jugador del conjunto de jugadores
        iEliminarSiguiente(tupJug1)                                ▷ O(1) Saca al jugador del conjunto de jugadores

```

```

    AgregarRapido(j.expulsados, id)                                ▷ O(copy(id)) Copiar un nat es O(1)
    if iHayPokemonCercano(j, c) then                               ▷ O(1)
        iEliminarSiguiente(tupJug2)                               ▷ O(log(EC)) Elimina al jugador del heap donde estaba esperando
    end if
end if
else
    EliminarSiguiente(infoJ.itPosicion)                            ▷ O(1)
    AgregarJugadorEnPos(j.posicionesJugadores, infoJ, c)          ▷ O(1)
end if
Complejidad:  $O(PS + (PC * |P|) + \log(EC))$ 
Justificación:

```

end

```

H|iActualizarMenos(in/out j: estr, in c: coor)
    p ← iPosPokemonCercano(j, c)                                  ▷ O(1)
    itCoor ← Coordinadas(j.posicionesPokemons)                  ▷ O(1)
    while HaySiguiente(itCoor) do                                 ▷ O(PS)
        if Siguiente(itCoor) ≠ p then                             ▷ O(1)
            itPokemon ← Significado(j.posicionesPokemons, Siguiente(itCoor)) ▷ O(1)
            ActualizarPokemon(itPokemon)                          ▷ O(1)
        end if
    end while
Complejidad: O(PS)
Justificación: Actualiza todos las colas de prioridad excepto por la que este en la posicion que paso por parametro.

```

end

```

H|iActualizarTodos(in/out j: estr)
    itCoor ← Coordinadas(j.posicionesPokemons)                  ▷ O(1)
    while HaySiguiente(itCoor) do                                 ▷ O(PS)
        itPokemon ← Significado(j.posicionesPokemons, Siguiente(itCoor)) ▷ O(1)
        ActualizarPokemon(itPokemon)                             ▷ O(1)
    end while
Complejidad: O(PS)
Justificación: Actualiza todos las colas de prioridad. invalido.

```

end

```

H|iActualizarPokemon(in/out itPokemones: itConj(infoPokemon), in/out j: estr)
    infoP ← Siguiente(itPokemones)                                ▷ O(1)
    infoP.contador ← infoP.contador + 1                           ▷ O(1)
    if infoP.contador = 10 then                                    ▷ O(1)
        e ← Proximo(infoP.jugadoresEnRango)                      ▷ O(1)
        infoP.esSalvaje ← false                                   ▷ O(1)
        infoJ ← Siguiente(j.jugadoresPorID[e]1)                 ▷ O(1)
        AgregarRapido(infoJ.pokemonesCapturados, itPokemones)  ▷ O(copy(itPokemones)) Copiar el iterador es
    O(1)
    Borrar(j.posicionesPokemons, infoP.posicion)                 ▷ O(1)
end if
Complejidad: O(1)
Justificación: Actualiza la cola de prioridad del pokemon que paso por parametro. Suma uno al contador en caso de que no tenga que atraparse, si tiene que ser atrapado, lo agrega al conjunto de pokemones atrapados del jugador y lo elimina del diccionario de pokemones por posicion.

```

end

H|iDebeSancionarse(in e : Jugador, in c : coor, in j : estr) \rightarrow res : Bool
 tupJug \leftarrow j.jugadoresPorID[e] $\triangleright O(1)$
 infoJ \leftarrow Siguiente(tupJug₁) $\triangleright O(1)$
 res $\leftarrow \neg HayCamino(infoJ.posicion, c, j.mapa) \vee DistEuclidea(infoJ.posicion, c, j.mapa) > 100$ $\triangleright O(1)$
Complejidad: $O(1)$
Justificación: Checkea si el jugador hizo un movimiento invalido.

end

H|iMapa(in j : estr) \rightarrow res : map
 res $\leftarrow j.mapa$ $\triangleright O(copy(mapa(j)))$
Complejidad: $O(copy(mapa(j)))$
Justificación: Devuelve el mapa del juego por copia.

end

H|iJugadores(in j : estr) \rightarrow res : itConj(Jugador)
 res \leftarrow CrearIt(j.idsJugadores) $\triangleright O(1)$
Complejidad: $O(1)$
Justificación: Devuelve el mapa del juego.

end

H|iEstaConectado(in j : estr, in id : Jugador) \rightarrow res : Bool
 res $\leftarrow Siguiente(j.jugadoresPorID[id]_0).estaConectado$ $\triangleright O(1)$
Complejidad: $O(1)$
Justificación: Devuelve si el jugador esta conectado.

end

H|iPosicion(in j : estr, in id : Jugador) \rightarrow res : coor
 res \leftarrow Siguiente((j.jugadoresPorID[id]).info).posicion $\triangleright O(1)$
Complejidad: $O(1)$
Justificación: Devuelve la posicion del jugador.

end

H|iPokemones(in j : estr, in id : Jugador) \rightarrow res : itConj(<Pokemon, Nat>)
 res $\leftarrow CrearIt(Siguiente((j.jugadoresPorID[id]_1).pokeCapturados))$ $\triangleright O(1)$
Complejidad: $O(1)$
Justificación: Devuelve un iterador al conjunto de pokemones atrapados por el jugador.

end

H|iExpulsados(in j : estr) \rightarrow res : itConj(Jugador)

$res \leftarrow CrearIt(j.expulsados)$ $\triangleright O(1)$

Complejidad: $O(1)$

Justificación: Devuelve un iterador al conjunto de jugadores expulsados.

end

H|jPosConPokemones(in j : **estr**) \rightarrow res : itConj(coor)

$res \leftarrow CrearIt(Coordenadas(j.posicionesPokemon))$ $\triangleright O(1)$

Complejidad: $O(1)$

Justificación: Devuelve las posiciones con pokemons.

end

H|jPokemonEnPos(in j : **estr**, in c : **coor**) \rightarrow res : Pokemon

$res \leftarrow Significado(j.posicionesPokemon, c)_1$ $\triangleright O(1)$

Complejidad: $O(1)$

Justificación: Devuelve el mapa del juego.

end

H|jCantMovimientosParaCaptura(in j : **estr**, in c : **coor**) \rightarrow res : Nat

$res \leftarrow 10 - \text{Siguiente}(\text{Significado}(j.posicionesPokemon, c)).\text{contador}$ $\triangleright O(1)$

Complejidad: $O(1)$

Justificación: Devuelve cuantos movimientos faltan para capturar al pokemon.

end

H|jPosPokemonCercano(in j : **estr**, in c : **coor**) \rightarrow res : **coor**

$i \leftarrow 0$ $\triangleright O(1)$

$latC \leftarrow \text{Latitud}(c)$ $\triangleright O(1)$

$i \leftarrow \text{DamePos}(latC, 2)$ $\triangleright O(1)$

$longC \leftarrow \text{Longitud}(c)$ $\triangleright O(1)$

$j \leftarrow \text{DamePos}(longC, 2)$ $\triangleright O(1)$

while $i \leq latC + 2$ **do** $\triangleright O(1)$ Vale porque estoy recorriendo un conjunto acotado de coordenadas

while $j \leq longC + 2$ **do** $\triangleright O(1)$ Vale porque estoy recorriendo un conjunto acotado de coordenadas

if Definido?(j.posicionesPokemon, $\langle i, j \rangle$) $\wedge \text{DistEuclidea}(c, \langle i, j \rangle) \leq 4$ **then** $\triangleright O(1)$

$res \leftarrow \langle i, j \rangle$ $\triangleright O(1)$

end if

$j \leftarrow j + 1$ $\triangleright O(1)$

end while

$i \leftarrow i + 1$ $\triangleright O(1)$

end while

Complejidad: $O(1)$

Justificación: Como el rango a recorrer es una constante, se puede decir que es de la clase $\Theta(1)$

end

H|jPuedoAgregarPokemon(in j : **estr**, in c : **coor**) \rightarrow res : Bool

res \leftarrow PosExistente(c, j.mapa) $\wedge \neg$ (Definido?(j.posicionesPokemons, c)) $\wedge \neg$ (HayPokemonEnTerritorio(j, c)) \triangleright
 $\Theta \left(\sum_{c' \in \text{coordendas}(\text{mapa}(j))} \text{equal}(c, c') \right)$

Complejidad: $\left| \Theta \left(\sum_{c' \in \text{coordendas}(\text{mapa}(j))} \text{equal}(c, c') \right) \right|$

Justificación: Tiene que ver si la posicion existe en el mapa, las demas operaciones son O(1)

end

H|HayPokemonCercano(in j: estr, in c: coor) \rightarrow res : Bool

res \leftarrow false \triangleright O(1)
latC \leftarrow Latitud(c) \triangleright O(1)
i \leftarrow DamePos(latC, 2) \triangleright O(1)
longC \leftarrow Longitud(c) \triangleright O(1)
j \leftarrow DamePos(longC, 2) \triangleright O(1)
while i \leq latC + 2 **do** \triangleright O(1) Vale porque estoy recorriendo un conjunto acotado de coordenadas
 while j \leq longC + 2 **do** \triangleright O(1) Vale porque estoy recorriendo un conjunto acotado de coordenadas
 if Definido?(j.posicionesPokemons, <i, j>) \wedge DistEuclidea(c, <i, j>) \leq 4 **then** \triangleright O(1)
 res \leftarrow true \triangleright O(1)
 end if
 j \leftarrow j + 1 \triangleright O(1)
 end while
 i \leftarrow i + 1 \triangleright O(1)
end while

Complejidad: $\Theta(1)$

Justificación: Como el rango a recorrer es una constante, se puede decir que es de la clase $\Theta(1)$

end

H|HayPokemonEnTerritorio(in j: estr, in c: coor) \rightarrow res : Bool

res \leftarrow false \triangleright O(1)
latC \leftarrow Latitud(c) \triangleright O(1)
i \leftarrow DamePos(latC, 5) \triangleright O(1)
longC \leftarrow Longitud(c) \triangleright O(1)
j \leftarrow DamePos(longC, 5) \triangleright O(1)
while i \leq latC + 5 **do** \triangleright O(1) Vale porque estoy recorriendo un conjunto acotado de coordenadas
 while j \leq longC + 5 **do** \triangleright O(1) Vale porque estoy recorriendo un conjunto acotado de coordenadas
 if Definido?(j.posicionesPokemons, <i, j>) \wedge DistEuclidea(c, <i, j>) \leq 25 **then** \triangleright O(1)
 res \leftarrow true \triangleright O(1)
 end if
 j \leftarrow j + 1 \triangleright O(1)
 end while
 i \leftarrow i + 1 \triangleright O(1)
end while

Complejidad: $\Theta(1)$

Justificación: Como el rango a recorrer es una constante, se puede decir que es de la clase $\Theta(1)$

end

H|EntrenadoresPosibles(in c: coor, in es: conjLineal(Jugador), in j: estr) \rightarrow res : conjLineal(itConj(Jugador))

```

ePosibles ← Vacía()                                ▷ O(1) Crea un conjunto de iteradores vacío
if Cardinal(es) != 0 then                            ▷ O(1)
  itE ← CrearIt(es)                                ▷ O(1)
  while HaySiguiente(itE) do                        ▷ O(Cardinal(es)) Es la cantidad de jugadores que haya en el conjunto es
    e ← Siguiente(itE)                            ▷ O(1)
    infoJ ← Siguiente(j.jugadoresPorID[e].info)    ▷ O(1)
    if infoJ.estaConectado then                    ▷ O(1)
      posJugador ← infoJ.posicion                 ▷ O(1)
      if (iHayPokemonCercano(posJugador, j) then    ▷ O(1)
        if iPosPokemonCercano(posJugador, j) = c then ▷ O(1)
          if iHayCamino(c, posJugador, Mapa(j)) then ▷ O(1)
            AgregarRapido(ePosibles, e)           ▷ O(copy(e)) Copiar un Nat es O(1)
          end if
        end if
      end if
    end while
  end if
  Avanzar(itE)                                     ▷ O(1)
end if
res ← ePosibles                                    ▷ O(1)

```

Complejidad: $O(\#(es))$

Justificación: Se itera por completo el conjunto de jugadores 'es'. En peor caso, todos los elementos de 'es' deben ser agregados al resultado.

end

```

H|iIndiceRareza(in j: estr, in p: Pokemon) → res : Nat
  cuantosP ← iCantMismaEspecie(j, p)                ▷ O(|p.tipo|)
  res ← 100 - (100 x cuantosP / iCantPokemonesTotales) ▷ O(1)

```

Complejidad: $O(|P|)$

Justificación: Siendo $|P|$ el nombre mas largo para un pokemon en el juego.

end

```

H|iCantPokemonesTotales(in j: estr) → res : Nat
  res ← Cardinal(j.todosLosPokemones)                ▷ O(1)

```

Complejidad: $O(1)$

Justificación: Pide el cardinal de un conjunto.

end

```

H|iCantMismaEspecie(in j: estr, in p: Pokemon) → res : Nat
  if Definido?(j.pokemones, p.tipo) then            ▷ O(|P|)
    res ← Longitud(Obtener(j.pokemones, p.tipo))    ▷ O(|P|)
  else
    res ← 0                                           ▷ O(1)
  end if

```

Complejidad: $O(|P|)$

Justificación: En peor caso, el pokemon que se busca es el de nombre mas largo o no esta en el diccionario.

end

```

H|DamePos(in p: Nat, in step: Nat) → res : Nat

```

```
if  $p \geq \text{step}$  then                                ▷ O(1)
     $\text{res} \leftarrow p - \text{step}$                         ▷ O(1)
else
     $\text{res} \leftarrow 0$                                 ▷ O(1)
end if
```

Complejidad: O(1)

Justificación: Aritmetica de naturales.

end

4. Modulo Diccionario Matriz($coor, \sigma$)

El modulo Diccionario Matriz provee un diccionario por posiciones en el que se puede definir, y consultar si hay un valor en una posicion en tiempo $O(copy(\sigma))$. Ademas, se puede borrar en tiempo lineal sobre las dimensiones de la matriz, y obtener un iterador a un conjunto lineal de claves.

El principal costo se paga al crear la estructura o borrar un dato, dado que cuesta tiempo lineal *ancho* por *largo*.

Interfaz

parametros formales

generos $coor, \sigma$

se explica con: $DICCMAT(Nat, Nat, \sigma)$,

generos: $diccMat(coor, \sigma)$.

VACIO(**in** Nat : 1 argo, **in** Nat : a ncho) $\rightarrow res : diccMat(coor, \sigma)$

Pre $\equiv \{largo * ancho > 0\}$

Post $\equiv \{res =_{obs} vacio(largo, ancho)\}$

Complejidad: $\Theta(ancho * largo)$

Descripción: Genera un diccionario vacio, de tamaño $ancho * largo$.

DEFINIR(**in/out** $d : diccMat(coor, \sigma)$, **in** $c : coor$, **in** $s : \sigma$)

Pre $\equiv \{d =_{obs} d_0 \wedge enRango(c_1, c_2, d)\}$

Post $\equiv \{d =_{obs} definir(c_1, c_2, s, d_0)\}$

Complejidad: $\Theta(copy(s))$

Descripción: define el significado s en el $diccMat$, en la posicion representada por c .

DEFINIDO?(**in** $d : diccMat(coor, \sigma)$, **in** $c : coor$) $\rightarrow res : bool$

Pre $\equiv \{enRango(c_1, c_2, d)\}$

Post $\equiv \{res =_{obs} def?(c_1, c_2, d)\}$

Complejidad: $\Theta(1)$

Descripción: devuelve **true** si y solo si c tiene un valor en el $diccMat$.

SIGNIFICADO(**in** $d : diccMat(coor, \sigma)$, **in** $c : coor$) $\rightarrow res : \sigma$

Pre $\equiv \{enRango(c_1, c_2, d) \wedge_L def?(c_1, c_2, d)\}$

Post $\equiv \{alias(res =_{obs} obtener(c_1, c_2, d))\}$

Complejidad: $\Theta(copy(s))$

Descripción: Devuelve el valor de d en la posicion c .

BORRAR(**in/out** $d : diccMat(coor, \sigma)$, **in** $c : coor$)

Pre $\equiv \{d = d_0 \wedge enRango(c_1, c_2, d) \wedge_L def?(c_1, c_2, d)\}$

Post $\equiv \{d =_{obs} borrar(c_1, c_2, d_0)\}$

Complejidad: $\Theta(1)$

Descripción: Elimina el valor en la posicion c en d .

COORDENADAS(**in** $d : diccMat(coor, \sigma)$) $\rightarrow res : itConj(coor)$

Pre $\equiv \{true\}$

Post $\equiv \{alias(esPermutacion?(SecuSuby(res), claves(d)))\}$

Complejidad: $\Theta(1)$

Descripción: Devuelve un iterador al conjunto de claves de d .

ANCHO(**in** $d : diccMat(coor, \sigma)$) $\rightarrow res : Nat$

Pre $\equiv \{true\}$

Post $\equiv \{res =_{obs} ancho(d)\}$

Complejidad: $\Theta(1)$

Descripción: Devuelve el ancho de d

LARGO(**in** $d : diccMat(coor, \sigma)$) $\rightarrow res : Nat$

Pre $\equiv \{true\}$

Post $\equiv \{res =_{obs} largo(d)\}$

Complejidad: $\Theta(1)$

Descripción: Devuelve el largo de d

4.0.1. Especificacion de las operaciones auxiliares utilizadas en la interfaz

TAD DICCMATRIZ($\text{NAT}, \text{NAT}, \sigma$)

géneros $\text{diccMat}(\text{Nat}, \text{Nat}, \sigma)$

exporta $\text{diccMat}(\text{Nat}, \text{Nat}, \sigma)$, generadores, observadores, borrar, claves

usa $\text{NAT}, \text{BOOL}, \text{CONJ}(\text{TUPLA}(\text{NAT}, \text{NAT}))$

igualdad observacional

$$(\forall d, d' : \text{DiccMat}(\text{Nat}, \text{Nat}, \sigma)) \left(d =_{\text{obs}} d' \iff \left(\begin{array}{l} (\text{ancho}(d) =_{\text{obs}} \text{ancho}(d') \wedge \text{largo}(d) =_{\text{obs}} \text{largo}(d')) \\ \text{largo}(d') \wedge_{\text{L}} \\ (\forall x, y : \text{Nat}) (\text{def?}(x, y, d) =_{\text{obs}} \text{def?}(x, y, d')) \\ \wedge_{\text{L}} \\ \text{def?}(x, y, d) \Rightarrow_{\text{L}} \text{obtener}(x, y, d) =_{\text{obs}} \text{obtener}(x, y, d') \end{array} \right) \right)$$

observadores básicos

$\text{largo} : \text{diccMat}(\text{Nat} \times \text{Nat} \times \sigma) \longrightarrow \text{Nat}$

$\text{ancho} : \text{diccMat}(\text{Nat} \times \text{Nat} \times \sigma) \longrightarrow \text{Nat}$

$\text{def?} : \text{Nat } x \times \text{Nat } y \times \text{diccMat}(\text{Nat} \times \text{Nat} \times \sigma) d \longrightarrow \text{Bool} \quad \{\text{enRango}(x, y, d)\}$

$\text{obtener} : \text{Nat } x \times \text{Nat } y \times \text{diccMat}(\text{Nat} \times \text{Nat} \times \sigma) d \longrightarrow \sigma \quad \{\text{enRango}(x, y, d) \wedge_{\text{L}} \text{def?}(x, y, d)\}$

generadores

$\text{vacío} : \text{Nat } \text{largo} \times \text{Nat } \text{ancho} \longrightarrow \text{diccMat}(\text{Nat}, \text{Nat}, \sigma) \quad \{\text{largo} * \text{ancho} > 0\}$

$\text{definir} : \text{Nat } x \times \text{Nat } y \times \sigma s \times \text{diccMat}(\text{Nat} \times \text{Nat} \times \sigma) d \longrightarrow \text{diccMat}(\text{Nat}, \text{Nat}, \sigma) \quad \{\text{enRango}(x, y, d)\}$

otras operaciones

$\text{borrar} : \text{Nat } x \times \text{Nat } y \times \text{diccMat}(\text{Nat} \times \text{Nat} \times \sigma) d \longrightarrow \text{diccMat}(\text{Nat}, \text{Nat}, \sigma) \quad \{\text{enRango}(x, y, d) \wedge_{\text{L}} \text{def?}(x, y, d)\}$

$\text{claves} : \text{diccMat}(\text{Nat} \times \text{Nat} \times \sigma) \longrightarrow \text{conj}(\text{tupla}(\text{Nat}, \text{Nat}))$

otras operaciones (no exportadas)

$\text{enRango} : \text{Nat} \times \text{Nat} \times \text{diccMat}(\text{Nat} \times \text{Nat} \times \text{sinificado}) \longrightarrow \text{Bool}$

axiomas $\forall x, y, m, n : \text{Nat} \forall d : \text{diccMat}(\text{Nat}, \text{Nat}, \sigma) \forall s : \sigma$

$\text{largo}(\text{vacío}(m, n)) \equiv m$

$\text{ancho}(\text{vacío}(m, n)) \equiv n$

$\text{def?}(x, y, \text{vacío}(m, n)) \equiv \text{false}$

$\text{largo}(\text{definir}(x, y, s, d)) \equiv \text{largo}(d)$

$\text{ancho}(\text{definir}(x, y, s, d)) \equiv \text{ancho}(d)$

$\text{def?}(x, y, \text{definir}(m, n, s, d)) \equiv (x = m \wedge y = n) \vee \text{def?}(x, y, d)$

$\text{obtener}(x, y, \text{definir}(m, n, s, d)) \equiv \text{if } (x = m \wedge y = n) \text{ then } s \text{ else } \text{obtener}(x, y, d) \text{ fi}$

```

borrar(x,y, definir(m,n,s,d))  $\equiv$  if (x = m  $\wedge$  y = n) then
    if def?(x,y,d) then borrar(x,y,d) else d fi
    else
        definir(m,n,s,borrar(x,y,d))
    fi

claves(vacio)  $\equiv \emptyset$ 

claves(definir(x,y,s,d))  $\equiv$  Ag((x,y),claves(d))

enRango(x,y, d)  $\equiv$  x < largo(d)  $\wedge$  y < ancho(d)

```

Fin TAD

Representación

Diccionario Matriz se representa con dicc

donde dicc es tupla(*posiciones*: arregloDimensionable de < bool, itConj(σ), σ > , *claves*: conjLineal(coor) , *ancho*: Nat , *largo*: Nat)

Rep : dicc \rightarrow bool

Rep(*d*) \equiv true \iff (tam(*d.posiciones*) =_{obs} (*d.ancho* x *d.largo*)) \wedge_L (($\forall c : \text{coor}$) (*c* \in *d.claves*) \iff definido?(*d.posiciones*, latitud(*c*) x *d.ancho* + longitud(*c*)) \wedge_L (*d.posiciones*[latitud(*c*) x *d.ancho* + longitud(*c*)]₁ =_{obs} true)) \wedge_L (($\forall c : \text{coor}$) (*c* \in *d.claves* \iff (Siguiente(*d.posiciones*[latitud(*c*) x *d.ancho* + longitud(*c*)]₂) =_{obs} *c*)))

Abs : dicc *d* \rightarrow diccMat {Rep(*d*)}

Abs(*d*) \equiv =_{obs} *d'*: diccMat | *d.claves* = *claves*(*d'*) \wedge *d.ancho* = *ancho*(*d'*) \wedge *d.largo* = *largo*(*d'*) \wedge ($\forall c \leftarrow d.claves$) *d.posiciones*[longitud(*c*) * *d.ancho* + latitud(*c*)] = significado(longitud(*c*), latitud(*c*), *d'*)

Algoritmos

Trabajo Práctico II Algoritmos del modulo

H|iVacio(in *l*: Nat, in *a*: Nat) \rightarrow *res*: dicc

```

1: res.largo  $\leftarrow$  l  $\triangleright \Theta(1)$ 
2: res.ancho  $\leftarrow$  a  $\triangleright \Theta(1)$ 
3: res.posiciones  $\leftarrow$  CrearArreglo(a * l)  $\triangleright \Theta(a * l)$ 
4: res.claves  $\leftarrow$  Vacio()  $\triangleright \Theta(1)$ 

Complejidad:  $\Theta(a * l)$ 

```

end

H|iDefinir(in/out *d*: dicc, in *c*: coor, in *s*: σ)

```

1: sig : tupla  $\triangleright O(1)$ 
2: sig1  $\leftarrow$  true  $\triangleright O(1)$ 
3: sig3  $\leftarrow$  s  $\triangleright \Theta(copy(s))$ 
4: if  $\neg$  (Definido?(d, Aplanar(d,c))) then
5:   sig2  $\leftarrow$  AgregarRapido(d.claves, c)  $\triangleright \Theta(copy(s))$ 
6: else
7:   sig2  $\leftarrow$  d.posiciones[Aplanar(d, c)]2  $\triangleright O(1)$ 
8: end if
9: d.posiciones[Aplanar(d, c)]  $\leftarrow$  sig  $\triangleright \Theta(copy(s))$ 

```

Complejidad: $\Theta(\text{copy}(s))$

Justificación: *Definido?* y *Aplanar* tienen costo $\Theta(1)$, *AgregarRapido* y *Definir* tienen costo $\Theta(\text{copy}(s))$.
Aplicando algebra de ordenes: $\Theta(1) + \Theta(1) + \Theta(\text{copy}(s)) + \Theta(\text{copy}(s)) = \Theta(\text{copy}(s))$

end

H|iDefinido?(in d : dicc, in c : coor) $\rightarrow res$: bool

1: $res \leftarrow \text{Definido?}(d.\text{posiciones}, \text{Aplanar}(d, c)) \wedge_L d.\text{posiciones}[\text{Aplanar}(d, c)]_1$ \triangleright Si no esta definido o esta marcado como borrado, se devuelve que no esta definido $\Theta(1)$

Complejidad: $\Theta(1)$

Justificación: *Aplanar* tiene costo $\Theta(1)$, luego, como *Definido?* y consular una posicion de un arreglo tienen costo $\Theta(1)$. Aplicando algebra de ordenes: $\Theta(1) + \Theta(1) + \Theta(1) = \Theta(1)$

end

H|iSignificado(in d : dicc, in c : coor) $\rightarrow res$: σ

1: $res \leftarrow d.\text{posiciones}[\text{Aplanar}(d, c)]$ $\triangleright \Theta(1)$

Complejidad: $\Theta(1)$

end

H|iBorrar(in/out d : dicc, in c : coor)

1: EliminarSiguiente($d.\text{posiciones}[\text{Aplanar}(d, c)]_2$) $\triangleright \Theta(1)$

2: $d.\text{posiciones}[\text{Aplanar}(d, c)] \leftarrow \text{false}, \text{CrearIt}(\text{Vacio}()), d.\text{posiciones}[\text{Aplanar}(d, c)] >$ $\triangleright \Theta(1)$

Complejidad: $\Theta(1)$

end

H|iCoordenadas(in d : dicc) $\rightarrow res$: $itConj(\text{coor})$

1: $res \leftarrow \text{CrearIt}(d.\text{claves})$ $\triangleright \Theta(1)$

Complejidad: $\Theta(1)$

end

H|iAplanar(in d : dicc, in c : coor) $\rightarrow res$: nat

1: $res \leftarrow \text{Longitud}(c) * d.\text{ancho} + \text{Latitud}(c)$ $\triangleright \Theta(1)$

Complejidad: $\Theta(1)$

Justificación: Son operaciones matematicas de Nat

end

H|iLargo(in d : dicc) $\rightarrow res$: nat

1: $res \leftarrow d.\text{largo}$ $\triangleright \Theta(1)$

Complejidad: $\Theta(1)$

end

H|iAncho(in d : dicc) $\rightarrow res$: nat

1: $res \leftarrow d.\text{ancho}$ $\triangleright \Theta(1)$

Complejidad: $\Theta(1)$

end

5. Módulo Cola de mínima prioridad(α)

5.1. Especificación

TAD COLA DE MÍNIMA PRIORIDAD(α)

igualdad observacional

$$(\forall c, c' : \text{colaMinPrior}(\alpha)) \left(c =_{\text{obs}} c' \iff \begin{pmatrix} \text{vacía?}(c) =_{\text{obs}} \text{vacía?}(c') \wedge_L \\ (\neg \text{vacía?}(c) \Rightarrow_L (\text{próximo}(c) =_{\text{obs}} \text{próximo}(c') \wedge \\ \text{desencolar}(c) =_{\text{obs}} \text{desencolar}(c'))) \end{pmatrix} \right)$$

parámetros formales

géneros α

operaciones $\bullet < \bullet : \alpha \times \alpha \longrightarrow \text{bool}$

géneros $\text{colaMinPrior}(\alpha)$

exporta $\text{colaMinPrior}(\alpha)$, generadores, observadores

usa **BOOL**

observadores básicos

$\text{vacía?} : \text{colaMinPrior}(\alpha) \longrightarrow \text{bool}$

$\text{próximo} : \text{colaMinPrior}(\alpha) \ c \longrightarrow \alpha \quad \{\neg \text{vacía?}(c)\}$

$\text{desencolar} : \text{colaMinPrior}(\alpha) \ c \longrightarrow \text{colaMinPrior}(\alpha) \quad \{\neg \text{vacía?}(c)\}$

generadores

$\text{vacía} : \longrightarrow \text{colaMinPrior}(\alpha)$

$\text{encolar} : \alpha \times \text{colaMinPrior}(\alpha) \longrightarrow \text{colaMinPrior}(\alpha)$

otras operaciones

$\text{tamaño} : \text{colaMinPrior}(\alpha) \longrightarrow \text{nat}$

axiomas $\forall c : \text{colaMinPrior}(\alpha), \forall e : \alpha$

$\text{vacía?}(\text{vacía}) \equiv \text{true}$

$\text{vacía?}(\text{encolar}(e, c)) \equiv \text{false}$

$\text{próximo}(\text{encolar}(e, c)) \equiv \text{if } \text{vacía?}(c) \vee_L \text{próximo}(c) > e \text{ then } e \text{ else } \text{próximo}(c) \text{ fi}$

$\text{desencolar}(\text{encolar}(e, c)) \equiv \text{if } \text{vacía?}(c) \vee_L \text{próximo}(c) > e \text{ then } c \text{ else } \text{encolar}(e, \text{desencolar}(c)) \text{ fi}$

Fin TAD

5.2. Interfaz

parámetros formales

géneros α

se explica con: COLA DE MÍNIMA PRIORIDAD(NAT).

géneros: $\text{colaMinPrior}(\alpha)$.

5.2.1. Operaciones básicas de ColaMinPrior

VACÍA() $\rightarrow res : colaMinPrior(\alpha)$

Pre $\equiv \{true\}$

Post $\equiv \{res =_{obs} vacía\}$

Complejidad: $O(1)$

Descripción: Crea una cola de prioridad vacía

VACÍA?(in $c : colaMinPrior(\alpha)$) $\rightarrow res : bool$

Pre $\equiv \{true\}$

Post $\equiv \{res =_{obs} vacía?(c)\}$

Complejidad: $O(1)$

Descripción: Devuelve true si y sólo si la cola está vacía

PRÓXIMO(in $c : colaMinPrior(\alpha)$) $\rightarrow res : \alpha$

Pre $\equiv \{\neg vacía?(c)\}$

Post $\equiv \{alias(res =_{obs} próximo(c))\}$

Complejidad: $O(1)$

Descripción: Devuelve el próximo elemento a desencolar

Aliasing: res es modificable si y sólo si c es modificable

DESENCOLAR(in/out $c : colaMinPrior(\alpha)$)

Pre $\equiv \{\neg vacía?(c) \wedge c =_{obs} c_0\}$

Post $\equiv \{c =_{obs} desencolar(c_0)\}$

Complejidad: $O(\log(\text{tamaño}(c)))$

Descripción: Quita el elemento más prioritario

ENCOLAR(in/out $c : colaMinPrior(\alpha)$, in $p : nat$, in $a : \alpha$) $\rightarrow res : itColaMin(\alpha)$

Pre $\equiv \{c =_{obs} c_0\}$

Post $\equiv \{c =_{obs} encolar(p, c_0) \wedge res =_{obs} CrearIt(ColaASecu(c_0), a) \wedge alias(SecuSuby(res) = ColaASecu(c))\}$

Complejidad: $O(\log(|c|)) + copy(a)$

Descripción: Agrega el elemento a de tipo α con prioridad p a la cola

Aliasing: Se agrega el elemento por copia

5.2.2. Operaciones del Iterador

CREARIT(in $c : colaMinPrior(\alpha)$) $\rightarrow res : itColaMin(\alpha)$

Pre $\equiv \{true\}$

Post $\equiv \{Alias(EsPermutacion(SecuSuby(res), c))\}$

Complejidad: $\Theta(1)$

Descripción: Crea un iterador de Cola Mínima de Prioridad(α)

Aliasing: El iterador se invalida si y solo si se elimina el elemento siguiente del iterador

HAYSIGUIENTE?(in $it : itColaMin(\alpha)$) $\rightarrow res : bool$

Pre $\equiv \{true\}$

Post $\equiv \{res =_{obs} haySiguiente?(it)\}$

Complejidad: $\Theta(1)$

Descripción: Devuelve true si y solo si en el iterador todavía quedan elementos para avanzar

SIGUIENTE(in $it : itColaMin(\alpha)$) $\rightarrow res : \alpha$

Pre $\equiv \{haySiguiente?(it)\}$

Post $\equiv \{Alias(res =_{obs} Siguiente(it))\}$

Complejidad: $\Theta(1)$

Descripción: Devuelve el elemento de la siguiente posición del iterador

Aliasing: res es modificable si y solo si it es modificable

ELIMINARSIGUIENTE(in/out $it : itColaMin(\alpha)$)

Pre $\equiv \{it =_{obs} it_0 \wedge haySiguiente?(it)\}$

Post $\equiv \{it =_{obs} EliminarSiguiente(it_0)\}$

Complejidad: $\Theta(1)$

Descripción: Elimina de la cola el valor que se encuentra en la posición siguiente del iterador.

5.3. Representación

5.3.1. Representación de ColaMinPrior(α)

ColaMinPrior(α) se representa con *estr*

donde *estr* es *tupla*(*proximo*: puntero(nodo), *tamano*: nat)

donde *nodo* es *tupla*(*prior*: Nat, *elem*: α , *padre*: puntero(nodo), *izq*: puntero(nodo), *der*: puntero(nodo))

5.3.2. Invariante de Representación (Rehacer con nueva estructura)

- (I) Si la cola esta vacía el primer elemento es nulo.
- (II) Si no esta vacía, si su elemento izquierdo esta definido la prioridad de la raíz es mayor y la raíz es el padre del elemento.
- (III) Si no esta vacía, si su elemento derecho esta definido la prioridad de la raíz es mayor y la raíz es el padre del elemento.
- (IV) El subarbol derecho e izquierdo cumplen con el invariante.

$\text{Rep} : \text{estr} \rightarrow \text{bool}$

$\text{Rep}(e) \equiv \text{true} \iff$

$(e.\text{proximo} = \text{NULL}) = (e.\text{tamaño} = 0) \wedge_L$

$(e.\text{proximo} \neq \text{NULL}) \Rightarrow_L ($

$(e.\text{proximo} \rightarrow \text{izq} \neq \text{NULL} \wedge_L ((e.\text{proximo} \rightarrow \text{prior} > (e.\text{proximo} \rightarrow \text{izq}) \rightarrow \text{prior}) \wedge (e.\text{proximo} \rightarrow$

$(e.\text{proximo} \rightarrow \text{izq}) \rightarrow \text{padre})))$

$(e.\text{proximo} \rightarrow \text{der} \neq \text{NULL} \wedge_L ((e.\text{proximo} \rightarrow \text{prior} > (e.\text{proximo} \rightarrow \text{der}) \rightarrow \text{prior}) \wedge (e.\text{proximo} \rightarrow$

$(e.\text{proximo} \rightarrow \text{der}) \rightarrow \text{padre}))) \wedge$

$\text{Rep}(\text{SubArbolIzq}(e)) \wedge \text{Rep}(\text{SubArbolDer}(e))$

$\text{SubArbolIzq} : \text{estr} \rightarrow \text{estr}$

$\text{SubArbolIzq}(c) \equiv$

$\text{estr}(c.\text{proximo} \rightarrow \text{izq}, c.\text{tamaño}-1)$

$\text{SubArbolDer} : \text{estr} \rightarrow \text{estr}$

$\text{SubArbolDer}(c) \equiv$

$\text{estr}(c.\text{proximo} \rightarrow \text{der}, c.\text{tamaño}-1)$

5.3.3. Función de Abstracción

$\text{Abs} : \text{estr } e \rightarrow \text{colaMinPrior}(\alpha)$

$\{\text{Rep}(e)\}$

$\text{Abs}(e) \equiv =_{\text{obs}} c: \text{colaMinPrior}(\alpha) \mid (\text{if } \text{vacía?}(e) \text{ then } \text{vacía} \text{ else } \text{encolar}(\text{proximo}(c), \text{Abs}(\text{desencolar}(c))) \text{ fi})$

5.3.4. Representación del Iterador Cola de Prioridad

ItColaMin(α) se representa con *iter*

donde *iter* es *tupla*(*siguiente*: puntero(nodo), *arbol*: puntero(ColaMinPrior(α)))

5.3.5. Invariante de Representación

- (I) Tiene que valer el rep de la cola.
- (II) El siguiente es invalido o esta en la cola

$\text{Rep} : \text{iter} \longrightarrow \text{bool}$

$\text{Rep}(it) \equiv \text{true} \iff$
 $\text{Rep}(*(\text{it.col}) \wedge_L$
 $(\text{it.siguiete} = \text{NULL} \vee_L (\text{Esta?}(\text{it.siguiete}, *(\text{it.col})))$

$\text{Esta?} : \text{puntero}(\text{Nodo}) \times \text{estr} \longrightarrow \text{bool}$

$\text{Esta?}(p, c) \equiv$
 $p = c.\text{proximo} \vee_L (\text{Esta?}(p, \text{SubArbolIzq}(c))) \vee_L (\text{Esta?}(p, \text{SubArbolDer}(c)))$

5.3.6. Función de Abstracción

$\text{Abs} : \text{estr } it \longrightarrow \text{itColaMin} \quad \{\text{Rep}(it)\}$

$\text{Abs}(it) \equiv =_{\text{obs}} u : \text{itColaMin} \mid (\text{Siguietes}(u) = \text{deColaASecu}(\text{it.col}))$

▷ La función deColaASecu convierte todos los elementos de la cola en una secu(α)

5.4. Algoritmos

5.4.1. Algoritmos del Modulo

H|iVacía() $\rightarrow res : \text{estr}$

1: $res \leftarrow \langle \text{NULL}, 0 \rangle$

▷ $\Theta(1)$

Complejidad: $\Theta(1)$

end

H|iVacía?(in c: estr) $\rightarrow res : \text{Bool}$

1: $res \leftarrow (c.\text{proximo} = \text{NULL})$

▷ $\Theta(1)$

Complejidad: $\Theta(1)$

end

H|iPróximo(in c: estr) $\rightarrow res : \alpha$

1: $res \leftarrow \text{CrearIt}(c).\text{Siguiete} \rightarrow \text{elem}$

▷ $\Theta(1)$

Complejidad: $\Theta(1)$

end

H|iUltimoNodo(in/out c: estr) $\rightarrow res : \text{puntero}(\text{Nodo})$

1: $A : \text{arreglo}_{\text{dimensionable}} \text{denat}$

▷ $\Theta(1)$

2: $A \leftarrow i\text{DecimalABinario}(c.\text{tamao})$ ▷ Convertir un decimal a binario tiene complejidad logaritmica del largo de número $\Theta(\log(|c|))$

3: $\text{puntero}(\text{Nodo})n \leftarrow c.\text{proximo}$

▷ $\Theta(1)$

4: **for** $i \leftarrow 1$ **to** $\text{tam}(A) - 1$ **do** ▷ Se empieza desde el segundo elemento porque ya está posicionado en el primer elemento que por precondition no es nulo $\Theta(|A|) = \Theta(\log(|c|))$

5: **if** $A[i] = 0$ **then**

6: $n \leftarrow (n \rightarrow \text{izq})$

▷ $\Theta(1)$

7: **else**

8: $n \leftarrow (n \rightarrow \text{der})$

▷ $\Theta(1)$

9: **end if**

10: **end for**

11: $res \leftarrow n$ $\triangleright \Theta(1)$

Complejidad: $\Theta(\log(|c|))$

end

H|iDesencolar(in/out c: estr)

1: $puntero(Nodo)n \leftarrow iUltimoNodo(c)$ $\triangleright \Theta(\log(|c|))$
 2: $iSwapCola(c.proximo, n)$ $\triangleright \Theta(1)$
 3: **if** $c.tamano > 1$ **then**
 4: **if** $c.tamanomod2 = 0$ **then**
 5: $n \leftarrow padre \leftarrow izq \leftarrow NULL$ $\triangleright \Theta(1)$
 6: **else**
 7: $n \leftarrow padre \leftarrow der \leftarrow NULL$ $\triangleright \Theta(1)$
 8: **end if**
 9: $c.tamano \leftarrow c.tamano - 1$ $\triangleright \Theta(1)$
 10: $iBajar(c, n)$ $\triangleright \Theta(\log(|c|))$
 11: **else**
 12: $c.proximo \leftarrow NULL$ $\triangleright \Theta(1)$
 13: $c.tamano \leftarrow 0$ $\triangleright \Theta(1)$
 14: **end if**

Complejidad: $\Theta(\log(|c|))$

end

H|iPadreNuevoNodo(in/out c: estr) $\rightarrow res : puntero(Nodo)$

1: $A : arreglo_{dimencionable}denat$ $\triangleright \Theta(1)$
 2: $A \leftarrow iDecimalABinario(c.tamano + 1)$ \triangleright Convertir un decimal a binario tiene complejidad logaritmica del largo de número $\Theta(\log(|c|))$
 3: $puntero(Nodo)n \leftarrow c.proximo$ $\triangleright \Theta(1)$
 4: **for** $i \leftarrow 1$ **to** $tam(A) - 2$ **do** \triangleright Se empieza desde el segundo elemento porque ya está posicionado en el primer elemento que por precondition no es nulo $\Theta(|A|) = \Theta(\log(|c|))$
 5: **if** $A[i] = 0$ **then**
 6: $n \leftarrow (n \rightarrow izq)$ $\triangleright \Theta(1)$
 7: **else**
 8: $n \leftarrow (n \rightarrow der)$ $\triangleright \Theta(1)$
 9: **end if**
 10: **end for**
 11: $res \leftarrow n$ $\triangleright \Theta(1)$

Complejidad: $\Theta(\log(|c|))$

end

H|iEncolar(in/out c: estr, in prioridad: nat, in a: α) $\rightarrow res : iter$

1: $puntero(Nodo) : padre \leftarrow iPadreNuevoNodo(c)$ $\triangleright \Theta(\log(|c|))$
 2: $Nodo : nuevo \leftarrow \langle prioridad, a, padre, NULL, NULL \rangle$ $\triangleright \Theta(1)$
 3: **if** $padre \rightarrow izq = NULL$ **then** $\triangleright \Theta(1)$
 4: $padre \rightarrow izq = \&nuevo$ $\triangleright \Theta(1)$
 5: **else**
 6: $padre \rightarrow der = \&nuevo$ $\triangleright \Theta(1)$
 7: **end if**
 8: $c.tamano \leftarrow c.tamano + 1$ $\triangleright \Theta(1)$
 9: $iSubir(c, nuevo)$ $\triangleright \Theta(\log(|c|))$
 10: $res \leftarrow CrearItEncolado(nuevo, c)$ $\triangleright \Theta(1)$

Complejidad: $\Theta(\log(|c|)) + copy(\alpha)$

end

H|iBajar(in/out c: estr, in n: puntero(Nodo))

```

1: bool : swap  $\leftarrow$  true  $\triangleright \Theta(1)$ 
2: bool : esHoja  $\leftarrow$  (n  $\rightarrow$  izq = NULL  $\wedge$  n  $\rightarrow$  der = NULL)  $\triangleright \Theta(1)$ 
3: while  $\neg$ esHoja  $\wedge$  swap do  $\triangleright$  Lo máximo que se puede llegar a avanzar es la altura del árbol  $\Theta(\log(|c|))$ 
4:   swap  $\leftarrow$  false  $\triangleright \Theta(1)$ 
5:   if n  $\rightarrow$  der = NULL then  $\triangleright \Theta(1)$ 
6:     if n  $\rightarrow$  izq  $\rightarrow$  prior < n  $\rightarrow$  prior then  $\triangleright \Theta(1)$ 
7:       iSwapCola(n  $\rightarrow$  izq, n)  $\triangleright \Theta(1)$ 
8:       swap  $\leftarrow$  true  $\triangleright \Theta(1)$ 
9:     end if
10:  else
11:    if n  $\rightarrow$  izq = NULL then  $\triangleright \Theta(1)$ 
12:      if n  $\rightarrow$  der  $\rightarrow$  prior < n  $\rightarrow$  prior then  $\triangleright \Theta(1)$ 
13:        iSwapCola(n  $\rightarrow$  izq, n)  $\triangleright \Theta(1)$ 
14:        swap  $\leftarrow$  true  $\triangleright \Theta(1)$ 
15:      end if
16:    else
17:      if n  $\rightarrow$  der  $\rightarrow$  prior < n  $\rightarrow$  izq  $\rightarrow$  prior then  $\triangleright \Theta(1)$ 
18:        if n  $\rightarrow$  der  $\rightarrow$  prior < n  $\rightarrow$  prior then  $\triangleright \Theta(1)$ 
19:          iSwapCola(n  $\rightarrow$  izq, n)  $\triangleright \Theta(1)$ 
20:          swap  $\leftarrow$  true  $\triangleright \Theta(1)$ 
21:        else
22:          if n  $\rightarrow$  izq  $\rightarrow$  prior < n  $\rightarrow$  prior then  $\triangleright \Theta(1)$ 
23:            iSwapCola(n  $\rightarrow$  izq, n)  $\triangleright \Theta(1)$ 
24:            swap  $\leftarrow$  true  $\triangleright \Theta(1)$ 
25:          end if
26:        end if
27:      else
28:        if n  $\rightarrow$  izq  $\rightarrow$  prior < n  $\rightarrow$  prior then  $\triangleright \Theta(1)$ 
29:          iSwapCola(n  $\rightarrow$  izq, n)  $\triangleright \Theta(1)$ 
30:          swap  $\leftarrow$  true  $\triangleright \Theta(1)$ 
31:        else
32:          if n  $\rightarrow$  der  $\rightarrow$  prior < n  $\rightarrow$  prior then  $\triangleright \Theta(1)$ 
33:            iSwapCola(n  $\rightarrow$  izq, n)  $\triangleright \Theta(1)$ 
34:            swap  $\leftarrow$  true  $\triangleright \Theta(1)$ 
35:          end if
36:        end if
37:      end if
38:    end if
39:  end if
40:  esHoja  $\leftarrow$  (n  $\rightarrow$  izq = NULL  $\wedge$  n  $\rightarrow$  der = NULL)  $\triangleright \Theta(1)$ 
41: end while

```

Complejidad: $\Theta(\log(|c|))$

end

H|iSubir(in/out c: estr, in n: puntero(Nodo))

```

1: bool : swap  $\leftarrow$  true  $\triangleright \Theta(1)$ 
2: bool : esRaiz  $\leftarrow$  (n  $\rightarrow$  padre = NULL)  $\triangleright \Theta(1)$ 
3: while  $\neq$  esRaiz  $\wedge$  swap do  $\triangleright$  Lo máximo que se puede llegar a avanzar es la altura del árbol  $\Theta(\log(|c|))$ 
4:   swap  $\rightarrow$  false  $\triangleright \Theta(1)$ 
5:   if n  $\rightarrow$  prior < n  $\rightarrow$  padre  $\rightarrow$  prior then  $\triangleright \Theta(1)$ 

```

```

6:      swapCola( $n \rightarrow padre, n$ )                                 $\triangleright \Theta(1)$ 
7:      swap  $\rightarrow true$                                               $\triangleright \Theta(1)$ 
8:  end if
9:      esRaiz  $\leftarrow (n \rightarrow padre = NULL)$                  $\triangleright \Theta(1)$ 
10: end while
    Complejidad:  $\Theta(\log(|c|))$ 

```

end

H|iSwapCola(in/out p: puntero(Nodo), in/out q: puntero(Nodo))

```

1:  Nodo : aux  $\leftarrow (*p)$                                           $\triangleright \Theta(Copy(\alpha))$ 
2:   $p \rightarrow padre \leftarrow q \rightarrow padre$                       $\triangleright \Theta(1)$ 
3:   $p \rightarrow izq \leftarrow q \rightarrow izq$                             $\triangleright \Theta(1)$ 
4:   $p \rightarrow der \leftarrow q \rightarrow der$                               $\triangleright \Theta(1)$ 
5:   $q \rightarrow padre \leftarrow aux.padre$                                 $\triangleright \Theta(1)$ 
6:   $q \rightarrow izq \leftarrow aux.izq$                                     $\triangleright \Theta(1)$ 
7:   $q \rightarrow der \leftarrow aux.der$                                   $\triangleright \Theta(1)$ 
    Complejidad:  $\Theta(Copy(\alpha))$ 

```

end

H|iDecimalABinario(in d: nat) $\rightarrow res$: arreglo(nat)

```

1:  lista( $\alpha$ ) : temp  $\leftarrow Vacia()$                                  $\triangleright \Theta(1)$ 
2:  while  $d > 1$  do                                                     $\triangleright$  Lo máximo que se puede llegar a iterar es  $\log(d)$   $\Theta(\log(d))$ 
3:      AgregarAdelante(temp, dmod2)                                 $\triangleright \Theta(1)$ 
4:       $d \leftarrow d/2$                                                $\triangleright$  División entera  $\Theta(1)$ 
5:  end while
6:  AgregarAdelante(temp, d)                                           $\triangleright \Theta(1)$ 
7:  it  $\leftarrow CrearIt(temp)$                                         $\triangleright \Theta(1)$ 
8:  nati  $\leftarrow 0$                                                    $\triangleright \Theta(1)$ 
9:  arreglo(nat)bin  $\leftarrow CrearArreglo(Longitud(temp))$            $\triangleright \Theta(1)$ 
10: while HaySiguiente(it) do                                          $\triangleright$  El largo de la lista es  $\log(d)$   $\Theta(|temp|) = \Theta(\log(d))$ 
11:     bin[i]  $\leftarrow Siguiente(it)$                                  $\triangleright \Theta(1)$ 
12:      $i \leftarrow i + 1$                                             $\triangleright \Theta(1)$ 
13: end while
14: res  $\leftarrow bin$                                                  $\triangleright \Theta(1)$ 
    Complejidad:  $\Theta(\log(d))$ 

```

end

5.4.2. Algoritmos del Iterador

H|iCrearIt(in c: estr) $\rightarrow res$: iter

```

1:  res  $\leftarrow \langle c.proximo, c \rangle$                                  $\triangleright \Theta(1)$ 
    Complejidad:  $\Theta(1)$ 

```

end

H|iCrearItEncolado(in c: estr, in nodo: puntero(Nodo)) $\rightarrow res$: iter \triangleright Esta es una operación privada, dado a que no hay un avanzar se crea un iterador con un elemento que pertenezca a la cola

Pre \equiv nodo $\neq NULL \wedge_L$ nodo $=_{obs} (\exists n \in [0..c.tamaño-1])$

```

1:  res  $\leftarrow \langle n, c \rangle$                                           $\triangleright \Theta(1)$ 
    Complejidad:  $\Theta(1)$ 

```

Post $\equiv res =_{obs} (\exists i \in [0..c.tamaño-1]$

end

H|iHaySiguiente?(in *it*: iter) $\rightarrow res$: bool

1: $res \leftarrow it.siguiente \neq NULL$

$\triangleright \Theta(1)$

Complejidad: $\Theta(1)$

end

H|iSiguiente(in *it*: iter) $\rightarrow res$: α

1: $res \leftarrow (it.siguiente \rightarrow elem)$

$\triangleright \Theta(1)$

Complejidad: $\Theta(1)$

end

H|iEliminarSiguiente(in/out *it*: iter)

1: **if** arbol.tamaño > 1 **then**

2: $puntero(Nodo)ult \leftarrow iUltimoNodo(arbol)$

$\triangleright \Theta(\log(|arbol|))$

3: $iSwapCola(ult, it.siguiente)$

$\triangleright \Theta(1)$

4: **if** arbol.tamaño mod 2 = 0 **then**

5: $it.siguiente \rightarrow padre \rightarrow izq \leftarrow NULL$

$\triangleright \Theta(1)$

6: **else**

7: $it.siguiente \rightarrow padre \rightarrow der \leftarrow NULL$

$\triangleright \Theta(1)$

8: **end if**

9: $arbol.tamao \leftarrow arbol.tamao - 1$

$\triangleright \Theta(1)$

10: $iBajar(arbol, ult)$

$\triangleright \Theta(\log(|arbol|))$

11: **else**

12: $it.siguiente \leftarrow NULL$

$\triangleright \Theta(1)$

13: $arbol.tamao \leftarrow 0$

$\triangleright \Theta(1)$

14: **end if**

15: $(it.siguiente \rightarrow padre) \leftarrow NULL$

$\triangleright \Theta(1)$

Complejidad: $\Theta(1)$

end

6. Módulo Diccionario String(α)

Se representa mediante un árbol n-ario con invariante de trie. Las claves son strings y permite acceder a un significado en un tiempo en el peor caso igual a la longitud de la palabra (string) más larga y definir un significado en el mismo tiempo más el tiempo de copy(s) ya que los significados se almacenan por copia.

6.1. Interfaz

parametros formales

géneros: α .

funcion: COPIAR(in $s : \alpha$) $\rightarrow res : \alpha$

Pre $\equiv \{\text{true}\}$

Post $\equiv \{res =_{obs} s\}$

Complejidad: $O(\text{copy}(s))$

Descripción: funcion de copia de α .

se explica con: DICCIONARIO(String, α).

géneros: diccString(α), itDiccString(α).

6.1.1. Operaciones básicas de Diccionario String(α)

CREARDICCIONARIO()

Pre $\equiv \{\text{true}\}$

Post $\equiv \{res =_{obs} \text{vacío}()\}$

Complejidad: $O(1)$ Justificación: Sólo crea un arreglo de 256 posiciones inicializadas con null y una lista vacía

Descripción: Crea un diccionario vacío.

DEFINIDO?(in $d : \text{diccString}(\alpha)$, in $c : \text{string}$) $\rightarrow res : \text{bool}$

Pre $\equiv \{\text{true}\}$

Post $\equiv \{res =_{obs} \text{def?}(d, c)\}$

Complejidad: $O(|c|)$ Justificación: Debe acceder a la clave c , recorriendo una por una las partes de la clave (caracteres)

Descripción: Devuelve true si la clave está definida en el diccionario y false en caso contrario.

DEFINIR(in/out $d : \text{diccString}(\alpha)$, in $c : \text{string}$, in $s : \alpha$)

Pre $\equiv \{d =_{obs} d_0\}$

Post $\equiv \{d =_{obs} \text{definir}(c, s, d_0)\}$

Complejidad: $O(|c| + \text{copy}(s))$ Justificación: Debe definir la clave c , recorriendo una por una las partes de la clave y después copiar el contenido del significado.

Descripción: Define la clave c con el significado s

Aliasing: Almacena una copia de s .

OBTENER(in $d : \text{diccString}(\alpha)$, in $c : \text{string}$) $\rightarrow res : \alpha$

Pre $\equiv \{\text{def?}(c, d)\}$

Post $\equiv \{\text{alias}(res =_{obs} \text{obtener}(c, d))\}$

Complejidad: $O(|c|)$ Justificación: Debe acceder a la clave c , recorriendo una por una las partes de la clave (caracteres)

Descripción: Devuelve el significado correspondiente a la clave c .

Aliasing: Devuelve el significado almacenado en el diccionario, por lo que res es modificable si y sólo si d lo es.

ELIMINAR(in/out $d : \text{diccString}(\alpha)$, in $c : \text{string}$)

Pre $\equiv \{d =_{\text{obs}} d_0 \wedge \text{def?}(d, c)\}$

Post $\equiv \{d =_{\text{obs}} \text{borrar}(d_0, c)\}$

Complejidad: $O(|c|)$ Justificación: Debe acceder a la clave c , recorriendo una por una las partes de la clave (caracteres) e invalidar su significado

Descripción: Borra la clave c del diccionario y su significado.

CREARITCLAVES(**in** $d: \text{diccString}(\alpha) \rightarrow res: \text{itConj}(\text{String})$)

Pre $\equiv \{\text{true}\}$

Post $\equiv \{\text{alias}(\text{esPermutacion?}(\text{SecuSuby}(res), c)) \wedge \text{vacía?}(\text{Anteriores}(res))\}$

Complejidad: $O(1)$

Descripción: Crea un Iterador de Conjunto en base a la interfaz del iterador de Conjunto Lineal

6.1.2. Operaciones Básicas Del Iterador

Este iterador permite recorrer el trie sobre el que está implementado el diccionario para obtener de cada clave los significados. Las claves de los elementos iterados no pueden modificarse nunca por cuestiones de implementación. El iterador es un iterador de lista, que recorre listaIterable por lo que sus operaciones son idénticas a ella.

CREARIT(**in** $d: \text{diccString}(\alpha) \rightarrow res: \text{itDiccString}(\alpha)$)

Pre $\equiv \{\text{true}\}$

Post $\equiv \{\text{alias}(\text{esPermutación}(\text{SecuSuby}(res), d)) \wedge \text{vacía?}(\text{Anteriores}(res))\}$

Complejidad: $O(1)$

Descripción: crea un iterador bidireccional del diccionario, de forma tal que HayAnterior evalúe a false (i.e., que se pueda recorrer los elementos aplicando iterativamente Siguiente).

Aliasing: El iterador se invalida si y sólo si se elimina el elemento siguiente del iterador sin utilizar la función EliminarSiguiente. Además, anteriores(res) y siguientes(res) podrían cambiar completamente ante cualquier operación que modifique d sin utilizar las funciones del iterador.

HAYSIGUIENTE(**in** $it: \text{itDiccString}(\alpha) \rightarrow res: \text{bool}$)

Pre $\equiv \{\text{true}\}$

Post $\equiv \{res =_{\text{obs}} \text{haySiguiente?}(it)\}$

Complejidad: $O(1)$

Descripción: devuelve true si y sólo si en el iterador todavía quedan elementos para avanzar.

HAYANTERIOR(**in** $it: \text{itDiccString}(\alpha) \rightarrow res: \text{bool}$)

Pre $\equiv \{\text{true}\}$

Post $\equiv \{res =_{\text{obs}} \text{hayAnterior?}(it)\}$

Complejidad: $O(1)$

Descripción: devuelve true si y sólo si en el iterador todavía quedan elementos para retroceder.

SIGUIENTESIGNIFICADO(**in** $it: \text{itDiccString}(\alpha) \rightarrow res: \alpha$)

Pre $\equiv \{\text{haySiguiente?}(it)\}$

Post $\equiv \{\text{alias}(res =_{\text{obs}} \text{haySiguiente?}(it).\text{significado})\}$

Complejidad: $O(1)$

Descripción: devuelve el significado del elemento siguiente del iterador

Aliasing: res es modificable si y sólo si it es modificable.

ANTERIORESIGNIFICADO(**in** $it: \text{itDiccString}(\alpha) \rightarrow res: \alpha$)

Pre $\equiv \{\text{hayAnterior?}(it)\}$

Post $\equiv \{\text{alias}(res =_{\text{obs}} \text{hayAnterior?}(it).\text{significado})\}$

Complejidad: $O(1)$

Descripción: devuelve el significado del elemento anterior del iterador

Aliasing: res es modificable si y sólo si it es modificable.

AVANZAR(**in/out** it : itDiccString(α))

Pre $\equiv \{it = it_0 \wedge \text{haySiguiente?}(it)\}$

Post $\equiv \{it =_{obs} \text{avanzar}(it_0)\}$

Complejidad: $O(1)$

Descripción: avanza a la posición siguiente del iterador.

RETROCEDER(**in/out** it : itDiccString(α))

Pre $\equiv \{it = it_0 \wedge \text{hayAnterior?}(it)\}$

Post $\equiv \{it =_{obs} \text{hayAnterior?}(it_0)\}$

Complejidad: $O(1)$

Descripción: retrocede a la posición anterior del iterador.

6.1.3. Representación de Diccionario String(α)

Diccionario String(α) se representa con *estr*

donde *estr* es *tupla*(*raiz*: arreglo(*puntero*(*Nodo*)), *listaIterable*: lista(*puntero*(*Nodo*)))

donde *Nodo* es *tupla*(*arbolTrie*: arreglo(*puntero*(*Nodo*)),
info: α ,
infoValida: bool,
infoEnLista: iterador(*listaIterable*))

6.1.4. Invariante de Representación

- (I) Raiz es la raiz del arbol con invariante de trie y es un arreglo de 256 posiciones.
- (II) Cada uno de los elementos de la lista tiene que ser un puntero a un *Nodo* del trie.
- (III) *Nodo* es una tupla que contiene un arreglo de 256 posiciones con un puntero a otro *Nodo* en cada posicion ,un elemento *info* que es el alfa que contiene esa clave del arbol, un elemento *infoValida* y un elemento iterador que es un puntero a un nodo de la lista enlazada.
- (IV) El iterador a la lista enlazada de cada nodo tiene que apuntar al elemento de la lista que apunta al mismo *Nodo*.
- (V) Cada uno de los nodos de la lista apunta a un nodo del arbol cuyo *infoEnLista* apunta al mismo nodo de la lista.

$(\forall c: \text{diccString}((\alpha)))()$

Rep : *estr* \longrightarrow bool

Rep(*e*) \equiv true \iff
 longitud(*e.raiz*) == 256 \wedge_L
 $(\forall i \in [0..longitud(\text{e.raiz})])$
 $((\neg \text{e.raiz}[i] == \text{NULL}) \Rightarrow_L \text{nodoValido}(\text{raiz}[i])) \wedge (\text{*e.raiz}[i].\text{infoValida} == \text{true} \Rightarrow_L$
 $\text{iteradorValido}(\text{raiz}[i])) \wedge$
 $\text{listaValida}(\text{e.listaIterable})$

nodoValido : *puntero*(*Nodo*) *nodo* \longrightarrow bool

iteradorValido : *puntero*(*Nodo*) *nodo* \longrightarrow bool

nodoValido(*nodo*) \equiv
 longitud(**nodo.arbolTrie*) == 256 \wedge_L
 $(\forall i \in [0..longitud(\text{*nodo.arbolTrie})])$
 $((\neg \text{*nodo.arbolTrie}[i] == \text{NULL}) \Rightarrow_L \text{nodoValido}(\text{*nodo.arbolTrie}[i]))$

iteradorValido(*nodo*) \equiv
PunteroValido(*nodo*) \wedge_L
 $(\forall i \in [0..longitud(\text{*nodo.arbolTrie})])$
 $((\text{*nodo.arbolTrie}[i].\text{infoValida} == \text{true}) \Rightarrow_L \text{iteradorValido}(\text{*nodo.arbolTrie}[i]))$

PunteroValido(*nodo*) \equiv
 El iterador perteneciente al nodo (*infoEnLista*) apunta a un nodo de *listaIterable* (*lista*(*puntero*(*Nodo*)))
 cuyo puntero apunta al mismo nodo pasado por parámetro. Es decir se trata de una referencia circular.

listaValida(*lista*) \equiv
 Cada nodo de la lista tiene un puntero a un nodo de la estructura cuyo *infoEnLista* (*iterador*) apunta al mismo nodo. Es decir se trata de una referencia circular.

6.1.5. Función de Abstracción

$Abs : \text{estr } e \longrightarrow \text{diccString}(\alpha) \quad \{\text{Rep}(e)\}$
 $Abs(e) \equiv =_{\text{obs}} d: \text{diccString}(\alpha) \mid (\forall s: \text{string})(\text{def?}(d, s) =_{\text{obs}} \text{Definido?}(d, s) \wedge \text{def?}(d, s) \Rightarrow_L \text{obtener}(s, d) =_{\text{obs}} \text{Obtener}(d, s))$

6.2. Algoritmos

H|iCrearDiccionario() $\rightarrow res : \text{estr}$
 $\text{arreglo}(\text{puntero}(\text{Nodo})) : res.raiz \leftarrow \text{CrearArreglo}(256) \quad \triangleright O(256)$
 $nat : i \leftarrow 0 \quad \triangleright O(1)$
while $i < \text{long}(res.raiz)$ **do** $\triangleright O(1)$
 $\quad res.raiz[i] \leftarrow \text{NULL} \quad \triangleright O(1)$
end while
 $res.listaIterable \leftarrow \text{Vacía}() \quad \triangleright O(1)$

Complejidad: $O(1)$

Justificación: Crea un arreglo de 256 posiciones y lo recorre inicializándolo en NULL. Luego crea una lista vacía.

end

H|iDefinido?(in d: estr, in c: string) $\rightarrow res : \text{bool}$
 $nat : i \leftarrow 0 \quad \triangleright O(1)$
 $nat : letra \leftarrow \text{ord}(c[0]) \quad \triangleright O(1)$
 $\text{puntero}(\text{Nodo}) : arr \leftarrow d.raiz[letra] \quad \triangleright O(1)$
while $i < \text{longitud}(c) \wedge \neg arr = \text{NULL}$ **do** $\triangleright O(|c|)$
 $\quad i \leftarrow i + 1 \quad \triangleright O(1)$
 $\quad letra \leftarrow \text{ord}(c[i]) \quad \triangleright O(1)$
 $\quad arr \leftarrow (*arr).arbolTrie[letra] \quad \triangleright O(1)$
end while
if $i = \text{longitud}(c)$ **then** $\triangleright O(1)$
 $\quad res \leftarrow (*arr).infoValida \quad \triangleright O(1)$
else
 $\quad res \leftarrow \text{false} \quad \triangleright O(1)$
end if

Complejidad: $O(|c|)$

Justificación: Toma el primer caracter y encuentra su posición en el arreglo raíz. Luego itera sobre los caracteres restantes hasta el final del String c, por lo que hace $|c|$ operaciones. Finalmente pregunta si el significado encontrado es válido o no.

end

H|iDefinir(in/out d: estr, in c: string, in s: α)
 $nat : i \leftarrow 0 \quad \triangleright O(1)$
 $nat : letra \leftarrow \text{ord}(c[0]) \quad \triangleright O(1)$
if $d.raiz[letra] = \text{NULL}$ **then** $\triangleright O(1)$
 $\quad \text{Nodo} : \text{nuevo} \quad \triangleright O(1)$
 $\quad \text{arreglo}(\text{puntero}(\text{Nodo})) : \text{nuevo.arbolTrie} \leftarrow \text{CrearArreglo}(256) \quad \triangleright O(1)$
 $\quad \text{nuevo.infoValida} \leftarrow \text{false} \quad \triangleright O(1)$
 $\quad d.raiz[letra] \leftarrow \text{puntero}(\text{nuevo}) \quad \triangleright O(1)$
end if
 $\text{puntero}(\text{Nodo}) : arr \leftarrow d.raiz[letra] \quad \triangleright O(1)$

```

while  $i < longitud(c)$  do                                ▷  $O(|c|)$ 
   $i \leftarrow i + 1$                                        ▷  $O(1)$ 
   $letra \leftarrow ord(c[i])$                                ▷  $O(1)$ 
  if  $arr.arbolTrie[letra] = NULL$  then                     ▷  $O(1)$ 
     $Nodo : nuevoHijo$                                      ▷  $O(1)$ 
     $arreglo(puntero(Nodo)) : nuevoHijo.arbolTrie \leftarrow CrearArreglo(256)$  ▷  $O(1)$ 
     $nuevoHijo.infoValida \leftarrow false$                  ▷  $O(1)$ 
     $arr.arbolTrie[letra] \leftarrow puntero(nuevoHijo)$     ▷  $O(1)$ 
  end if
   $arr \leftarrow (*arr).arbolTrie[letra]$                  ▷  $O(1)$ 
end while
 $(*arr).info \leftarrow s$                                 ▷  $O(copy(s))$ 
if  $\neg(*arr).infoValida$  then                             ▷  $O(1)$ 
   $itLista(puntero(Nodo))it \leftarrow AgregarAdelante(d.listaIterable, NULL)$  ▷  $O(1)$ 
   $(*arr).infoValida \leftarrow true$                      ▷  $O(1)$ 
   $(*arr).infoEnLista \leftarrow it$                        ▷  $O(1)$ 
   $siguiente(it) \leftarrow puntero(*arr)$                 ▷  $O(1)$ 
end if

```

Complejidad: $O(|c| + copy(s))$

Justificación: Itera sobre la cantidad de caracteres del String c y en caso de que algún caracter no esté definido crea un arreglo de 256 posiciones, por lo que realiza $|c|$ operaciones. Luego copia el significado pasado por parámetro en $O(copy(s))$ y finalmente agrega en la lista un puntero al nodo creado.

end

H|iObtener(in d : estr, in c : string) $\rightarrow res : \alpha$

```

 $nat : i \leftarrow 0$                                      ▷  $O(1)$ 
 $nat : letra \leftarrow ord(c[0])$                          ▷  $O(1)$ 
 $puntero(Nodo) : arr \leftarrow d.raiz[letra]$              ▷  $O(1)$ 
while  $i < longitud(c)$  do                                ▷  $O(|c|)$ 
   $i \leftarrow i + 1$                                        ▷  $O(1)$ 
   $letra \leftarrow ord(c[i])$                                ▷  $O(1)$ 
   $arr \leftarrow (*arr).arbolTrie[letra]$                  ▷  $O(1)$ 
end while
 $res \leftarrow (*arr).info$                                 ▷  $O(1)$ 

```

Complejidad: $O(|c|)$

Justificación: Toma el primer caracter y encuentra su posición en el arreglo raíz. Luego itera sobre los caracteres restantes hasta el final del String c , por lo que hace $|c|$ operaciones. Finalmente retorna el significado almacenado. Todas las demás operaciones se realizan en $O(1)$ porque son comparaciones o asignaciones de valores enteros o de punteros.

end

H|iEliminar(in/out d : estr, in c : string)

```

 $nat : i \leftarrow 0$                                      ▷  $O(1)$ 
 $nat : letra \leftarrow ord(c[0])$                          ▷  $O(1)$ 
 $puntero(Nodo) : arr \leftarrow d.raiz[letra]$              ▷  $O(1)$ 
 $pila(puntero(Nodo)) : pil \leftarrow Vacía()$              ▷  $O(1)$ 
while  $i < longitud(c)$  do                                ▷  $O(|c|)$ 
   $i \leftarrow i + 1$                                        ▷  $O(1)$ 
   $letra \leftarrow ord(c[i])$                                ▷  $O(1)$ 
   $arr \leftarrow (*arr).arbolTrie[letra]$                  ▷  $O(1)$ 
   $Apilar(pil, arr)$                                        ▷  $O(1)$ 
end while
if  $tieneHermanos(arr)$  then                             ▷  $O(1)$ 

```

```

    (*arr).infoValida ← false                                ▷ O(1)
else
    i ← i + 1                                                ▷ O(1)
    puntero(Nodo) : del ← tope(pil)                          ▷ O(1)
    del ← NULL                                              ▷ O(1)
    Desapilar(pil)                                          ▷ O(1)
    while i < longitud(c) ∧ ¬tieneHermanosEInfo(*tope(pil)) do ▷ O(|c|)
        del ← tope(pil)                                    ▷ O(1)
        del ← NULL                                        ▷ O(1)
        Desapilar(pil)                                    ▷ O(1)
        i ← i + 1                                          ▷ O(1)
    end while
    if i = longitud(c) then                                  ▷ O(1)
        d.raiz[ord(c[0])] ← NULL                          ▷ O(1)
    end if
end if

```

Complejidad: $O(|c|)$

Justificación: Toma el primer caracter y encuentra su posición en el arreglo raíz. Luego crea una pila en $O(1)$. Recorre el resto de los caracteres del String c y apila cada uno de los Nodos encontrado en la pila ($O(1)$) por lo que en total realiza $|c|$ operaciones. Llama a la función `tieneHermanos` y le pasa por parámetro el nodo encontrado $O(1)$ (ver Algoritmo "tieneHermanos"). Luego recorre todos los elementos apilados preguntando si hay alguno que no tiene hermanos para en cuyo caso eliminarlo, realizando en el peor caso $|c|$ operaciones porque puede ser que sea necesario eliminar todo hasta la raíz.

end

```

H|tieneHermanos(in nodo: puntero(Nodo)) → res : bool
    nat : i ← 0                                              ▷ O(1)
    nat : l ← longitud((*nodo).arbolTrie)                  ▷ O(1)
    while i < l ∧ ¬((*nodo).arbolTrie[i] = NULL) do        ▷ O(1)
        i ← i + 1                                          ▷ O(1)
    end while
    res ← i < l                                              ▷ O(1)

```

Complejidad: $O(1)$

Justificación: Recorre el arreglo de 256 posiciones en caso de que todas las posiciones del mismo tengan NULL. Como es una constante ya que en el peor caso siempre recorre a lo sumo 256 posiciones entonces es $O(1)$.

end

```

H|tieneHermanosEInfo(in nodo: puntero(Nodo)) → res : bool
    res ← tieneHermanos(nodo) ∧ (*nodo).infoValida = true  ▷ O(1)

```

Complejidad: $O(1)$

Justificación: Llama a la función `tieneHermanos` que es $O(1)$ y verifica además que el nodo contenga información válida.

end