

Algoritmos y Estructuras de Datos II

Departamento de Computación
Facultad de Ciencias Exactas y Naturales
Universidad de Buenos Aires

Trabajo Práctico II

Diseño

Grupo De TP Algo2

Integrante	LU	Correo electrónico
Fernando Castro	627/12	fernandoarielcastro92@gmail.com
Philip Garrett	318/14	garrett.phg@gmail.com
Gabriel Salvo	564/14	gabrielsalvo.cap@gmail.com
Bernardo Tuso	792/14	btuso.95@gmail.com

Reservado para la cdra

Instancia	Docente	Nota
Primera entrega		
Segunda entrega		

Índice

1. Modulo Coordenada	4
1.0.1. Representación de Mapa	5
1.0.2. Invariante de Representación	5
1.0.3. Función de Abstracción	5
2. Modulo Mapa	7
2.0.4. Representación de Mapa	7
2.0.5. Invariante de Representación	7
2.0.6. Función de Abstracción	8
3. Modulo Juego	11
3.0.7. Representación de Juego	13
3.0.8. Invariante de Representación	13
3.0.9. Función de Abstracción	14
3.1. Algoritmos	14
4. Modulo Diccionario Matriz($coord$, σ)	21
4.0.1. Especificacion de las operaciones auxiliares utilizadas en la interfaz	23
5. Módulo Cola de mínima prioridad(α)	26
5.1. Especificación	26
5.2. Interfaz	26
5.2.1. Operaciones básicas de ColaMinPrior	27
5.2.2. Operaciones del Iterador	27
5.3. Representación	28
5.3.1. Representación de ColaMinPrior(α)	28
5.3.2. Invariante de Representación (Rehacer con nueva estructura)	28
5.3.3. Función de Abstracción	29
5.3.4. Representación del Iterador Cola de Prioridad	29
5.3.5. Invariante de Representación	29
5.3.6. Función de Abstracción	29
5.4. Algoritmos	29
5.4.1. Algoritmos del Modulo	29
5.4.2. Algoritmos del Iterador	32
6. Módulo Diccionario String(α)	34
6.1. Interfaz	34
6.1.1. Operaciones básicas de Diccionario String(α)	34
6.1.2. Operaciones Básicas Del Iterador	35
6.1.3. Representación de Diccionario String(α)	37
6.1.4. Invariante de Representación	37
6.1.5. Función de Abstracción	38

6.2. Algoritmos	38
---------------------------	----

1. Modulo Coordenada

Interfaz

usa: NAT, BOOL.

se explica con: COORDENADA.

generos: *coor*.

CREARCOOR(*in* x : Nat, *in* y : Nat) $\rightarrow res$: Coordenada

Pre $\equiv \{\text{true}\}$

Post $\equiv \{res =_{\text{obs}} \text{crearCoor}(x, y)\}$

Complejidad: $\Theta(1)$

Descripción: Crea una nueva coordenada

LATITUD(*in* c : Coordenada) $\rightarrow res$: Nat

Pre $\equiv \{\text{true}\}$

Post $\equiv \{res =_{\text{obs}} \text{latitud}(c)\}$

Complejidad: $O(1)$

Descripción: Devuelve la latitud de la coordenada pasada por parametro

LONGITUD(*in* c : Coordenada) $\rightarrow res$: Nat

Pre $\equiv \{\text{true}\}$

Post $\equiv \{res =_{\text{obs}} \text{longitud}(c)\}$

Complejidad: $O(1)$

Descripción: Devuelve la longitud de la coordenada pasada por parametro

DISTEUCLIDEA(*in* $c1$: Coordenada, *in* $c2$: Coordenada) $\rightarrow res$: Nat

Pre $\equiv \{\text{true}\}$

Post $\equiv \{res =_{\text{obs}} \text{distEuclidea}(c1, c2)\}$

Complejidad: $O(1)$

Descripción: Devuelve la distancia euclidea entre las dos coordenadas

COORDENADAARRIBA(*in* c : Coordenada) $\rightarrow res$: Coordenada

Pre $\equiv \{\text{true}\}$

Post $\equiv \{res =_{\text{obs}} \text{coordenadaArriba}(c)\}$

Complejidad: $O(1)$

Descripción: Devuelve la coordenada de arriba

COORDENADAABAJO(*in* c : Coordenada) $\rightarrow res$: Coordenada

Pre $\equiv \{\text{latitud}(c) > 0\}$

Post $\equiv \{res =_{\text{obs}} \text{coordenadaAbajo}(c)\}$

Complejidad: $O(1)$

Descripción: Devuelve la coordenada de abajo

COORDENADAALADERECHA(*in* c : Coordenada) $\rightarrow res$: Coordenada

Pre $\equiv \{\text{true}\}$

Post $\equiv \{res =_{\text{obs}} \text{coordenadaALaDerecha}(c)\}$

Complejidad: $O(1)$

Descripción: Devuelve la coordenada de la derecha

COORDENADAALAIZQUIERDA(*in* c : Coordenada) $\rightarrow res$: Coordenada

Pre $\equiv \{\text{longitud}(c) > 0\}$

Post $\equiv \{res =_{\text{obs}} \text{coordenadaALaIzquierda}(c)\}$

Complejidad: $O(1)$

Descripción: Devuelve la coordenada de la izquierda

Representación

1.0.1. Representación de Mapa

Coordenada se representa con **estr**

donde **estr** es $\text{tupla}(la: \text{Nat}, lo: \text{Nat})$

1.0.2. Invariante de Representación

$\text{Rep} : \text{estr} \rightarrow \text{bool}$

$\text{Rep}(e) \equiv \text{true} \iff \text{true}$

1.0.3. Función de Abstracción

$\text{Abs} : \text{estr } e \rightarrow \text{coord}$

$\{\text{Rep}(e)\}$

$\text{Abs}(e) \equiv (\forall c: \text{coord}) e.la = \text{latitud}(c) \wedge e.lo = \text{longitud}(c)$

Algoritmos

Trabajo Práctico II Algoritmos del modulo

H|iCrearCoord(in $x: \text{Nat}$, in $y: \text{Nat}$) $\rightarrow res: \text{estr}$

1: $res.la \leftarrow x$

$\triangleright \Theta(1)$

2: $res.lo \leftarrow y$

$\triangleright \Theta(1)$

Complejidad: $\Theta(1)$

end

H|iLatitud(in $c: \text{estr}$) $\rightarrow res: \text{Nat}$

1: $res \leftarrow c.la$

$\triangleright \Theta(1)$

Complejidad: $\Theta(1)$

end

H|iLongitud(in $c: \text{estr}$) $\rightarrow res: \text{Nat}$

1: $res \leftarrow c.lo$

$\triangleright \Theta(1)$

Complejidad: $\Theta(1)$

end

H|iDistEuclidea(in $c1: \text{estr}$, in $c2: \text{estr}$) $\rightarrow res: \text{Nat}$

1: $rLa \leftarrow 0$

$\triangleright \Theta(1)$

2: $rLo \leftarrow 0$

$\triangleright \Theta(1)$

3: **if** $c1.la > c2.la$ **then**

$\triangleright \Theta(1)$

4: $rLa \leftarrow ((c1.la - c2.la) \times (c1.la - c2.la))$

$\triangleright \Theta(1)$

5: **else**

6: $rLa \leftarrow ((c2.la - c1.la) \times (c2.la - c1.la))$

$\triangleright \Theta(1)$

7: **end if**

8: **if** $c1.lo > c2.lo$ **then**

$\triangleright \Theta(1)$

```
9:   rLo  $\leftarrow$  ((c1.lo - c2.lo) x (c1.lo - c2.lo))  $\triangleright \Theta(1)$ 
10: else
11:   rLo  $\leftarrow$  ((c2.lo - c1.lo) x (c2.lo - c1.lo))  $\triangleright \Theta(1)$ 
12: end if
13: res  $\leftarrow$  (rLa + rLo)  $\triangleright \Theta(1)$ 
```

Complejidad: $\Theta(1)$

end

```
H|iCoordenadaArriba(in c: estr)  $\rightarrow$  res: estr
1: res  $\leftarrow$  iCrearCoor(c.la + 1, c.lo)  $\triangleright \Theta(1)$ 
```

Complejidad: $\Theta(1)$

end

```
H|iCoordenadaAbajo(in c: estr)  $\rightarrow$  res: estr
1: res  $\leftarrow$  iCrearCoor(c.la - 1, c.lo)  $\triangleright \Theta(1)$ 
```

Complejidad: $\Theta(1)$

end

```
H|iCoordenadaALaDerecha(in c: estr)  $\rightarrow$  res: estr
1: res  $\leftarrow$  iCrearCoor(c.la, c.lo + 1)  $\triangleright \Theta(1)$ 
```

Complejidad: $\Theta(1)$

end

```
H|iCoordenadaALaIzquierda(in c: estr)  $\rightarrow$  res: estr
1: res  $\leftarrow$  iCrearCoor(c.la, c.lo - 1)  $\triangleright \Theta(1)$ 
```

Complejidad: $\Theta(1)$

end

2. Modulo Mapa

Interfaz

usa: NAT, BOOL, COORDENADA, CONJ(α).

se explica con: MAPA.

generos: map.

CREARMAPA() $\rightarrow res : \text{Mapa}$

Pre $\equiv \{\text{true}\}$

Post $\equiv \{res =_{\text{obs}} \text{crearMapa}()\}$

Complejidad: $O(1)$

Descripción: Crea un nuevo mapa

AGREGARCOORDENADA(**in/out** $m : \text{Mapa}$, **in** $c : \text{Coordenada}$) $\rightarrow res : \text{itConj}(\text{Coordenada})$

Pre $\equiv \{m =_{\text{obs}} m_0\}$

Post $\equiv \{m =_{\text{obs}} \text{agregarCoor}(c, m_0)\}$

Complejidad: $\Theta \left(\sum_{c' \in \text{coordenadas}(m)} \text{equal}(c, c') \right)$

Descripción: Agrega una coordenada al mapa y devuelve el iterador a la coordenada agregada. Su complejidad es la de agregar un elemento al conjunto lineal.

COORDENADAS(**in** $m : \text{Mapa}$) $\rightarrow res : \text{itConj}(\text{Coordenada})$

Pre $\equiv \{\text{true}\}$

Post $\equiv \{res =_{\text{obs}} \text{coordenadas}(m)\}$

Complejidad: $O(1)$

Descripción: Devuelve un iterador al conjunto de coordenadas del mapa

POSEXISTENTE(**in** $c : \text{Coordenada}$, **in** $m : \text{Mapa}$) $\rightarrow res : \text{Bool}$

Pre $\equiv \{\text{true}\}$

Post $\equiv \{res =_{\text{obs}} \text{posExistente}(c, m)\}$

Complejidad: $\Theta \left(\sum_{c' \in \text{coordenadas}(m)} \text{equal}(c, c') \right)$

Descripción: Devuelve verdadero si la coordenada esta en el conjunto de coordenadas del mapa

HAYCAMINO(**in** $c1 : \text{Coordenada}$, **in** $c2 : \text{Coordenada}$, **in** $m : \text{Mapa}$) $\rightarrow res : \text{Bool}$

Pre $\equiv \{c1 \in \text{coordenadas}(m) \wedge c2 \in \text{coordenadas}(m)\}$

Post $\equiv \{res =_{\text{obs}} \text{hayCamino}(c1, c2, m)\}$

Complejidad: $\Theta(1)$

Descripción: Devuelve verdadero si existe un camino entre ambas coordenadas

Representación

2.0.4. Representación de Mapa

Mapa se representa con **estr**

donde **estr** es $\text{tupla}(\text{coordenadas} : \text{ConjLineal}(\text{Coordenada}), \text{ancho} : \text{Nat}, \text{secciones} : \text{DiccMat}(\text{Coordenada}, \text{Nat}))$

2.0.5. Invariante de Representación

1. El ancho del mapa es igual al maximo del primer elemento de las coordenadas

Rep : $\text{estr} \rightarrow \text{bool}$

$\text{Rep}(e) \equiv \text{true} \iff (e.\text{ancho} = \text{Max}((\text{coordenadas})_2) \wedge (\forall c : \text{Coordenada}) c \in e.\text{coordenadas} \Rightarrow_{\text{L}} \text{def?}(c, e.\text{secciones}))$

2.0.6. Función de Abstracción

Abs : $\text{estr } e \rightarrow \text{Mapa}$

$\{\text{Rep}(e)\}$

$\text{Abs}(e) \equiv (\forall m : \text{Mapa}) e.\text{coordenadas} = \text{coordenadas}(m)$

Algoritmos

Trabajo Práctico II Algoritmos del modulo

H|CrearMapa() $\rightarrow res : \text{estr}$

1: $res.\text{coordenadas} \leftarrow \text{Vacio}()$

\triangleright La complejidad es la de crear el Conjunto Lineal vacio $\Theta(1)$

2: $res.\text{ancho} \leftarrow 0$

$\triangleright \Theta(1)$

3: $res.\text{secciones} \leftarrow \text{NULL}$

$\triangleright \Theta(1)$

Complejidad: $\Theta(1)$

end

H|AgregarCoordenada(in/out m: estr, in c: Coordenada) $\rightarrow res : \text{itConj}(\text{Coordenada})$

1: $\text{largo} \leftarrow \text{Largo}(m)$

$\triangleright \Theta(\text{Cardinal}(m.\text{coordenadas}))$

2: $\text{ancho} \leftarrow \text{Ancho}(m)$

$\triangleright \Theta(\text{Cardinal}(m.\text{coordenadas}))$

3: $m.\text{secciones} \leftarrow \text{Vacio}(\text{largo}, \text{ancho})$

$\triangleright \Theta(\text{largo} * \text{ancho})$

4: $res \leftarrow \text{Agregar}(m.\text{coordenadas}, c)$

$\triangleright \Theta \left(\sum_{c' \in \text{coordendas}(m)} \text{equal}(c, c') \right)$

5: $\text{seccion} \leftarrow 0$

$\triangleright \Theta(1)$

6: $\text{itCoor} \leftarrow \text{CrearIt}(m.\text{coordenadas})$

$\triangleright \Theta(1)$

7: **while** *HaySiguiente(itCoor)* **do**

$\triangleright \Theta(\text{Cardinal}(m.\text{coordenadas}))$

8: $\text{coord} \leftarrow \text{Siguiente}(itCoor)$

$\triangleright \Theta(1)$

9: $\text{Avanzar}(it)$

$\triangleright \Theta(1)$

10: **if** $\neg(\text{Definido?}(m.\text{secciones}, \text{coord}))$ **then**

$\triangleright \Theta(1)$

11: $\text{DefinirSeccion}(m, \text{coord}, \text{seccion})$

$\triangleright \Theta(\text{Cardinal}(m.\text{coordenadas}))$

12: $\text{seccion} \leftarrow \text{seccion} + 1$

$\triangleright \Theta(1)$

13: **end if**

14: **end while**

Complejidad: $\Theta(\text{Ancho}(m) * \text{Largo}(m) + \text{Cardinal}(m.\text{coordenadas})^2)$

Justificación: $\Theta(\text{Ancho}(m) * \text{Largo}(m))$ es mayor o igual que $\Theta(\text{Cardinal}(m.\text{coordenadas}))$ y el costo de Agregar un elemento a un conjunto lineal. El While tiene complejidad $\Theta(\text{Cardinal}(m.\text{coordenadas}))$ dentro, y dentro se llama a una funcion con la misma complejidad, luego, por algebra de complejidad, es $\Theta(\text{Ancho}(m) * \text{Largo}(m) + \text{Cardinal}(m.\text{coordenadas})^2)$

end

H|DefinirSeccion(in/out m: estr, in c: Coordenada, in i: Nat)

1: **if** $\neg(\text{Definido?}(m.\text{secciones}, c)) \wedge \text{PosExistente}(c, m)$ **then**

$\triangleright \Theta \left(\sum_{c' \in \text{coordendas}(m)} \text{equal}(c, c') \right)$

2: $\text{Definir}(m.\text{secciones}, c, i)$

$\triangleright \Theta(1)$

3: $\text{DefinirSeccion}(m, \text{CoordenadaArriba}(c), i)$

$\triangleright \Theta(\text{Cardinal}(m.\text{coordenadas}))$

4: $\text{DefinirSeccion}(m, \text{CoordenadaALaDerecha}(c), i)$

$\triangleright \Theta(\text{Cardinal}(m.\text{coordenadas}))$


```

5:   if Latitud(c) > 0 then ▷  $\Theta(1)$ 
6:     DefinirSeccion(m, CoordenadaAbajo(c), i) ▷  $\Theta(\text{Cardinal}(m.coordenadas))$ 
7:   end if
8:   if Longitud(c) > 0 then ▷  $\Theta(1)$ 
9:     DefinirSeccion(m, CoordenadaALaIzquierda(c), i) ▷  $\Theta(\text{Cardinal}(m.coordenadas))$ 
10:  end if
11: end if

```

Complejidad: $\Theta(\text{Cardinal}(m.coordenadas))$

Justificación DefinirSeccion se llama a si misma recursivamente recorriendo las coordenadas, en el peor caso, recorre todas las coordenadas una vez, luego su complejidad es $\Theta(4^{\text{Cardinal}(m.coordenadas)})$ que se puede simplificar, ya que pertenece a la misma clase. Esta funcion no es cuadratica, ya que usa el diccionario para chequear que no este recorriendo una posicion mas de una vez.

end

H|iCoordenadas(**in** *m*: **estr**) → *res*: itConj(Coordenada)

1: *res* ← *CrearIt*(*m.coordenadas*) ▷ La complejidad es la de crear un iterador a un conjunto lineal $\Theta(1)$

Complejidad: $\Theta(1)$

end

H|iPosExistente(**in** *c*: Coordenada, **in** *m*: **estr**) → *res*: Bool

1: *res* ← *pertenece?*(*m.coordenadas*, *c*) ▷ $\Theta\left(\sum_{c' \in \text{coordenadas}(m)} \text{equal}(c, c')\right)$

Complejidad: $\Theta\left(\sum_{c' \in \text{coordenadas}(m)} \text{equal}(c, c')\right)$

Justificación: La complejidad es la fijarse que un elemento pertenezca al conjunto lineal.

end

H|iHayCamino(**in** *c1*: Coordenada, **in** *c2*: Coordenada, **in** *m*: **estr**) → *res*: Bool

1: *res* ← (*Definido?*(*m.secciones*, *c1*) ∧ *Definido?*(*m.secciones*, *c2*)) ∧_L (*Significado*(*m.secciones*, *c1*) = *Significado*(*m.secciones*, *c2*)) ▷ $\Theta(1)$

Complejidad: $\Theta(1)$

end

H|iAncho(**in** *m*: **estr**) → *res*: Nat

```

1: it ← CrearIt(m.coordenadas) ▷  $\Theta(1)$ 
2: max ← 0 ▷  $\Theta(1)$ 
3: while HaySiguiente(it) do ▷  $\Theta(\text{Cardinal}(m.coordenadas))$ 
4:   if max < Siguiente(it)2 then ▷  $\Theta(1)$ 
5:     max ← Siguiente(it)2 ▷  $\Theta(1)$ 
6:   end if
7:   Avanzar(it) ▷  $\Theta(1)$ 
8: end while

```

Complejidad: $\Theta(\text{Cardinal}(m.coordenadas))$

end

```
H|Largo(in  $m$ : estr)  $\rightarrow$   $res$  : Nat
1:  $it \leftarrow CrearIt(m.coordenadas)$   $\triangleright \Theta(1)$ 
2:  $max \leftarrow 0$   $\triangleright \Theta(1)$ 
3: while  $HaySiguiente(it)$  do  $\triangleright \Theta(Cardinal(m.coordenadas))$ 
4:   if  $max < Siguiente(it)_1$  then  $\triangleright \Theta(1)$ 
5:      $max \leftarrow Siguiente(it)_1$   $\triangleright \Theta(1)$ 
6:   end if
7:    $Avanzar(it)$   $\triangleright \Theta(1)$ 
8: end while

Complejidad:  $\Theta(Cardinal(m.coordenadas))$ 
```

end

3. Modulo Juego

Interfaz

usa: MAPA, COORDENADA.

se explica con: JUEGO.

generos: juego.

CREARJUEGO(in m : Mapa) $\rightarrow res$: Juego

Pre $\equiv \{\text{true}\}$

Post $\equiv \{res =_{\text{obs}} \text{crearJuego}(m_0) \wedge \text{mapa}(res) =_{\text{obs}} m_0\}$

Complejidad: $O((\text{largo}(m) \times \text{ancho}(m)) + \text{copy}(m))$

Descripción: Crea el nuevo juego

AGREGARPOKEMON(in/out j : Juego, in c : Coordenada, in p : Pokemon) $\rightarrow res$: itConj(Pokemon)

Pre $\equiv \{j =_{\text{obs}} j_0 \wedge \text{puedoAgregarPokemon}(c, j_0)\}$

Post $\equiv \{j =_{\text{obs}} \text{agregarPokemon}(p, c, j_0)\}$

Complejidad: $O(|P| + EC * \log(EC))$

Descripción: EC es la maxima cantidad de jugadores esperando para atrapar un pokemon. $|P|$ es el nombre mas largo para un pokemon en el juego

AGREGARJUGADOR(in/out j : Juego) $\rightarrow res$: Jugador

Pre $\equiv \{j =_{\text{obs}} j_0\}$

Post $\equiv \{j =_{\text{obs}} \text{agregarJugador}(j_0) \wedge res = \#jugadores(j_0) + \#expulsados(j_0)\}$

Complejidad: $O(J)$

Descripción: Agrega el jugador en el conjLineal, el iterador que devuelve el agregar se guarda en un vector donde la posicion es el id del jugador que voy a devolver

CONECTARSE(in/out j : Juego, in id : Jugador, in c : Coordenada)

Pre $\equiv \{j =_{\text{obs}} j_0 \wedge id \in jugadores(j_0) \wedge \neg \text{estaConectado}(id, j_0) \wedge \text{posExistente}(c, \text{mapa}(j_0))\}$

Post $\equiv \{j =_{\text{obs}} \text{conectarse}(id, c, j_0)\}$

Complejidad: $O(\log(EC))$

Descripción: Conecta al jugador pasado por parametro en la coordenada indicada

DESCONECTARSE(in/out j : Juego, in id : Jugador)

Pre $\equiv \{j =_{\text{obs}} j_0 \wedge id \in jugadores(j_0) \wedge \text{estaConectado}(id, j_0)\}$

Post $\equiv \{j =_{\text{obs}} \text{desconectarse}(id, j_0)\}$

Complejidad: $O(\log(EC))$

Descripción: Desconecta al jugador pasado por parametro

MOVERSE(in/out j : Juego, in id : Jugador, in c : Coordenada)

Pre $\equiv \{j =_{\text{obs}} j_0 \wedge id \in jugadores(j_0) \wedge \text{estaConectado}(id, j_0) \wedge \text{posExistente}(c, \text{mapa}(j_0))\}$

Post $\equiv \{j =_{\text{obs}} \text{moverse}(c, id, j_0)\}$

Complejidad: $O((PS + PC) * |P| + \log(EC))$

Descripción: Mueve al jugador pasado por parametro a la coordenada indicada

MAPA(in j : Juego) $\rightarrow res$: Mapa

Pre $\equiv \{\text{true}\}$

Post $\equiv \{res =_{\text{obs}} \text{mapa}(j)\}$

Complejidad: $O(\text{copy}(\text{mapa}(j)))$

Descripción: Devuelve el mapa del juego

JUGADORES(in j : Juego) $\rightarrow res$: itConj(Jugador)

Pre $\equiv \{\text{true}\}$

Post $\equiv \{res =_{\text{obs}} jugadores(j)\}$

Complejidad: $\Theta(1)$

Descripción: Devuelve un iterador al conjunto de jugadores del juego

ESTACONECTADO(in j : Juego, in id : Jugador) $\rightarrow res$: Bool

Pre $\equiv \{id \in jugadores(j)\}$

Post $\equiv \{res =_{obs} estaConetado(id, j)\}$

Complejidad: $\Theta(1)$

Descripción: Devuelve si el jugador con id ingresado esta conectado o no

POSICION(in j : Juego, in id : Jugador) $\rightarrow res$: Coordenada

Pre $\equiv \{id \in jugadores(j) \wedge_L estaConectado(id, j)\}$

Post $\equiv \{res =_{obs} posicion(id, j)\}$

Complejidad: $\Theta(1)$

Descripción: Devuelve la posicion actual del jugador con id ingresado si esta conectado

POKEMONES(in j : Juego, in id : Jugador) $\rightarrow res$: itConj(<Pokemon, Nat>)

Pre $\equiv \{id \in jugadores(j)\}$

Post $\equiv \{res =_{obs} pokemons(id, j)\}$

Complejidad: $\Theta(1)$

Descripción: Devuelve un iterador a la estructura que almacena los punteros a pokemons del jugador del id ingresado

EXPULSADOS(in j : Juego) $\rightarrow res$: itConj(Jugador)

Pre $\equiv \{True\}$

Post $\equiv \{res =_{obs} expulsados(j)\}$

Complejidad: $\Theta(1)$

Descripción: Devuelve un iterador al conjunto de jugadores expulsados del juego

POSCONPOKEMONES(in j : Juego) $\rightarrow res$: itConj(Coordenada)

Pre $\equiv \{True\}$

Post $\equiv \{res =_{obs} posConPokemons(j)\}$

Complejidad: $O(1)$

Descripción: Devuelve un iterador al conjunto de coordenadas en donde hay pokemons

POKEMONENPOS(in j : Juego, in c : Coordenada) $\rightarrow res$: Pokemon

Pre $\equiv \{c \in posConPokemons(j)\}$

Post $\equiv \{res =_{obs} pokemonEnPos(c, j)\}$

Complejidad: $\Theta(1)$

Descripción: Devuelve un iterador al pokemon de la coordenada dada

CANTMOVIMIENTOSPARACAPTURA(in j : Juego, in c : Coordenada) $\rightarrow res$: Nat

Pre $\equiv \{c \in posConPokemons(j)\}$

Post $\equiv \{res =_{obs} cantMovimientosParaCaptura(c, j)\}$

Complejidad: $\Theta(1)$

Descripción: Devuelve la cantidad de movimientos acumulados hasta el momento, para atrapar al pokemon de la coordenada dada

PUEDOAGREGARPOKEMON(in j : Juego, in c : Coordenada) $\rightarrow res$: Bool

Pre $\equiv \{True\}$

Post $\equiv \{res =_{obs} puedoAgregarPokemon(c, j)\}$

Complejidad: $\Theta\left(\sum_{c' \in coordenas(mapa(j))} equal(c, c')\right)$

Descripción: Devuelve si la coordenada ingresada es valida para agregar un pokemon en ella

HAYPOKEMONCERCANO(in j : Juego, in c : Coordenada) $\rightarrow res$: Bool

Pre $\equiv \{True\}$

Post $\equiv \{res =_{obs} hayPokemonCercano(c, j)\}$

Complejidad: $\Theta(1)$

Descripción: Devuelve si la coordenada ingresada pertenece al rango de un pokemon salvaje

POSPOKEMONCERCANO(in j : Juego, in c : Coordenada) $\rightarrow res$: Coordenada

Pre $\equiv \{hayPokemonCercano(c, j)\}$

Post $\equiv \{res =_{obs} posPokemonCercano(c, j)\}$

Complejidad: $\Theta(1)$

Descripción: Devuelve la coordenada mas del pokemon salvaje del rango siempre y cuando haya uno

ENTRENADORESPOSIBLES(**in** c : Coordenada, **in** es : conjLineal(itConj(Jugador)), **in** j : Juego) $\rightarrow res$: itConj(Jugador)
Pre $\equiv \{hayPokemonCercano(c, j) \wedge_L pokemonEnPos(posPokemonCercano(c, j), j).jugadoresEnRango \subseteq jugadoresConectados(c, j)\}$
Post $\equiv \{res =_{obs} entrenadoresPosibles(c, pokemonEnPos(posPokemonCercano(c, j), j).jugadoresEnRango, j)\}$
Complejidad: $O(Cardinal(es))$
Descripción: Devuelve un iterador a los jugadores que estan esperando para atrapar al pokemon mas cercano a la coordenada ingresada

INDICERAREZA(**in** j : Juego, **in** p : Pokemon) $\rightarrow res$: Nat
Pre $\equiv \{p \in todosLosPokemons(j)\}$
Post $\equiv \{res =_{obs} indiceRareza(p, j)\}$
Complejidad: $O(|P|)$
Descripción: Devuelve el indice de rareza del pokemon del juego ingresado

CANTPOKEMONESTOTALES(**in** j : Juego) $\rightarrow res$: Nat
Pre $\equiv \{true\}$
Post $\equiv \{res =_{obs} cantPokemonsTotales(p)\}$
Complejidad: $\Theta(1)$
Descripción: Devuelve la cantidad de pokemones que hay en el juego

CANTMISMAESPECIE(**in** j : Juego, **in** p : Pokemon) $\rightarrow res$: Nat
Pre $\equiv \{true\}$
Post $\equiv \{res =_{obs} cantMismaEspecie(p, pokemons(j), j)\}$
Complejidad: $O(|P|)$
Descripción: Devuelve la cantidad de pokemones de la especie ingresada hay en el juego

Representación

3.0.7. Representación de Juego

Jugador se representa con Nat

Pokemon se representa con String

Juego se representa con estr

donde $estr$ es tupla($pokemones$: diccString(Pokemon, ListaPorTipo(itConj(infoPokemon))), $todosLosPokemones$: conjLineal(infoPokemon) , $jugadores$: conjLineal(infoJugador) , $expulsados$: conjLineal(Nat) , $jugadoresPorID$: Vector(<itConj(infoJugador), itColaPrior(Jugador)>) , $posicionesPokemons$: DiccMat(Coordenada, <Pokemon, itConj(infoPokemon)>) , $posicionesJugadores$: DiccMat(Coordenada, conjLineal(Jugador)) , $mapa$: Mapa)

donde $infoJugador$ es tupla(id : Jugador , $estaConectado$: Bool , $sanciones$: Nat , $pokeCapturados$: conjLineal(itConj(infoPokemon)))

donde $infoPokemon$ es tupla($contador$: Nat , $jugadoresEnRango$: colaPrior<Nat, itConj(jugadores)> , $salvaje$: Bool)

3.0.8. Invariante de Representación

1. La suma de todos los significados de pokemones es igual al cardinales de todosLosPokemones.

2. La suma de la cantidad de jugadores y expulsados es igual a la longitud del vector jugadoresPorID.
3. Para toda coordenada, si esta definida en posicionesPokemons entonces la coordenada pertenece al mapa.
4. La posicion de todo jugador que pertenezca al conjunto jugadores y este conectado pertenece al mapa.
5. Para todo pokemon que exista en pokemons y sea salvaje, el conjunto de jugadores que esta esperando para atraparlo pertenece al conjunto jugadores.
6. Todo jugador que pertenezca a jugadores, este conectado y este esperando para atrapar, esta incluido en el conjunto de jugadores en rango del pokemon al que quiere atrapar.
7. Los conjuntos jugadores y expulsados son disjuntos.

1. Checkear con significado de trie
2. $\# e.jugadores + \# e.expulsados = \text{long}(e.jugadoresPorID)$
3. $(\forall c : \text{coord}) \text{def?}(c, e.posicionesPokemons) \Rightarrow_L j.\text{posicion} \in e.mapa.coordenadas$
4. $(\forall j : \text{jug}) j \in e.jugadores \wedge j.\text{estaConectado} \Rightarrow_L j.\text{posicion} \in e.mapa.coordenadas$
5. $(\forall p : \text{poke}) (\text{def?}(p, e.pokemons) \wedge p.\text{salvaje}) \Rightarrow_L (\forall it : \text{itJug}) \text{HayMas?}(it) \wedge_L \text{Actual}(it) \in p.jugadoresEnRango \Rightarrow_L \text{Actual}(it) \in e.jugadores$
6. $(\forall j : \text{jug}) j \in e.jugadores \wedge j.\text{estaConectado} \wedge_L \text{estaParaAtrapar}(j) \Rightarrow_L (\forall p : \text{poke}) \text{def?}(p, e.pokemons) \wedge_L j \in p.jugadoresEnRango$
7. $(\forall j : \text{jug}) (j \in e.jugadores \Rightarrow_L j \notin e.expulsados) \vee (j \in e.expulsados \Rightarrow_L j \notin e.jugadores)$

3.0.9. Función de Abstracción

Abs(e): este -> Jugo Rep(e) pGo: Juego tq e.mapa = mapa(pGo) y e.jugadores = jugadores(pGo) y luego
 (Para todo j : jugador) j pertenece e.jugadores impluego
 j.sanciones = sanciones(j, pGo) ((j pertenece expulsados(pGo) y j.sanciones >= 10)
 oluego (j.pokesCapturados = pokemons(j,pGo) y j.estaConectado = estaConectad(j,pGo)
 y j.estaConectado impluego j.pos = posicion(j,pGo))) y
 (Para todo p : pokemon) p pertenece e.pokemons impluego (Para todo j : Jugador)
 j pertenece e.jugadores y luego p pertenece pokemons(j,pGo) o [(Para todo c : coord)
 c pertenece e.mapa.coordenadas y luego p = pokemonEnPos(c,pGo) y cantMovParaCap(c,pGo)
 p.contador]

3.1. Algoritmos

H|CrearJuego(in m : Mapa) → res : estr

```

estr : j                                     ▷ O(1)
j.pokemons ← CrearDiccionario()             ▷ O(1)
j.todosLosPokemons ← Vacio()                ▷ O(1)
j.jugadores ← Vacio()                       ▷ O(1)
j.expulsados ← Vacio()                      ▷ O(1)
j.jugadoresPorID ← Vacia()                  ▷ O(1)
j.posicionesPokemons ← Vacio(largo(m), ancho(m)) ▷ O(largo(m) x ancho(m))
j.posicionesJugadores ← Vacio(largo(m), ancho(m)) ▷ O(largo(m) x ancho(m))
j.mapa ← m                                  ▷ O(copy(m))
res ← j                                     ▷ O(1)

```

Complejidad: $O((\text{largo}(m) \times \text{ancho}(m)) + \text{copy}(m))$

Justificación:

end

H|iAgregarPokemon(in/out j: estr, in c: Coordenada, in p: Pokemon) → res : itConj(Pokemon)

```

  ItColaPrior(itJugador)it ← entrenadoresPosibles(j, c)                                ▷ O(|I|)
  while it.HaySiguiente() do                                                         ▷ O(1)
    Definir(p.jugadoresEnRango, it.Siguiente().id, it.Siguiente())                 ▷ O(log(|entrenadoresPosibles|))
  end while
  p.salvaje ← TRUE                                                                    ▷ O(|I|)
  p.contador ← 0                                                                      ▷ O(|I|)
  j.pokemonsTotales ← j.pokemonsTotales + 1                                       ▷ O(|I|)
  if Definido?(pokemones, p.tipo) then                                              ▷ O(|P|)
    ItPokemon poke ← Obtener(j.pokemones, p.tipo)                                ▷ O(|p.tipo|)
  else
    ItPokemon poke ← Definir(j.pokemones, p.tipo, p)                              ▷ O(|p.tipo|)
  end if
  res ← Definir(j.posicionesPokemon, coord, < poke, true >)                        ▷ O(|I|)

```

Complejidad: $O(|p.tipo| + |entrenadoresPosibles| * \log(|entrenadoresPosibles|))$ esta mal creo, pero no se que meterle

Justificación: definir, preguntar si esta definido y obtener el pokemon son la longitud del tipo ya que representan una insercion o busqueda en un trie, el ciclo recorre todos los entrenadores posibles, los cuales pertenecen a un conjunto acotado por el rango del pokemon, hay tantos ciclos como entrenadores posibles y por cada uno de ellos hay que definirlo en un heap

end

H|iAgregarJugador(in/out j: estr) → res : Jugador

```

  id ← Cardinal(j.jugadores) + Cardinal(j.expulsados)                             ▷ O(1)
  infoJ ← <id, false, 0, Vacio()>                                                  ▷ O(1) El jugador es creado vacio, sin sanciones y sin pokemones atrapados
  itJ ← AgregarRapido(j.jugadores, infoJ)                                          ▷ O(copy(infoJ))
  AgregarAtras(j.jugadoresPorID, <itJ, NULL>)                                     ▷ O(J) Donde J es la cantidad total de jugadores que fueron
  agregados al juego
  res ← id                                                                           ▷ O(1)

```

Complejidad: $O(J)$ donde J es la cantidad de jugadores

Justificación: $O(\text{copy}(\text{Jugador}))$ es igual a $O(1)$ ya que solamente es copiar Nat, Bool y un conjunto vacio.

end

H|iConectarse(in/out j: estr, in e: Jugador, in c: Coordenada)

```

  tupJug ← j.jugadoresPorId[e]                                                     ▷ O(1)
  itJug ← tupJug_1                                                                  ▷ O(1)
  Siguiente(j.jugadoresPorID[e]_1).estaConectado ← true                           ▷ O(1)
  Siguiente(j.jugadoresPorID[e]_1).posicion ← c                                   ▷ O(1)
  if HayPokemonCercano(j, c) then                                                  ▷ O(1)
    p ← Siguiente(Significado(j.posicionesPokemons, PosPokemonCercano(j, c)))    ▷ O(1)
    j.jugadoresPorID[e]_1 ← Encolar(p.jugadoresEnRango, Cardinal(jug.pokeCapturados), itJug) ▷ O(log(EC))
    p.contador ← 0                                                                  ▷ O(1)
  end if

```

Complejidad: $O(\log(EC))$

Justificación: EC es la maxima cantidad de jugadores esperando para atrapar un pokemon. En el peor caso, el heap al que entra el jugador es el que mas jugadores esperando tiene.

end

H|iDesconectarse(in/out j: estr, in id: Jugador)

```

  tupJug ← j.jugadoresPorId[e]                                                     ▷ O(1)

```

```

if HayPokemonCercano(j, c) then ▷ O(1)
    tupJug[2] ← EliminarSiguiente(tupJug[2]) ▷ O(log(EC))
end if
Siguiente(tupJug[1]).estaConectado ← false ▷ O(1)

```

Complejidad: $O(\log(EC))$

Justificación: EC es la maxima cantidad de jugadores esperando para atrapar un pokemon. En el peor caso, el heap del que sale el jugador es el que mas jugadores esperando tiene.

end

```

H|Moverse(in/out j: estr, in id: Jugador, in c: Coordenada)
if debeSancionarse?(Siguiente(jugadoresPorID[id]), c, j) then ▷ O(|P|)
    if campo1(Siguiente(jugadoresPorID[id])).sanciones < 4 then
        campo1(jugadoresPorID[id] − > eliminarSiguiente)
        if hayPokemonCercano(j, c) then
            (PokemonEnPos → siguiente).jugadoresEnRango.Eliminar(campo2(jugadoresPorID[id])
            campo2(jugadoresPorID[id] − > eliminarSiguiente)
        else
            campo1(jugadoresPorID[id] − > siguiente).sanciones ← campo1(jugadoresPorID[id] − >
siguiente).sanciones + 1
        end if
    end if
end if

```

Complejidad: $O()$

Justificación:

end

```

H|iDebeSancionarse(in e: Jugador, in c: Coordenada, in j: estr) → res: Bool
res ← ¬HayCamino(e.posicion, c, j.mapa) ∨ DistEuclidea(e.posicion, c, mapa) > 100 ▷ O(1)

```

Complejidad: $O(1)$

Justificación: Checkea si el jugador hizo un movimiento invalido.

end

```

H|iMapa(in j: estr) → res: Mapa
res ← j.mapa ▷ O(copy(mapa(j)))

```

Complejidad: $O(\text{copy}(\text{mapa}(j)))$

Justificación: Devuelve el mapa del juego por copia.

end

```

H|iJugadores(in j: estr) → res: itConj(Jugador)
res ← CrearIt(j.jugadores) ▷ O(1)

```

Complejidad: $O(1)$

Justificación: Devuelve el mapa del juego.

end

```

H|iEstaConectado(in j: estr, in id: Jugador) → res: Bool

```


$res \leftarrow \text{Siguiente}(j.\text{jugadoresPorID}[id]_0).\text{estaConectado}$ ▷ O(1)

Complejidad: O(1)

Justificación: Devuelve si el jugador esta conectado.

end

H|iPosicion(in j : **estr**, in id : **Jugador**) \rightarrow res : **Coordenada**

$res \leftarrow \text{Siguiente}(j.\text{jugadoresPorID}[id]_0).\text{posicion}$ ▷ O(1)

Complejidad: O(1)

Justificación: Devuelve la posicion del jugador.

end

H|iPokemones(in j : **estr**, in id : **Jugador**) \rightarrow res : **itConj**(<Pokemon, Nat>)

$res \leftarrow \text{CrearIt}(\text{Siguiente}(j.\text{jugadoresPorID}[id]_0).\text{pokeCapturados})$ ▷ O(1)

Complejidad: O(1)

Justificación: Devuelve un iterador al conjunto de pokemones atrapados por el jugador.

end

H|iExpulsados(in j : **estr**) \rightarrow res : **itConj**(**Jugador**)

$res \leftarrow \text{CrearIt}(j.\text{expulsados})$ ▷ O(1)

Complejidad: O(1)

Justificación: Devuelve un iterador al conjunto de jugadores expulsados.

end

H|iPosConPokemones(in j : **estr**) \rightarrow res : **itConj**(**Coordenada**)

$res \leftarrow \text{CrearIt}(\text{Coordenadas}(j.\text{posicionesPokemons}))$ ▷ O(1)

Complejidad: O(1)

Justificación: Devuelve las posiciones con pokemones.

end

H|iPokemonEnPos(in j : **estr**, in c : **Coordenada**) \rightarrow res : **Pokemon**

$res \leftarrow \text{Significado}(j.\text{posicionesPokemons}, c)_1$ ▷ O(1)

Complejidad: O(1)

Justificación: Devuelve el mapa del juego.

end

H|iCantMovimientosParaCaptura(in j : **estr**, in c : **Coordenada**) \rightarrow res : **Nat**

$res \leftarrow 10 - \text{Siguiente}(\text{Significado}(j.\text{posicionesPokemons}, c)).\text{contador}$ ▷ O(1)

Complejidad: O(1)

Justificación: Devuelve cuantos movimientos faltan para capturar al pokemon.

end

H|jPosPokemonCercano(in j : estr, in c : Coordenada) \rightarrow res : Coordenada

```

i ← 0                                ▷ O(1)
latC ← Latitud(c)                    ▷ O(1)
i ← DamePos(latC, 2)                  ▷ O(1)
longC ← Longitud(c)                   ▷ O(1)
j ← DamePos(longC, 2)                  ▷ O(1)
while i ≤ latC + 2 do                ▷ O(1) Vale porque estoy recorriendo un conjunto acotado de coordenadas
  while j ≤ longC + 2 do              ▷ O(1) Vale porque estoy recorriendo un conjunto acotado de coordenadas
    if Definido?(j.posicionesPokemons, <i, j>) ∧ DistEuclidea(c, <i, j>) ≤ 4 then    ▷ O(1)
      res ← <i, j>                      ▷ O(1)
    end if
    j ← j + 1                          ▷ O(1)
  end while
  i ← i + 1                            ▷ O(1)
end while

```

Complejidad: O(1)

Justificación: Como el rango a recorrer es una constante, se puede decir que es de la clase $\Theta(1)$

end

H|jPuedoAgregarPokemon(in j : estr, in c : Coordenada) \rightarrow res : Bool

res ← PosExistente(c, j.mapa) ∧ ¬(Definido?(j.posicionesPokemons, c)) ∧ ¬(HayPokemonCercano(j, c)) ▷

$$\Theta \left(\sum_{c' \in \text{coordendas}(\text{mapa}(j))} \text{equal}(c, c') \right)$$

$$\text{Complejidad: } \left[\Theta \left(\sum_{c' \in \text{coordendas}(\text{mapa}(j))} \text{equal}(c, c') \right) \right]$$

Justificación: Tiene que ver si la posicion existe en el mapa, las demas operaciones son O(1)

end

H|jHayPokemonCercano(in j : estr, in c : Coordenada) \rightarrow res : Bool

```

res ← false                          ▷ O(1)
latC ← Latitud(c)                    ▷ O(1)
i ← DamePos(latC, 5)                  ▷ O(1)
longC ← Longitud(c)                   ▷ O(1)
j ← DamePos(longC, 5)                  ▷ O(1)
while i ≤ latC + 5 do                ▷ O(1) Vale porque estoy recorriendo un conjunto acotado de coordenadas
  while j ≤ longC + 5 do              ▷ O(1) Vale porque estoy recorriendo un conjunto acotado de coordenadas
    if Definido?(j.posicionesPokemons, <i, j>) ∧ DistEuclidea(c, <i, j>) ≤ 25 then    ▷ O(1)
      res ← true                      ▷ O(1)
    end if
    j ← j + 1                          ▷ O(1)
  end while
  i ← i + 1                            ▷ O(1)
end while

```

Complejidad: $\Theta(1)$

Justificación: Como el rango a recorrer es una constante, se puede decir que es de la clase $\Theta(1)$

end

H|jEntrenadoresPosibles(in c : Coordenada, in es : conjLineal(Jugador), in j : estr) \rightarrow res : conjLineal(itConj(Jugador))

```

ePosibles ← Vacía()                                ▷ O(1) Crea un conjunto de iteradores vacío
if Cardinal(es) != 0 then                            ▷ O(1)
    itE ← CrearIt(es)                                ▷ O(1)
    while HaySiguiente(itE) do                        ▷ O(Cardinal(es)) Es la cantidad de jugadores que haya en el conjunto es
        posJugador ← Siguiente(itE).posicion          ▷ O(1)
        if (iHayPokemonCercano(posJugador, j) ∧L        ▷ O(1)
            iPosPokemonCercano(posJugador, j) == c ∧    ▷ O(1)
            iHayCamino(c, posJugador, Mapa(j))) then    ▷ O(1)
            AgregarRapido(ePosibles, Siguiente(itE))    ▷ O(1) Copiar un iterador es O(1)
        end if
        Avanzar(itE)                                    ▷ O(1)
    end while
end if
res ← ePosibles                                       ▷ O(1)

Complejidad: O(Cardinal(es))
Justificación: Se itera por completo el conjunto de jugadores 'es'. En peor caso, todos los elementos de 'es' deben ser agregados al resultado.

```

end

```

H|iIndiceRareza(in j : estr, in p : Pokemon) → res : Nat
    cuantosP ← iCantMismaEspecie(j, p)                ▷ O(|p.tipo|)
    res ← 100 - (100 x cuantosP / iCantPokemonesTotales) ▷ O(1)

Complejidad: O(|P|)
Justificación: Siendo |P| el nombre mas largo para un pokemon en el juego.

```

end

```

H|iCantPokemonesTotales(in j : estr) → res : Nat
    res ← cardinal(j.todosLosPokemones)                ▷ O(1)

Complejidad: O(1)
Justificación: Pide el cardinal de un conjunto.

```

end

```

H|iCantMismaEspecie(in j : estr, in p : Pokemon) → res : Nat
    if Definido?(j.pokemones, p.tipo) then                ▷ O(|P|)
        res ← Obtener(j.pokemones, p.tipo)                ▷ O(|P|)
    else
        res ← 0                                            ▷ O(1)
    end if

Complejidad: O(|P|)
Justificación: En peor caso, el pokemon que se busca es el de nombre mas largo o no esta en el diccionario.

```

end

```

H|DamePos(in p : Nat, in step : Nat) → res : Nat
    i ← p                                                ▷ O(1)
    fin ← false                                          ▷ O(1)
    res ← p                                              ▷ O(1)
    while i ≠ 1 ∧ ¬ fin do                                ▷ O(1)
        i ← i - 1                                        ▷ O(1)
    end while

```

```
    if i == p - step then                                ▷ O(1)
        res ← i                                           ▷ O(1)
        fin ← true                                         ▷ O(1)
    end if
end while
```

Complejidad: O(1)

Justificación: Recorre un rango acotado.

end

4. Modulo Diccionario Matriz($coor, \sigma$)

El modulo Diccionario Matriz provee un diccionario por posiciones en el que se puede definir, y consultar si hay un valor en una posicion en tiempo $O(copy(\sigma))$. Ademas, se puede borrar en tiempo lineal sobre las dimensiones de la matriz, y obtener un iterador a un conjunto lineal de claves.

El principal costo se paga al crear la estructura o borrar un dato, dado que cuesta tiempo lineal *ancho* por *largo*.

Interfaz

parametros formales

generos $coor, \sigma$

se explica con: $DICCMAT(Nat, Nat, \sigma)$,

generos: $diccMat(coor, \sigma)$.

VACIO(**in** Nat : l argo, **in** Nat : a ncho) $\rightarrow res : diccMat(coor, \sigma)$

Pre $\equiv \{largo * ancho > 0\}$

Post $\equiv \{res =_{obs} vacio(largo, ancho)\}$

Complejidad: $\Theta(ancho * largo)$

Descripción: Genera un diccionario vacio, de tamaño $ancho * largo$.

DEFINIR(**in/out** $d : diccMat(coor, \sigma)$, **in** $c : coor$, **in** $s : \sigma$)

Pre $\equiv \{d =_{obs} d_0 \wedge enRango(c_1, c_2, d)\}$

Post $\equiv \{d =_{obs} definir(c_1, c_2, s, d_0)\}$

Complejidad: $\Theta(copy(s))$

Descripción: define el significado s en el $diccMat$, en la posicion representada por c .

DEFINIDO?(**in** $d : diccMat(coor, \sigma)$, **in** $c : coor$) $\rightarrow res : bool$

Pre $\equiv \{enRango(c_1, c_2, d)\}$

Post $\equiv \{res =_{obs} def?(c_1, c_2, d)\}$

Complejidad: $\Theta(1)$

Descripción: devuelve **true** si y solo si c tiene un valor en el $diccMat$.

SIGNIFICADO(**in** $d : diccMat(coor, \sigma)$, **in** $c : coor$) $\rightarrow res : \sigma$

Pre $\equiv \{enRango(c_1, c_2, d) \wedge_L def?(c_1, c_2, d)\}$

Post $\equiv \{alias(res =_{obs} obtener(c_1, c_2, d))\}$

Complejidad: $\Theta(copy(s))$

Descripción: Devuelve el valor de d en la posicion c .

BORRAR(**in/out** $d : diccMat(coor, \sigma)$, **in** $c : coor$)

Pre $\equiv \{d = d_0 \wedge enRango(c_1, c_2, d) \wedge_L def?(c_1, c_2, d)\}$

Post $\equiv \{d =_{obs} borrar(c_1, c_2, d_0)\}$

Complejidad: $\Theta\left(\sum_{c' \in d.claves} equal(c, c')\right)$

Descripción: Elimina el valor en la posicion c en d .

COORDENADAS(**in** $d : diccMat(coor, \sigma)$) $\rightarrow res : itConj(coor)$

Pre $\equiv \{true\}$

Post $\equiv \{alias(esPermutacion?(SecuSuby(res), claves(d)))\}$

Complejidad: $\Theta(1)$

Descripción: Devuelve un iterador al conjunto de claves de d .

ANCHO(**in** $d : diccMat(coor, \sigma)$) $\rightarrow res : Nat$

Pre $\equiv \{true\}$

Post $\equiv \{res =_{obs} ancho(d)\}$

Complejidad: $\Theta(1)$

Descripción: Devuelve el ancho de d

LARGO(**in** $d : diccMat(coor, \sigma)$) $\rightarrow res : Nat$

Pre $\equiv \{true\}$

Post $\equiv \{res =_{\text{obs}} \text{largo}(d)\}$

Complejidad: $\Theta(1)$

Descripción: Devuelve el largo de d

4.0.1. Especificacion de las operaciones auxiliares utilizadas en la interfaz

TAD DICCMATRIZ($\text{NAT}, \text{NAT}, \sigma$)

géneros $\text{diccMat}(\text{Nat}, \text{Nat}, \sigma)$

exporta $\text{diccMat}(\text{Nat}, \text{Nat}, \sigma)$, generadores, observadores, borrar, claves

usa $\text{NAT}, \text{BOOL}, \text{CONJ}(\text{TUPLA}(\text{NAT}, \text{NAT}))$

igualdad observacional

$$(\forall d, d' : \text{DiccMat}(\text{Nat}, \text{Nat}, \sigma)) \left(d =_{\text{obs}} d' \iff \left(\begin{array}{l} (\text{ancho}(d) =_{\text{obs}} \text{ancho}(d') \wedge \text{largo}(d) =_{\text{obs}} \text{largo}(d')) \\ \text{largo}(d') \wedge_{\text{L}} \\ (\forall x, y : \text{Nat}) (\text{def?}(x, y, d) =_{\text{obs}} \text{def?}(x, y, d')) \\ \wedge_{\text{L}} \\ \text{def?}(x, y, d) \Rightarrow_{\text{L}} \text{obtener}(x, y, d) =_{\text{obs}} \text{obtener}(x, y, d') \end{array} \right) \right)$$

observadores básicos

$\text{largo} : \text{diccMat}(\text{Nat} \times \text{Nat} \times \sigma) \longrightarrow \text{Nat}$

$\text{ancho} : \text{diccMat}(\text{Nat} \times \text{Nat} \times \sigma) \longrightarrow \text{Nat}$

$\text{def?} : \text{Nat } x \times \text{Nat } y \times \text{diccMat}(\text{Nat} \times \text{Nat} \times \sigma) d \longrightarrow \text{Bool} \quad \{\text{enRango}(x, y, d)\}$

$\text{obtener} : \text{Nat } x \times \text{Nat } y \times \text{diccMat}(\text{Nat} \times \text{Nat} \times \sigma) d \longrightarrow \sigma \quad \{\text{enRango}(x, y, d) \wedge_{\text{L}} \text{def?}(x, y, d)\}$

generadores

$\text{vacío} : \text{Nat } \text{largo} \times \text{Nat } \text{ancho} \longrightarrow \text{diccMat}(\text{Nat}, \text{Nat}, \sigma) \quad \{\text{largo} * \text{ancho} > 0\}$

$\text{definir} : \text{Nat } x \times \text{Nat } y \times \sigma s \times \text{diccMat}(\text{Nat} \times \text{Nat} \times \sigma) d \longrightarrow \text{diccMat}(\text{Nat}, \text{Nat}, \sigma) \quad \{\text{enRango}(x, y, d)\}$

otras operaciones

$\text{borrar} : \text{Nat } x \times \text{Nat } y \times \text{diccMat}(\text{Nat} \times \text{Nat} \times \sigma) d \longrightarrow \text{diccMat}(\text{Nat}, \text{Nat}, \sigma) \quad \{\text{enRango}(x, y, d) \wedge_{\text{L}} \text{def?}(x, y, d)\}$

$\text{claves} : \text{diccMat}(\text{Nat} \times \text{Nat} \times \sigma) \longrightarrow \text{conj}(\text{tupla}(\text{Nat}, \text{Nat}))$

otras operaciones (no exportadas)

$\text{enRango} : \text{Nat} \times \text{Nat} \times \text{diccMat}(\text{Nat} \times \text{Nat} \times \text{sinificado}) \longrightarrow \text{Bool}$

axiomas $\forall x, y, m, n : \text{Nat} \forall d : \text{diccMat}(\text{Nat}, \text{Nat}, \sigma) \forall s : \sigma$

$\text{largo}(\text{vacío}(m, n)) \equiv m$

$\text{ancho}(\text{vacío}(m, n)) \equiv n$

$\text{def?}(x, y, \text{vacío}(m, n)) \equiv \text{false}$

$\text{largo}(\text{definir}(x, y, s, d)) \equiv \text{largo}(d)$

$\text{ancho}(\text{definir}(x, y, s, d)) \equiv \text{ancho}(d)$

$\text{def?}(x, y, \text{definir}(m, n, s, d)) \equiv (x = m \wedge y = n) \vee \text{def?}(x, y, d)$

$\text{obtener}(x, y, \text{definir}(m, n, s, d)) \equiv \text{if } (x = m \wedge y = n) \text{ then } s \text{ else } \text{obtener}(x, y, d) \text{ fi}$

```

borrar(x,y, definir(m,n,s,d))  $\equiv$  if (x = m  $\wedge$  y = n) then
    if def?(x,y,d) then borrar(x,y,d) else d fi
    else
        definir(m,n,s,borrar(x,y,d))
    fi

claves(vacio)  $\equiv \emptyset$ 

claves(definir(x,y,s,d))  $\equiv$  Ag((x,y),claves(d))

enRango(x,y, d)  $\equiv$  x < largo(d)  $\wedge$  y < ancho(d)

```

Fin TAD

Representación

Diccionario Matriz se representa con dicc

donde dicc es tupla(*posiciones*: arregloDimensionable de $\langle \text{bool}, \sigma \rangle$, *claves*: conjLineal(coor), *ancho*: Nat, *largo*: Nat)

Rep : dicc \rightarrow bool

Rep(*d*) \equiv true \iff
 (tam(*d.posiciones*) =_{obs} (*d.ancho* x *d.largo*)) \wedge_L
 ($\forall c : \text{coor}$) (*c* \in *d.claves*) \iff
 definido?(*d.posiciones*, *n*) \wedge_L *d.posiciones*[*n*]₁ =_{obs} true)

Abs : dicc *d* \rightarrow diccMat {Rep(*d*)}

Abs(*d*) \equiv =_{obs} *d'*: diccMat | *d.claves* = claves(*d'*) \wedge *d.ancho* = ancho(*d'*) \wedge *d.largo* = largo(*d'*) \wedge ($\forall c \leftarrow d.claves$)
d.posiciones[*c.campo1* * *d.ancho* + *c.campo2*] = significado(*c1*, *c2*, *d'*)

Algoritmos

Trabajo Práctico II Algoritmos del modulo

H|iVacio(in *l*: Nat, in *a*: Nat) \rightarrow *res*: dicc

```

1: res.largo  $\leftarrow$  l  $\triangleright \Theta(1)$ 
2: res.ancho  $\leftarrow$  a  $\triangleright \Theta(1)$ 
3: res.posiciones  $\leftarrow$  CrearArreglo(a * l)  $\triangleright \Theta(a * l)$ 
4: res.claves  $\leftarrow$  Vacio()  $\triangleright \Theta(1)$ 

```

Complejidad: $\Theta(a * l)$

end

H|iDefinir(in/out *d*: dicc, in *c*: coor, in *s*: σ)

```

1: if  $\neg$ (Definido?(d, Aplanar(d, c))) then
2:   AgregarRapido(d.claves, c)  $\triangleright \Theta(\text{copy}(s))$ 
3: end if
4: d.posiciones[Aplanar(d, c)]  $\leftarrow$  s  $\triangleright \Theta(\text{copy}(s))$ 

```

Complejidad: $\Theta(\text{copy}(s))$

Justificación: Definido? y Aplanar tienen costo $\Theta(1)$, AgregarRapido y Definir tienen costo $\Theta(\text{copy}(s))$.
 Aplicando algebra de ordenes: $\Theta(1) + \Theta(1) + \Theta(\text{copy}(s)) + \Theta(\text{copy}(s)) = \Theta(\text{copy}(s))$

end

H|iDefinido?(in d : dicc, in c : coor) $\rightarrow res$: bool

1: $res \leftarrow Definido?(d.posiciones, Aplanar(d, c)) \wedge_L d.posiciones[Aplanar(d, c)]_1$ \triangleright Si no esta definido o esta marcado como borrado, se devuelve que no esta definido $\Theta(1)$

Complejidad: $\Theta(1)$

Justificacion: *Aplanar* tiene costo $\Theta(1)$, luego, como *Definido?* y consular una posicion de un arreglo tienen costo $\Theta(1)$. Aplicando algebra de ordenes: $\Theta(1) + \Theta(1) + \Theta(1) = \Theta(1)$

end

H|iSignificado(in d : dicc, in c : coor) $\rightarrow res$: σ

1: $res \leftarrow d.posiciones[Aplanar(d, c)]$ $\triangleright \Theta(1)$

Complejidad: $\Theta(1)$

end

H|iBorrar(in/out d : dicc, in c : coor)

1: $Eliminar(d.claves, c)$

$\triangleright \Theta\left(\sum_{c' \in d.claves} equal(c, c')\right)$
 $\triangleright \Theta(1)$

2: $d.posiciones[Aplanar(d, c)] \leftarrow false, d.posiciones[Aplanar(d, c)]$

Complejidad: $\Theta\left(\sum_{c' \in d.claves} equal(c, c')\right)$

end

H|iCoordenadas(in d : dicc) $\rightarrow res$: $itConj(coor)$

1: $res \leftarrow CrearIt(d.claves)$ $\triangleright \Theta(1)$

Complejidad: $\Theta(1)$

end

H|iAplanar(in d : dicc, in c : coor) $\rightarrow res$: nat

1: $res \leftarrow c.campo_1 * d.ancho + c.campo_2$ $\triangleright \Theta(1)$

Complejidad: $\Theta(1)$

Justificacion: Son operaciones matematicas de Nat

end

H|iLargo(in d : dicc) $\rightarrow res$: nat

1: $res \leftarrow d.largo$ $\triangleright \Theta(1)$

Complejidad: $\Theta(1)$

end

H|iAncho(in d : dicc) $\rightarrow res$: nat

1: $res \leftarrow d.ancho$ $\triangleright \Theta(1)$

Complejidad: $\Theta(1)$

end

5. Módulo Cola de mínima prioridad(α)

5.1. Especificación

TAD COLA DE MÍNIMA PRIORIDAD(α)

igualdad observacional

$$(\forall c, c' : \text{colaMinPrior}(\alpha)) \left(c =_{\text{obs}} c' \iff \left(\begin{array}{l} \text{vacía?}(c) =_{\text{obs}} \text{vacía?}(c') \wedge_L \\ (\neg \text{vacía?}(c) \Rightarrow_L (\text{próximo}(c) =_{\text{obs}} \text{próximo}(c') \wedge \\ \text{desencolar}(c) =_{\text{obs}} \text{desencolar}(c'))) \end{array} \right) \right)$$

parámetros formales

géneros α

operaciones $\bullet < \bullet : \alpha \times \alpha \longrightarrow \text{bool}$

géneros $\text{colaMinPrior}(\alpha)$

exporta $\text{colaMinPrior}(\alpha)$, generadores, observadores

usa **BOOL**

observadores básicos

$\text{vacía?} : \text{colaMinPrior}(\alpha) \longrightarrow \text{bool}$

$\text{próximo} : \text{colaMinPrior}(\alpha) \ c \longrightarrow \alpha \quad \{\neg \text{vacía?}(c)\}$

$\text{desencolar} : \text{colaMinPrior}(\alpha) \ c \longrightarrow \text{colaMinPrior}(\alpha) \quad \{\neg \text{vacía?}(c)\}$

generadores

$\text{vacía} : \longrightarrow \text{colaMinPrior}(\alpha)$

$\text{encolar} : \alpha \times \text{colaMinPrior}(\alpha) \longrightarrow \text{colaMinPrior}(\alpha)$

otras operaciones

$\text{tamaño} : \text{colaMinPrior}(\alpha) \longrightarrow \text{nat}$

axiomas $\forall c : \text{colaMinPrior}(\alpha), \forall e : \alpha$

$\text{vacía?}(\text{vacía}) \equiv \text{true}$

$\text{vacía?}(\text{encolar}(e, c)) \equiv \text{false}$

$\text{próximo}(\text{encolar}(e, c)) \equiv \text{if } \text{vacía?}(c) \vee_L \text{próximo}(c) > e \text{ then } e \text{ else } \text{próximo}(c) \text{ fi}$

$\text{desencolar}(\text{encolar}(e, c)) \equiv \text{if } \text{vacía?}(c) \vee_L \text{próximo}(c) > e \text{ then } c \text{ else } \text{encolar}(e, \text{desencolar}(c)) \text{ fi}$

Fin TAD

5.2. Interfaz

parámetros formales

géneros α

se explica con: COLA DE MÍNIMA PRIORIDAD(NAT).

géneros: $\text{colaMin}(\alpha)$.

5.2.1. Operaciones básicas de ColaMinPrior

VACÍA() $\rightarrow res : colaMin(\alpha)$

Pre $\equiv \{true\}$

Post $\equiv \{res =_{obs} vacía\}$

Complejidad: $O(1)$

Descripción: Crea una cola de prioridad vacía

VACÍA?(in $c : colaMin(\alpha)$) $\rightarrow res : bool$

Pre $\equiv \{true\}$

Post $\equiv \{res =_{obs} vacía?(c)\}$

Complejidad: $O(1)$

Descripción: Devuelve true si y sólo si la cola está vacía

PRÓXIMO(in $c : colaMin(\alpha)$) $\rightarrow res : \alpha$

Pre $\equiv \{\neg vacía?(c)\}$

Post $\equiv \{alias(res =_{obs} próximo(c))\}$

Complejidad: $O(1)$

Descripción: Devuelve el próximo elemento a desencolar

Aliasing: res es modificable si y sólo si c es modificable

DESENCOLAR(in/out $c : colaMin(\alpha)$)

Pre $\equiv \{\neg vacía?(c) \wedge c =_{obs} c_0\}$

Post $\equiv \{c =_{obs} desencolar(c_0)\}$

Complejidad: $O(\log(\text{tamaño}(c)))$

Descripción: Quita el elemento más prioritario

ENCOLAR(in/out $c : colaMinPrior(\alpha)$, in $p : nat$, in $a : \alpha$) $\rightarrow res : itColaMin(alpha)$

Pre $\equiv \{c =_{obs} c_0\}$

Post $\equiv \{c =_{obs} encolar(p, c_0) \wedge res =_{obs} CrearIt(ColaASecu(c_0), a) \wedge alias(SecuSuby(res) = ColaASecu(c))\}$

Complejidad: $O(\log(|c|)) + copy(a)$

Descripción: Agrega el elemento a de tipo α con prioridad p a la cola

Aliasing: Se agrega el elemento por copia

5.2.2. Operaciones del Iterador

CREARIT(in $c : ColaMinPrior(\alpha)$) $\rightarrow res : itColaMin(alpha)$

Pre $\equiv \{true\}$

Post $\equiv \{Alias(EsPermutacion(SecuSuby(res), c))\}$

Complejidad: $\Theta(1)$

Descripción: Crea un iterador de Cola Mínima de Prioridad(α)

Aliasing: El iterador se invalida si y solo si se elimina el elemento siguiente del iterador

HAYSIGUIENTE?(in $it : itColaMin(\alpha)$) $\rightarrow res : bool$

Pre $\equiv \{true\}$

Post $\equiv \{res =_{obs} haySiguiente?(it)\}$

Complejidad: $\Theta(1)$

Descripción: Devuelve true si y solo si en el iterador todavía quedan elementos para avanzar

HAYSIGUIENTEIZQ?(in $it : itColaMin(\alpha)$) $\rightarrow res : bool$

Pre $\equiv \{haySiguiente?(it)\}$

Post $\equiv \{res =_{obs} haySiguienteIzq?(it)\}$

Complejidad: $\Theta(1)$

Descripción: Devuelve true si y solo si en el iterador todavía quedan elementos para avanzar a la izquierda

HAYSIGUIENTEDER?(in $it : itColaMin(\alpha)$) $\rightarrow res : bool$

Pre $\equiv \{haySiguiente?(it)\}$

Post $\equiv \{res =_{obs} haySiguienteDer?(it)\}$

Complejidad: $\Theta(1)$

Descripción: Devuelve true si y solo si en el iterador todavía quedan elementos para avanzar a la derecha

SIGUIENTE(in $it : itColaMin(\alpha)$) $\rightarrow res : \alpha$

Pre $\equiv \{\text{haySiguiente?}(it)\}$

Post $\equiv \{\text{Alias}(res =_{\text{obs}} \text{Siguiente}(it))\}$

Complejidad: $\Theta(1)$

Descripción: Devuelve el elemento de la siguiente posición del iterador

Aliasing: res es modificable si y solo si it es modificable

AVANZARIZQ(in/out $it: \text{itColaMin}(\alpha)$)

Pre $\equiv \{it =_{\text{obs}} it_0 \wedge \text{haySiguienteIzq?}(c)\}$

Post $\equiv \{it =_{\text{obs}} \text{avanzarIzq}(it_0)\}$

Complejidad: $\Theta(1)$

Descripción: Avanza el iterador a la posición izquierda siguiente

AVANZADER(in/out $it: \text{itColaMin}(\alpha)$)

Pre $\equiv \{it =_{\text{obs}} it_0 \wedge \text{haySiguienteDer?}(it)\}$

Post $\equiv \{it =_{\text{obs}} \text{avanzarDer}(it_0)\}$

Complejidad: $\Theta(1)$

Descripción: Avanza el iterador a la posición derecha siguiente

ELIMINARSIGUIENTE(in/out $it: \text{itColaMin}(\alpha)$)

Pre $\equiv \{it =_{\text{obs}} it_0 \wedge \text{haySiguiente?}(it) \wedge_L \neg \text{haySiguienteDer?}(it) \wedge \neg \text{haySiguienteIzq?}(it)\}$

Post $\equiv \{it =_{\text{obs}} \text{EliminarSiguiente}(it_0)\}$

Complejidad: $\Theta(1)$

Descripción: Elimina de la cola el valor que se encuentra en la posición siguiente del iterador. Tiene que ser hoja

AGREGARCOMOSIGUIENTEIZQ(in/out $it: \text{itColaMin}(\alpha)$, in $a: \alpha$)

Pre $\equiv \{it =_{\text{obs}} it_0 \wedge \neg \text{haySiguienteDer?}(it) \wedge \neg \text{haySiguienteIzq?}(it)\}$

Post $\equiv \{it =_{\text{obs}} \text{AgregarComoSiguienteIzq}(it_0)\}$

Complejidad: $O(\text{copy}(a))$

Descripción: agrega el elemento a a la cola de prioridad, a la izquierda siguiente del iterador, dejando al iterador posicionado de forma tal que al llamar a Siguiente se obtenga a.

AGREGARCOMOSIGUIENTEDER(in/out $it: \text{itColaMin}(\alpha)$, in $a: \alpha$)

Pre $\equiv \{it =_{\text{obs}} it_0 \wedge \neg \text{haySiguienteDer?}(it)\}$

Post $\equiv \{it =_{\text{obs}} \text{AgregarComoSiguienteDer}(it_0)\}$

Complejidad: $O(\text{copy}(a))$

Descripción: agrega el elemento a a la cola de prioridad, a la derecha siguiente del iterador, dejando al iterador posicionado de forma tal que al llamar a Siguiente se obtenga a.

5.3. Representación

5.3.1. Representación de ColaMinPrior(α)

ColaMinPrior(α) se representa con colaMin

donde colaMin es $\text{tupla}(\text{proximo: puntero(nodo)}, \text{tamano: nat})$

donde nodo es $\text{tupla}(\text{prior: Nat}, \text{elem: } \alpha, \text{padre: puntero(nodo)}, \text{izq: puntero(nodo)}, \text{der: puntero(nodo)})$

5.3.2. Invariante de Representación (Rehacer con nueva estructura)

- (I) Todos ids de cada nodo en elementos son menos que el largo del vector proximos
- (II) Si ids de nodos en elementos son diferentes, evaluados en la posición correspondiente de proximos, sus prioridades mantienen la diferencia.

Rep : $\text{estr} \rightarrow \text{bool}$

$$\begin{aligned} \text{Rep}(e) \equiv & \text{true} \iff \\ & (\forall i : \text{nat}) (i < \text{longitud}(e.\text{proximos})) \Rightarrow_{\text{L}} \\ & ((\forall j : \text{nat}) j \leq i \Rightarrow_{\text{L}} (e.\text{proximos}[j].\text{prioridad} \leq e.\text{proximos}[i].\text{prioridad}) \wedge \\ & ((\forall n : \text{nat}) n < \text{longitud}(e.\text{proximos}) \Rightarrow_{\text{L}} e.\text{proximos}[e.\text{elementos}[n].\text{id}].\text{elemCola} \rightarrow \text{siguiente.elem} =_{\text{obs}} \\ & e.\text{elementos}[n].\text{elem}) \end{aligned}$$

5.3.3. Función de Abstracción

$$\begin{aligned} \text{Abs} : \text{estr } e & \longrightarrow \text{colaMinPrior} & \{\text{Rep}(e)\} \\ \text{Abs}(e) \equiv & =_{\text{obs}} \text{cmp} : \text{colaMinPrior} \mid (\text{vacía?}(\text{cmp}) \Leftrightarrow \text{tamano}(e) =_{\text{obs}} 0) \wedge \\ & \neg \text{vacía?}(\text{cmp}) \Rightarrow_{\text{L}} \\ & (\text{próximo}(\text{cmp}) =_{\text{obs}} \text{próximo}(e) \wedge \\ & \text{desencolar}(\text{cmp}) =_{\text{obs}} \text{desencolar}(e)) \end{aligned}$$

5.3.4. Representación del Iterador Cola de Prioridad

ItColaMin(α) se representa con iter

donde iter es $\text{tupla}(\text{siguiente} : \text{puntero}(\text{nodo}), \text{arbol} : \text{puntero}(\text{ColaMinPrior}(\alpha)))$

5.3.5. Invariante de Representación

5.3.6. Función de Abstracción

5.4. Algoritmos

5.4.1. Algoritmos del Modulo

H|iVacía() $\rightarrow res : \text{colaMin}(\alpha)$

1: $res \leftarrow \langle NULL, 0 \rangle$ $\triangleright \Theta(1)$

Complejidad: $\Theta(1)$

end

H|iVacía?(in $c : \text{colaMin}(\alpha)$) $\rightarrow res : \text{Bool}$

1: $res \leftarrow (c.\text{proximo} = NULL)$ $\triangleright \Theta(1)$

Complejidad: $\Theta(1)$

end

H|iPróximo(in $c : \text{colaMinPrior}(\alpha)$) $\rightarrow res : \alpha$

1: $res \leftarrow \text{CrearIt}(c).\text{Siguiete} \rightarrow \text{elem}$ $\triangleright \Theta(1)$

Complejidad: $\Theta(1)$

end

H|iDesencolar(in/out $c : \text{colaMinPrior}(\alpha)$)

1: $it \leftarrow \text{CrearIt}(c)$ $\triangleright \Theta(1)$

2: $A \leftarrow \text{DecimalABinario}(c.\text{tamao})$ \triangleright Convertir un decimal a binario tiene complejidad logaritmica del largo de número $\Theta(\log(|c|))$

```

3: for  $i \leftarrow 1$  to  $tam(A) - 1$  do    ▷ Se empieza desde el segundo elemento porque el iterador ya está parado en el
   primero que por precondition no está invalidado  $\Theta(|A|) = \Theta(\log(|c|))$ 
4:   if  $A[i] = 0$  then
5:      $AvanzarIzq(it)$                                           ▷  $\Theta(1)$ 
6:   else
7:      $AvanzarDer(it)$                                           ▷  $\Theta(1)$ 
8:   end if
9: end for
10:  $swapCola(c.proximo, it.siguiete)$                           ▷  $\Theta(1)$ 
11:  $EliminarSiguiete(it)$                                        ▷  $\Theta(1)$ 
12: if  $c.tamano > 1$  then
13:    $siftDown(c)$                                               ▷  $\Theta(\log(|c|))$ 
14: end if
   Complejidad:  $\Theta(\log(|c|))$ 

```

end

H|Encolar(in/out c : colaMinPrior(α), in $prioridad$: nat, in a : α) $\rightarrow res$: iter

```

1:  $Nodo : nuevo \leftarrow \langle prioridad, a, NULL, NULL, NULL \rangle$     ▷  $\Theta(1)$ 
2:  $it \leftarrow CrearIt(c)$                                        ▷  $\Theta(1)$ 
3:  $A \leftarrow DecimalABinario(c.tamano + 1)$  ▷ Convertir un decimal a binario tiene complejidad logaritmica del largo
   de número, buscamos la posición donde vamos a agregar el nuevo elemento  $\Theta(\log(|c|))$ 
4:  $i \leftarrow 0$                                                   ▷  $\Theta(1)$ 
5: while  $i < tam(A) - 1$  do                                     ▷  $\Theta(|A|) = \Theta(\log(|c|))$ 
6:   if  $A[i] = 0$  then                                          ▷  $\Theta(1)$ 
7:      $AvanzarIzq(it)$                                           ▷  $\Theta(1)$ 
8:   else
9:      $AvanzarDer(it)$                                           ▷  $\Theta(1)$ 
10:  end if
11:   $i \leftarrow i + 1$                                            ▷  $\Theta(1)$ 
12: end while
13: if  $A[i] = 0$  then                                          ▷  $\Theta(1)$ 
14:    $AgregarSiguieteIzq(it, nuevo)$                              ▷  $\Theta(1)$ 
15: else
16:    $AgregarSiguieteDer(it, nuevo)$                              ▷  $\Theta(1)$ 
17: end if
18:  $siftUp(c)$                                                   ▷  $\Theta(\log(|c|))$ 
   Complejidad:  $\Theta(\log(|c|)) + copy(\alpha)$ 

```

end

H|siftDown(in/out c : colaMin(α))

```

1:  $it \leftarrow CrearIt(c)$                                        ▷  $\Theta(1)$ 
2:  $swap \leftarrow true$ 
3: while  $\neg esHoja(it) \wedge swap$  do    ▷ Lo máximo que se puede llegar a avanzar es la altura del árbol  $\Theta(\log(|c|))$ 
4:    $swap \leftarrow false$                                           ▷  $\Theta(1)$ 
5:   if  $haySiguieteIzq(it) \wedge haySiguieteDer(it)$  then          ▷  $\Theta(1)$ 
6:     if  $it.siguiete \rightarrow izq \rightarrow prior < it.siguiete \rightarrow der \rightarrow prior$  then    ▷  $\Theta(1)$ 
7:       if  $it.siguiete \rightarrow izq \rightarrow prior < it.siguiete \rightarrow prior$  then          ▷  $\Theta(1)$ 
8:          $swapCola(it.siguiete \rightarrow izq, it.siguiete)$       ▷  $\Theta(1)$ 
9:          $swap \leftarrow true$                                      ▷  $\Theta(1)$ 
10:         $AvanzarIzq(it)$                                          ▷  $\Theta(1)$ 
11:      end if
12:    else
13:      if  $it.siguiete \rightarrow der \rightarrow prior < it.siguiete \rightarrow prior$  then    ▷  $\Theta(1)$ 

```

```

14:         swapCola(it.siguiete → der, it.siguiete)           ▷  $\Theta(1)$ 
15:         swap ← true                                         ▷  $\Theta(1)$ 
16:         AvanzarDer(it)                                       ▷  $\Theta(1)$ 
17:     end if
18: end if
19: else
20:     if haySiguieteIzq(it) then                               ▷  $\Theta(1)$ 
21:         if it.siguiete → izq → prior < it.siguiete → prior then ▷  $\Theta(1)$ 
22:             swapCola(it.siguiete → izq, it.siguiete)       ▷  $\Theta(1)$ 
23:             swap ← true                                       ▷  $\Theta(1)$ 
24:             AvanzarIzq(it)                                   ▷  $\Theta(1)$ 
25:         end if
26:     else
27:         if it.siguiete → der → prior < it.siguiete → prior then ▷  $\Theta(1)$ 
28:             swapCola(it.siguiete → der, it.siguiete)       ▷  $\Theta(1)$ 
29:             swap ← true                                       ▷  $\Theta(1)$ 
30:             AvanzarDer(it)                                   ▷  $\Theta(1)$ 
31:         end if
32:     end if
33: end if
34: end while
    Complejidad:  $\Theta(\log(|c|))$ 

```

end

H|siftUp(in/out c: colaMin(α))

```

1: it ← CrearIt(c)                                             ▷  $\Theta(1)$ 
2: swap ← true
3: A ← DecimalABinario(c.tam) ▷ Convertir un decimal a binario tiene complejidad logaritmica del largo de
    número  $\Theta(\log(|c|))$ 
4: for i ← 1 to tam(A) - 1 do                                  ▷ Se empieza desde el segundo elemento porque el iterador ya está
    parado en el primero que por precondition no está invalidado, se avanza hasta el último elemento que es el que
    hay que reacomodar  $\Theta(|A|) = \Theta(\log(|c|))$ 
5:     if A[i] = 0 then
6:         AvanzarIzq(it)                                       ▷  $\Theta(1)$ 
7:     else
8:         AvanzarDer(it)                                       ▷  $\Theta(1)$ 
9:     end if
10: end for
11: while tienePadre(it) ∧ swap do ▷ Lo máximo que se puede llegar a avanzar es la altura del árbol  $\Theta(\log(|c|))$ 
12:     swap → false                                           ▷  $\Theta(1)$ 
13:     if it.siguiete → prior < it.siguiete → padre → prior then ▷  $\Theta(1)$ 
14:         swapCola(it.siguiete → padre, it.siguiete)         ▷  $\Theta(1)$ 
15:         swap → true                                         ▷  $\Theta(1)$ 
16:         Retroceder(it)                                       ▷  $\Theta(1)$ 
17:     end if
18: end while
    Complejidad:  $\Theta(\log(|c|))$ 

```

end

H|swapCola(in/out p: puntero(Nodo), in/out q: puntero(Nodo))

```

1: Nodo: aux ← (*p)                                           ▷  $\Theta(Copy(\alpha))$ 
2: p → padre ← q → padre                                     ▷  $\Theta(1)$ 
3: p → izq ← q → izq                                         ▷  $\Theta(1)$ 

```

```

4:  $p \rightarrow der \leftarrow q \rightarrow der$   $\triangleright \Theta(1)$ 
5:  $q \rightarrow padre \leftarrow aux.padre$   $\triangleright \Theta(1)$ 
6:  $q \rightarrow izq \leftarrow aux.izq$   $\triangleright \Theta(1)$ 
7:  $q \rightarrow der \leftarrow aux.der$   $\triangleright \Theta(1)$ 
   Complejidad:  $\Theta(Copy(\alpha))$ 

```

end

```

H|DecimalABinario(in  $d: \text{nat}$ )  $\rightarrow res: \text{arreglo}(\text{nat})$ 
1:  $lista(\alpha) : temp \leftarrow Vacia()$   $\triangleright \Theta(1)$ 
2: while  $d > 1$  do  $\triangleright$  Lo máximo que se puede llegar a iterar es  $\log(d)$   $\Theta(\log(d))$ 
3:    $AgregarAdelante(temp, d \bmod 2)$   $\triangleright \Theta(1)$ 
4:    $d \leftarrow d/2$   $\triangleright$  División entera  $\Theta(1)$ 
5: end while
6:  $AgregarAdelante(temp, d)$   $\triangleright \Theta(1)$ 
7:  $it \leftarrow CrearIt(temp)$   $\triangleright \Theta(1)$ 
8:  $nati \leftarrow 0$   $\triangleright \Theta(1)$ 
9:  $arreglo(nat)bin \leftarrow CrearArreglo(Longitud(temp))$   $\triangleright \Theta(1)$ 
10: while  $HaySiguiente(it)$  do  $\triangleright$  El largo de la lista es  $\log(d)$   $\Theta(|temp|) = \Theta(\log(d))$ 
11:    $bin[i] \leftarrow Siguiente(it)$   $\triangleright \Theta(1)$ 
12:    $i \leftarrow i + 1$   $\triangleright \Theta(1)$ 
13: end while
14:  $res \leftarrow bin$   $\triangleright \Theta(1)$ 
   Complejidad:  $\Theta(\log(d))$ 

```

end

5.4.2. Algoritmos del Iterador

```

H|CrearIt(in  $c: \text{ColaMinPrior}(\alpha)$ )  $\rightarrow res: \text{itColaMin}(\alpha)$ 
1:  $res \leftarrow \langle NULL, c \rangle$   $\triangleright \Theta(1)$ 
   Complejidad:  $\Theta(1)$ 

```

end

```

H|HaySiguiente?(in  $it: \text{itColaMin}(\alpha)$ )  $\rightarrow res: \text{bool}$ 
1:  $res \leftarrow it.siguiente \neq NULL$   $\triangleright \Theta(1)$ 
   Complejidad:  $\Theta(1)$ 

```

end

```

H|HaySiguienteIzq?(in  $it: \text{itColaMin}(\alpha)$ )  $\rightarrow res: \text{bool}$ 
1:  $res \leftarrow it.siguiente \rightarrow izq \neq NULL$   $\triangleright \Theta(1)$ 
   Complejidad:  $\Theta(1)$ 

```

end

```

H|HaySiguienteDer?(in  $it: \text{itColaMin}(\alpha)$ )  $\rightarrow res: \text{bool}$ 
1:  $res \leftarrow it.siguiente \rightarrow der \neq NULL$   $\triangleright \Theta(1)$ 
   Complejidad:  $\Theta(1)$ 

```

end

H|**Siguiente?**(in it : itColaMin(α)) $\rightarrow res$: α

1: $res \leftarrow (it.siguiente \rightarrow elem)$

$\triangleright \Theta(1)$

Complejidad: $\Theta(1)$

end

H|**AvanzarIzq**(in/out it : itColaMin(α))

1: $it.siguiente \leftarrow (it.siguiente \rightarrow izq)$

$\triangleright \Theta(1)$

Complejidad: $\Theta(1)$

end

H|**AvanzarDer**(in/out it : itColaMin(α))

1: $it.siguiente \leftarrow (it.siguiente \rightarrow der)$

$\triangleright \Theta(1)$

Complejidad: $\Theta(1)$

end

H|**EliminarSiguiente**(in/out it : itColaMin(α))

1: $it.siguiente \leftarrow NULL$

$\triangleright \Theta(1)$

Complejidad: $\Theta(1)$

end

H|**AgregarComoSiguienteIzq**(in/out it : itColaMin(α), in a : α)

1: $(it.siguiente \rightarrow izq) \leftarrow a$

$\triangleright \Theta(1)$

2: $AvanzarIzq(it)$

$\triangleright \Theta(1)$

Complejidad: $\Theta(1)$

end

H|**AgregarComoSiguienteDer**(in/out it : itColaMin(α), in a : α)

1: $(it.siguiente \rightarrow der) \leftarrow a$

$\triangleright \Theta(1)$

2: $AvanzarDer(it)$

$\triangleright \Theta(1)$

Complejidad: $\Theta(1)$

end

6. Módulo Diccionario String(α)

Se representa mediante un árbol n-ario con invariante de trie. Las claves son strings y permite acceder a un significado en un tiempo en el peor caso igual a la longitud de la palabra (string) más larga y definir un significado en el mismo tiempo más el tiempo de copy(s) ya que los significados se almacenan por copia.

6.1. Interfaz

parametros formales

géneros: α .

funcion: COPIAR(in $s : \alpha$) $\rightarrow res : \alpha$

Pre $\equiv \{\text{true}\}$

Post $\equiv \{res =_{obs} s\}$

Complejidad: $O(\text{copy}(s))$

Descripción: funcion de copia de α .

se explica con: DICCIONARIO(STRING, α).

géneros: diccString(α), itDiccString(α).

6.1.1. Operaciones básicas de Diccionario String(α)

CREARDICCIONARIO()

Pre $\equiv \{\text{true}\}$

Post $\equiv \{res =_{obs} \text{vacío}()\}$

Complejidad: $O(1)$ Justificación: Sólo crea un arreglo de 256 posiciones inicializadas con null y una lista vacía

Descripción: Crea un diccionario vacío.

DEFINIDO?(in $d : \text{diccString}(\alpha)$, in $c : \text{string}$) $\rightarrow res : \text{bool}$

Pre $\equiv \{\text{true}\}$

Post $\equiv \{res =_{obs} \text{def?}(d, c)\}$

Complejidad: $O(|c|)$ Justificación: Debe acceder a la clave c , recorriendo una por una las partes de la clave (caracteres)

Descripción: Devuelve true si la clave está definida en el diccionario y false en caso contrario.

DEFINIR(in/out $d : \text{diccString}(\alpha)$, in $c : \text{string}$, in $s : \alpha$)

Pre $\equiv \{d =_{obs} d_0\}$

Post $\equiv \{d =_{obs} \text{definir}(c, s, d_0)\}$

Complejidad: $O(|c| + \text{copy}(s))$ Justificación: Debe definir la clave c , recorriendo una por una las partes de la clave y después copiar el contenido del significado.

Descripción: Define la clave c con el significado s

Aliasing: Almacena una copia de s .

OBTENER(in $d : \text{diccString}(\alpha)$, in $c : \text{string}$) $\rightarrow res : \alpha$

Pre $\equiv \{\text{def?}(c, d)\}$

Post $\equiv \{\text{alias}(res =_{obs} \text{obtener}(c, d))\}$

Complejidad: $O(|c|)$ Justificación: Debe acceder a la clave c , recorriendo una por una las partes de la clave (caracteres)

Descripción: Devuelve el significado correspondiente a la clave c .

Aliasing: Devuelve el significado almacenado en el diccionario, por lo que res es modificable si y sólo si d lo es.

ELIMINAR(in/out $d : \text{diccString}(\alpha)$, in $c : \text{string}$)

Pre $\equiv \{d =_{\text{obs}} d_0 \wedge \text{def?}(d, c)\}$

Post $\equiv \{d =_{\text{obs}} \text{borrar}(d_0, c)\}$

Complejidad: $O(|c|)$ Justificación: Debe acceder a la clave c , recorriendo una por una las partes de la clave (caracteres) e invalidar su significado

Descripción: Borra la clave c del diccionario y su significado.

CREARITCLAVES(in $d: \text{diccString}(\alpha)$) $\rightarrow res: \text{itConj}(\text{String})$

Pre $\equiv \{\text{true}\}$

Post $\equiv \{\text{alias}(\text{esPermutacion?}(\text{SecuSuby}(res), c)) \wedge \text{vacía?}(\text{Anteriores}(res))\}$

Complejidad: $O(1)$

Descripción: Crea un Iterador de Conjunto en base a la interfaz del iterador de Conjunto Lineal

6.1.2. Operaciones Básicas Del Iterador

Este iterador permite recorrer el trie sobre el que está implementado el diccionario para obtener de cada clave los significados. Las claves de los elementos iterados no pueden modificarse nunca por cuestiones de implementación. El iterador es un iterador de lista, que recorre listaIterable por lo que sus operaciones son idénticas a ella.

CREARIT(in $d: \text{diccString}(\alpha)$) $\rightarrow res: \text{itDiccString}(\alpha)$

Pre $\equiv \{\text{true}\}$

Post $\equiv \{\text{alias}(\text{esPermutación}(\text{SecuSuby}(res), d)) \wedge \text{vacía?}(\text{Anteriores}(res))\}$

Complejidad: $O(1)$

Descripción: crea un iterador bidireccional del diccionario, de forma tal que HayAnterior evalúe a false (i.e., que se pueda recorrer los elementos aplicando iterativamente Siguiente).

Aliasing: El iterador se invalida si y sólo si se elimina el elemento siguiente del iterador sin utilizar la función EliminarSiguiente. Además, anteriores(res) y siguientes(res) podrían cambiar completamente ante cualquier operación que modifique d sin utilizar las funciones del iterador.

HAYSIGUIENTE(in $it: \text{itDiccString}(\alpha)$) $\rightarrow res: \text{bool}$

Pre $\equiv \{\text{true}\}$

Post $\equiv \{res =_{\text{obs}} \text{haySiguiente?}(it)\}$

Complejidad: $O(1)$

Descripción: devuelve true si y sólo si en el iterador todavía quedan elementos para avanzar.

HAYANTERIOR(in $it: \text{itDiccString}(\alpha)$) $\rightarrow res: \text{bool}$

Pre $\equiv \{\text{true}\}$

Post $\equiv \{res =_{\text{obs}} \text{hayAnterior?}(it)\}$

Complejidad: $O(1)$

Descripción: devuelve true si y sólo si en el iterador todavía quedan elementos para retroceder.

SIGUIENTESIGNIFICADO(in $it: \text{itDiccString}(\alpha)$) $\rightarrow res: \alpha$

Pre $\equiv \{\text{haySiguiente?}(it)\}$

Post $\equiv \{\text{alias}(res =_{\text{obs}} \text{haySiguiente?}(it).\text{significado})\}$

Complejidad: $O(1)$

Descripción: devuelve el significado del elemento siguiente del iterador

Aliasing: res es modificable si y sólo si it es modificable.

ANTERIORESIGNIFICADO(in $it: \text{itDiccString}(\alpha)$) $\rightarrow res: \alpha$

Pre $\equiv \{\text{hayAnterior?}(it)\}$

Post $\equiv \{\text{alias}(res =_{\text{obs}} \text{hayAnterior?}(it).\text{significado})\}$

Complejidad: $O(1)$

Descripción: devuelve el significado del elemento anterior del iterador

Aliasing: res es modificable si y sólo si it es modificable.

AVANZAR(**in/out** it : $\text{itDiccString}(\alpha)$)

Pre $\equiv \{it = it_0 \wedge \text{haySiguiente?}(it)\}$

Post $\equiv \{it =_{obs} \text{avanzar}(it_0)\}$

Complejidad: $O(1)$

Descripción: avanza a la posición siguiente del iterador.

RETROCEDER(**in/out** it : $\text{itDiccString}(\alpha)$)

Pre $\equiv \{it = it_0 \wedge \text{hayAnterior?}(it)\}$

Post $\equiv \{it =_{obs} \text{hayAnterior?}(it_0)\}$

Complejidad: $O(1)$

Descripción: retrocede a la posición anterior del iterador.

6.1.3. Representación de Diccionario String(α)

Diccionario String(α) se representa con estr

donde estr es tupla(raiz: arreglo(puntero(Nodo)), listaIterable: lista(puntero(Nodo)))

donde Nodo es tupla(arbolTrie: arreglo(puntero(Nodo)),
 info: α ,
 infoValida: bool,
 infoEnLista: iterador(listaIterable))

6.1.4. Invariante de Representación

- (I) Raiz es la raiz del arbol con invariante de trie y es un arreglo de 256 posiciones.
- (II) Cada uno de los elementos de la lista tiene que ser un puntero a un Nodo del trie.
- (III) Nodo es una tupla que contiene un arreglo de 256 posiciones con un puntero a otro Nodo en cada posicion ,un elemento info que es el alfa que contiene esa clave del arbol, un elemento infoValida y un elemento iterador que es un puntero a un nodo de la lista enlazada.
- (IV) El iterador a la lista enlazada de cada nodo tiene que apuntar al elemento de la lista que apunta al mismo Nodo.
- (V) Cada uno de los nodos de la lista apunta a un nodo del arbol cuyo infoEnLista apunta al mismo nodo de la lista.

$(\forall c: \text{diccString}((\alpha)))()$

Rep : estr \longrightarrow bool

Rep(e) \equiv true \iff
 longitud($e.raiz$) == 256 \wedge_L
 $(\forall i \in [0..longitud(e.raiz)])$
 $((\neg e.raiz[i] == \text{NULL}) \Rightarrow_L \text{nodoValido}(raiz[i])) \wedge (*e.raiz[i].infoValida == \text{true} \Rightarrow_L$
 $\text{iteradorValido}(raiz[i])) \wedge$
 $\text{listaValida}(e.listaIterable)$

nodoValido : puntero(Nodo) $nodo \longrightarrow$ bool

iteradorValido : puntero(Nodo) $nodo \longrightarrow$ bool

nodoValido($nodo$) \equiv
 longitud($*nodo.arbolTrie$) == 256 \wedge_L
 $(\forall i \in [0..longitud(*nodo.arbolTrie)])$
 $((\neg *nodo.arbolTrie[i] == \text{NULL}) \Rightarrow_L \text{nodoValido}(*nodo.arbolTrie[i]))$
 iteradorValido($nodo$) \equiv
 PunteroValido($nodo$) \wedge_L
 $(\forall i \in [0..longitud(*nodo.arbolTrie)])$
 $((*nodo.arbolTrie[i].infoValida == \text{true}) \Rightarrow_L \text{iteradorValido}(*nodo.arbolTrie[i]))$

PunteroValido($nodo$) \equiv

El iterador perteneciente al nodo (infoEnLista) apunta a un nodo de listaIterable (lista(puntero(Nodo))) cuyo puntero apunta al mismo nodo pasado por parámetro. Es decir se trata de una referencia circular.

listaValida(lista) \equiv

Cada nodo de la lista tiene un puntero a un nodo de la estructura cuyo infoEnLista (iterador) apunta al mismo nodo. Es decir se trata de una referencia circular.

6.1.5. Función de Abstracción

$Abs : \text{estr } e \longrightarrow \text{diccString}(\alpha) \quad \{\text{Rep}(e)\}$
 $Abs(e) \equiv =_{\text{obs}} d : \text{diccString}(\alpha) \mid (\forall s : \text{string})(\text{def?}(d, s) =_{\text{obs}} \text{Definido?}(d, s) \wedge \text{def?}(d, s) \Rightarrow_L \text{obtener}(s, d) =_{\text{obs}} \text{Obtener}(d, s))$

6.2. Algoritmos

H|iCrearDiccionario() $\rightarrow res : \text{estr}$
 $\text{arreglo}(\text{puntero}(\text{Nodo})) : res.raiz \leftarrow \text{CrearArreglo}(256) \quad \triangleright O(256)$
 $nat : i \leftarrow 0 \quad \triangleright O(1)$
while $i < \text{long}(res.raiz)$ **do** $\triangleright O(1)$
 $\quad res.raiz[i] \leftarrow \text{NULL} \quad \triangleright O(1)$
end while
 $res.listaIterable \leftarrow \text{Vacía}() \quad \triangleright O(1)$

Complejidad: $O(1)$

Justificación: Crea un arreglo de 256 posiciones y lo recorre inicializándolo en NULL. Luego crea una lista vacía.

end

H|iDefinido?(in d: estr, in c: string) $\rightarrow res : \text{bool}$
 $nat : i \leftarrow 0 \quad \triangleright O(1)$
 $nat : letra \leftarrow \text{ord}(c[0]) \quad \triangleright O(1)$
 $\text{puntero}(\text{Nodo}) : arr \leftarrow d.raiz[letra] \quad \triangleright O(1)$
while $i < \text{longitud}(c) \wedge \neg arr = \text{NULL}$ **do** $\triangleright O(|c|)$
 $\quad i \leftarrow i + 1 \quad \triangleright O(1)$
 $\quad letra \leftarrow \text{ord}(c[i]) \quad \triangleright O(1)$
 $\quad arr \leftarrow (*arr).arbolTrie[letra] \quad \triangleright O(1)$
end while
if $i = \text{longitud}(c)$ **then** $\triangleright O(1)$
 $\quad res \leftarrow (*arr).infoValida \quad \triangleright O(1)$
else
 $\quad res \leftarrow \text{false} \quad \triangleright O(1)$
end if

Complejidad: $O(|c|)$

Justificación: Toma el primer caracter y encuentra su posición en el arreglo raíz. Luego itera sobre los caracteres restantes hasta el final del String c, por lo que hace $|c|$ operaciones. Finalmente pregunta si el significado encontrado es válido o no.

end

H|iDefinir(in/out d: estr, in c: string, in s: α)
 $nat : i \leftarrow 0 \quad \triangleright O(1)$
 $nat : letra \leftarrow \text{ord}(c[0]) \quad \triangleright O(1)$
if $d.raiz[letra] = \text{NULL}$ **then** $\triangleright O(1)$
 $\quad \text{Nodo} : \text{nuevo} \quad \triangleright O(1)$
 $\quad \text{arreglo}(\text{puntero}(\text{Nodo})) : \text{nuevo.arbolTrie} \leftarrow \text{CrearArreglo}(256) \quad \triangleright O(1)$
 $\quad \text{nuevo.infoValida} \leftarrow \text{false} \quad \triangleright O(1)$
 $\quad d.raiz[letra] \leftarrow \text{puntero}(\text{nuevo}) \quad \triangleright O(1)$
end if
 $\text{puntero}(\text{Nodo}) : arr \leftarrow d.raiz[letra] \quad \triangleright O(1)$

```

while  $i < longitud(c)$  do                                ▷  $O(|c|)$ 
   $i \leftarrow i + 1$                                        ▷  $O(1)$ 
   $letra \leftarrow ord(c[i])$                                ▷  $O(1)$ 
  if  $arr.arbolTrie[letra] = NULL$  then                     ▷  $O(1)$ 
     $Nodo : nuevoHijo$                                        ▷  $O(1)$ 
     $arreglo(puntero(Nodo)) : nuevoHijo.arbolTrie \leftarrow CrearArreglo(256)$  ▷  $O(1)$ 
     $nuevoHijo.infoValida \leftarrow false$                  ▷  $O(1)$ 
     $arr.arbolTrie[letra] \leftarrow puntero(nuevoHijo)$      ▷  $O(1)$ 
  end if
   $arr \leftarrow (*arr).arbolTrie[letra]$                    ▷  $O(1)$ 
end while
 $(*arr).info \leftarrow s$                                 ▷  $O(copy(s))$ 
if  $\neg(*arr).infoValida$  then                             ▷  $O(1)$ 
   $itLista(puntero(Nodo))it \leftarrow AgregarAdelante(d.listaIterable, NULL)$  ▷  $O(1)$ 
   $(*arr).infoValida \leftarrow true$                        ▷  $O(1)$ 
   $(*arr).infoEnLista \leftarrow it$                        ▷  $O(1)$ 
   $siguiente(it) \leftarrow puntero(*arr)$                  ▷  $O(1)$ 
end if

```

Complejidad: $O(|c| + copy(s))$

Justificación: Itera sobre la cantidad de caracteres del String c y en caso de que algún caracter no esté definido crea un arreglo de 256 posiciones, por lo que realiza $|c|$ operaciones. Luego copia el significado pasado por parámetro en $O(copy(s))$ y finalmente agrega en la lista un puntero al nodo creado.

end

H|iObtener(in d : estr, in c : string) $\rightarrow res : \alpha$

```

 $nat : i \leftarrow 0$                                        ▷  $O(1)$ 
 $nat : letra \leftarrow ord(c[0])$                          ▷  $O(1)$ 
 $puntero(Nodo) : arr \leftarrow d.raiz[letra]$              ▷  $O(1)$ 
while  $i < longitud(c)$  do                                ▷  $O(|c|)$ 
   $i \leftarrow i + 1$                                        ▷  $O(1)$ 
   $letra \leftarrow ord(c[i])$                                ▷  $O(1)$ 
   $arr \leftarrow (*arr).arbolTrie[letra]$                  ▷  $O(1)$ 
end while
 $res \leftarrow (*arr).info$                                 ▷  $O(1)$ 

```

Complejidad: $O(|c|)$

Justificación: Toma el primer caracter y encuentra su posición en el arreglo raíz. Luego itera sobre los caracteres restantes hasta el final del String c , por lo que hace $|c|$ operaciones. Finalmente retorna el significado almacenado. Todas las demás operaciones se realizan en $O(1)$ porque son comparaciones o asignaciones de valores enteros o de punteros.

end

H|iEliminar(in/out d : estr, in c : string)

```

 $nat : i \leftarrow 0$                                        ▷  $O(1)$ 
 $nat : letra \leftarrow ord(c[0])$                          ▷  $O(1)$ 
 $puntero(Nodo) : arr \leftarrow d.raiz[letra]$              ▷  $O(1)$ 
 $pila(puntero(Nodo)) : pil \leftarrow Vacía()$              ▷  $O(1)$ 
while  $i < longitud(c)$  do                                ▷  $O(|c|)$ 
   $i \leftarrow i + 1$                                        ▷  $O(1)$ 
   $letra \leftarrow ord(c[i])$                                ▷  $O(1)$ 
   $arr \leftarrow (*arr).arbolTrie[letra]$                  ▷  $O(1)$ 
   $Apilar(pil, arr)$                                        ▷  $O(1)$ 
end while
if  $tieneHermanos(arr)$  then                             ▷  $O(1)$ 

```

```

    (*arr).infoValida ← false                                ▷ O(1)
else
    i ← i + 1                                                ▷ O(1)
    puntero(Nodo) : del ← tope(pil)                          ▷ O(1)
    del ← NULL                                              ▷ O(1)
    Desapilar(pil)                                          ▷ O(1)
    while i < longitud(c) ∧ ¬tieneHermanosEInfo(*tope(pil)) do ▷ O(|c|)
        del ← tope(pil)                                    ▷ O(1)
        del ← NULL                                         ▷ O(1)
        Desapilar(pil)                                    ▷ O(1)
        i ← i + 1                                          ▷ O(1)
    end while
    if i = longitud(c) then                                  ▷ O(1)
        d.raiz[ord(c[0])] ← NULL                          ▷ O(1)
    end if
end if

```

Complejidad: $O(|c|)$

Justificación: Toma el primer caracter y encuentra su posición en el arreglo raíz. Luego crea una pila en $O(1)$. Recorre el resto de los caracteres del String c y apila cada uno de los Nodos encontrado en la pila ($O(1)$) por lo que en total realiza $|c|$ operaciones. Llama a la función `tieneHermanos` y le pasa por parámetro el nodo encontrado $O(1)$ (ver Algoritmo "tieneHermanos"). Luego recorre todos los elementos apilados preguntando si hay alguno que no tiene hermanos para en cuyo caso eliminarlo, realizando en el peor caso $|c|$ operaciones porque puede ser que sea necesario eliminar todo hasta la raíz.

end

```

H|tieneHermanos(in nodo: puntero(Nodo)) → res : bool
    nat : i ← 0                                              ▷ O(1)
    nat : l ← longitud((*nodo).arbolTrie)                  ▷ O(1)
    while i < l ∧ ¬((*nodo).arbolTrie[i] = NULL) do        ▷ O(1)
        i ← i + 1                                          ▷ O(1)
    end while
    res ← i < l                                             ▷ O(1)

```

Complejidad: $O(1)$

Justificación: Recorre el arreglo de 256 posiciones en caso de que todas las posiciones del mismo tengan NULL. Como es una constante ya que en el peor caso siempre recorre a lo sumo 256 posiciones entonces es $O(1)$.

end

```

H|tieneHermanosEInfo(in nodo: puntero(Nodo)) → res : bool
    res ← tieneHermanos(nodo) ∧ (*nodo).infoValida = true  ▷ O(1)

```

Complejidad: $O(1)$

Justificación: Llama a la función `tieneHermanos` que es $O(1)$ y verifica además que el nodo contenga información válida.

end