# Algoritmos y Estructuras de Datos II

Departamento de Computación Facultad de Ciencias Exactas y Naturales Universidad de Buenos Aires

# Trabajo Práctico II

Diseño

### Grupo De TP Algo2

Integrante	LU	Correo electrónico
Fernando Castro	627/12	fernandoarielcastro92@gmail.com
Philip Garrett	318/14	garrett.phg@gmail.com
Gabriel Salvo	564/14	gabrielsalvo.cap@gmail.com
Bernardo Tuso	792/14	btuso.95@gmail.com

### Reservado para la cdra

Instancia	Docente	Nota
Primera entrega		
Segunda entrega		

# Índice

1.	Modulo C	Coordenada	3
	1.0.1.	Representación de Mapa	4
	1.0.2.	Invariante de Representación	4
	1.0.3.	Función de Abstracción	4
2.	Modulo M	Лара	6
	2.0.4.	Representación de Mapa	6
	2.0.5.	Invariante de Representación	6
	2.0.6.	Función de Abstracción	7
3.	Modulo J	uego	10
	3.0.7.	Representación de Juego	12
	3.0.8.	Invariante de Representación	12
	3.0.9.	Función de Abstracción	13
	3.1. Algori	itmos	13
4.	Modulo E	$egin{aligned}  ext{Diccionario Matriz}(coor,\sigma) \end{aligned}$	20
	4.0.1.	Especificacion de las operaciones auxiliares utilizadas en la interfaz	22
<b>5.</b>	Módulo C	$\mathbf{Cola}$ de mínima prioridad $(\alpha)$	25
	5.1. Espec	ificación	25
	5.2. Interfa	az	26
	5.2.1.	Operaciones básicas de Cola de mínima prioridad	26
	5.3. Repre	sentación	27
	5.3.1.	Representación de colaMinPrior	27
	5.3.2.	Invariante de Representación	27
	5.3.3.	Función de Abstracción	27
	5.4. Algori	itmos	27
6.	Módulo E	Diccionario String $(\alpha)$	31
	6.1. Interfa	az	31
	6.1.1.	Operaciones básicas de Diccionario String $(\alpha)$	31
	6.1.2.	Operaciones Básicas Del Iterador	32
	6.1.3.	Representación de Diccionario String $(\alpha)$	34
	6.1.4.	Invariante de Representación	34
	6.1.5.	Función de Abstracción	35
	6.9 Algori	itmes	25

### 1. Modulo Coordenada

### Interfaz

```
usa: Nat, Bool.
se explica con: Coordenada.
generos: coor.
CREARCOOR(in x: Nat, in y: Nat) \rightarrow res: coor
\mathbf{Pre} \equiv \{ \text{true} \}
Post \equiv \{res =_{obs} crearCoor(x, y)\}\
Complejidad: \Theta(1)
Descripción: Crea una nueva coordenada
LATITUD(in c: coor) \rightarrow res: Nat
\mathbf{Pre} \equiv \{ \mathrm{true} \}
Post \equiv \{res =_{obs} latitud(c)\}\
Complejidad: O(1)
Descripción: Devuelve la latitud de la coordenada pasada por parametro
LONGITUD(in c: coor) \rightarrow res: Nat
\mathbf{Pre} \equiv \{ \mathrm{true} \}
\mathbf{Post} \equiv \{res =_{obs} longitud(c)\}\
Complejidad: O(1)
Descripción: Devuelve la longitud de la coordenada pasada por parametro
DISTEUCLIDEA(in c1: coor, in c2: coor) \rightarrow res: Nat
\mathbf{Pre} \equiv \{ \text{true} \}
\mathbf{Post} \equiv \{res =_{obs} distEuclidea(c1, c2)\}\
Complejidad: O(1)
Descripción: Devuelve la distancia euclidea entre las dos coordenadas
COORDENADAARRIBA(in c: coor) \rightarrow res: coor
\mathbf{Pre} \equiv \{ \text{true} \}
\mathbf{Post} \equiv \{res =_{obs} coordenadaArriba(c)\}
Complejidad: O(1)
Descripción: Devuelve la coordenada de arriba
COORDENADAABAJO(in c: coor) \rightarrow res: coor
\mathbf{Pre} \equiv \{latitud(c) > 0\}
Post \equiv \{res =_{obs} coordenadaAbajo(c)\}
Complejidad: O(1)
Descripción: Devuelve la coordenada de abajo
COORDENADAALADERECHA(\mathbf{in}\ c \colon \mathtt{coor}) \to res : \mathtt{coor}
\mathbf{Pre} \equiv \{ \text{true} \}
Post \equiv \{res =_{obs} coordenadaALaDerecha(c)\}\
Complejidad: O(1)
Descripción: Devuelve la coordenada de la derecha
COORDENADAALAIZQUIERDA(in c: coor) \rightarrow res: coor
\mathbf{Pre} \equiv \{longitud(c) > 0\}
\mathbf{Post} \equiv \{res =_{obs} coordenadaALaIzquierda(c)\}\
Complejidad: O(1)
Descripción: Devuelve la coordenada de la izquierda
```

# Representación

### 1.0.1. Representación de Mapa

Coordenada se representa con estr

donde estr es tupla(la: Nat , lo: Nat )

### 1.0.2. Invariante de Representación

$$\begin{aligned} \operatorname{Rep} : & \operatorname{estr} \longrightarrow \operatorname{bool} \\ \operatorname{Rep}(e) & \equiv & \operatorname{true} \Longleftrightarrow \operatorname{true} \end{aligned}$$

### 1.0.3. Función de Abstracción

Abs : estr 
$$e \longrightarrow \text{coor}$$
 {Rep $(e)$ }  
Abs $(e) \equiv (\forall c : coor) \ e.\text{la} = \text{latitud}(c) \land e.\text{lo} = \text{longitud}(c)$ 

### Algoritmos

Trabajo Práctico IIAlgoritmos del modulo

iLatitud(in 
$$c$$
: coor) →  $res$ : Nat  
1:  $res \leftarrow c.la$  ▷  $\Theta(1)$   
Complejidad:  $\Theta(1)$ 

$iDistEuclidea(in c1: coor, in c2: coor) \rightarrow res: Nat$	
1: $rLa \leftarrow 0$	$\triangleright \Theta(1)$
2: $rLo \leftarrow 0$	$\triangleright \Theta(1)$ $\triangleright \Theta(1)$
$3: \mathbf{if} \ c1.la > c2.la \ \mathbf{then}$	
4: $rLa \leftarrow ((c1.la - c2.la) \times (c1.la - c2.la))$	$\triangleright \Theta(1)$
5: else	$P \Theta(1)$ $P \Theta(1)$ $P \Theta(1)$ $P \Theta(1)$
6: $rLa \leftarrow ((c2.la - c1.la) \times (c2.la - c1.la))$	
7: end if	
8: if $c1.lo > c2.lo$ then	
9: $rLo \leftarrow ((c1.lo - c2.lo) \times (c1.lo - c2.lo))$	
10: else	
11: $rLo \leftarrow ((c2.lo - c1.lo) \times (c2.lo - c1.lo))$	
12: end if	0(1)
$13: res \leftarrow (rLa + rLo)$	$\triangleright \Theta(1)$
$\underline{ \begin{array}{c} \text{Complejidad: } \\ \end{array}} \Theta(1)$	
${f iCoordenadaArriba(in\ c : coor)}  ightarrow res : coor$	
1: $res \leftarrow iCrearCoor(c.la + 1, c.lo)$	$\triangleright \Theta(1)$
Complejidad: $\Theta(1)$	
${\bf iCoordenadaAbajo(in}\ c \colon {\tt coor}) \to res : {\tt coor}$	
1: $res \leftarrow iCrearCoor(c.la - 1, c.lo)$	$\triangleright \Theta(1)$
Complejidad: $\Theta(1)$	
${f iCoordenadaALaDerecha(in \ c : {\tt coor})  ightarrow res : {\tt coor}}$	
1: $res \leftarrow iCrearCoor(c.la, c.lo + 1)$	$\triangleright \Theta(1)$
Complejidad: $\Theta(1)$	
$\overline{\mathbf{iCoordenadaALaIzquierda(in}\ c \colon \mathtt{coor}) \to res : \mathtt{coor}}$	
1: $res \leftarrow iCrearCoor(c.la, c.lo - 1)$	$\triangleright \Theta(1)$
Complejidad: $\Theta(1)$	

### 2. Modulo Mapa

### Interfaz

```
usa: Nat, Bool, Coordenada, Conj(\alpha).
se explica con: MAPA.
generos: map.
CREARMAPA() \rightarrow res : Mapa
\mathbf{Pre} \equiv \{ \text{true} \}
\mathbf{Post} \equiv \{res =_{obs} crearMapa()\}
Complejidad: O(1)
Descripción: Crea un nuevo mapa
AGREGARCOORDENADA(\mathbf{in}/\mathbf{out}\ m : \mathtt{map}, \ \mathbf{in}\ c : \mathtt{coor}) \to res : \mathtt{itConj}(\mathtt{coor})
\mathbf{Pre} \equiv \{m =_{\mathrm{obs}} m_0\}
\mathbf{Post} \equiv \{m =_{\mathrm{obs}} agregarCoor(c, m_0)\}\
Complejidad: \Theta\left(\sum_{c' \in coordendas(m)} equal(c, c')\right)
Descripción: Agrega una coordenada al mapa y devuelve el iterador a la coordenada agregada. Su complejidad
es la de agregar un elemento al conjunto lineal.
COORDENADAS(in m: map) \rightarrow res: itConj(coor)
\mathbf{Pre} \equiv \{ \mathrm{true} \}
\mathbf{Post} \equiv \{res =_{obs} coordenadas(m)\}\
Complejidad: O(1)
Descripción: Devuelve un iterador al conjunto de coordenadas del mapa
PosExistente(in c: coor, in m: map) \rightarrow res: Bool
\mathbf{Pre} \equiv \{ \text{true} \}
\mathbf{Post} \equiv \{res =_{\mathrm{obs}} posExistente(c, m)\}
Complejidad: \Theta\left(\sum_{c' \in coordendas(m)} equal(c,c')\right)
Descripción: Devuelve verdadero si la coordenada esta en el conjunto de coordenadas del mapa
\text{HAYCAMINO}(\text{in } c1: \text{coor}, \text{in } c2: \text{coor}, \text{in } m: \text{map}) \rightarrow res: \text{Bool}
\mathbf{Pre} \equiv \{c1 \in coordenadas(m) \land c2 \in coordenadas(m)\}
Post \equiv \{res =_{obs} hayCamino(c1, c2, m)\}\
Complejidad: \Theta(1)
Descripción: Devuelve verdadero si existe un camino entre ambas coordenadas
```

### Representación

### 2.0.4. Representación de Mapa

```
Mapa se representa con estr donde estr es tupla(coordenadas: ConjLineal, ancho: Nat, secciones: DiccMat(coor, Nat))
```

### 2.0.5. Invariante de Representación

1. El ancho del mapa es igual al maximo del primer elemento de las coordenadas

```
\begin{aligned} \text{Rep} \ : \ \text{estr} & \longrightarrow \ \text{bool} \\ \text{Rep}(e) \ \equiv \ \text{true} & \Longleftrightarrow \ (\text{e.ancho} = \text{Max}(campo_2(\text{coordenadas})) \land (\forall c : coor) \ \text{c} \in \text{e.coordenadas} \Rightarrow_{\text{\tiny L}} \text{def?}(c,\text{e.secciones}) \end{aligned}
```

#### 2.0.6. Función de Abstracción

```
Abs : estr e \longrightarrow \text{mapa} {Rep(e)}
Abs(e) \equiv (\forall m : Mapa) e.coordenadas = coordenadas(m)
```

### Algoritmos

Trabajo Práctico IIAlgoritmos del modulo

```
iAgregarCoordenada(in/out m: map, in c: coor) \rightarrow res: itConj(coor)
 1: largo \leftarrow Largo(m)
                                                                                                                      \triangleright \Theta(Cardinal(m.coordenadas))
 2: ancho \leftarrow Ancho(m)
                                                                                                                      \triangleright \Theta(Cardinal(m.coordenadas))
 3: m.secciones \leftarrow CrearArreglo(largo * ancho)
                                                                                                                                       \triangleright \Theta(largo*ancho)
                                                                                                                  \triangleright \Theta \left( \sum_{c' \in coordendas(m)} equal(c, c') \right)
 4: res \leftarrow Agregar(m.coordenadas, c)
 5: seccion \leftarrow 0
 6: itCoor \leftarrow CrearIt(m.coordenadas)
                                                                                                                                                         \triangleright \Theta(1)
                                                                                                                      \triangleright \Theta(Cardinal(m.coordenadas))
 7: while HaySiguiente(itCoor) do
          coord \leftarrow Siguiente(itCoor)
                                                                                                                                                         \triangleright \Theta(1)
 8:
          Avanzar(it)
 9:
                                                                                                                                                         \triangleright \Theta(1)
          if \neg (Definido?(m.secciones, coord)) then
                                                                                                                                                         \triangleright \Theta(1)
10:
                                                                                                                      \triangleright \Theta(Cardinal(m.coordenadas))
               DefinitSeccion(m, coord, seccion)
11:
12:
               seccion \leftarrow seccion + 1
                                                                                                                                                         \triangleright \Theta(1)
13:
          end if
14: end while
```

Complejidad:  $\Theta(Ancho(m) * Largo(m) + Cardinal(m.coordenadas)^2)$ 

### iDefinirSeccion(in/out m: map, in c: coor, in i: nat)

```
1: if \neg (Definido?(m.secciones, c)) \land PosExistente(c, m) then
 2:
        Definir(m.secciones, c, i)
        DefinirSeccion(m, CoordenadaArriba(c), i)
 3:
                                                                                                   \triangleright \Theta(Cardinal(m.coordenadas))
        DefinitSeccion(m, CoordenadaALaDerecha(c), i)
                                                                                                   \triangleright \Theta(Cardinal(m.coordenadas))
 4:
        if Latitud(c) > 0 then
 5:
                                                                                                                                \triangleright \Theta(1)
            DefinitSeccion(m, CoordenadaAbajo(c), i)
                                                                                                   \triangleright \Theta(Cardinal(m.coordenadas))
 6:
 7:
        if Longitud(c) > 0 then
                                                                                                                                \triangleright \Theta(1)
 8:
                                                                                                   \triangleright \Theta(Cardinal(m.coordenadas))
            DefinirSeccion(m, CoordenadaALaIzquierda(c), i)
 9:
10:
        end if
11: end if
```

Complejidad:  $\Theta(Cardinal(m.coordenadas))$ 

Justificación DefinirSeccion se llama a si misma recursivamente recorreindo las coordenadas, en el peor caso, recorre todas las coordenadas una vez, luego su complejidad es  $\Theta(4*Cardinal(m.coordenadas))$  que se puede simplificar, ya que pertenece a la misma clase. Esta funcion no es cuadratica, ya que usa el diccionario para chequear que no este recorriendo una posicion mas de una vez.

 $\mathbf{iCoordenadas}(\mathbf{in}\ m \colon \mathtt{map}) \to res : \mathrm{itConj}(\mathrm{coor})$ 

1:  $res \leftarrow CrearIt(m.coordenadas)$  ightharpoonup La complejidad es la de crear un iterador a un conjunto lineal  $\Theta(1)$ 

Complejidad:  $\Theta(1)$ 

 $iPosExistente(in \ c: coor, in \ m: map) \rightarrow res : Bool$ 

1: 
$$res \leftarrow pertenece?(m.coordenadas, c)$$
  $\Rightarrow \Theta\left(\sum_{c' \in coordenadas} equal(c, c')\right)$ 

 $\underline{\text{Complejidad:}} \; \Theta \left( \sum_{c' \in coordendas(m)} equal(c,c') \right)$ 

Justificación: La complejidad es la fijarse que un elemento pertenezca al conjunto lineal.

iHayCamino(in c1: coor, in c2: coor, in m: map)  $\rightarrow res: bool$ 

1:  $res \leftarrow (Definido?(m.secciones, c1) \land Definido?(m.secciones, c2)) \land_L (Significado(m.secciones, c1) = Significado(m.secciones, c2)) <math>\triangleright \Theta(1)$ 

Complejidad:  $\Theta(1)$ 

```
iAncho(in \ m:map) \rightarrow res:nat
  1: it \leftarrow CrearIt(m.coordenadas)
                                                                                                                                                                     \triangleright \Theta(1)
  2: max \leftarrow 0
                                                                                                                                                                     \triangleright \Theta(1)
  3: while HaySiguiente(it) do
                                                                                                                                                 \triangleright (\sharp m.coordenadas)
           if max < campo_2(it \rightarrow siguiente) then
                                                                                                                                                                     \triangleright \Theta(1)
  4:
                max \leftarrow campo_2(it \rightarrow siguiente)
                                                                                                                                                                     \triangleright \Theta(1)
  5:
           end if
  6:
           Avanzar(it)
                                                                                                                                                                     \triangleright \Theta(1)
  7:
  8: end while
      Complejidad: \Theta(\sharp m.coordenadas)
```

```
iLargo(in \ m:map) \rightarrow res: Nat
  1: it \leftarrow CrearIt(m.coordenadas)
                                                                                                                                                                     \triangleright \Theta(1)
  2: max \leftarrow 0
                                                                                                                                                                     \triangleright \Theta(1)
  3: while HaySiguiente(it) do
                                                                                                                                                  \triangleright (\sharp m.coordenadas)
          if max < campo_1(it \rightarrow siguiente) then
                                                                                                                                                                     \triangleright \Theta(1)
  4:
  5:
                max \leftarrow campo_1(it \rightarrow siguiente)
                                                                                                                                                                     \triangleright \Theta(1)
           end if
  6:
           Avanzar(it)
                                                                                                                                                                     \triangleright \Theta(1)
  7:
  8: end while
      Complejidad: \Theta(\sharp m.coordenadas)
```

### 3. Modulo Juego

### Interfaz

```
usa: Mapa, Coordenada.
se explica con: JUEGO.
generos: juego.
CREARJUEGO(in m: mapa) \rightarrow res: juego
\mathbf{Pre} \equiv \{ \text{true} \}
\mathbf{Post} \equiv \{ res =_{obs} \operatorname{crearJuego}(m_0) \land \operatorname{mapa}(res) =_{obs} m_0 \}
Complejidad: O((largo(m) \times ancho(m)) + copy(m))
Descripción: Crea el nuevo juego
AGREGARPOKEMON(\mathbf{in/out}\ j : \mathtt{juego}, \ \mathbf{in}\ c : \mathtt{coor}, \ \mathbf{in}\ p : \mathtt{pokemon}) \rightarrow res : \mathtt{itConj}
\mathbf{Pre} \equiv \{j =_{\mathrm{obs}} j_0 \land puedoAgregarPokemon(c, j_0)\}\
\mathbf{Post} \equiv \{j =_{obs} agregarPokemon(p, c, j_0)\}\
Complejidad: O(|P| + EC * log(EC))
Descripción: EC es la maxima cantidad de jugadores esperando para atrapar un pokemon. |P| es el nombre mas
largo para un pokemon en el juego
AGREGARJUGADOR(\mathbf{in/out}\ j: \mathtt{juego}) \rightarrow res: \mathtt{Nat}
\mathbf{Pre} \equiv \{j =_{\mathrm{obs}} j_0\}
\mathbf{Post} \equiv \{j =_{\mathrm{obs}} agregarJugador(j_0) \land res = \#jugadores(j_0) + \#expulsados(j_0)\}\
Complejidad: O(J)
Descripción: Agrega el jugador en el conjLineal, el iterador que devuelve el agregar se guarda en un vector donde
la posicion es el id del jugador que voy a devolver
CONECTARSE(in/out j: juego, in id: Nat, in c: coor)
\mathbf{Pre} \equiv \{j =_{\mathrm{obs}} j_0 \land id \in jugadores(j_0) \land_{\mathtt{L}} \neg estaConectado(id, j_0) \land posExistente(c, mapa(j_0))\}\}
\mathbf{Post} \equiv \{j =_{obs} conectarse(id, c, j_0)\}\
Complejidad: O(log(EC))
Descripción: Conecta al jugador pasado por parametro en la coordenada indicada
DESCONECTARSE(in/out j: juego, in id: Nat)
\mathbf{Pre} \equiv \{j =_{obs} j_0 \land id \in jugadores(j_0) \land_{\mathbf{L}} estaConectado(id, j_0)\}
\mathbf{Post} \equiv \{j =_{obs} desconectarse(id, j_0)\}\
Complejidad: O(log(EC))
Descripción: Desconecta al jugador pasado por parametro
MOVERSE(in/out j: juego, in id: Nat, in c: coor)
\mathbf{Pre} \equiv \{j =_{\text{obs}} j_0 \land id \in jugadores(j_0) \land_{\mathsf{L}} estaConectado(id, j_0) \land posExistente(c, mapa(j_0))\}
\mathbf{Post} \equiv \{j =_{\mathrm{obs}} moverse(c, id, j_0)\}\
Complejidad: O((PS + PC) * |P| + log(EC))
Descripción: Mueve al jugador pasado por parametro a la coordenada indicada
\mathrm{MAPA}(\mathbf{in}\ j \colon \mathtt{juego}) 	o res: \mathtt{Mapa}
\mathbf{Pre} \equiv \{ \text{true} \}
\mathbf{Post} \equiv \{res =_{\mathbf{obs}} mapa(j)\}\
Complejidad: O(copy(mapa(j)))
Descripción: Devuelve el mapa del juego
\texttt{JUGADORES}(\textbf{in } j: \texttt{juego}) \rightarrow res: \texttt{itConj}(\texttt{Jugador})
\mathbf{Pre} \equiv \{ \mathrm{true} \}
\mathbf{Post} \equiv \{res =_{\mathrm{obs}} jugadores(j)\}
Complejidad: \Theta(1)
Descripción: Devuelve un iterador al conjunto de jugadores del juego
ESTACONECTADO(in j: juego, in id: \mathtt{Nat}) \to res: \mathtt{Bool}
```

```
\mathbf{Pre} \equiv \{ \mathrm{id} \in \mathrm{jugadores}(\mathrm{j}) \}
\mathbf{Post} \equiv \{res =_{obs} estaConetado(id, j)\}\
Complejidad: \Theta(1)
Descripción: Devuelve si el jugador con id ingresado esta conectado o no
POSICION(in j: juego, in id: Nat) \rightarrow res: coor
\mathbf{Pre} \equiv \{ \mathrm{id} \in \mathrm{jugadores}(\mathrm{j}) \wedge_{\scriptscriptstyle L} \mathrm{estaConectado}(\mathrm{id}, \mathrm{j}) \}
\mathbf{Post} \equiv \{res =_{obs} posicion(id, j)\}
Complejidad: \Theta(1)
Descripción: Devuelve la posicion actual del jugador con id ingresado si esta conectado
POKEMONES(in j: juego, in id: Nat) \rightarrow res: itConj(itDiccString)
\mathbf{Pre} \equiv \{ \mathrm{id} \in \mathrm{jugadores}(\mathrm{j}) \}
\mathbf{Post} \equiv \{res =_{obs} pokemons(id, j)\}\
Complejidad: \Theta(1)
Descripción: Devuelve un iterador a la estructura que almacena los punteros a pokemons del jugador del id
ingresado
EXPULSADOS(in j: juego) \rightarrow res: itConj(Jugador)
\mathbf{Pre} \equiv \{ \mathrm{True} \}
Post \equiv \{res =_{obs} expulsados(j)\}\
Complejidad: \Theta(1)
Descripción: Devuelve un iterador al conjunto de jugadores expulsados del juego
POSCONPOKEMONES(in j: juego) \rightarrow res: itConj(Coor)
\mathbf{Pre} \equiv \{ \mathrm{True} \}
\mathbf{Post} \equiv \{res =_{obs} posConPokemons(j)\}\
Complejidad: O(1)
Descripción: Devuelve un iterador al conjunto de coordenadas en donde hay pokemons
POKEMONENPOS(in j: juego, in c: Coor) \rightarrow res: itPokemon
\mathbf{Pre} \equiv \{c \in posConPokemons(j)\}\
\mathbf{Post} \equiv \{res =_{obs} pokemonEnPos(c, j)\}\
Complejidad: \Theta(1)
Descripción: Devuelve un iterador al pokemon de la coordenada dada
CANTMOVIMIENTOSPARACAPTURA(in j: juego, in c: Coor) \rightarrow res: Nat
\mathbf{Pre} \equiv \{c \in posConPokemons(j)\}\
Post \equiv \{res =_{obs} cantMovimientosParaCaptura(c, j)\}\
Complejidad: \Theta(1)
Descripción: Devuelve la cantidad de movimientos acumulados hasta el momento, para atrapar al pokemon de
la coordenada dada
PUEDOAGREGARPOKEMON(in j: juego, in c: Coor) \rightarrow res: Bool
\mathbf{Pre} \equiv \{ \mathbf{True} \}
Post \equiv \{res =_{obs} puedoAgregarPokemon(c, j)\}\
Complejidad: \Theta(???)
Descripción: Devuelve si la coordenada ingresada es valida para agregar un pokemon en ella
HAYPOKEMONCERCANO(in j: juego, in c: Coor) \rightarrow res: Bool
\mathbf{Pre} \equiv \{ \mathrm{True} \}
\mathbf{Post} \equiv \{res =_{obs} hayPokemonCercano(c, j)\}\
Complejidad: \Theta(???)
Descripción: Devuelve si la coordenada ingresada pertenece al rango de un pokemon salvaje
POSPOKEMONCERCANO(in j: juego, in c: Coor) \rightarrow res: Coor
\mathbf{Pre} \equiv \{hayPokemonCercano(c, j)\}\
\mathbf{Post} \equiv \{res =_{obs} posPokemonCercano(c, j)\}\
Complejidad: \Theta(???)
Descripción: Devuelve la coordenada mas del pokemon salvaje del rango siempre y cuando haya uno
```

```
juego)
   ENTRENADORESPOSIBLES(in c: coor, in es: conjLineal(jugador), in j:
   itColaPrior(itJugador)
   \mathbf{Pre} \equiv \{hayPokemonCercano(c,j) \land_{\mathsf{L}} pokemonEnPos(posPokemonCercano(c,j),j).jugadoresEnRango \subseteq
   jugadoresConectados(c, j)
   \textbf{Post} \equiv \{res = _{obs} \ entrenadores Posibles(c, pokemonEnPos(posPokemonCercano(c, j), j). jugadores EnRango, j)\}
   Complejidad: \Theta(???)
   Descripción: Devuelve un iterador a los jugadores que estan esperando para atrapar al pokemon mas cercano a
   la coordenada ingresada
   INDICERAREZA(in j: juego, in p: Pokemon) \rightarrow res: Nat
   \mathbf{Pre} \equiv \{ p \in todosLosPokemons(j) \}
   \mathbf{Post} \equiv \{res =_{obs} indiceRareza(p, j)\}\
   Complejidad: O(|P|)
   Descripción: Devuelve el indice de rareza del pokemon del juego ingresado
   CANTPOKEMONESTOTALES(in j: juego) \rightarrow res: Nat
   \mathbf{Pre} \equiv \{ \text{true} \}
   Post \equiv \{res =_{obs} cantPokemonsTotales(p)\}\
   Complejidad: \Theta(1)
   Descripción: Devuelve la cantidad de pokemones que hay en el juego
   CANTMISMAESPECIE(in j: juego, in p: Pokemon) \rightarrow res: Nat
   \mathbf{Pre} \equiv \{ \text{true} \}
   Post \equiv \{res =_{obs} cantMismaEspecie(p, pokemons(j), j)\}
   Complejidad: O(|P|)
   Descripción: Devuelve la cantidad de pokemones de la especie ingresada hay en el juego
Representación
3.0.7. Representación de Juego
   Juego se representa con juego
```

```
donde juego es tupla(pokemones: diccString(Nat), todosLosPokemones: conjLineal(pokemon), juga-
                   dores: conjLineal(jugador) , expulsados: conjLineal(jugador) , jugadoresPo-
                   rID: Vector(<itConj(jugador), itColaPrior(jugador)>) , posicionesPokemons:
                   DiccAc(coor,itConjLineal(pokemon)) , mapa: Mapa )
```

### Jugador se representa con jug

```
donde jug es tupla(id: Nat, posicion: Coordenada, esta Conectado: Bool, sanciones: Nat, poke Capturados:
                  ConjLineal(itDiccString(pokemon)) )
```

### Pokemon se representa con poke

```
donde poke es tupla (tipo: String, contador: Nat , juqadoresEnRanqo: diccHeap < Nat , itConjLineal > , sal-
                    vaje: Bool )
```

ocupada? se representa con Bool

### 3.0.8. Invariante de Representación

- 1. La suma de todos los significados de pokemones es igual al cardinales de todosLosPokemones.
- 2. La suma de la cantidad de jugadores y expulsados es igual a la longitud del vector jugadoresPorID.

- 3. Para toda coordenada, si esta definida en posicionesPokemons entonces la coordeanda pertenece al mapa.
- 4. La posicion de todo jugador que pertenezca al conjunto jugadores y este conectado pertenece al mapa.
- 5. Para todo pokemon que exista en pokemons y sea salvaje, el conjunto de jugadores que esta esperando para atraparlo pertenece al conjunto jugadores.
- 6. Todo jugador que pertenezca a jugadores, este conectado y este esperando para atrapar, esta incluido en el conjunto de jugadores en rango del pokemon al que quiere atrapar.
- 7. Los conjuntos jugadores y expulsados son disjuntos.
- 1. Checkear con significado de trie
- 2. # e.jugadores + # e.expulsados = long(e.jugadoresPorID)
- 3.  $(\forall c : coor) \text{ def?}(c, e.posicionesPokemons) \Rightarrow_{L} j.posicion \in e.mapa.coordenadas$
- 4.  $(\forall j: jug)$   $j \in e.jugadores \land j.estaConectado <math>\Rightarrow_L j.posicion \in e.mapa.coordenadas$
- 5.  $(\forall p:poke)$  (def?(p, e.pokemones)  $\land$  p.salvaje)  $\Rightarrow_{\text{L}}$  ( $\forall it:itJug$ ) HayMas?(it)  $\land_{\text{L}}$  Actual(it)  $\in$  p.jugadoresEnRango  $\Rightarrow_{\text{L}}$  Actual(it)  $\in$  e.jugadores
- 6.  $(\forall j: jug)$  j  $\in$  e.jugadores  $\land$  j.estaConectado  $\land_{\text{\tiny L}}$  estaParaAtrapar(j)  $\Rightarrow_{\text{\tiny L}} (\forall p: poke)$  def?(p, e.pokemones)  $\land_{\text{\tiny L}}$  j  $\in$  p.jugadoresEnRango
- 7.  $(\forall j: jug)$  ( $j \in e.jugadores \Rightarrow_L j \notin e.expulsados$ )  $\lor$  ( $j \in e.expulsados \Rightarrow_L j \notin e.jugadores$ )

#### 3.0.9. Función de Abstracción

```
Abs(e): estre -> Jugo \ Rep(e) \ pGo: \ Juego \ tq \ e.mapa = mapa(pGo) \ y \ e.jugadores = jugadores(pGo) \ yluego \ (Para todo j : jugador) \ j \ pertenece \ e.jugadores impluego \ j.sanciones = sanciones(j, pGo) \ ((j \ pertenece \ expulsados(pGo) \ y \ j.sanciones >= 10) \ oluego \ (j.pokesCapturados = pokemones(j,pGo) \ y \ j.estaConectado = estaConectad(j,pGo) \ y \ j.estaConectado impluego \ j.pos = posicion(j,pGo))) \ y \ (Para todo p : pokemon) \ p \ pertenece \ e.pokemones \ impluego \ (Para todo j : Jugador) \ j \ pertenece \ e.jugadores \ yluego \ p \ pertenece \ pokemones(j,pGo) \ o \ [(Para todo c : coord) \ c \ pertenece \ e.mapa.coordenadas \ yluego \ p = pokemonEnPos(c,pGo) \ y \ cantMovParaCap(c,pGo) \ p.contador]
```

### 3.1. Algoritmos

```
iCrearJuego(in \ m: Mapa)) \rightarrow res: Juego
   Juego: j
                                                                                                                                                              \triangleright O(1)
   j.pokemones \leftarrow CrearDiccionario()
                                                                                                                                                               \triangleright O(1)
   j.todosLosPokemones \leftarrow Vacio()
                                                                                                                                                               \triangleright O(1)
   j.jugadores \leftarrow Vacio()
                                                                                                                                                               \triangleright O(1)
   j.expulsados \leftarrow Vacio()
                                                                                                                                                               \triangleright O(1)
   j.jugadoresPorID \leftarrow Vacia()
                                                                                                                                                              \triangleright O(1)
   i.posicionesPokemons \leftarrow Vacio(largo(m), ancho(m))
                                                                                                                                  \triangleright O(largo(m) \times ancho(m))
                                                                                                                                                    \triangleright O(copy(m))
   j.mapa \leftarrow m
                                                                                                                                                             \triangleright O(1)
   res \leftarrow j
   Complejidad: O((largo(m) \times ancho(m)) + copy(m))
   Justificación:
```

```
iAgregarPokemon(in/out j: juego), in c: coor), in p: pokemon)) \rightarrow res: itPokemon
  ItColaPrior(itJugador)it \leftarrow entrenadoresPosibles(j, c)
                                                                                                                                   \triangleright O(|1|)
  while it.HaySiguiente() do
                                                                                                                                     \triangleright O(1)
       Definir(p.jugadoresEnRango, it.Siguiente().id, it.Siguiente())
                                                                                                    \triangleright O(log(|entrenadoresPosibles|))
  end while
  p.salvaje \leftarrow TRUE
                                                                                                                                   \triangleright O(|1|)
  p.contador \leftarrow 0
                                                                                                                                   \triangleright O(|1|)
  j.pokemonsTotales \leftarrow j.pokemonsTotales + 1
                                                                                                                                   \triangleright O(|1|)
  if Definido?(pokemones,p.tipo) then
                                                                                                                                  \triangleright O(|P|)
      ItPokemon poke \leftarrow Obtener(j.pokemones, p.tipo)
                                                                                                                              \triangleright O(|p.tipo|)
  else
                                                                                                                              \triangleright O(|p.tipo|)
      ItPokemon poke \leftarrow Definir(j.pokemones, p.tipo, p)
  end if
  res \leftarrow Definir(j.posicionesPokemon, coord, < poke, true >)
                                                                                                                                  \triangleright O(|1|)
  Complejidad: O(|p.tipo| + |entrenadoresPosibles| * log(|entrenadoresPosibles|)) esta mal creo, pero no se que
```

meterle Justificación: definir, preguntar si esta definido y obtener el pokemon son la longitud del tipo ya que representan una

insercion o busqueda en un trie, el ciclo recorre todos los entrenadores posibles, los cuales pertenecen a un conjunto acotado por el rango del pokemon, hay tantos ciclos como entrenadores posibles y por cada uno de ellos hay que definirlo en un heap

```
iAgregarJugador(in/out j: juego)) \rightarrow res: Nat
  Jugador: jug
                                                                                                                                       \triangleright O(1)
  jug.id \leftarrow Cardinal(j.jugadores) + Cardinal(j.expulsados)
                                                                                                                                       \triangleright O(1)
  jug.estaConectado \leftarrow false
                                                                                                                                       \triangleright O(1)
  jug.sanciones \leftarrow 0
                                                                                                                                       \triangleright O(1)
  jug.pokeCapturados \leftarrow Vacio()
                                                                                                                                       \triangleright O(1)
  jug.posicion \leftarrow NULL
                                                                                                                                       \triangleright O(1)
  itJ \leftarrow AgregarRapido(j.jugadores, jug)
                                                                                                                            \triangleright O(copy(jug))
  AgregarAtras(j.jugadoresPorID, < itJ, NULL >) > O(J) Donde J es la cantidad total de jugadores que fueron
  agregados al juego
                                                                                                                                       \triangleright O(1)
  res \leftarrow jug.id
  Complejidad: O(J)
  Justificación: O(copy(jug)) es igual a O(1) ya que solamente es copiar Nat, Bool y una cola de prioridad vacia.
```

```
iConectarse(in/out j: juego), in id: Nat), in c: Coor))
  \pi 2(j.jugadoresPorID[id]).Siguiente.estaConectado \leftarrow true
                                                                                                                                   \triangleright O(1)
  \pi 2(j.jugadoresPorID[id]).Siguiente.posicion \leftarrow coord
                                                                                                                                   \triangleright O(1)
  if HayPokemonCercano(j, coor) then
                                                                                                                                 \triangleright O(|P|)
                                                                                                                                   \triangleright O(1)
       ItPokemonpoke \leftarrow pokemonEnPos(j, posPokemonCercano(j, c))
      poke.contador \leftarrow 0
                                                                                                                                   \triangleright O(1)
      definir(poke.siguiente.jugadoresEnRango, id, \pi1(j.jugadoresPorID[id]))
                                                                                                                         \triangleright O(copy(jug))
  end if
  Complejidad: O(1)
  Justificación:
```

```
iDesconectarse(in/out j: juego), in id: Nat)
  \pi 2(j.jugadoresPorID[id]).Siguiente.estaConectado \leftarrow false
                                                                                                                         \triangleright O(1)
  if HayPokemonCercano(j, coor) then
                                                                                                                       \triangleright O(|p|)
      ItPokemonpoke \leftarrow pokemonEnPos(j, posPokemonCercano(j, c))
                                                                                                                         \triangleright O(1)
      definir(poke.siguiente.jugadoresEnRango,id,NULL)
                                                                                                               \triangleright O(copy(jug))
  end if
  Complejidad: O(jug)
  Justificación:
Moverse(in/out j: juego, in id: Nat, in c: coor)
  if debeSancionarse?(Siguiente(jugadoresPorID[id]), c, j) then
                                                                                                                      \triangleright O(|P|)
      if campo_1(Siguiente(jugadoresPorID[id])).sanciones < 4 then
          campo_1(jugadoresPorID[id] -> eliminarSiguiente)
         if hayPokemonCercano(j, c) then
              (PokemonEnPos \rightarrow siguiente).jugadoresEnRango.Eliminar(campo_2(jugadoresPorID[id]))
             campo_2(jugadoresPorID[id] -> eliminarSiguiente)
         else
              campo_1(jugadoresPorID[id] -
                                                         siguiente).sanciones \leftarrow campo_1(jugadoresPorID[id] -
  siguiente).sanciones + 1
         end if
      end if
  end if
  Complejidad: O()
  Justificación:
iDebeSancionarse(in e: jugador, in c: coor, in j: juego) \rightarrow res: Mapa
\mathbf{Pre} \equiv \mathbf{e} \in \mathrm{Jugadores}(\mathbf{j})
  res \leftarrow \neg HayCamino(e.posicion, c, j.mapa) \lor DistEuclidea(e.posicion, c, mapa) > 100
                                                                                                         \triangleright O(copy(mapa(j)))
  Complejidad: O(copy(mapa(j)))
  Justificación: Devuelve el mapa del juego por copia.
iMapa(in \ j: juego) \rightarrow res: Mapa
  res \leftarrow j.mapa
                                                                                                          \triangleright O(copy(mapa(j)))
  Complejidad: O(copy(mapa(j)))
  Justificación: Devuelve el mapa del juego por copia.
iJugadores(in j: juego) \rightarrow res: itConj(jugador)
  res \leftarrow CrearIt(j.jugadores)
                                                                                                                         \triangleright O(1)
  Complejidad: O(1)
  Justificación: Devuelve el mapa del juego.
iEstaConectado(in j: juego, in id: Nat) \rightarrow res: Bool
  res \leftarrow Siguiente(j.jugadoresPorID[id]_0).estaConectado
                                                                                                                         \triangleright O(1)
  Complejidad: O(1)
  Justificación: Devuelve si el jugador esta conectado.
```

**iPosicion**(in j: juego, in id: Nat)  $\rightarrow res$ : coor

 $res \leftarrow Siguiente(j.jugadoresPorID[id]_0).posicion$ 

 $\triangleright O(1)$ 

Complejidad: O(1)

Justificación: Devuelve si el jugador esta conectado.

 $iPokemones(in j: juego, in id: Nat) \rightarrow res: itConj(itDiccString)$ 

 $res \leftarrow CrearIt(Siguiente(j.jugadoresPorID[id]_0).pokeCapturados)$ 

 $\triangleright O(1)$ 

Complejidad: O(1)

<u>Justificación:</u> Devuelve un iterador al conjunto de pokemones atrapados por el jugador.

 $iExpulsados(in j: juego) \rightarrow res: itConj(Jugador)$ 

 $res \leftarrow CrearIt(j.expulsados)$ 

 $\triangleright O(1)$ 

Complejidad: O(1)

<u>Justificación</u>: Devuelve un iterador al conjunto de jugadores expulsados.

 $iPosConPokemones(in j: juego) \rightarrow res: itConj(Coor)$ 

 $res \leftarrow CrearIt(Coordenadas(j.posicionesPokemons))$ 

 $\triangleright O(1)$ 

Complejidad: O(1)

<u>Justificación:</u> Devuelve las posiciones con pokemones.

 $iPokemonEnPos(in j: juego, in c: coor) \rightarrow res: itConj(Pokemon)$ 

 $res \leftarrow Significado(j.posicionesPokemons, c)$ 

 $\triangleright O(1)$ 

Complejidad: O(1)

Justificación: Devuelve el mapa del juego.

iCantMovimientosParaCaptura(in j: juego, in c: coor)  $\rightarrow res : Nat$ 

res  $\leftarrow$  10 - Siguiente(Significado(j.posiciones Pokemons, c)).contador  $\triangleright O(1)$ 

Complejidad: O(1)

Justificación: Devuelve cuantos movimientos faltan para capturar al pokemon.

```
iPosPokemonCercano(in j: juego, in c: Coor) \rightarrow res: coor
   i \leftarrow 0
                                                                                                                                                              \triangleright O(1)
   latC \leftarrow Latitud(c)
                                                                                                                                                              \triangleright O(1)
   if latC > 2 then
                                                                                                                                                              \triangleright O(1)
       i \leftarrow latC - 2
                                                                                                                                                              \triangleright O(1)
   else
        if latC > 1 then
                                                                                                                                                              \triangleright O(1)
             i \leftarrow latC - 1
                                                                                                                                                              \triangleright O(1)
        else
             i \leftarrow latC
                                                                                                                                                              \triangleright O(1)
        end if
   end if
                                                                                                                                                              \triangleright O(1)
   j \leftarrow 0
                                                                                                                                                              \triangleright O(1)
   longC \leftarrow Longitud(c)
   if longC > 2 then
                                                                                                                                                              \triangleright O(1)
       j \leftarrow longC - 2
                                                                                                                                                              \triangleright O(1)
   else
        if longC > 1 then
                                                                                                                                                              \triangleright O(1)
             j \leftarrow longC - 1
                                                                                                                                                              \triangleright O(1)
        else
             j \leftarrow longC
                                                                                                                                                              \triangleright O(1)
        end if
   end if
   while i < latC + 2 do
                                                            \triangleright O(1) Vale porque estoy recorriendo un conjunto acotado de coordenadas
        while j < longC + 2 do
                                                            \triangleright O(1) Vale porque estoy recorriendo un conjunto acotado de coordenadas
             if Definido?(j.posicionesPokemons, <i, j>) then
                                                                                                                                                              \triangleright O(1)
                 res \leftarrow \langle i, j \rangle
                                                                                                                                                              \triangleright O(1)
             end if
             j \leftarrow j + 1
                                                                                                                                                              \triangleright O(1)
        end while
        i \leftarrow i + 1
                                                                                                                                                              \triangleright O(1)
   end while
   Complejidad: O(1)
   <u>Justificación</u>: Como el rango a recorrer es una constante, se puede decir que es de la clase \Theta(1)
```

```
 \begin{aligned} & \mathbf{iPuedoAgregarPokemon(in} \ j \colon \mathbf{juego}, \ \mathbf{in} \ c \colon \mathbf{coor}) \to res \colon bool \\ & \mathrm{res} \leftarrow \mathrm{PosExistente}(\mathbf{c}, \ \mathbf{j.mapa}) \land \neg (\mathrm{Definido?(j.posicionesPokemons, \ c)}) \land \neg (\mathrm{HayPokemonCercano(j, \ c)}) \quad \triangleright O(1) \\ & \underline{\mathrm{Complejidad:}} \ \Theta(1) \\ & \underline{\mathrm{Justificación:}} \end{aligned}
```

```
\mathbf{HayPokemonCercano}(\mathbf{in}\ j: \mathtt{juego},\ \mathbf{in}\ c: \mathtt{coor}) \rightarrow res: bool
   res \leftarrow false
                                                                                                                                                                     \triangleright O(1)
   i \leftarrow 0
                                                                                                                                                                     \triangleright O(1)
   latC \leftarrow Latitud(c)
                                                                                                                                                                     \triangleright O(1)
   if latC > 5 then
                                                                                                                                                                     \triangleright O(1)
        i \leftarrow latC - 5
                                                                                                                                                                     \triangleright O(1)
   else
        if latC > 4 then
                                                                                                                                                                     \triangleright O(1)
             i \leftarrow latC - 4
                                                                                                                                                                     \triangleright O(1)
        else
             if latC > 3 then
                                                                                                                                                                     \triangleright O(1)
                  i \leftarrow latC - 3
                                                                                                                                                                     \triangleright O(1)
             else
                  if latC > 2 then
                                                                                                                                                                     \triangleright O(1)
                       i \leftarrow latC - 2
                                                                                                                                                                     \triangleright O(1)
                  else
                       if latC > 1 then
                                                                                                                                                                     \triangleright O(1)
                            i \leftarrow latC - 1
                                                                                                                                                                     \triangleright O(1)
                       else
                            i \leftarrow latC
                                                                                                                                                                     \triangleright O(1)
                        end if
                  end if
             end if
        end if
   end if
   i \leftarrow 0
                                                                                                                                                                     \triangleright O(1)
                                                                                                                                                                     \triangleright O(1)
   longC \leftarrow Longitud(c)
   if longC > 5 then
                                                                                                                                                                     \triangleright O(1)
        j \leftarrow longC - 5
                                                                                                                                                                     \triangleright O(1)
   else
        if longC > 4 then
                                                                                                                                                                     \triangleright O(1)
             j \leftarrow longC - 4
                                                                                                                                                                     \triangleright O(1)
        else
             if longC > 3 then
                                                                                                                                                                     \triangleright O(1)
                  j \leftarrow longC - 3
                                                                                                                                                                     \triangleright O(1)
             else
                  if longC > 2 then
                                                                                                                                                                     \triangleright O(1)
                       j \leftarrow longC - 2
                                                                                                                                                                     \triangleright O(1)
                  else
                       if longC > 1 then
                                                                                                                                                                     \triangleright O(1)
                            j \leftarrow longC - 1
                                                                                                                                                                     \triangleright O(1)
                        else
                            j \leftarrow longC
                                                                                                                                                                     \triangleright O(1)
                        end if
                  end if
             end if
        end if
   end if
   while i < latC + 5 do
                                                               \triangleright O(1) Vale porque estoy recorriendo un conjunto acotado de coordenadas
        while j < longC + 5 do
                                                               \triangleright O(1) Vale porque estoy recorriendo un conjunto acotado de coordenadas
             if Definido?(j.posicionesPokemons, <i, j>) then
                                                                                                                                                                     \triangleright O(1)
                                                                                                                                                                     \triangleright O(1)
             end if
             j \leftarrow j+1
                                                                                                                                                                     \triangleright O(1)
        end while
        i \leftarrow i+1
                                                                                                                                                                     \triangleright O(1)
   end while
   Complejidad: \Theta(1)
   <u>Justificación</u>: Como el rango a recorrer es una constante, se puede decir que es de la clase \Theta(1)
```

```
iEntrenadoresPosibles(in c: coor, in es: conjLineal(jugador), in j: juego) \rightarrow res: conjLineal(itConj)
                                                                          \triangleright O(1) Crea una cola de prioridad de iteradores vacia
  ePosibles \leftarrow Vacia()
  if Cardinal(es) ! = 0 then
                                                                                                                                  \triangleright O(1)
      itE \leftarrow CrearIt(es)
                                                                                                                                  \triangleright O(1)
      while HaySiguiente(itE) do
                                                                                                                   \triangleright O(Cardinal(es))
          posJugador \leftarrow Posicion(Siguiente(itE))
                                                                                                                                  \triangleright O(1)
          if (iHayPokemonCercano(posJugador, j) ∧<sub>L</sub>
                                                                                                                               \triangleright O(???)
               iPosPokeCercano(posJugador, j) == c \land
                                                                                                                                  \triangleright O(1)
               iHayCamino(c, posJugador, Mapa(j))) then
                                                                                                                                  \triangleright O(1)
                                                                                                          \triangleright O(copy(Siguiente(itE)))
               AgregarRapido(ePosibles, Siguiente(itE))
          end if
          Avanzar(itE)
                                                                                                                                  \triangleright O(1)
      end while
  end if
  res \leftarrow ePosibles
                                                                                                                                  \triangleright O(1)
  Complejidad: O(Cardinal(es) * copy(Siguiente(itE)))
  Justificación: Se itera por completo el conjunto de jugadores 'es'. En peor caso, todos los elementos de 'es' deben
  ser agregados al resultado.
iIndiceRareza(in j: juego, in p: pokemon) \rightarrow res: Nat
  cuantosP \leftarrow iCantMismaEspecie(j, p)
                                                                                                                           \triangleright O(|p.tipo|)
  res \leftarrow 100 - (100 \text{ x cuantosP} / iCantPokemonesTotales})
                                                                                                                                  \triangleright O(1)
  Complejidad: O(|P|)
  Justificación: Siendo |P| el nombre mas largo para un pokemon en el juego.
iCantPokemonesTotales(in j: juego) \rightarrow res: Nat
  res \leftarrow cardinal(j.todosLosPokemones)
                                                                                                                                  \triangleright O(1)
  Complejidad: O(1)
  Justificación: Pide el cardinal de un conjunto.
iCantMismaEspecie(in j: juego, in p: Pokemon) \rightarrow res: Nat
  if Definido?(j.pokemones, p.tipo) then
                                                                                                                               \triangleright O(|P|)
      res \leftarrow Obtener(j.pokemones, p.tipo)
  else
      res \leftarrow 0
                                                                                                                                  \triangleright O(1)
  end if
  Complejidad: O(|P|)
  Justificación: En peor caso, el pokemon que se busca es el de nombre mas largo o no esta en el diccionario.
```

### 4. Modulo Diccionario Matriz $(coor, \sigma)$

El modulo Diccionario Matriz provee un diccionario por posiciones en el que se puede definir, y consultar si hay un valor en una posicion en tiempo  $O(copy(\sigma))$ . Ademas, se puede borrar en tiempo lineal sobre las dimensiones de la matriz, y obtener un iterador a un conjunto lineal de claves.

El principal costo se paga al crear la estructura o borrar un dato, dado que cuesta tiempo lineal ancho por largo.

### Interfaz

```
parametros formales
    generos coor, \sigma
    se explica con: DICCMAT(Nat, Nat, \sigma),
generos: diccMat(coor, \sigma).
VACIO(in\ Nat: 1\ argo,\ in\ Nat: a\ ncho) \rightarrow res: diccMat(coor, \sigma)
\mathbf{Pre} \equiv \{ \text{largo} * \text{ancho} > 0 \}
\mathbf{Post} \equiv \{res =_{obs} vacio(largo, ancho)\}\
Complejidad: \Theta(ancho*largo)
Descripción: Genera un diccionario vacio, de tamaño ancho * largo.
DEFINIR(in/out d: diccMat(coor, \sigma), in c: coor, in s: \sigma)
\mathbf{Pre} \equiv \{d =_{\mathrm{obs}} d_0 \land \mathrm{enRango}(c_1, c_2, d)\}
\mathbf{Post} \equiv \{d =_{obs} \operatorname{definir}(c_1, c_2, s, d_0)\}\
Complejidad: \Theta(copy(s))
Descripción: define el significado s en el diccMat, en la posicion representada por c.
Aliasing: Hay alising, pero no se como explicarlo TODO
DEFINIDO?(in d: diccMat(coor, \sigma), in <math>c: coor) \rightarrow res: bool
\mathbf{Pre} \equiv \{ \operatorname{enRango}(c_1, c_2, d) \}
\mathbf{Post} \equiv \{res =_{obs} \operatorname{def}?(c_1, c_2, d)\}\
Complejidad: \Theta(copy(s))
Descripción: devuelve true si y solo si c tiene un valor en el diccMat.
SIGNIFICADO(in d: diccMat(coor, \sigma), in c: coor) \rightarrow res : \sigma
\mathbf{Pre} \equiv \{ \operatorname{enRango}(c_1, c_2, d) \wedge_L \operatorname{def}(c_1, c_2, d) \}
\mathbf{Post} \equiv \{ \text{alias}(res =_{\text{obs}} \text{obtener}(c_1, c_2, d) \}
Complejidad: \Theta(copy(s))
Descripción: Devuelve el valor de d en la posicion c.
BORRAR(in/out d: diccMat(coor, \sigma), in c: coor)
\mathbf{Pre} \equiv \{d = d_0 \land \mathrm{enRango}(c_1, c_2, d) \land_L \mathrm{def}?(c_1, c_2, d)\}\
\mathbf{Post} \equiv \{d =_{\mathrm{obs}} \mathrm{borrar}(c_1, c_2, d_0)\}\
Complejidad: \Theta\left(\sum_{c' \in d.claves} equal(c, c')\right)
Descripción: Elimina el valor en la posicion c en d.
COORDENADAS(in d: diccMat(coor, \sigma)) \rightarrow res: itConj(coor)
\mathbf{Pre} \equiv \{ \text{true} \}
Post \equiv \{alias(esPermutacion?(SecuSuby(res), claves(d)))\}
Complejidad: \Theta(1)
Descripción: Devuelve un iterador al conjunto de claves de d.
ANCHO(in d: diccMat(coor, \sigma)) \rightarrow res : Nat
\mathbf{Pre} \equiv \{ \text{true} \}
\mathbf{Post} \equiv \{res =_{obs} \operatorname{ancho}(d)\}\
Complejidad: \Theta(1)
Descripción: Devuelve el ancho de d
LARGO(in d: diccMat(coor, \sigma)) \rightarrow res : Nat
```

 $\begin{aligned} \mathbf{Pre} &\equiv \{ \mathrm{true} \} \\ \mathbf{Post} &\equiv \{ res =_{\mathrm{obs}} \mathrm{largo}(d) \} \\ \mathbf{Complejidad:} \; \Theta(1) \end{aligned}$ 

**Descripción:** Devuelve el largo de d

#### 4.0.1. Especificacion de las operaciones auxiliares utilizadas en la interfaz

**TAD** DICCMATRIZ(NAT, NAT, $\sigma$ )

**géneros** diccMat(Nat, Nat,  $\sigma$ )

exporta diccMat(Nat, Nat,  $\sigma$ ), generadores, observadores, borrar, claves

usa NAT, BOOL, CONJ(TUPLA(NAT, NAT))

### igualdad observacional

$$(\forall d, d': \text{DiccMat}(\text{Nat, Nat, }\sigma)) \quad \left( d =_{\text{obs}} d' \iff \begin{pmatrix} (\text{ancho}(\mathbf{d}) =_{\text{obs}} \text{ ancho}(\mathbf{d}') \ \land \ \text{largo}(\mathbf{d}) =_{\text{obs}} \\ (\forall x, y : \text{Nat}) \ (\text{def?}(x, y, \mathbf{d}) =_{\text{obs}} \text{def?}(x, y, \mathbf{d}')) \\ \land_{\mathbf{L}} \\ \text{def?}(x, y, \mathbf{d}) \Rightarrow_{\mathbf{L}} \text{obtener}(x, y, \mathbf{d}) =_{\text{obs}} \text{obte-} \\ \text{ner}(x, y, \mathbf{d}') \end{pmatrix} \right)$$

#### observadores básicos

largo : diccMat(Nat  $\times$  Nat  $\times$   $\sigma$ )  $\longrightarrow$  Nat

ancho : diccMat(Nat  $\times$  Nat  $\times$   $\sigma$ )  $\longrightarrow$  Nat

def? : Nat  $x \times \text{Nat } y \times \text{diccMat}(\text{Nat} \times \text{Nat} \times \sigma) d \longrightarrow \text{Bool}$  {enRango(x,y,d)}

obtener : Nat  $x \times \text{Nat } y \times \text{diccMat}(\text{Nat} \times \text{Nat} \times \sigma) \ d \longrightarrow \sigma$  {enRango(x,y,d)  $\land_{\text{L}} \text{def}?(\text{x,y,d})$ }

### generadores

vacio : Nat  $largo \times Nat \ ancho$   $\longrightarrow \ diccMat(Nat,Nat,\sigma)$  {largo\*ancho > 0}

definir : Nat  $x \times \text{Nat } y \times \sigma \ s \times \text{diccMat}(\text{Nat} \times \text{Nat} \times \sigma) \ d \longrightarrow \text{diccMat}(\text{Nat},\text{Nat},\sigma) \quad \{\text{enRango}(x,y,d)\}$ 

#### otras operaciones

 $borrar : Nat \ x \times Nat \ y \times diccMat(Nat \times Nat \times \sigma) \ d \\ = nRango(x,y,d) \land_{L} def?(x,y,d) \}$ 

claves : diccMat(Nat × Nat ×  $\sigma$ )  $\longrightarrow$  conj(tupla(Nat,Nat))

### otras operaciones (no exportadas)

 $enRango: Nat \times Nat \times diccMat(Nat \times Nat \times sinificado) \longrightarrow Bool$ 

**axiomas**  $\forall x, y, m, n$ : Nat  $\forall d$ : diccMat(Nat,Nat, $\sigma$ )  $\forall s$ :  $\sigma$ 

 $largo(vacio(m,n)) \equiv m$ 

 $ancho(vacio(m,n)) \equiv n$ 

 $def?(x,y, vacio(m,n)) \equiv false$ 

 $largo(definir(x,y,s,d))) \equiv largo(d)$ 

 $\operatorname{ancho}(\operatorname{definir}(x,y,s,d))) \equiv \operatorname{ancho}(d)$ 

 $def?(x,y, definir(m,n,s,d)) \equiv (x = m \land y = n) \lor def?(x,y,d)$ 

obtener(x,y, definir(m,n,s,d))  $\equiv$  if (x = m  $\wedge$  y = n) then s else obtener(x,y,d) fi

### Fin TAD

### Representación

```
Diccionario Matriz se representa con dicc
```

```
\label{eq:conj_lineal} \begin{tabular}{l} donde \ dicc es \ tupla(posiciones: arregloDimensionable \ de \ < bool, \sigma \ > \ , \ claves: \ conjLineal(coor) \ , \ ancho: \ Nat \ , \ largo: \ Nat \ ) \end{tabular} \begin{tabular}{l} Rep(e) \ \equiv \ true \ \Longleftrightarrow \ longitud(e.posiciones) = cardinal(e.claves) \end{tabular} \begin{tabular}{l} Abs: \ estr \ e \ \longrightarrow \ diccMat \ | \ (\forall d: diccMat) \ e.claves = \ coordenadas(d) \ \land \ e.ancho = ancho(d) \ \land \ e.largo = \ largo(d) \ \land \ (\forall c \leftarrow e.claves) \ e.posiciones[c.campo_1 * e.ancho + c.campo_2] = \ siginificado(c,d) \end{tabular}
```

## Algoritmos

Trabajo Práctico IIAlgoritmos del modulo

### **iDefinido?**(in d: diccMat, in c: coor) $\rightarrow res : bool$

1:  $res \leftarrow Definido?(d.posiciones, Aplanar(d, c)) \land_L d.posiciones[Aplanar(d, c)]_1$ marcado como borrado, se devuelve que no esta definido  $\Theta(1)$ 

⊳ Si no esta definido o esta

Complejidad:  $\Theta(1)$ 

<u>Justificacion:</u> Aplanar tiene costo  $\Theta(1)$ , luego, como Definido? y consular una posicion de un arreglo tienen costo  $\Theta(1)$ . Aplicando algebra de ordenes:  $\Theta(1) + \Theta(1) + \Theta(1) = \Theta(1)$ 

### **iSignificado**(in d: diccMat, in c: coor) $\rightarrow res : \sigma$

1:  $res \leftarrow d.posiciones[Aplanar(d, c)]$ 

 $\triangleright \Theta(1)$ 

Complejidad:  $\Theta(1)$ 

### iBorrar(in/out d: diccMat, in c: coor)

1: Eliminar(d.claves, c)

$$\triangleright \Theta \left( \sum_{c' \in d.claves} equal(c, c') \right)$$

2:  $d.posiciones[Aplanar(d,c)] \leftarrow < false, d.posiciones[Aplanar(d,c)]$ 

Complejidad:  $\Theta\left(\sum_{c' \in d, claves} equal(c, c')\right)$ 

### $iCoordenadas(in d: diccMat) \rightarrow res: itConj(coor)$

1:  $res \leftarrow CrearIt(d.claves)$ 

 $\triangleright \Theta(1)$ 

Complejidad:  $\Theta(1)$ 

### $iAplanar(in \ d: diccMat, in \ c: coor) \rightarrow res: nat$

1:  $res \leftarrow c.campo_1 * d.ancho + c.campo_2$ 

 $\triangleright \Theta(1)$ 

Complejidad:  $\Theta(1)$ 

Justificacion: Son operaciones matematicas de Nat

### $iLargo(in \ d: diccMat) \rightarrow res: nat$

1:  $res \leftarrow d.largo$ 

 $\triangleright \Theta(1)$ 

Complejidad:  $\Theta(1)$ 

### $\overline{\mathbf{iAncho}(\mathbf{in}\ d: \mathtt{diccMat})} o res: nat$

1:  $res \leftarrow d.ancho$ 

 $\triangleright \Theta(1)$ 

Complejidad:  $\Theta(1)$ 

## 5. Módulo Cola de mínima prioridad( $\alpha$ )

El módulo cola de mínima prioridad consiste en una cola de prioridad de elementos del tipo  $\alpha$  cuya prioridad está determinada por un nat de forma tal que el elemento que se ingrese con el menor nat será el de mayor prioridad.

### 5.1. Especificación

**TAD** COLA DE MÍNIMA PRIORIDAD $(\alpha)$ 

### igualdad observacional

$$(\forall c, c' : \operatorname{colaMinPrior}(\alpha)) \quad \left( c =_{\operatorname{obs}} c' \Longleftrightarrow \begin{pmatrix} \operatorname{vac\'ia?}(c) =_{\operatorname{obs}} \operatorname{vac\'ia?}(c') \wedge_{\operatorname{L}} \\ (\neg \operatorname{vac\'ia?}(c) \Rightarrow_{\operatorname{L}} (\operatorname{pr\'oximo}(c) =_{\operatorname{obs}} \operatorname{pr\'oximo}(c') \wedge_{\operatorname{L}} \\ (\operatorname{desencolar}(c) \Rightarrow_{\operatorname{L}} (\operatorname{pr\'oximo}(c) =_{\operatorname{obs}} \operatorname{pr\'oximo}(c') \wedge_{\operatorname{L}} \\ (\operatorname{desencolar}(c')) \end{pmatrix} \right)$$

parámetros formales

géneros c

operaciones  $\bullet < \bullet : \alpha \times \alpha \longrightarrow bool$ 

Relación de orden total estricto<sup>1</sup>

**géneros**  $colaMinPrior(\alpha)$ 

exporta cola $MinPrior(\alpha)$ , generadores, observadores

usa Bool

### observadores básicos

#### generadores

 $\begin{array}{ccc} \text{vac\'ia} & : & \longrightarrow & \text{colaMinPrior}(\alpha) \\ \text{encolar} & : & \alpha \times & \text{colaMinPrior}(\alpha) & \longrightarrow & \text{colaMinPrior}(\alpha) \end{array}$ 

### otras operaciones

tamaño : colaMinPrior $(\alpha)$   $\longrightarrow$  nat **axiomas**  $\forall$  c: colaMinPrior $(\alpha)$ ,  $\forall$  e:  $\alpha$  vacía?(vacía)  $\equiv$  true

vacia?(encolar(e, c))  $\equiv$  false

 $\operatorname{pr\'oximo}(\operatorname{encolar}(e,\,c)) \qquad \equiv \ \mathbf{if} \ \operatorname{vac\'ia}?(c) \ \lor_{\scriptscriptstyle \mathrm{L}} \ \operatorname{proximo}(c) > e \ \mathbf{then} \ \ e \ \mathbf{else} \ \operatorname{pr\'oximo}(c) \ \mathbf{fi}$ 

 $\operatorname{desencolar}(\operatorname{encolar}(e, c)) \equiv \operatorname{if} \operatorname{vac\'a}(c) \vee_{\operatorname{L}} \operatorname{proximo}(c) > e \operatorname{then} c \operatorname{else} \operatorname{encolar}(e, \operatorname{desencolar}(c)) \operatorname{fi}$ 

### Fin TAD

**Antirreflexividad:**  $\neg a < a$  para todo  $a : \alpha$ 

Antisimetría:  $(a < b \Rightarrow \neg b < a)$  para todo  $a,b:\alpha, a \neq b$ Transitividad:  $((a < b \land b < c) \Rightarrow a < c)$  para todo  $a,b,c:\alpha$ 

Totalidad:  $(a < b \lor b < a)$  para todo  $a,b:\alpha$ 

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Una relación es un orden total estricto cuando se cumple:

### 5.2. Interfaz

```
parámetros formales géneros \alpha se explica con: Cola de Mínima Prioridad(NAT). géneros: colaMinPrior(\alpha).
```

### 5.2.1. Operaciones básicas de Cola de mínima prioridad

```
VACÍA() \rightarrow res : colaMinPrior(\alpha)
\mathbf{Pre} \equiv \{ \text{true} \}
Post \equiv \{res =_{obs} vacía\}
Complejidad: O(1)
Descripción: Crea una cola de prioridad vacía
VACÍA?(\mathbf{in}\ c: colaMinPrior(\alpha)) \rightarrow res: bool
\mathbf{Pre} \equiv \{ \text{true} \}
\mathbf{Post} \equiv \{ res =_{obs} vacía?(c) \}
Complejidad: O(1)
Descripción: Devuelve true si y sólo si la cola está vacía
PRÓXIMO(in c: colaMinPrior(\alpha)) \rightarrow res : \alpha
\mathbf{Pre} \equiv \{\neg \text{vac}(c)\}\
\mathbf{Post} \equiv { \{ alias(res =_{obs} \operatorname{pr\'oximo}(c)) \} }
Complejidad: O(1)
Descripción: Devuelve el próximo elemento a desencolar
Aliasing: res es modificable si y sólo si c es modificable
DESENCOLAR(in/out c: colaMinPrior(\alpha))
\mathbf{Pre} \equiv \{\neg \text{vac\'a}?(c) \land c =_{obs} c_0\}
\mathbf{Post} \equiv \{c =_{\mathrm{obs}} \mathrm{desencolar}(c_0)\}\
Complejidad: O(\log(\tan \tilde{a} \tilde{n} o(c)))
Descripción: Quita el elemento más prioritario
ENCOLAR(in/out c: colaMinPrior(\alpha), in p: nat, in a:\alpha \rightarrow res: itLista(<nat, alpha)
\mathbf{Pre} \equiv \{c =_{\mathrm{obs}} c_0\}
\mathbf{Post} \equiv \{c =_{\mathrm{obs}} \mathrm{encolar}(p, c_0) \land res =_{\mathrm{obs}} \mathrm{CrearItBi}(\mathrm{ColaASecu}(c_0), a) \land \mathrm{alias}(\mathrm{SecuSuby}(\mathrm{res}) = \mathrm{ColaASecu}(c))\}
Complejidad: O(\log(\tan \tilde{a}no(c)))
Descripción: Agrega al elemento \alpha con prioridad p a la cola
Aliasing: Se agrega el elemento por copia
ELIMINAR(in/out c: colaMinPrior(\alpha), in i: nat)
\mathbf{Pre} \equiv \{\neg \text{vac\'ia}?(c) \land c =_{obs} c_0\}
Post \equiv \{c =_{obs} Alias(EsPermutacion(deColaASecu(c))\}
Complejidad: O(\log(\tan \tilde{a} \tilde{n} o(c)))
Descripción: Quita el elemento más prioritario
ullet = ullet (\mathbf{in} \ c : \mathtt{colaMinPrior}(lpha), \ \mathbf{in} \ c' : \mathtt{colaMinPrior}(lpha)) 	o res : \mathtt{bool}
\mathbf{Pre} \equiv \{ \mathrm{true} \}
\mathbf{Post} \equiv \{ res =_{obs} (c =_{obs} c') \}
Complejidad: O(\min(\tan \tilde{a} \tilde{n} o(c), \tan \tilde{a} \tilde{n} o(c')))
Descripción: Indica si c es igual c'
```

### 5.3. Representación

### 5.3.1. Representación de colaMinPrior

```
colaMinPrior(\alpha) se representa con estr
donde estr es tupla(elementos: Lista(Nodo), proximos: Vector(encolado))
donde nodo es tupla(id: nat, elem: \alpha)
donde encolado es tupla(prior: nat, elemCola: itLista(Nodo))
```

### 5.3.2. Invariante de Representación

- (I) Todos ids de cada nodo en elementos son menos que el largo del vector proximos
- (II) Si ids de nodos en elementos son diferentes, evaluados en la posicion correspondiente de proximos, sus prioridades mantienen la diferencia.

```
\begin{aligned} \operatorname{Rep}: & \operatorname{estr} & \longrightarrow \operatorname{bool} \\ \operatorname{Rep}(e) & \equiv & \operatorname{true} \Longleftrightarrow \\ & & (\forall i : \operatorname{nat}) \ (i < longitud(e.proximos)) \Rightarrow_{\operatorname{L}} \\ & & ((\forall j : \operatorname{nat}) \ j \leqslant i \Rightarrow_{\operatorname{L}} (\operatorname{e.proximos}[j].\operatorname{prioridad} \leqslant \operatorname{e.proximos}[i].\operatorname{prioridad}) \land \\ & & ((\forall n : \operatorname{nat}) \ n < longitud(e.proximos) \Rightarrow_{\operatorname{L}} \operatorname{e.proximos}[e.elementos[n].id].elemCola \rightarrow siguiente.elem =_{\operatorname{obs}} \\ & & e.elementos[n].elem) \end{aligned}
```

#### 5.3.3. Función de Abstracción

```
Abs : estr e \longrightarrow \text{colaMinPrior} {Rep(e)}

Abs(e) =_{\text{obs}} \text{cmp}: colaMinPrior | (vacía?(cmp) \Leftrightarrow tamano(e) =_{\text{obs}} 0) \land \neg vacia?(cmp) \Rightarrow_{\text{L}} (próximo(cmp) =_{\text{obs}} \text{próximo}(e) \land \text{desencolar}(cmp) =_{\text{obs}} \text{desencolar}(e))
```

### 5.4. Algoritmos

```
iPr\acute{o}ximo(in c: colaMinPrior(\alpha)) \rightarrow res: \alpha
```

1:  $res \leftarrow c.proximos[0].elemCola.elem \rightarrow siguiente > La complejidad acceder por posición a un vector y pedirle al iterador de una lista su siguiente <math>\Theta(1)$ 

Complejidad:  $\Theta(1)$ 

#### $iDesencolar(in/out c: colaMinPrior(\alpha))$

1: Eliminar(c, 0) $\triangleright$  La complejidad es la eliminar un elemento en particular (ver iEliminar)  $\Theta(log(tamano(c)))$ Complejidad:  $\Theta(log(tamano(c)))$ 

 $iEncolar(in/out\ c: colaMinPrior(\alpha),\ in\ prioridad:\ nat,\ in\ a:\ \alpha) 
ightarrow res: iter$ 1: puntero(Nodo) : nuevo2:  $Nodo \rightarrow id \leftarrow longitud(c.encolados)$ 

 $\triangleright \Theta(1)$ 

 $\triangleright \Theta(1)$ 

 $\triangleright \Theta(copy(\alpha))$ 

 $3:\ Nodo \rightarrow elem \leftarrow a$ 

4:  $it \leftarrow AgregarAtras(c.elementos, Nodo) \triangleright La complejidad es la de agregar atras en una lista enlazada <math>\Theta(copy(a))$ 

5: AgregarAtras(c.proximos, < prioridad, Nodo >) $\triangleright$  La complejidad es la de agregar atras en un vector es amortizada sumado al copiar  $\Theta(f(long(v)) + copy(\alpha))$ 

6:  $res \leftarrow it$  $\triangleright \Theta(1)$ 

7: **if** longitud(c.elementos) > 1 **then** 

 $\triangleright O(1)$  $\triangleright O(log(tamano(c)))$ 

 $siftUp(c, Nodo \rightarrow id)$ 

9: end if

Complejidad:  $\Theta(log(tamano(c)) + copy(\alpha))$ 

### $iEliminar(in/out c: colaMinPrior(\alpha), in i: nat)$

1: swapCola(c, i, longitud(c.proximos) - 1)

 $\triangleright \Theta(1)$ 

2:  $c.proximos[longitud(c.proximos) - 1].elemCola \rightarrow EliminarSiguiente$ 

 $\triangleright \Theta(1)$ 

 $3: c.proximos \leftarrow Comienzo(c.proximos)$ 

 $\triangleright \Theta(1)$ 

4: siftDown(c, i)

 $\triangleright O(log(tamano(c)))$ 

Complejidad: O(log(tamano(c)))

```
\mathbf{siftDown}(\mathbf{in/out}\ c\colon \mathtt{colaMinPrior}(\alpha),\ \mathbf{in}\ i\colon \mathtt{nat}) \to res:nat
 1: nat : posNodo \leftarrow i
                                                                                                                                                      \triangleright \Theta(1)
 2: nat: posHijo \leftarrow i
                                                                                                                                                      \triangleright \Theta(1)
 3: if longitud(c.proximos) > 2 then
                                                                                                                                                      \triangleright \Theta(1)
         bool: swap \leftarrow true
                                                                                                                                                      \triangleright \Theta(1)
 4:
          while posNodo \leq longitud(c.proximos) - 1 \wedge swap do
                                                                                          ▶ La variable índice (posNodo) siempre avanza en
     forma exponencial O(log(tamano(c)))
              if c.proximos[posNodo].prior < c.proximos[2*posNodo+1].prior then
 6:
                                                                                                                                                      \triangleright \Theta(1)
                  if c.proximos[posNodo].prior < c.proximos[2*posNodo+2].prior then
                                                                                                                                                      \triangleright \Theta(1)
 7:
                        swap \leftarrow false
                                                                                                                                                      \triangleright \Theta(1)
 8:
 9:
                  else
                       posHijo \leftarrow (2 * posNodo + 1)
                                                                                                                                                      \triangleright \Theta(1)
10:
                                                                                                                                                      \triangleright \Theta(1)
11:
                        swapCola(c, posNodo, posHijo)
12:
                   end if
              else
13:
                  if c.proximos[posNodo].prior > c.proximos[2*posNodo+2].prior then
                                                                                                                                                      \triangleright \Theta(1)
14:
                       if c.proximos[posNodo].prior > c.proximos[2*posNodo+2].prior then
                                                                                                                                                      \triangleright \Theta(1)
15:
                            posHijo \leftarrow (2 * posNodo + 2)
                                                                                                                                                      \triangleright \Theta(1)
16:
                            swapCola(c, posNodo, posHijo)
                                                                                                                                                      \triangleright \Theta(1)
17:
                       else
18:
                            posHijo \leftarrow (2 * posNodo + 1)
19:
                                                                                                                                                      \triangleright \Theta(1)
20:
                            swapCola(c, posNodo, posHijo)
                                                                                                                                                      \triangleright \Theta(1)
                       end if
21:
                  else
22:
23:
                       posHijo \leftarrow (2 * posNodo + 1)
                                                                                                                                                      \triangleright \Theta(1)
                       swapCola(c, posNodo, posHijo)
                                                                                                                                                      \triangleright \Theta(1)
24:
                  end if
25:
              end if
26:
27:
              posNodo \leftarrow posHijo
                                                                                                                                                      \triangleright \Theta(1)
         end while
28:
29: else
         if longitud(c.proximos) > 1 then
                                                                                                                                                      \triangleright \Theta(1)
30:
31:
              if c.proximos[posNodo].prior > c.proximos[2*posNodo+1].prior then
                                                                                                                                                      \triangleright \Theta(1)
                                                                                                                                                      \triangleright \Theta(1)
32:
                  posHijo \leftarrow (2 * posNodo + 1)
                   swapCola(c, posNodo, posHijo)
                                                                                                                                                      \triangleright \Theta(1)
33:
              end if
34:
35:
         end if
36: end if
                                                                                                                                                      \triangleright \Theta(1)
37: res \leftarrow posNodo
     Complejidad: \Theta(log(tamano(c)))
```

```
\mathbf{siftUp}(\mathbf{in}/\mathbf{out}\ c\colon \mathbf{colaMinPrior}(\alpha),\ \mathbf{in}\ i\colon \mathbf{nat}) \to res:nat
  1: nat : posNodo \leftarrow i
                                                                                                                                                                        \triangleright \Theta(1)
  2: if longitud(c.proximos) > 1 then
                                                                                                                                                                        \triangleright \Theta(1)
           bool: swap \leftarrow true
                                                                                                                                                                        \triangleright \Theta(1)
           nat:posPadre\\
                                                                                                                                                                        \triangleright \Theta(1)
  4:
           while posNodo \neq 0 \land swap \ \mathbf{do}
                                                                         ▶ La variable índice (posNodo) siempre avanza en forma exponencial
      O(log(tamano(c)))
                if posNodomod2 = 1 then
  6:
                                                                                                                                                                        \triangleright \Theta(1)
                     posPadre \leftarrow (posNodo - 1)/2
                                                                                                                                                                        \triangleright \Theta(1)
  7:
                else
  8:
                     posPadre \leftarrow (posNodo - 2)/2
  9:
                                                                                                                                                                        \triangleright \Theta(1)
                end if
10:
                \label{eq:c.proximos} \textbf{if} \ c.proximos[posPadre].prior > c.proximos[posNodo].prior \ \textbf{then}
                                                                                                                                                                        \triangleright \Theta(1)
11:
                                                                                                                                                                        \triangleright \Theta(1)
12:
                     swapCola(c, posNodo, posHijo)
                     posNodo \leftarrow posPadre
                                                                                                                                                                        \triangleright \Theta(1)
13:
                else
14:
                     swap \leftarrow false
                                                                                                                                                                        \triangleright \Theta(1)
15:
                end if
16:
17:
           end while
18: end if
                                                                                                                                                                       \triangleright \Theta(1)
19: res \leftarrow posNodo
      Complejidad: \Theta(log(tamano(c)))
```

### 6. Módulo Diccionario String( $\alpha$ )

Se representa mediante un árbol n-ario con invariante de trie. Las claves son strings y permite acceder a un significado en un tiempo en el peor caso igual a la longitud de la palabra (string) más larga y definir un significado en el mismo tiempo más el tiempo de copy(s) ya que los significados se almacenan por copia.

#### 6.1. Interfaz

```
parametros formales géneros: \alpha. funcion: Copiar(in s:\alpha) \to res:\alpha Pre \equiv \{\text{true}\} Post \equiv \{\text{res} =_{obs} s\} Complejidad: O(copy(s)) Descripción: funcion de copia de \alpha. se explica con: Diccionario(String,\alpha). géneros: diccString(\alpha), itDiccString(\alpha).
```

### 6.1.1. Operaciones básicas de Diccionario String $(\alpha)$

```
 \begin{split} & \text{CrearDiccionario}() \\ & \textbf{Pre} \equiv \{\text{true}\} \\ & \textbf{Post} \equiv \{\text{res} =_{obs} \text{ vacio}()\} \end{split}
```

Complejidad: O(1) Justificación: Sólo crea un arreglo de 27 posiciones inicializadas con null y una lista vacía **Descripción:** Crea un diccionario vacío.

```
\texttt{DEFINIDO?}(\textbf{in}\ d\colon \texttt{diccString}(\alpha),\ \textbf{in}\ c\colon \texttt{string})) \to res\ : \texttt{bool}
```

```
\mathbf{Pre} \equiv \{\text{true}\}\
\mathbf{Post} \equiv \{res =_{\text{obs}} \text{def?}(d, c)\}\
```

Complejidad: O(|c|) Justificación: Debe acceder a la clave c, recorriendo una por una las partes de la clave (caracteres)

Descripción: Devuelve true si la clave está definida en el diccionario y false en caso contrario.

```
\begin{split} & \text{Definir}(\mathbf{in/out}\ d: \texttt{diccString}(\alpha),\ \mathbf{in}\ c\colon \texttt{string},\ \mathbf{in}\ s\colon \alpha) \\ & \mathbf{Pre} \equiv \{d =_{\text{obs}} d_0\} \\ & \mathbf{Post} \equiv \{d =_{\text{obs}} \text{definir}(c,\ s,\ d_0)\} \end{split}
```

Complejidad: O(|c| + copy(s)) Justificación: Debe definir la clave c, recorriendo una por una las partes de la clave y después copiar el contenido del significado.

**Descripción:** Define la clave c con el significado s

Aliasing: Almacena una copia de s.

```
Obtener(in d: diccString(\alpha), in c: string) \rightarrow res : \alpha

Pre \equiv \{ \text{def?}(c, d) \}

Post \equiv \{ \text{alias}(res =_{\text{obs}} \text{obtener}(c, d)) \}
```

Complejidad: O(|c|) Justificación: Debe acceder a la clave c, recorriendo una por una las partes de la clave (caracteres)

**Descripción:** Devuelve el significado correspondiente a la clave c.

Aliasing: Devuelve el significado almacenado en el diccionario, por lo que res es modificable si y sólo si d lo es.

ELIMINAR(in/out d: diccString( $\alpha$ ), in c: string)

```
\mathbf{Pre} \equiv \{d =_{\mathrm{obs}} d_0 \land \operatorname{def}?(d, c)\}\mathbf{Post} \equiv \{d =_{\mathrm{obs}} \operatorname{borrar}(d_0, c)\}
```

Complejidad: O(|c|) Justificación: Debe acceder a la clave c, recorriendo una por una las partes de la clave (caracteres) e invalidar su significado

**Descripción:** Borra la clave c del diccionario y su significado.

```
CREARITCLAVES(in d: diccString(\alpha)) \rightarrow res: itConj(String)

Pre \equiv \{\text{true}\}\
Post \equiv \{\text{alias}(\text{esPermutacion}?(\text{SecuSuby}(\text{res}), c)) \land \text{vacia}?(\text{Anteriores}(\text{res}))\}
Complejidad: O(1)
Descripción: Crea un Iterador de Conjunto en base a la interfaz del iterador de Conjunto Lineal
```

### 6.1.2. Operaciones Básicas Del Iterador

Este iterador permite recorrer el trie sobre el que está implementado el diccionario para obtener de cada clave los significados. Las claves de los elementos iterados no pueden modificarse nunca por cuestiones de implementación. El iterador es un iterador de lista, que recorre listaIterable por lo que sus operaciones son identicas a ella.

```
CREARIT(in d: diccString(\alpha)) \rightarrow res: itDiccString(\alpha)
Pre \equiv {true}
Post \equiv {alias(esPermutación(SecuSuby(res), d)) \land vacia?(Anteriores(res))}
Complejidad: O(1)
```

**Descripción:** crea un iterador bidireccional del diccionario, de forma tal que HayAnterior evalúe a false (i.e., que se pueda recorrer los elementos aplicando iterativamente Siguiente).

Aliasing: El iterador se invalida si y sólo si se elimina el elemento siguiente del iterador sin utilizar la función EliminarSiguiente. Además, anteriores(res) y siguientes(res) podrían cambiar completamente ante cualquier operación que modifique d sin utilizar las funciones del iterador.

```
HAYSIGUIENTE(in it: itDiccString(\alpha)) \rightarrow res: bool
\mathbf{Pre} \equiv \{ \text{true} \}
\mathbf{Post} \equiv \{ \text{res} =_{obs} \text{ haySiguiente?}(it) \}
Complejidad: O(1)
Descripción: devuelve true si y sólo si en el iterador todavía quedan elementos para avanzar.
\text{HAYANTERIOR}(\textbf{in } it: \texttt{itDiccString}(\alpha)) \rightarrow res: \texttt{bool}
\mathbf{Pre} \equiv \{ \text{true} \}
\mathbf{Post} \equiv \{ \text{res} =_{obs} \text{hayAnterior?}(it) \}
Complejidad: O(1)
Descripción: devuelve true si y sólo si en el iterador todavía quedan elementos para retroceder.
SIGUIENTESIGNIFICADO(in it: itDiccString(\alpha)) \rightarrow res: \alpha
\mathbf{Pre} \equiv \{\text{haySiguiente?(it)}\}\
\mathbf{Post} \equiv \{ \text{alias}(\text{res} =_{obs} \text{haySiguiente?}(it).\text{significado}) \}
Complejidad: O(1)
Descripción: devuelve el significado del elemento siguiente del iterador
Aliasing: res es modificable si y sólo si it es modificable.
AnteriorSignificado(in it: itDiccString(\alpha)) \rightarrow res: \alpha
\mathbf{Pre} \equiv \{\text{hayAnterior?(it)}\}\
\mathbf{Post} \equiv \{ \text{alias}(\text{res} =_{obs} \text{haySiguiente?}(it).\text{significado}) \}
```

Descripción: devuelve el significado del elemento anterior del iterador

Aliasing: res es modificable si y sólo si it es modificable.

Complejidad: O(1)

```
AVANZAR(in/out it: itDiccString(\alpha))

Pre \equiv {it = it<sub>0</sub> \wedge haySiguiente?(it)}

Post \equiv {it = _{obs} avanzar(it<sub>0</sub>)}

Complejidad: O(1)

Descripción: avanza a la posicion siguiente del iterador.

RETROCEDER(in/out it: itDiccString(\alpha))

Pre \equiv {it = it<sub>0</sub> \wedge hayAnterior?(it)}

Post \equiv {it = _{obs} hayAnterior?(it<sub>0</sub>)}

Complejidad: O(1)
```

Descripción: retrocede a la posicion anterior del iterador.

### 6.1.3. Representación de Diccionario String $(\alpha)$

```
Diccionario String(\alpha) se representa con estr donde estr es tupla(raiz: arreglo(puntero(Nodo)), listaIterable: lista(puntero(Nodo))) donde Nodo es tupla(arbolTrie: arreglo(puntero(Nodo)), info: \alpha, info Valida: bool, info EnLista: iterador(listaIterable))
```

### 6.1.4. Invariante de Representación

- (I) Raiz es la raiz del arbol con invariante de trie y es un arreglo de 27 posiciones.
- (II) Cada uno de los elementos de la lista tiene que ser un puntero a un Nodo del trie.
- (III) Nodo es una tupla que contiene un arreglo de 27 posiciones con un puntero a otro Nodo en cada posicion ,un elemento info que es el alfa que contiene esa clave del arbol, un elemento infoValida y un elemento iterador que es un puntero a un nodo de la lista enlazada.
- (IV) El iterador a la lista enlazada de cada nodo tiene que apuntar al elemento de la lista que apunta al mismo Nodo.
- (V) Cada uno de los nodos de la lista apunta a un nodo del arbol cuyo infoEnLista apunta al mismo nodo de la lista.

```
(\forall c: diccString((\alpha)))()
    Rep: estr
                       \longrightarrow bool
    Rep(e) \equiv true \iff
                  longitud(e.raiz) = 27 \wedge_{L}
                  (\forall i \in [0..longitud(e.raiz)))
                    (((\neg e.raiz[i] == NULL) \Rightarrow_{L} nodoValido(raiz[i])) \land (*e.raiz[i].infoValida == true \Rightarrow_{L} nodoValido(raiz[i]))
                  iteradorValido(raiz[i]))) \land
                  listaValida(e.listaIterable)
    nodoValido
                      : puntero(Nodo) nodo \longrightarrow bool
    iterador
Valido : puntero(Nodo) nodo \longrightarrow bool
    nodoValido(nodo) \equiv
longitud(*nodo.arbolTrie) == 27 \wedge_{L}
(\forall i \in [0..longitud(*nodo.arbolTrie)))
((\neg *nodo.arbolTrie[i] == NULL) \Rightarrow_{L} nodoValido(*nodo.arbolTrie[i]))
    iterador Valido(nodo) \equiv
PunteroValido(nodo) \wedge_{L}
(\forall i \in [0..longitud(*nodo.arbolTrie)))
((*nodo.arbolTrie[i].infoValida == true) \Rightarrow_{L} iteradorValido(*nodo.arbolTrie[i]))
    PunteroValido(nodo) \equiv
El iterador perteneciente al nodo (infoEnLista) apunta a un nodo de listaIterable (lista(puntero(Nodo)))
cuyo puntero apunta al mismo nodo pasado por parámetro. Es decir se trata de una referencia circular.
```

listaValida(lista) ≡

Cada nodo de la lista tiene un puntero a un nodo de la estructura cuyo infoEnLista (iterador) apunta al mismo nodo. Es decir se trata de una referencia circular.

#### 6.1.5. Función de Abstracción

```
Abs : estr e \longrightarrow diccString(\alpha) {Rep(e)}

Abs(e) =<sub>obs</sub> d: diccString(\alpha) | (\forall s: string)(def?(d, s) =<sub>obs</sub>

Definido?(d,s) \land

def?(d, s) \Rightarrow_{\text{L}} obtener(s,d) =<sub>obs</sub>

Obtener(d,s)
```

### 6.2. Algoritmos

```
iCrearDiccionario() \rightarrow res: estr
\mathbf{Pre} \equiv \mathrm{true}
   arreglo(puntero(Nodo)) : res.raiz \leftarrow CrearArreglo(27)
                                                                                                                                                         \triangleright O(1)
   nat: i \leftarrow 0
                                                                                                                                                         \triangleright O(1)
   while i < long(res.raiz) do
                                                                                                                                                         \triangleright O(1)
        res.raiz[i] \leftarrow NULL
                                                                                                                                                         \triangleright O(1)
   end while
                                                                                                                                                         \triangleright O(1)
   res.listaIterable \leftarrow Vacia()
   Complejidad: O(1)
   Justificación: Crea un arreglo de 27 posiciones y lo recorre inicializándolo en NULL. Luego crea una lista vacía.
\mathbf{Post} \equiv \mathrm{res} =_{obs} \mathrm{vacio}()
```

```
\overline{\mathbf{iDefinido?}}(\mathbf{in}\ d\colon \mathtt{estr}),\ \mathbf{in}\ c\colon \mathtt{string}) \to res:bool
\mathbf{Pre} \equiv \mathrm{true}
    nat: i \leftarrow 0
                                                                                                                                                                                               \triangleright O(1)
    nat: letra \leftarrow ord(c[0])
                                                                                                                                                                                              \triangleright O(1)
    puntero(Nodo) : arr \leftarrow d.raiz[letra]
                                                                                                                                                                                              \triangleright O(1)
    while i < longitud(c) \land \neg arr = NULL do
                                                                                                                                                                                             \triangleright O(|c|)
          i \leftarrow i+1
                                                                                                                                                                                              \triangleright O(1)
         letra \leftarrow ord(c[i])
                                                                                                                                                                                              \triangleright O(1)
         arr \leftarrow (*arr).arbolTrie[letra]
                                                                                                                                                                                               \triangleright O(1)
    end while
                                                                                                                                                                                               \triangleright O(1)
    if i = longitud(c) then
          res \leftarrow (*arr).infoValida
                                                                                                                                                                                               \triangleright O(1)
    else
          res \leftarrow false
                                                                                                                                                                                               \triangleright O(1)
    end if
```

Complejidad: O(|c|)

<u>Justificación</u>: Toma el primer caracter y encuentra su posición en el arreglo raíz. Luego itera sobre los caracteres restantes hasta el final del String c, por lo que hace |c| operaciones. Finalmente pregunta si el significado encontrado es válido o no.

 $\mathbf{Post} \equiv \mathrm{res} =_{obs} \mathrm{def?(d,c)}$ 

```
iDefinir(in/out d: estr, in c: string, in s: \alpha)
\mathbf{Pre} \equiv \mathbf{d} =_{obs} \mathbf{d}_0
   nat: i \leftarrow 0
                                                                                                                                                               \triangleright O(1)
   nat: letra \leftarrow ord(c[0])
                                                                                                                                                               \triangleright O(1)
   if d.raiz[letra] = NULL then
                                                                                                                                                               \triangleright O(1)
        Nodo:nuevo
                                                                                                                                                               \triangleright O(1)
        arreglo(puntero(Nodo)): nuevo.arbolTrie \leftarrow CrearArrelgo(27)
                                                                                                                                                               \triangleright O(1)
        nuevo.infoValida \leftarrow false
                                                                                                                                                               \triangleright O(1)
        d.raiz[letra] \leftarrow puntero(nuevo)
                                                                                                                                                               \triangleright O(1)
   puntero(Nodo) : arr \leftarrow d.raiz[letra]
                                                                                                                                                               \triangleright O(1)
                                                                                                                                                              \triangleright O(|c|)
   while i < longitud(c) do
        i \leftarrow i+1
                                                                                                                                                               \triangleright O(1)
        letra \leftarrow ord(c[i])
                                                                                                                                                               \triangleright O(1)
        if arr.arbolTrie[letra] = NULL then
                                                                                                                                                               \triangleright O(1)
             Nodo: nuevo Hijo
                                                                                                                                                               \triangleright O(1)
             arreglo(puntero(Nodo)) : nuevoHijo.arbolTrie \leftarrow CrearArrelgo(27)
                                                                                                                                                               \triangleright O(1)
             nuevoHijo.infoValida \leftarrow false
                                                                                                                                                               \triangleright O(1)
             arr.arbolTrie[letra] \leftarrow puntero(nuevoHijo)
                                                                                                                                                               \triangleright O(1)
        end if
                                                                                                                                                               \triangleright O(1)
        arr \leftarrow (*arr).arbolTrie[letra]
   end while
   (*arr).info \leftarrow s
                                                                                                                                                      \triangleright O(copy(s))
   if \neg(*arr).infoValida then
                                                                                                                                                               \triangleright O(1)
        itLista(puntero(Nodo))it \leftarrow AgregarAdelante(d.listaIterable, NULL)
                                                                                                                                                               \triangleright O(1)
        (*arr).infoValida \leftarrow true
                                                                                                                                                               \triangleright O(1)
        (*arr).infoEnLista \leftarrow it
                                                                                                                                                               \triangleright O(1)
                                                                                                                                                               \triangleright O(1)
        siguiente(it) \leftarrow puntero(*arr)
   end if
```

Complejidad: O(|c| + copy(s))

<u>Justificación</u>: Itera sobre la cantidad de caracteres del String c y en caso de que algún caracter no esté definido crea un arrelglo de 27 posiciones, por lo que realiza |c| operaciones. Luego copia el significado pasado por parámetro en O(copy(s)) y finalmente agrega en la lista un puntero al nodo creado.

 $\mathbf{Post} \equiv \mathbf{d} =_{obs} \operatorname{definir}(\mathbf{c}, \mathbf{s}, \mathbf{d}_0)$ 

```
iObtener(in d: estr, in c: string) \rightarrow res: \alpha
\mathbf{Pre} \equiv \det?(\mathbf{c},\mathbf{d})
    nat: i \leftarrow 0
                                                                                                                                                                                        \triangleright O(1)
    nat: letra \leftarrow ord(c[0])
                                                                                                                                                                                       \triangleright O(1)
    puntero(Nodo) : arr \leftarrow d.raiz[letra]
                                                                                                                                                                                       \triangleright O(1)
    while i < longitud(c) do
                                                                                                                                                                                      \triangleright O(|c|)
         i \leftarrow i+1
                                                                                                                                                                                        \triangleright O(1)
         letra \leftarrow ord(c[i])
                                                                                                                                                                                        \triangleright O(1)
         arr \leftarrow (*arr).arbolTrie[letra]
                                                                                                                                                                                        \triangleright O(1)
    end while
    res \leftarrow (*arr).info
                                                                                                                                                                                        \triangleright O(1)
```

Complejidad: O(|c|)

<u>Justificación</u>: Toma el primer caracter y encuentra su posición en el arreglo raíz. Luego itera sobre los caracteres restantes hasta el final del String c, por lo que hace |c| operaciones. Finalmente retorna el significado almacenado. Todas las demás operaciones se realizan en O(1) porque son comparaciones o asignaciones de valores enteros o de punteros.

 $\mathbf{Post} \equiv \mathrm{alias}(\mathrm{res} =_{obs} \mathrm{obtener}(\mathrm{c,d})$ 

```
iEliminar(in/out d: estr, in c: string)
\mathbf{Pre} \equiv d =_{obs} d_0 \wedge \operatorname{def?(d,c)}
   nat: i \leftarrow 0
                                                                                                                                                                            \triangleright O(1)
   nat: letra \leftarrow ord(c[0])
                                                                                                                                                                            \triangleright O(1)
   puntero(Nodo) : arr \leftarrow d.raiz[letra]
                                                                                                                                                                            \triangleright O(1)
   pila(puntero(Nodo)): pil \leftarrow Vacia()
                                                                                                                                                                            \triangleright O(1)
   while i < longitud(c) do
                                                                                                                                                                          \triangleright O(|c|)
         i \leftarrow i + 1
                                                                                                                                                                            \triangleright O(1)
         letra \leftarrow ord(c[i])
                                                                                                                                                                            \triangleright O(1)
         arr \leftarrow (*arr).arbolTrie[letra]
                                                                                                                                                                            \triangleright O(1)
         Apilar(pil, arr)
                                                                                                                                                                            \triangleright O(1)
   end while
   if tieneHermanos(arr) then
                                                                                                                                                                            \triangleright O(1)
         (*arr).infoValida \leftarrow false
                                                                                                                                                                            \triangleright O(1)
   else
         i \leftarrow i+1
                                                                                                                                                                            \triangleright O(1)
        puntero(Nodo) : del \leftarrow tope(pil)
                                                                                                                                                                            \triangleright O(1)
        del \leftarrow NULL
                                                                                                                                                                            \triangleright O(1)
         Desapilar(pil)
                                                                                                                                                                            \triangleright O(1)
         while i < longitud(c) \land \neg tieneHermanosEInfo(*tope(pil)) do
                                                                                                                                                                          \triangleright O(|c|)
              del \leftarrow tope(pil)
                                                                                                                                                                            \triangleright O(1)
              del \leftarrow NULL
                                                                                                                                                                            \triangleright O(1)
              Desapilar(pil)
                                                                                                                                                                            \triangleright O(1)
              i \leftarrow i+1
                                                                                                                                                                            \triangleright O(1)
         end while
         if i = longitud(c) then
                                                                                                                                                                            \triangleright O(1)
              d.raiz[ord(c[0])] \leftarrow NULL
                                                                                                                                                                            \triangleright O(1)
         end if
   end if
```

Complejidad: O(|c|)

<u>Justificación:</u> Toma el primer caracter y encuentra su posición en el arreglo raíz. Luego crea una pila en O(1). Recorre el resto de los caracteres del String c y apila cada uno de los Nodos encontrado en la pila (0(1)) por lo que en total realiza |c| operaciones. Llama a la función tieneHermanos y le pasa por parámetro el nodo encontrado O(1) (ver Algoritmo "tieneHermanos"). Luego recorre todos los elementos apilados preguntando si hay alguno que no tiene hermanos para en cuyo caso eliminarlo, realizando en el peor caso |c| operaciones porque puede ser que sea necesario eliminar todo hasta la raiz.

 $\mathbf{Post} \equiv d =_{obs} \mathbf{borrar}(d_0, \mathbf{c})$ 

Complejidad: O(1)

<u>Justificación:</u> Recorre el arreglo de 27 posiciones en caso de que todas las posiciones del mismo tengan NULL. Como es una constante ya que en el peor caso siempre recorre a lo sumo 27 posiciones entonces es O(1).

 $\mathbf{Post} \equiv \mathrm{res} =_{obs} (\exists i \in [0..\mathrm{longitud}(*\mathrm{nodo.arbolTrie})) (*\mathrm{nodo.arbolTrie}[i] != \mathrm{NULL}))$ 

 $\overline{ ext{tieneHermanosEInfo}( ext{in } nodo: ext{puntero}( ext{Nodo})) 
ightarrow res: bool}$ 

 $\mathbf{Pre} \equiv \mathrm{nodo!}{=}\mathrm{NULL}$ 

 $res \leftarrow tieneHermanos(nodo) \land (*nodo).infoValida = true$ 

 $\triangleright O(1)$ 

Complejidad: O(1)

 $\overline{\text{Justificación:}}$  Llama a la función tiene Hermanos que es O(1) y verifica además que el nodo contenga información válida.

 $\mathbf{Post} \equiv \mathrm{res} =_{obs} (\exists i \in [0..\mathrm{longitud}(*\mathrm{nodo.arbolTrie})) \ (*\mathrm{nodo.arbolTrie}[\mathrm{i}] != \mathrm{NULL})) \ \land \ (*\mathrm{nodo}).\mathrm{infoValida} = \mathrm{true}$