

# Algoritmos y Estructuras de Datos II

Departamento de Computación  
Facultad de Ciencias Exactas y Naturales  
Universidad de Buenos Aires

## Trabajo Práctico II

### Diseño

#### Grupo De TP Algo2

Integrante	LU	Correo electrónico
Fernando Castro	627/12	fernandoarielcastro92@gmail.com
Philip Garrett	318/14	garrett.phg@gmail.com
Gabriel Salvo	564/14	gabrielsalvo.cap@gmail.com
Bernardo Tuso	792/14	btuso.95@gmail.com

#### Reservado para la cdra

Instancia	Docente	Nota
Primera entrega		
Segunda entrega		

# Índice

<b>1. Modulo Coordenada</b>	<b>4</b>
1.0.1. Representación de Coordenada . . . . .	5
1.0.2. Invariante de Representación . . . . .	5
1.0.3. Función de Abstracción . . . . .	5
<b>2. Modulo Mapa</b>	<b>7</b>
2.0.4. Representación de Mapa . . . . .	7
2.0.5. Invariante de Representación . . . . .	7
2.0.6. Función de Abstracción . . . . .	8
<b>3. Modulo Juego</b>	<b>11</b>
3.0.7. Representación de Juego . . . . .	13
3.0.8. Invariante de Representación . . . . .	13
3.0.9. Función de Abstracción . . . . .	14
3.1. Algoritmos . . . . .	14
<b>4. Modulo Diccionario Matriz(<math>coord</math>, <math>\sigma</math>)</b>	<b>23</b>
4.0.1. Especificacion de las operaciones auxiliares utilizadas en la interfaz . . . . .	25
<b>5. Módulo Cola de mínima prioridad(<math>\alpha</math>)</b>	<b>28</b>
5.1. Especificación . . . . .	28
5.2. Interfaz . . . . .	28
5.2.1. Operaciones básicas de ColaMinPrior . . . . .	29
5.2.2. Operaciones del Iterador . . . . .	29
5.3. Representación . . . . .	30
5.3.1. Representación de ColaMinPrior( $\alpha$ ) . . . . .	30
5.3.2. Invariante de Representación (Rehacer con nueva estructura) . . . . .	30
5.3.3. Función de Abstracción . . . . .	30
5.3.4. Representación del Iterador Cola de Prioridad . . . . .	30
5.3.5. Invariante de Representación . . . . .	30
5.3.6. Función de Abstracción . . . . .	31
5.4. Algoritmos . . . . .	31
5.4.1. Algoritmos del Modulo . . . . .	31
5.4.2. Algoritmos del Iterador . . . . .	34
<b>6. Módulo Diccionario String(<math>\alpha</math>)</b>	<b>36</b>
6.1. Interfaz . . . . .	36
6.1.1. Operaciones básicas de Diccionario String( $\alpha$ ) . . . . .	36
6.1.2. Operaciones Básicas Del Iterador . . . . .	37
6.1.3. Representación de Diccionario String( $\alpha$ ) . . . . .	39
6.1.4. Invariante de Representación . . . . .	39
6.1.5. Función de Abstracción . . . . .	40

---

6.2. Algoritmos . . . . .	40
---------------------------	----

## 1. Modulo Coordenada

### Interfaz

**usa:** NAT, BOOL.

**se explica con:** COORDENADA.

**generos:** `coor`.

`CREARCOOR(in x: Nat, in y: Nat) → res : coor`

**Pre**  $\equiv \{\text{true}\}$

**Post**  $\equiv \{res =_{\text{obs}} \text{crearCoor}(x, y)\}$

**Complejidad:**  $\Theta(1)$

**Descripción:** Crea una nueva coordenada

`LATITUD(in c: coor) → res : Nat`

**Pre**  $\equiv \{\text{true}\}$

**Post**  $\equiv \{res =_{\text{obs}} \text{latitud}(c)\}$

**Complejidad:**  $O(1)$

**Descripción:** Devuelve la latitud de la coordenada pasada por parametro

`LONGITUD(in c: coor) → res : Nat`

**Pre**  $\equiv \{\text{true}\}$

**Post**  $\equiv \{res =_{\text{obs}} \text{longitud}(c)\}$

**Complejidad:**  $O(1)$

**Descripción:** Devuelve la longitud de la coordenada pasada por parametro

`DISTEUCLIDEA(in c1: coor, in c2: coor) → res : Nat`

**Pre**  $\equiv \{\text{true}\}$

**Post**  $\equiv \{res =_{\text{obs}} \text{distEuclidea}(c1, c2)\}$

**Complejidad:**  $O(1)$

**Descripción:** Devuelve la distancia euclidea entre las dos coordenadas

`COORDENADAARRIBA(in c: coor) → res : coor`

**Pre**  $\equiv \{\text{true}\}$

**Post**  $\equiv \{res =_{\text{obs}} \text{coordenadaArriba}(c)\}$

**Complejidad:**  $O(1)$

**Descripción:** Devuelve la coordenada de arriba

`COORDENADAABAJO(in c: coor) → res : coor`

**Pre**  $\equiv \{\text{latitud}(c) > 0\}$

**Post**  $\equiv \{res =_{\text{obs}} \text{coordenadaAbajo}(c)\}$

**Complejidad:**  $O(1)$

**Descripción:** Devuelve la coordenada de abajo

`COORDENADAALADERECHA(in c: coor) → res : coor`

**Pre**  $\equiv \{\text{true}\}$

**Post**  $\equiv \{res =_{\text{obs}} \text{coordenadaALaDerecha}(c)\}$

**Complejidad:**  $O(1)$

**Descripción:** Devuelve la coordenada de la derecha

`COORDENADAALAIZQUIERDA(in c: coor) → res : coor`

**Pre**  $\equiv \{\text{longitud}(c) > 0\}$

**Post**  $\equiv \{res =_{\text{obs}} \text{coordenadaALaIzquierda}(c)\}$

**Complejidad:**  $O(1)$

**Descripción:** Devuelve la coordenada de la izquierda

### Representación

**1.0.1. Representación de Coordenada**

Coordenada se representa con `estr`

donde `estr` es `tupla(la: Nat , lo: Nat )`

**1.0.2. Invariante de Representación**

`Rep : estr → bool`

`Rep(e) ≡ true ⇔ true`

**1.0.3. Función de Abstracción**

`Abs : estr e → coor`

$\{\text{Rep}(e)\}$

`Abs(e) ≡ (∀ c : coor) e.la = latitud(c) ∧ e.lo = longitud(c)`

**Algoritmos**

Trabajo Práctico II Algoritmos del modulo

**H|iCrearCoor(in x : Nat, in y : Nat) → res : estr**

1: `res.la ← x`

▷  $\Theta(1)$

2: `res.lo ← y`

▷  $\Theta(1)$

Complejidad:  $\Theta(1)$

**end**

**H|iLatitud(in c : estr) → res : Nat**

1: `res ← c.la`

▷  $\Theta(1)$

Complejidad:  $\Theta(1)$

**end**

**H|iLongitud(in c : estr) → res : Nat**

1: `res ← c.lo`

▷  $\Theta(1)$

Complejidad:  $\Theta(1)$

**end**

**H|iDistEuclidea(in c1 : estr, in c2 : estr) → res : Nat**

1: `rLa ← 0`

▷  $\Theta(1)$

2: `rLo ← 0`

▷  $\Theta(1)$

3: **if** `c1.la > c2.la` **then**

▷  $\Theta(1)$

4:     `rLa ← ((c1.la - c2.la) x (c1.la - c2.la))`

▷  $\Theta(1)$

5: **else**

6:     `rLa ← ((c2.la - c1.la) x (c2.la - c1.la))`

▷  $\Theta(1)$

7: **end if**

8: **if** `c1.lo > c2.lo` **then**

▷  $\Theta(1)$

```
9:   rLo  $\leftarrow$  ((c1.lo - c2.lo) x (c1.lo - c2.lo))  $\triangleright \Theta(1)$ 
10: else
11:   rLo  $\leftarrow$  ((c2.lo - c1.lo) x (c2.lo - c1.lo))  $\triangleright \Theta(1)$ 
12: end if
13: res  $\leftarrow$  (rLa + rLo)  $\triangleright \Theta(1)$ 
```

Complejidad:  $\Theta(1)$

**end**

```
H|iCoordenadaArriba(in c: estr)  $\rightarrow$  res: estr
1: res  $\leftarrow$  iCrearCoor(c.la + 1, c.lo)  $\triangleright \Theta(1)$ 
```

Complejidad:  $\Theta(1)$

**end**

```
H|iCoordenadaAbajo(in c: estr)  $\rightarrow$  res: estr
1: res  $\leftarrow$  iCrearCoor(c.la - 1, c.lo)  $\triangleright \Theta(1)$ 
```

Complejidad:  $\Theta(1)$

**end**

```
H|iCoordenadaALaDerecha(in c: estr)  $\rightarrow$  res: estr
1: res  $\leftarrow$  iCrearCoor(c.la, c.lo + 1)  $\triangleright \Theta(1)$ 
```

Complejidad:  $\Theta(1)$

**end**

```
H|iCoordenadaALaIzquierda(in c: estr)  $\rightarrow$  res: estr
1: res  $\leftarrow$  iCrearCoor(c.la, c.lo - 1)  $\triangleright \Theta(1)$ 
```

Complejidad:  $\Theta(1)$

**end**

## 2. Modulo Mapa

### Interfaz

**usa:** NAT, BOOL, COORDENADA, CONJ( $\alpha$ ).

**se explica con:** MAPA.

**generos:** map.

CREARMAPA()  $\rightarrow res : \text{map}$

**Pre**  $\equiv \{\text{true}\}$

**Post**  $\equiv \{res =_{\text{obs}} \text{crearMapa}()\}$

**Complejidad:**  $O(1)$

**Descripción:** Crea un nuevo mapa

AGREGARCOORDENADA(**in/out**  $m : \text{map}$ , **in**  $c : \text{coor}$ )  $\rightarrow res : \text{itConj}(\text{coor})$

**Pre**  $\equiv \{m =_{\text{obs}} m_0\}$

**Post**  $\equiv \{m =_{\text{obs}} \text{agregarCoor}(c, m_0)\}$

**Complejidad:**  $\Theta \left( \sum_{c' \in \text{coordenadas}(m)} \text{equal}(c, c') \right)$

**Descripción:** Agrega una coordenada al mapa y devuelve el iterador a la coordenada agregada. Su complejidad es la de agregar un elemento al conjunto lineal.

COORDENADAS(**in**  $m : \text{map}$ )  $\rightarrow res : \text{itConj}(\text{coor})$

**Pre**  $\equiv \{\text{true}\}$

**Post**  $\equiv \{res =_{\text{obs}} \text{coordenadas}(m)\}$

**Complejidad:**  $O(1)$

**Descripción:** Devuelve un iterador al conjunto de coordenadas del mapa

POSEXISTENTE(**in**  $c : \text{coor}$ , **in**  $m : \text{map}$ )  $\rightarrow res : \text{Bool}$

**Pre**  $\equiv \{\text{true}\}$

**Post**  $\equiv \{res =_{\text{obs}} \text{posExistente}(c, m)\}$

**Complejidad:**  $\Theta \left( \sum_{c' \in \text{coordenadas}(m)} \text{equal}(c, c') \right)$

**Descripción:** Devuelve verdadero si la coordenada esta en el conjunto de coordenadas del mapa

HAYCAMINO(**in**  $c1 : \text{coor}$ , **in**  $c2 : \text{coor}$ , **in**  $m : \text{map}$ )  $\rightarrow res : \text{Bool}$

**Pre**  $\equiv \{c1 \in \text{coordenadas}(m) \wedge c2 \in \text{coordenadas}(m)\}$

**Post**  $\equiv \{res =_{\text{obs}} \text{hayCamino}(c1, c2, m)\}$

**Complejidad:**  $\Theta(1)$

**Descripción:** Devuelve verdadero si existe un camino entre ambas coordenadas

### Representación

#### 2.0.4. Representación de Mapa

Mapa se representa con **estr**

donde **estr** es `tupla(coordenadas: ConjLineal(coor), ancho: Nat, secciones: DiccMat(coor, Nat))`

#### 2.0.5. Invariante de Representación

1. El ancho del mapa es igual al maximo del primer elemento de las coordenadas

Rep :  $\text{estr} \rightarrow \text{bool}$

$\text{Rep}(e) \equiv \text{true} \iff (e.\text{ancho} = \text{Max}((\text{coordenadas})_2) \wedge (\forall c : \text{coord}) c \in e.\text{coordenadas} \Rightarrow_L \text{def?}(c, e.\text{secciones}))$

### 2.0.6. Función de Abstracción

Abs :  $\text{estr } e \rightarrow \text{Mapa}$

$\{\text{Rep}(e)\}$

$\text{Abs}(e) \equiv (\forall m : \text{Mapa}) e.\text{coordenadas} = \text{coordenadas}(m)$

## Algoritmos

Trabajo Práctico II Algoritmos del modulo

**H|CrearMapa()**  $\rightarrow res : \text{estr}$

1:  $res.\text{coordenadas} \leftarrow \text{Vacio}()$

$\triangleright$  La complejidad es la de crear el Conjunto Lineal vacio  $\Theta(1)$

2:  $res.\text{ancho} \leftarrow 0$

$\triangleright \Theta(1)$

3:  $res.\text{secciones} \leftarrow \text{NULL}$

$\triangleright \Theta(1)$

Complejidad:  $\Theta(1)$

**end**

**H|AgregarCoordenada(in/out m: estr, in c: coord)**  $\rightarrow res : \text{itConj}(\text{coord})$

1:  $\text{largo} \leftarrow \text{Largo}(m)$

$\triangleright \Theta(\text{Cardinal}(m.\text{coordenadas}))$

2:  $\text{ancho} \leftarrow \text{Ancho}(m)$

$\triangleright \Theta(\text{Cardinal}(m.\text{coordenadas}))$

3:  $m.\text{secciones} \leftarrow \text{Vacio}(\text{largo}, \text{ancho})$

$\triangleright \Theta(\text{largo} * \text{ancho})$

4:  $res \leftarrow \text{Agregar}(m.\text{coordenadas}, c)$

$\triangleright \Theta \left( \sum_{c' \in \text{coordendas}(m)} \text{equal}(c, c') \right)$

$\triangleright \Theta(1)$

5:  $\text{seccion} \leftarrow 0$

$\triangleright \Theta(1)$

6:  $\text{itCoor} \leftarrow \text{CrearIt}(m.\text{coordenadas})$

$\triangleright \Theta(1)$

7: **while** *HaySiguiente(itCoor)* **do**

$\triangleright \Theta(\text{Cardinal}(m.\text{coordenadas}))$

8:    $\text{coord} \leftarrow \text{Siguiente}(itCoor)$

$\triangleright \Theta(1)$

9:   *Avanzar(it)*

$\triangleright \Theta(1)$

10:   **if**  $\neg(\text{Definido?}(m.\text{secciones}, \text{coord}))$  **then**

$\triangleright \Theta(1)$

11:     *DefinirSeccion(m, coord, seccion)*

$\triangleright \Theta(\text{Cardinal}(m.\text{coordenadas}))$

12:      $\text{seccion} \leftarrow \text{seccion} + 1$

$\triangleright \Theta(1)$

13:   **end if**

14: **end while**

Complejidad:  $\Theta(\text{Ancho}(m) * \text{Largo}(m) + \text{Cardinal}(m.\text{coordenadas})^2)$

Justificación:  $\Theta(\text{Ancho}(m) * \text{Largo}(m))$  es mayor o igual que  $\Theta(\text{Cardinal}(m.\text{coordenadas}))$  y el costo de Agregar un elemento a un conjunto lineal. El While tiene complejidad  $\Theta(\text{Cardinal}(m.\text{coordenadas}))$  dentro, y dentro se llama a una funcion con la misma complejidad, luego, por algebra de complejidad, es  $\Theta(\text{Ancho}(m) * \text{Largo}(m) + \text{Cardinal}(m.\text{coordenadas})^2)$

**end**

**H|DefinirSeccion(in/out m: estr, in c: coord, in i: Nat)**

1: **if**  $\neg(\text{Definido?}(m.\text{secciones}, c)) \wedge \text{PosExistente}(c, m)$  **then**

$\triangleright \Theta \left( \sum_{c' \in \text{coordendas}(m)} \text{equal}(c, c') \right)$

$\triangleright \Theta(1)$

2:   *Definir(m.secciones, c, i)*

3:   *DefinirSeccion(m, CoordenadaArriba(c), i)*

$\triangleright \Theta(\text{Cardinal}(m.\text{coordenadas}))$

4:   *DefinirSeccion(m, CoordenadaALaDerecha(c), i)*

$\triangleright \Theta(\text{Cardinal}(m.\text{coordenadas}))$



```

5:   if Latitud(c) > 0 then ▷  $\Theta(1)$ 
6:     DefinirSeccion(m, CoordenadaAbajo(c), i) ▷  $\Theta(\text{Cardinal}(m.\text{coordenadas}))$ 
7:   end if
8:   if Longitud(c) > 0 then ▷  $\Theta(1)$ 
9:     DefinirSeccion(m, CoordenadaALaIzquierda(c), i) ▷  $\Theta(\text{Cardinal}(m.\text{coordenadas}))$ 
10:  end if
11: end if

```

Complejidad:  $\Theta(\text{Cardinal}(m.\text{coordenadas}))$

Justificación DefinirSeccion se llama a si misma recursivamente recorriendo las coordenadas, en el peor caso, recorre todas las coordenadas una vez, luego su complejidad es  $\Theta(4^{\text{Cardinal}(m.\text{coordenadas})})$  que se puede simplificar, ya que pertenece a la misma clase. Esta funcion no es cuadratica, ya que usa el diccionario para chequear que no este recorriendo una posicion mas de una vez.

**end**

**H|iCoordenadas**(**in** *m*: **estr**) → *res*: itConj(coor)

1: *res* ← *CrearIt*(*m.coordnadas*) ▷ La complejidad es la de crear un iterador a un conjunto lineal  $\Theta(1)$

Complejidad:  $\Theta(1)$

**end**

**H|iPosExistente**(**in** *c*: coor, **in** *m*: **estr**) → *res*: Bool

1: *res* ← *pertenece?*(*m.coordnadas*, *c*) ▷  $\Theta\left(\sum_{c' \in \text{coordnadas}(m)} \text{equal}(c, c')\right)$

Complejidad:  $\Theta\left(\sum_{c' \in \text{coordnadas}(m)} \text{equal}(c, c')\right)$

Justificación: La complejidad es la fijarse que un elemento pertenezca al conjunto lineal.

**end**

**H|iHayCamino**(**in** *c1*: coor, **in** *c2*: coor, **in** *m*: **estr**) → *res*: Bool

1: *res* ← (*Definido?*(*m.secciones*, *c1*) ∧ *Definido?*(*m.secciones*, *c2*)) ∧<sub>L</sub> (*Significado*(*m.secciones*, *c1*) = *Significado*(*m.secciones*, *c2*)) ▷  $\Theta(1)$

Complejidad:  $\Theta(1)$

**end**

**H|iAncho**(**in** *m*: **estr**) → *res*: Nat

```

1: it ← CrearIt(m.coordnadas) ▷  $\Theta(1)$ 
2: max ← 0 ▷  $\Theta(1)$ 
3: while HaySiguiente(it) do ▷  $\Theta(\text{Cardinal}(m.\text{coordenadas}))$ 
4:   if max < Longitud(Siguiente(it)) then ▷  $\Theta(1)$ 
5:     max ← Longitud(Siguiente(it)) ▷  $\Theta(1)$ 
6:   end if
7:   Avanzar(it) ▷  $\Theta(1)$ 
8: end while

```

Complejidad:  $\Theta(\text{Cardinal}(m.\text{coordenadas}))$

**end**

```
H|Largo(in  $m$ : estr)  $\rightarrow$   $res$  : Nat
1:  $it \leftarrow CrearIt(m.coordenadas)$   $\triangleright \Theta(1)$ 
2:  $max \leftarrow 0$   $\triangleright \Theta(1)$ 
3: while  $HaySiguiente(it)$  do  $\triangleright \Theta(Cardinal(m.coordenadas))$ 
4:   if  $max < Latitud(Siguiente(it))$  then  $\triangleright \Theta(1)$ 
5:      $max \leftarrow Latitud(Siguiente(it))$   $\triangleright \Theta(1)$ 
6:   end if
7:    $Avanzar(it)$   $\triangleright \Theta(1)$ 
8: end while

Complejidad:  $\Theta(Cardinal(m.coordenadas))$ 
```

**end**

### 3. Modulo Juego

#### Interfaz

**usa:** MAPA, COORDENADA.

**se explica con:** JUEGO.

**generos:** juego.

**CREARJUEGO**(in  $m$ : map)  $\rightarrow res$ : juego

**Pre**  $\equiv \{true\}$

**Post**  $\equiv \{res =_{\text{obs}} \text{crearJuego}(m_0) \wedge \text{mapa}(res) =_{\text{obs}} m_0\}$

**Complejidad:**  $O((\text{largo}(m) \times \text{ancho}(m)) + \text{copy}(m))$

**Descripción:** Crea el nuevo juego

**AGREGARPOKEMON**(in/out  $j$ : juego, in  $c$ : coor, in  $p$ : Pokemon)  $\rightarrow res$ : itConj(Pokemon)

**Pre**  $\equiv \{j =_{\text{obs}} j_0 \wedge \text{puedoAgregarPokemon}(c, j_0)\}$

**Post**  $\equiv \{j =_{\text{obs}} \text{agregarPokemon}(p, c, j_0)\}$

**Complejidad:**  $O(|P| + EC * \log(EC))$

**Descripción:** EC es la maxima cantidad de jugadores esperando para atrapar un pokemon.  $|P|$  es el nombre mas largo para un pokemon en el juego

**AGREGARJUGADOR**(in/out  $j$ : juego)  $\rightarrow res$ : Jugador

**Pre**  $\equiv \{j =_{\text{obs}} j_0\}$

**Post**  $\equiv \{j =_{\text{obs}} \text{agregarJugador}(j_0) \wedge res = \#jugadores(j_0) + \#expulsados(j_0)\}$

**Complejidad:**  $O(J)$

**Descripción:** Agrega el jugador en el conjLineal, y devuelve su identificador

**CONECTARSE**(in/out  $j$ : juego, in  $id$ : Jugador, in  $c$ : coor)

**Pre**  $\equiv \{j =_{\text{obs}} j_0 \wedge id \in jugadores(j_0) \wedge \neg \text{estaConectado}(id, j_0) \wedge \text{posExistente}(c, \text{mapa}(j_0))\}$

**Post**  $\equiv \{j =_{\text{obs}} \text{conectarse}(id, c, j_0)\}$

**Complejidad:**  $O(\log(EC))$

**Descripción:** Conecta al jugador pasado por parametro en la coordenada indicada

**DESCONECTARSE**(in/out  $j$ : juego, in  $id$ : Jugador)

**Pre**  $\equiv \{j =_{\text{obs}} j_0 \wedge id \in jugadores(j_0) \wedge \text{estaConectado}(id, j_0)\}$

**Post**  $\equiv \{j =_{\text{obs}} \text{desconectarse}(id, j_0)\}$

**Complejidad:**  $O(\log(EC))$

**Descripción:** Desconecta al jugador pasado por parametro

**MOVEVERSE**(in/out  $j$ : juego, in  $id$ : Jugador, in  $c$ : coor)

**Pre**  $\equiv \{j =_{\text{obs}} j_0 \wedge id \in jugadores(j_0) \wedge \text{estaConectado}(id, j_0) \wedge \text{posExistente}(c, \text{mapa}(j_0))\}$

**Post**  $\equiv \{j =_{\text{obs}} \text{moverse}(c, id, j_0)\}$

**Complejidad:**  $O((PS + PC) * |P| + \log(EC))$

**Descripción:** Mueve al jugador pasado por parametro a la coordenada indicada

**MAPA**(in  $j$ : juego)  $\rightarrow res$ : map

**Pre**  $\equiv \{true\}$

**Post**  $\equiv \{res =_{\text{obs}} \text{mapa}(j)\}$

**Complejidad:**  $O(\text{copy}(\text{mapa}(j)))$

**Descripción:** Devuelve el mapa del juego

**JUGADORES**(in  $j$ : juego)  $\rightarrow res$ : itConj(Jugador)

**Pre**  $\equiv \{true\}$

**Post**  $\equiv \{res =_{\text{obs}} jugadores(j)\}$

**Complejidad:**  $\Theta(1)$

**Descripción:** Devuelve un iterador al conjunto de jugadores del juego

**ESTACONECTADO**(in  $j$ : juego, in  $id$ : Jugador)  $\rightarrow res$ : Bool

**Pre**  $\equiv \{id \in jugadores(j)\}$

**Post**  $\equiv \{res =_{\text{obs}} \text{estaConetado}(id, j)\}$

**Complejidad:**  $\Theta(1)$

**Descripción:** Devuelve si el jugador con id ingresado esta conectado o no

**POSICION**(in  $j$ : juego, in  $id$ : Jugador)  $\rightarrow res$  : coor

**Pre**  $\equiv \{id \in \text{jugadores}(j) \wedge_L \text{estaConetado}(id, j)\}$

**Post**  $\equiv \{res =_{\text{obs}} \text{posicion}(id, j)\}$

**Complejidad:**  $\Theta(1)$

**Descripción:** Devuelve la posicion actual del jugador con id ingresado si esta conectado

**POKEMONES**(in  $j$ : juego, in  $id$ : Jugador)  $\rightarrow res$  : itConj(<Pokemon, Nat>)

**Pre**  $\equiv \{id \in \text{jugadores}(j)\}$

**Post**  $\equiv \{res =_{\text{obs}} \text{pokemons}(id, j)\}$

**Complejidad:**  $\Theta(1)$

**Descripción:** Devuelve un iterador a la estructura que almacena los punteros a pokemons del jugador del id ingresado

**EXPULSADOS**(in  $j$ : juego)  $\rightarrow res$  : itConj(Jugador)

**Pre**  $\equiv \{\text{True}\}$

**Post**  $\equiv \{res =_{\text{obs}} \text{expulsados}(j)\}$

**Complejidad:**  $\Theta(1)$

**Descripción:** Devuelve un iterador al conjunto de jugadores expulsados del juego

**POSCONPOKEMONES**(in  $j$ : juego)  $\rightarrow res$  : itConj(coor)

**Pre**  $\equiv \{\text{True}\}$

**Post**  $\equiv \{res =_{\text{obs}} \text{posConPokemons}(j)\}$

**Complejidad:**  $O(1)$

**Descripción:** Devuelve un iterador al conjunto de coordenadas en donde hay pokemons

**POKEMONENPOS**(in  $j$ : juego, in  $c$ : coor)  $\rightarrow res$  : Pokemon

**Pre**  $\equiv \{c \in \text{posConPokemons}(j)\}$

**Post**  $\equiv \{res =_{\text{obs}} \text{pokemonEnPos}(c, j)\}$

**Complejidad:**  $\Theta(1)$

**Descripción:** Devuelve un iterador al pokemon de la coordenada dada

**CANTMOVIMIENTOSPARACAPTURA**(in  $j$ : juego, in  $c$ : coor)  $\rightarrow res$  : Nat

**Pre**  $\equiv \{c \in \text{posConPokemons}(j)\}$

**Post**  $\equiv \{res =_{\text{obs}} \text{cantMovimientosParaCaptura}(c, j)\}$

**Complejidad:**  $\Theta(1)$

**Descripción:** Devuelve la cantidad de movimientos acumulados hasta el momento, para atrapar al pokemon de la coordenada dada

**PUEDOAGREGARPOKEMON**(in  $j$ : juego, in  $c$ : coor)  $\rightarrow res$  : Bool

**Pre**  $\equiv \{\text{True}\}$

**Post**  $\equiv \{res =_{\text{obs}} \text{puedoAgregarPokemon}(c, j)\}$

**Complejidad:**  $\Theta\left(\sum_{c' \in \text{coordendas}(\text{mapa}(j))} \text{equal}(c, c')\right)$

**Descripción:** Devuelve si la coordenada ingresada es valida para agregar un pokemon en ella

**HAYPOKEMONCERCANO**(in  $j$ : juego, in  $c$ : coor)  $\rightarrow res$  : Bool

**Pre**  $\equiv \{\text{True}\}$

**Post**  $\equiv \{res =_{\text{obs}} \text{hayPokemonCercano}(c, j)\}$

**Complejidad:**  $\Theta(1)$

**Descripción:** Devuelve si la coordenada ingresada pertenece al rango de un pokemon salvaje

**POSPOKEMONCERCANO**(in  $j$ : juego, in  $c$ : coor)  $\rightarrow res$  : coor

**Pre**  $\equiv \{\text{hayPokemonCercano}(c, j)\}$

**Post**  $\equiv \{res =_{\text{obs}} \text{posPokemonCercano}(c, j)\}$

**Complejidad:**  $\Theta(1)$

**Descripción:** Devuelve la coordenada mas del pokemon salvaje del rango siempre y cuando haya uno

**ENTRENADORESPOSIBLES**(**in**  $c$ :  $\text{coor}$ , **in**  $es$ :  $\text{conjLineal}(\text{itConj}(\text{Jugador}))$ , **in**  $j$ :  $\text{juego}$ )  $\rightarrow res$  :  $\text{itConj}(\text{Jugador})$   
**Pre**  $\equiv \{hayPokemonCercano(c, j) \wedge_L pokemonEnPos(posPokemonCercano(c, j), j).jugadoresEnRango \subseteq jugadoresConectados(c, j)\}$   
**Post**  $\equiv \{res =_{\text{obs}} entrenadoresPosibles(c, pokemonEnPos(posPokemonCercano(c, j), j).jugadoresEnRango, j)\}$   
**Complejidad:**  $O(\text{Cardinal}(es))$   
**Descripción:** Devuelve un iterador a los jugadores que estan esperando para atrapar al pokemon mas cercano a la coordenada ingresada

**INDICERAREZA**(**in**  $j$ :  $\text{juego}$ , **in**  $p$ :  $\text{Pokemon}$ )  $\rightarrow res$  :  $\text{Nat}$   
**Pre**  $\equiv \{p \in todosLosPokemons(j)\}$   
**Post**  $\equiv \{res =_{\text{obs}} indiceRareza(p, j)\}$   
**Complejidad:**  $O(|P|)$   
**Descripción:** Devuelve el indice de rareza del pokemon del juego ingresado

**CANTPOKEMONESTOTALES**(**in**  $j$ :  $\text{juego}$ )  $\rightarrow res$  :  $\text{Nat}$   
**Pre**  $\equiv \{\text{true}\}$   
**Post**  $\equiv \{res =_{\text{obs}} cantPokemonsTotales(p)\}$   
**Complejidad:**  $\Theta(1)$   
**Descripción:** Devuelve la cantidad de pokemones que hay en el juego

**CANTMISMAESPECIE**(**in**  $j$ :  $\text{Juego}$ , **in**  $p$ :  $\text{Pokemon}$ )  $\rightarrow res$  :  $\text{Nat}$   
**Pre**  $\equiv \{\text{true}\}$   
**Post**  $\equiv \{res =_{\text{obs}} cantMismaEspecie(p, pokemons(j), j)\}$   
**Complejidad:**  $O(|P|)$   
**Descripción:** Devuelve la cantidad de pokemones de la especie ingresada hay en el juego

## Representación

### 3.0.7. Representación de Juego

Jugador se representa con  $\text{Nat}$

Pokemon se representa con  $\text{String}$

Juego se representa con  $\text{estr}$

donde  $\text{estr}$  es  $\text{tupla}(\text{pokemones: diccString}(\text{Pokemon}, \text{Nat}), \text{todosLosPokemones: conjLineal}(\text{infoPokemon}), \text{idsJugadores: conjLineal}(\text{Jugador}), \text{jugadores: conjLineal}(\text{infoJugador}), \text{expulsados: conjLineal}(\text{Jugador}), \text{jugadoresPorID: Vector}(\langle \text{info: itConj}(\text{infoJugador}), \text{encolado: itColaPrior}(\text{Jugador}) \rangle), \text{posicionesPokemons: DiccMat}(\text{coor}, \text{itConj}(\text{infoPokemon})), \text{posicionesJugadores: DiccMat}(\text{coor}, \text{puntero}(\text{conjLineal}(\text{Jugador}))), \text{mapa: map})$

donde  $\text{infoJugador}$  es  $\text{tupla}(\text{id: itConj}(\text{Jugador}), \text{estaConectado: Bool}, \text{sanciones: Nat}, \text{pokemonesCapturados: conjLineal}(\text{itConj}(\text{infoPokemon})), \text{posicion: coor}, \text{itPosicion: itConj}(\text{Jugador}))$

donde  $\text{infoPokemon}$  es  $\text{tupla}(\text{tipo: Pokemon}, \text{posicion: coor}, \text{contador: Nat}, \text{jugadoresEnRango: colaPrior}(\text{Nat}, \text{itConj}(\text{Jugador})), \text{salvaje: Bool})$

### 3.0.8. Invariante de Representación

1. La suma de todos los significados de pokemones es igual al cardinales de  $\text{todosLosPokemones}$ .
2. La suma de la cantidad de jugadores y expulsados es igual a la longitud del vector  $\text{jugadoresPorID}$ .

3. Para toda coordenada, si esta definida en posicionesPokemons entonces la coordenada pertenece al mapa.
  4. La posicion de todo jugador que pertenezca al conjunto jugadores y este conectado pertenece al mapa.
  5. Para todo pokemon que exista en pokemons y sea salvaje, el conjunto de jugadores que esta esperando para atraparlo pertenece al conjunto jugadores.
  6. Todo jugador que pertenezca a jugadores, este conectado y este esperando para atrapar, esta incluido en el conjunto de jugadores en rango del pokemon al que quiere atrapar.
  7. Los conjuntos jugadores y expulsados son disjuntos.
1. Checkear con significado de trie
  2.  $\# e.jugadores + \# e.expulsados = \text{long}(e.jugadoresPorID)$
  3.  $(\forall c : \text{coord}) \text{def?}(c, e.posicionesPokemons) \Rightarrow_L j.posicion \in e.mapa.coordenadas$
  4.  $(\forall j : \text{jug}) j \in e.jugadores \wedge j.estaConectado \Rightarrow_L j.posicion \in e.mapa.coordenadas$
  5.  $(\forall p : \text{poke}) (\text{def?}(p, e.pokemons) \wedge p.salvaje) \Rightarrow_L (\forall it : \text{itJug}) \text{HayMas?}(it) \wedge_L \text{Actual}(it) \in p.jugadoresEnRango \Rightarrow_L \text{Actual}(it) \in e.jugadores$
  6.  $(\forall j : \text{jug}) j \in e.jugadores \wedge j.estaConectado \wedge_L \text{estaParaAtrapar}(j) \Rightarrow_L (\forall p : \text{poke}) \text{def?}(p, e.pokemons) \wedge_L j \in p.jugadoresEnRango$
  7.  $(\forall j : \text{jug}) (j \in e.jugadores \Rightarrow_L j \notin e.expulsados) \vee (j \in e.expulsados \Rightarrow_L j \notin e.jugadores)$

### 3.0.9. Función de Abstracción

Abs(e): este -> Jugo Rep(e) pGo: Juego tq e.mapa = mapa(pGo) y e.jugadores = jugadores(pGo) y luego  
 (Para todo j : jugador) j pertenece e.jugadores impluego  
 j.sanciones = sanciones(j, pGo) ((j pertenece expulsados(pGo) y j.sanciones >= 10)  
 oluego (j.pokesCapturados = pokemons(j,pGo) y j.estaConectado = estaConectad(j,pGo)  
 y j.estaConectado impluego j.pos = posicion(j,pGo))) y  
 (Para todo p : pokemon) p pertenece c.pokemons impluego (Para todo j : Jugador)  
 j pertenece e.jugadores y luego p pertenece pokemons(j,pGo) o [(Para todo c : coord)  
 c pertenece e.mapa.coordenadas y luego p = pokemonEnPos(c,pGo) y cantMovParaCap(c,pGo)  
 p.contador]

### 3.1. Algoritmos

HjCrearJuego(in m : map) → res : estr

```

estr : j                                     ▷ O(1)
j.pokemons ← CrearDiccionario()             ▷ O(1)
j.todosLosPokemons ← Vacio()                ▷ O(1)
j.idsJugadores ← Vacio()                     ▷ O(1)
j.jugadores ← Vacio()                        ▷ O(1)
j.expulsados ← Vacio()                       ▷ O(1)
j.jugadoresPorID ← Vacia()                   ▷ O(1)
j.posicionesPokemons ← Vacio(largo(m), ancho(m)) ▷ O(largo(m) x ancho(m))
j.posicionesJugadores ← Vacio(largo(m), ancho(m)) ▷ O(largo(m) x ancho(m))
j.mapa ← m                                   ▷ O(copy(m))
res ← j                                     ▷ O(1)

```

Complejidad:  $O((\text{largo}(m) \times \text{ancho}(m)) + \text{copy}(m))$

Justificación:

end

HjAgregarPokemon(in/out j : estr, in c : coord, in p : Pokemon) → res : it Conj(Pokemon)

```

infoP ← <p, c, 0, Vacio(), True>                                ▷ O(|P|)
itPokemon ← AgregarRapido(j.todosLosPokemones, infoP) ▷ O(copy(infoP)) Copiar los elementos de la tupla es
O(1)
desdeLat ← iDamePos(iLatitud(c), 2)                            ▷ O(1)
desdeLong ← iDamePos(iLongitud(c), 2)                          ▷ O(1)
while desdeLat ≤ Latitud(c) + 2 do                               ▷ O(1) Recorro un conjunto acotado de coordenadas
  while desdeLong ≤ Longitud(c) + 2 do                           ▷ O(1) Recorro un conjunto acotado de coordenadas
    if DistEuclidea(CrearCoor(desdeLat, desdeLong), c) ≤ 4 then  ▷ O(1)
      if Definido?(j.posicionesJugadores, CrearCoor(desdeLat, desdeLong)) then  ▷ O(1)
        itJugadores ← iCrearIt(*Significado(j.posicionesJugadores, CrearCoor(desdeLat, desdeLong))) ▷
O(1)
        while HaySiguiente(itJugadores) do                       ▷ O(EC)
          e ← Siguiente(itJugadores)                             ▷ O(1)
          tupJugId ← j.jugadoresPorID[e]                         ▷ O(1)
          cantPokemonesJug ← Cardinal(Siguiente(tupJugId1).pokemonesCapturados) ▷ O(1)
          itCola ← iEncolar(Siguiente(itPokemon).jugadoresEnRango, cantPokemonesJug, e) ▷
O(log(EC) + copy(e))
          tupJugId2 ← itCola                                     ▷ O(1)
          Avanzar(itJugadores)                                   ▷ O(1)
        end while
      end if
    end if
  end while
end while
if Definido?(j.pokemones, p) then                                ▷ O(|P|)
  cViejo ← Obtener(j.pokemones, p)                             ▷ O(|P|)
  Eliminar(j.pokemones, p)                                       ▷ O(|P|)
  Definir(j.pokemones, p, cViejo + 1)                           ▷ O(|P|)
else
  Definir(j.pokemones, p, 1)                                     ▷ O(|P|)
end if
res ← itPokemon                                                  ▷ O(1)

```

Complejidad:  $O(|P| + |EC| * \log(|EC|))$

Justificación:

end

```

H|jAgregarJugador(in/out j: estr) → res : Jugador
id ← Cardinal(j.jugadores) + Cardinal(j.expulsados)            ▷ O(1)
itConjIds ← AgregarRapido(j.idsJugadores, id)                  ▷ O(1)
infoJ ← <itConjIds, false, 0, Vacio(), CrearCoor(0, 0), CrearIt(Vacio())> ▷ O(1) El jugador es creado
vacío, sin sanciones y sin pokemones atrapados. La coordenada es una cualquiera, ya que solo se va a acceder a
ella cuando el jugador este conectado, y al conectarse, se le asigna una válida
itJ ← AgregarRapido(j.jugadores, infoJ)                       ▷ O(copy(infoJ)) Se puede utilizar AgregarRapido porque infoJ
contiene un iterador al id del jugador, que es unívoco
AgregarAtras(j.jugadoresPorID, <itJ, NULL>)                   ▷ O(J) Donde J es la cantidad total de jugadores que fueron
agregados al juego
res ← id                                                        ▷ O(1)

```

Complejidad:  $O(J)$  donde J es la cantidad de jugadores

Justificación:  $O(\text{copy}(\text{Jugador}))$  es igual a  $O(1)$  ya que solamente es copiar Nat, Bool y un conjunto vacío.

end

```

H|iConectarse(in/out j: estr, in e: Jugador, in c: coor)
itJug ← j.jugadoresPorId[e]1                                ▷ O(1)

```

```

infoJ ← Siguiente(itJug)                                ▷ O(1)
infoJ.estaConectado ← true                               ▷ O(1)
AgregarJugadorEnPos(j.posicionesJugadores, infoJ, c)    ▷ O(1)
infoJ.estaConectado ← true                               ▷ O(1)
if HayPokemonCercano(j, c) then                         ▷ O(1)
  p ← Siguiente(Significado(j.posicionesPokemons, PosPokemonCercano(j, c))) ▷ O(1)
  itJug ← Encolar(p.jugadoresEnRango, Cardinal(jug.pokeCapturados), itJug) ▷ O(log(EC))
  p.contador ← 0                                         ▷ O(1)
end if

```

Complejidad:  $O(\log(EC))$

Justificación: EC es la maxima cantidad de jugadores esperando para atrapar un pokemon. En el peor caso, el heap al que entra el jugador es el que mas jugadores esperando tiene.

**end**

```

H|iAgregarJugadorEnPos(in/out d: DiccMat(coor, puntero(conjLineal(Jugador))), in/out j:
infoJugador, in c: coor)
Pre ≡ { d = d0 ∧ longitud(c) < ancho(d) ∧ latitud(c) < largo(d) }
conLineal(Jugador) : jugsEnPos                                ▷ O(1)
if ¬ Definido?(d, c) then                                    ▷ O(1)
  Definir(d, c, &Vacio())                                     ▷ O(1)
end if
jugsEnPos ← *(Significado(d, c))                             ▷ O(1)
j.itPosicion ← AgregarRapido(jugsEnPos, j.id)                ▷ O(1)
j.posicion ← c                                                ▷ O(1)
Complejidad:  $O(1)$ 
Post ≡ {d = definir(longitud(c), latitud(c), Ag(j, significado(longitud(c), latitud(c))))}

```

**end**

```

H|iDesconectarse(in/out j: estr, in id: Jugador)
tupJug ← j.jugadoresPorId[e]                                ▷ O(1)
if HayPokemonCercano(j, c) then                             ▷ O(1)
  tupJug2 ← EliminarSiguiente(tupJug2)                    ▷ O(log(EC))
end if
infoJ ← Siguiente(tupJug1)                                  ▷ O(1)
infoJ.estaConectado ← false                                   ▷ O(1)
EliminarSiguiente(infoJ.itPosicion)                          ▷ O(1)
infoJ.itPosicion ← CrearIt(Vacio())                           ▷ O(1)

```

Complejidad:  $O(\log(EC))$

Justificación: EC es la maxima cantidad de jugadores esperando para atrapar un pokemon. En el peor caso, el heap del que sale el jugador es el que mas jugadores esperando tiene.

**end**

```

H|iMoverse(in/out j: estr, in id: Jugador, in c: coor)
tupJug ← j.jugadoresPorID[id]                                ▷ O(1)
infoJ ← Siguiente(tupJug1)                                  ▷ O(1)
if iHayPokemonCercano(c, j) then                             ▷ O(1) Pregunto si me estoy moviendo a donde hay un pokemon
  p ← iPosPokemonCercano(j, c)                                ▷ O(1)
  if ¬ iHayPokemonCercano(infoJ.posicion, j) then             ▷ O(1) Pregunto si no estaba en rango de un pokemon
    antes de moverme
    infoP ← Siguiente(Significado(j.posicionesPokemons, p))  ▷ O(1)
    infoP.contador ← 0                                         ▷ O(1)
  end if

```



```

cantPokemonesJug ← Cardinal(infoJ.pokemonesCapturados)                                ▷ O(1)
tupJugId2 ← iEncolar(infoP.jugadoresEnRango, cantPokemonesJug, id)                    ▷ O(log(EC))
else
  if p ≠ iPosPokemonCercano(j, infoJ.posicion) then                                ▷ O(1) Pregunto si el pokemon donde estaba es
    distinto del que voy a estar
    infoP ← Siguiente(Significado(j.posicionesPokemons, p))                        ▷ O(1)
    infoP.contador ← 0                                                                ▷ O(1)
    cantPokemonesJug ← Cardinal(infoJ.pokemonesCapturados)                        ▷ O(1)
    EliminarSiguiente(tupJugId2)                                                    ▷ O(log(EC))
    tupJugId2 ← iEncolar(infoP.jugadoresEnRango, cantPokemonesJug, id)            ▷ O(log(EC))
  end if
  end if
  iActualizarMenos(p, j)                                                            ▷ O(PS)
else
  if iHayPokemonCercano(infoJ.posicion, j) then                                ▷ O(1) Ya se que no hay pokemon donde voy a estar, si hay
    pokemon donde estoy ahora es que salgo de un rango
    EliminarSiguiente(tupJugId2)                                                    ▷ O(log(EC)) Elimina al jugador del heap donde estaba esperando
  end if
  iActualizarTodos(j)                                                                ▷ O(PS)
end if
if debeSancionarse?(id, c, j) then
  if infoJ.sanciones < 4 then                                                        ▷ O(1)
    infoJ.sanciones ← infoJ.sanciones + 1                                            ▷ O(1)
    EliminarSiguiente(infoJ.itPosicion)                                              ▷ O(1)
    AgregarJugadorEnPos(j.posicionesJugadores, infoJ, c)                          ▷ O(1)
  else
    itPCapturados ← CrearIt(infoJ.pokemonesCapturados)                            ▷ O(1)
    while HaySiguiente(itPCapturados) do                                            ▷ O(PC)
      infoP ← Siguiente(Siguiente(itPCapturados))                                  ▷ O(1)
      pViejos ← Obtener(j.pokemones, infoP.tipo)                                  ▷ O(|P|)
      Borrar(j.pokemones, infoP.tipo)                                                ▷ O(|P|)
      if pViejos ≠ 1 then                                                            ▷ O(1)
        Definir(j.pokemones, infoP.tipo, pViejos - 1)                            ▷ O(|P|)
      end if
      EliminarSiguiente(Siguiente(itPCapturados))                                  ▷ O(1)
    end while
    iEliminarSiguiente(tupJug1)                                                    ▷ O(1) Saca al jugador del conjunto de jugadores
    EliminarSiguiente(Siguiente(tupJug1)1)                                        ▷ O(1) Elimina el id del jugador del conjunto de jugadores
    AgregarRapido(j.expulsados, id)                                                  ▷ O(copy(id)) Copiar un nat es O(1)
    EliminarSiguiente(tupJug1)                                                    ▷ O(1) Saca al jugador del conjunto de jugadores
    if iHayPokemonCercano(j, c) then                                                ▷ O(1)
      iEliminarSiguiente(tupJug2)                                                  ▷ O(log(EC)) Elimina al jugador del heap donde estaba esperando
    end if
  end if
end if
else
  EliminarSiguiente(infoJ.itPosicion)                                                ▷ O(1)
  AgregarJugadorEnPos(j.posicionesJugadores, infoJ, c)                            ▷ O(1)
end if

```

Complejidad:  $O(PS + (PC * |P|) + \log(EC))$

Justificación:

end

H|iActualizarMenos(in/out j: estr, in c: coor)

Pre ≡ { posExistente(mapa(j), c) }

```

itCoor ← Coordenadas(j.posicionesPokemons)                                ▷ O(1)
while HaySiguiente(itCoor) do                                              ▷ O(PS)

```

```

    if Siguiente(itCoor)  $\neq$  c then
        itPokemon  $\leftarrow$  Significado(j.posicionesPokemons, Siguiente(itCoor))
        ActualizarPokemon(itPokemon)
    end if
end while

```

$\triangleright O(1)$   
 $\triangleright O(1)$   
 $\triangleright O(1)$

Complejidad:  $O(PS)$

Justificación: Actualiza todos las colas de prioridad excepto por la que este en la posicion que paso por parametro.

end

H|iActualizarTodos(in/out j: estr)

```

itCoor  $\leftarrow$  Coordenadas(j.posicionesPokemons)
while HaySiguiente(itCoor) do
    itPokemon  $\leftarrow$  Significado(j.posicionesPokemons, Siguiente(itCoor))
    ActualizarPokemon(itPokemon)
end while

```

$\triangleright O(1)$   
 $\triangleright O(PS)$   
 $\triangleright O(1)$   
 $\triangleright O(1)$

Complejidad:  $O(PS)$

Justificación: Actualiza todos las colas de prioridad. invalido.

end

H|iActualizarPokemon(in/out itPokemones: itConj(infoPokemon), in/out j: estr)

Pre  $\equiv \{ \text{haySiguiente(itPokemones)} \}$

```

infoP  $\leftarrow$  Siguiente(itPokemones)
infoP.contador  $\leftarrow$  infoP.contador + 1
if infoP.contador = 10 then
    e  $\leftarrow$  Proximo(infoP.jugadoresEnRango)
    infoP.esSalvaje  $\leftarrow$  false
    infoJ  $\leftarrow$  Siguiente(j.jugadoresPorID[e]1)
    AgregarRapido(infoJ.pokemonesCapturados, itPokemones)
    Borrar(j.posicionesPokemons, infoP.posicion)
end if

```

$\triangleright O(1)$   
 $\triangleright O(1)$   
 $\triangleright O(1)$   
 $\triangleright O(1)$   
 $\triangleright O(1)$   
 $\triangleright O(1)$   
 $\triangleright O(\text{copy(itPokemones)})$  Copiar el iterador es  
 $O(1)$   
 $\triangleright O(1)$

Complejidad:  $O(1)$

Justificación: Actualiza la cola de prioridad del pokemon que paso por parametro. Suma uno al contador en caso de que no tenga que atraparse, si tiene que ser atrapado, lo agrega al conjunto de pokemones atrapados del jugador y lo elimina del diccionario de pokemones por posicion.

end

H|iDebeSancionarse(in e: Jugador, in c: coor, in j: estr)  $\rightarrow$  res : Bool

```

tupJug  $\leftarrow$  j.jugadoresPorID[e]
infoJ  $\leftarrow$  Siguiente(tupJug1)
res  $\leftarrow$   $\neg$ HayCamino(infoJ.posicion, c, j.mapa)  $\vee$  DistEuclidea(infoJ.posicion, c, j.mapa) > 100

```

$\triangleright O(1)$   
 $\triangleright O(1)$   
 $\triangleright O(1)$

Complejidad:  $O(1)$

Justificación: Checkea si el jugador hizo un movimiento invalido.

end

H|iMapa(in j: estr)  $\rightarrow$  res : map

```

res  $\leftarrow$  j.mapa

```

$\triangleright O(\text{copy(mapa(j)))}$

Complejidad:  $O(\text{copy}(\text{mapa}(j)))$

Justificación: Devuelve el mapa del juego por copia.

**end**

**H|iJugadores**(in  $j$ : **estr**)  $\rightarrow$  res : itConj(Jugador)

res  $\leftarrow$  CrearIt( $j.\text{idsJugadores}$ )

$\triangleright O(1)$

Complejidad:  $O(1)$

Justificación: Devuelve el mapa del juego.

**end**

**H|iEstaConectado**(in  $j$ : **estr**, in  $id$ : Jugador)  $\rightarrow$  res : Bool

res  $\leftarrow$  *Siguiente*( $j.\text{jugadoresPorID}[id]_0$ ).*estaConectado*

$\triangleright O(1)$

Complejidad:  $O(1)$

Justificación: Devuelve si el jugador esta conectado.

**end**

**H|iPosicion**(in  $j$ : **estr**, in  $id$ : Jugador)  $\rightarrow$  res : coor

res  $\leftarrow$  *Siguiente*(( $j.\text{jugadoresPorID}[id]$ ).info).posicion

$\triangleright O(1)$

Complejidad:  $O(1)$

Justificación: Devuelve la posicion del jugador.

**end**

**H|iPokemones**(in  $j$ : **estr**, in  $id$ : Jugador)  $\rightarrow$  res : itConj(<Pokemon, Nat>)

res  $\leftarrow$  *CrearIt*(*Siguiente*( $j.\text{jugadoresPorID}[id]_0$ ).*pokeCapturados*)

$\triangleright O(1)$

Complejidad:  $O(1)$

Justificación: Devuelve un iterador al conjunto de pokemones atrapados por el jugador.

**end**

**H|iExpulsados**(in  $j$ : **estr**)  $\rightarrow$  res : itConj(Jugador)

res  $\leftarrow$  *CrearIt*( $j.\text{expulsados}$ )

$\triangleright O(1)$

Complejidad:  $O(1)$

Justificación: Devuelve un iterador al conjunto de jugadores expulsados.

**end**

**H|iPosConPokemones**(in  $j$ : **estr**)  $\rightarrow$  res : itConj(coor)

res  $\leftarrow$  *CrearIt*(*Coordenadas*( $j.\text{posicionesPokemons}$ ))

$\triangleright O(1)$

Complejidad:  $O(1)$

Justificación: Devuelve las posiciones con pokemones.

**end**

**H|iPokemonEnPos**(in  $j$ : **estr**, in  $c$ : coor)  $\rightarrow$  res : Pokemon

$res \leftarrow \text{Significado}(j.\text{posicionesPokemons}, c)_1$   $\triangleright O(1)$

Complejidad:  $O(1)$

Justificación: Devuelve el mapa del juego.

**end**

**H|iCantMovimientosParaCaptura(in j : estr, in c : coor)  $\rightarrow$  res : Nat**

$res \leftarrow 10 - \text{Siguiente}(\text{Significado}(j.\text{posicionesPokemons}, c)).\text{contador}$   $\triangleright O(1)$

Complejidad:  $O(1)$

Justificación: Devuelve cuantos movimientos faltan para capturar al pokemon.

**end**

**H|iPosPokemonCercano(in j : estr, in c : coor)  $\rightarrow$  res : coor**

$i \leftarrow 0$   $\triangleright O(1)$

$latC \leftarrow \text{Latitud}(c)$   $\triangleright O(1)$

$i \leftarrow \text{DamePos}(latC, 2)$   $\triangleright O(1)$

$longC \leftarrow \text{Longitud}(c)$   $\triangleright O(1)$

$j \leftarrow \text{DamePos}(longC, 2)$   $\triangleright O(1)$

**while**  $i \leq latC + 2$  **do**  $\triangleright O(1)$  Vale porque estoy recorriendo un conjunto acotado de coordenadas

**while**  $j \leq longC + 2$  **do**  $\triangleright O(1)$  Vale porque estoy recorriendo un conjunto acotado de coordenadas

**if**  $\text{Definido?}(j.\text{posicionesPokemons}, \langle i, j \rangle) \wedge \text{DistEuclidea}(c, \langle i, j \rangle) \leq 4$  **then**  $\triangleright O(1)$

$res \leftarrow \langle i, j \rangle$   $\triangleright O(1)$

**end if**

$j \leftarrow j + 1$   $\triangleright O(1)$

**end while**

$i \leftarrow i + 1$   $\triangleright O(1)$

**end while**

Complejidad:  $O(1)$

Justificación: Como el rango a recorrer es una constante, se puede decir que es de la clase  $\Theta(1)$

**end**

**H|iPuedoAgregarPokemon(in j : estr, in c : coor)  $\rightarrow$  res : Bool**

$res \leftarrow \text{PosExistente}(c, j.\text{mapa}) \wedge \neg(\text{Definido?}(j.\text{posicionesPokemons}, c)) \wedge \neg(\text{HayPokemonEnTerritorio}(j, c))$   $\triangleright$

$$\Theta \left( \sum_{c' \in \text{coordendas}(\text{mapa}(j))} \text{equal}(c, c') \right)$$

$$\text{Complejidad: } \left| \Theta \left( \sum_{c' \in \text{coordendas}(\text{mapa}(j))} \text{equal}(c, c') \right) \right|$$

Justificación: Tiene que ver si la posicion existe en el mapa, las demas operaciones son  $O(1)$

**end**

**H|iHayPokemonCercano(in j : estr, in c : coor)  $\rightarrow$  res : Bool**

$res \leftarrow \text{false}$   $\triangleright O(1)$

$latC \leftarrow \text{Latitud}(c)$   $\triangleright O(1)$

$i \leftarrow \text{DamePos}(latC, 2)$   $\triangleright O(1)$

$longC \leftarrow \text{Longitud}(c)$   $\triangleright O(1)$

$j \leftarrow \text{DamePos}(longC, 2)$   $\triangleright O(1)$

**while**  $i \leq latC + 2$  **do**  $\triangleright O(1)$  Vale porque estoy recorriendo un conjunto acotado de coordenadas

```

while  $j \leq \text{longC} + 2$  do           ▷ O(1) Vale porque estoy recorriendo un conjunto acotado de coordenadas
  if Definido?(j.posicionesPokemons, <i, j>)  $\wedge$  DistEuclidea(c, <i, j>)  $\leq 4$  then           ▷ O(1)
    res  $\leftarrow$  true                       ▷ O(1)
  end if
  j  $\leftarrow$  j + 1                         ▷ O(1)
end while
i  $\leftarrow$  i + 1                           ▷ O(1)
end while

```

Complejidad:  $\Theta(1)$

Justificación: Como el rango a recorrer es una constante, se puede decir que es de la clase  $\Theta(1)$

**end**

```

H|iHayPokemonEnTerritorio(in j: estr, in c: coor)  $\rightarrow$  res : Bool
  res  $\leftarrow$  false                       ▷ O(1)
  latC  $\leftarrow$  Latitud(c)                 ▷ O(1)
  i  $\leftarrow$  DamePos(latC, 5)               ▷ O(1)
  longC  $\leftarrow$  Longitud(c)               ▷ O(1)
  j  $\leftarrow$  DamePos(longC, 5)             ▷ O(1)
  while  $i \leq \text{latC} + 5$  do           ▷ O(1) Vale porque estoy recorriendo un conjunto acotado de coordenadas
    while  $j \leq \text{longC} + 5$  do       ▷ O(1) Vale porque estoy recorriendo un conjunto acotado de coordenadas
      if Definido?(j.posicionesPokemons, <i, j>)  $\wedge$  DistEuclidea(c, <i, j>)  $\leq 25$  then   ▷ O(1)
        res  $\leftarrow$  true                       ▷ O(1)
      end if
      j  $\leftarrow$  j + 1                         ▷ O(1)
    end while
    i  $\leftarrow$  i + 1                           ▷ O(1)
  end while

```

Complejidad:  $\Theta(1)$

Justificación: Como el rango a recorrer es una constante, se puede decir que es de la clase  $\Theta(1)$

**end**

```

H|iEntrenadoresPosibles(in c: coor, in es: conjLineal(Jugador), in j: estr)  $\rightarrow$  res : conjLineal(itConj(Jugador))
  ePosibles  $\leftarrow$  Vacía()               ▷ O(1) Crea un conjunto de iteradores vacio
  if Cardinal(es)  $\neq 0$  then               ▷ O(1)
    itE  $\leftarrow$  CrearIt(es)               ▷ O(1)
    while HaySiguiente(itE) do           ▷ O(Cardinal(es)) Es la cantidad de jugadores que haya en el conjunto es
      e  $\leftarrow$  Siguiente(itE)             ▷ O(1)
      infoJ  $\leftarrow$  Siguiente(j.jugadoresPorID[e].info)   ▷ O(1)
      if infoJ.estaConectado then         ▷ O(1)
        posJugador  $\leftarrow$  infoJ.posicion   ▷ O(1)
        if (iHayPokemonCercano(posJugador, j) then   ▷ O(1)
          if iPosPokemonCercano(posJugador, j) = c then   ▷ O(1)
            if iHayCamino(c, posJugador, Mapa(j)) then   ▷ O(1)
              AgregarRapido(ePosibles, e)               ▷ O(copy(e)) Copiar un Nat es O(1)
            end if
          end if
        end if
      end if
      Avanzar(itE)                               ▷ O(1)
    end while
  end if
  res  $\leftarrow$  ePosibles                       ▷ O(1)

```

Complejidad:  $O(\#(es))$

Justificación: Se itera por completo el conjunto de jugadores 'es'. En peor caso, todos los elementos de 'es' deben ser agregados al resultado.

**end**

**H|iIndiceRareza(in j : estr, in p : Pokemon) → res : Nat**

$cuantosP \leftarrow iCantMismaEspecie(j, p)$

$\triangleright O(|p.tipo|)$

$res \leftarrow 100 - (100 \times cuantosP / iCantPokemonesTotales)$

$\triangleright O(1)$

Complejidad:  $O(|P|)$

Justificación: Siendo  $|P|$  el nombre mas largo para un pokemon en el juego.

**end**

**H|iCantPokemonesTotales(in j : estr) → res : Nat**

$res \leftarrow \text{Cardinal}(j.\text{todosLosPokemones})$

$\triangleright O(1)$

Complejidad:  $O(1)$

Justificación: Pide el cardinal de un conjunto.

**end**

**H|iCantMismaEspecie(in j : estr, in p : Pokemon) → res : Nat**

**if** Definido?(j.pokemones, p.tipo) **then**

$\triangleright O(|P|)$

$res \leftarrow \text{Longitud}(\text{Obtener}(j.\text{pokemones}, p.tipo))$

$\triangleright O(|P|)$

**else**

$res \leftarrow 0$

$\triangleright O(1)$

**end if**

Complejidad:  $O(|P|)$

Justificación: En peor caso, el pokemon que se busca es el de nombre mas largo o no esta en el diccionario.

**end**

**H|DamePos(in p : Nat, in step : Nat) → res : Nat**

**if**  $p \geq \text{step}$  **then**

$\triangleright O(1)$

$res \leftarrow p - \text{step}$

$\triangleright O(1)$

**else**

$res \leftarrow 0$

$\triangleright O(1)$

**end if**

Complejidad:  $O(1)$

Justificación: Aritmetica de naturales.

**end**

## 4. Modulo Diccionario Matriz( $coor, \sigma$ )

El modulo Diccionario Matriz provee un diccionario por posiciones en el que se puede definir, y consultar si hay un valor en una posicion en tiempo  $O(copy(\sigma))$ . Ademas, se puede borrar en tiempo lineal sobre las dimensiones de la matriz, y obtener un iterador a un conjunto lineal de claves.

El principal costo se paga al crear la estructura o borrar un dato, dado que cuesta tiempo lineal *ancho* por *largo*.

### Interfaz

#### parametros formales

**generos**  $coor, \sigma$

**se explica con:**  $DICCMAT(Nat, Nat, \sigma)$ ,

**generos:**  $diccMat(coor, \sigma)$ .

**VACIO**(**in**  $Nat$ :  $l$  argo, **in**  $Nat$ :  $a$  ncho)  $\rightarrow res : diccMat(coor, \sigma)$

**Pre**  $\equiv \{largo * ancho > 0\}$

**Post**  $\equiv \{res =_{obs} vacio(largo, ancho)\}$

**Complejidad:**  $\Theta(ancho * largo)$

**Descripción:** Genera un diccionario vacio, de tamaño  $ancho * largo$ .

**DEFINIR**(**in/out**  $d : diccMat(coor, \sigma)$ , **in**  $c : coor$ , **in**  $s : \sigma$ )

**Pre**  $\equiv \{d =_{obs} d_0 \wedge enRango(c_1, c_2, d)\}$

**Post**  $\equiv \{d =_{obs} definir(c_1, c_2, s, d_0)\}$

**Complejidad:**  $\Theta(copy(s))$

**Descripción:** define el significado  $s$  en el  $diccMat$ , en la posicion representada por  $c$ .

**DEFINIDO?**(**in**  $d : diccMat(coor, \sigma)$ , **in**  $c : coor$ )  $\rightarrow res : bool$

**Pre**  $\equiv \{enRango(c_1, c_2, d)\}$

**Post**  $\equiv \{res =_{obs} def?(c_1, c_2, d)\}$

**Complejidad:**  $\Theta(1)$

**Descripción:** devuelve **true** si y solo si  $c$  tiene un valor en el  $diccMat$ .

**SIGNIFICADO**(**in**  $d : diccMat(coor, \sigma)$ , **in**  $c : coor$ )  $\rightarrow res : \sigma$

**Pre**  $\equiv \{enRango(c_1, c_2, d) \wedge_L def?(c_1, c_2, d)\}$

**Post**  $\equiv \{alias(res =_{obs} obtener(c_1, c_2, d))\}$

**Complejidad:**  $\Theta(copy(s))$

**Descripción:** Devuelve el valor de  $d$  en la posicion  $c$ .

**BORRAR**(**in/out**  $d : diccMat(coor, \sigma)$ , **in**  $c : coor$ )

**Pre**  $\equiv \{d = d_0 \wedge enRango(c_1, c_2, d) \wedge_L def?(c_1, c_2, d)\}$

**Post**  $\equiv \{d =_{obs} borrar(c_1, c_2, d_0)\}$

**Complejidad:**  $\Theta(1)$

**Descripción:** Elimina el valor en la posicion  $c$  en  $d$ .

**COORDENADAS**(**in**  $d : diccMat(coor, \sigma)$ )  $\rightarrow res : itConj(coor)$

**Pre**  $\equiv \{true\}$

**Post**  $\equiv \{alias(esPermutacion?(SecuSuby(res), claves(d)))\}$

**Complejidad:**  $\Theta(1)$

**Descripción:** Devuelve un iterador al conjunto de claves de  $d$ .

**ANCHO**(**in**  $d : diccMat(coor, \sigma)$ )  $\rightarrow res : Nat$

**Pre**  $\equiv \{true\}$

**Post**  $\equiv \{res =_{obs} ancho(d)\}$

**Complejidad:**  $\Theta(1)$

**Descripción:** Devuelve el ancho de  $d$

**LARGO**(**in**  $d : diccMat(coor, \sigma)$ )  $\rightarrow res : Nat$

**Pre**  $\equiv \{true\}$

**Post**  $\equiv \{res =_{obs} largo(d)\}$

**Complejidad:**  $\Theta(1)$

**Descripción:** Devuelve el largo de  $d$



#### 4.0.1. Especificacion de las operaciones auxiliares utilizadas en la interfaz

**TAD** DICCMATRIZ( $\text{NAT}, \text{NAT}, \sigma$ )

**géneros**       $\text{diccMat}(\text{Nat}, \text{Nat}, \sigma)$

**exporta**       $\text{diccMat}(\text{Nat}, \text{Nat}, \sigma)$ , generadores, observadores, borrar, claves

**usa**             $\text{NAT}, \text{BOOL}, \text{CONJ}(\text{TUPLA}(\text{NAT}, \text{NAT}))$

**igualdad observacional**

$$(\forall d, d' : \text{DiccMat}(\text{Nat}, \text{Nat}, \sigma)) \left( d =_{\text{obs}} d' \iff \left( \begin{array}{l} (\text{ancho}(d) =_{\text{obs}} \text{ancho}(d') \wedge \text{largo}(d) =_{\text{obs}} \text{largo}(d')) \\ \text{largo}(d') \wedge_{\text{L}} \\ (\forall x, y : \text{Nat}) (\text{def?}(x, y, d) =_{\text{obs}} \text{def?}(x, y, d')) \\ \wedge_{\text{L}} \\ \text{def?}(x, y, d) \Rightarrow_{\text{L}} \text{obtener}(x, y, d) =_{\text{obs}} \text{obtener}(x, y, d') \end{array} \right) \right)$$

**observadores básicos**

$\text{largo} : \text{diccMat}(\text{Nat} \times \text{Nat} \times \sigma) \longrightarrow \text{Nat}$

$\text{ancho} : \text{diccMat}(\text{Nat} \times \text{Nat} \times \sigma) \longrightarrow \text{Nat}$

$\text{def?} : \text{Nat } x \times \text{Nat } y \times \text{diccMat}(\text{Nat} \times \text{Nat} \times \sigma) d \longrightarrow \text{Bool} \quad \{\text{enRango}(x, y, d)\}$

$\text{obtener} : \text{Nat } x \times \text{Nat } y \times \text{diccMat}(\text{Nat} \times \text{Nat} \times \sigma) d \longrightarrow \sigma \quad \{\text{enRango}(x, y, d) \wedge_{\text{L}} \text{def?}(x, y, d)\}$

**generadores**

$\text{vacío} : \text{Nat } \text{largo} \times \text{Nat } \text{ancho} \longrightarrow \text{diccMat}(\text{Nat}, \text{Nat}, \sigma) \quad \{\text{largo} * \text{ancho} > 0\}$

$\text{definir} : \text{Nat } x \times \text{Nat } y \times \sigma s \times \text{diccMat}(\text{Nat} \times \text{Nat} \times \sigma) d \longrightarrow \text{diccMat}(\text{Nat}, \text{Nat}, \sigma) \quad \{\text{enRango}(x, y, d)\}$

**otras operaciones**

$\text{borrar} : \text{Nat } x \times \text{Nat } y \times \text{diccMat}(\text{Nat} \times \text{Nat} \times \sigma) d \longrightarrow \text{diccMat}(\text{Nat}, \text{Nat}, \sigma) \quad \{\text{enRango}(x, y, d) \wedge_{\text{L}} \text{def?}(x, y, d)\}$

$\text{claves} : \text{diccMat}(\text{Nat} \times \text{Nat} \times \sigma) \longrightarrow \text{conj}(\text{tupla}(\text{Nat}, \text{Nat}))$

**otras operaciones (no exportadas)**

$\text{enRango} : \text{Nat} \times \text{Nat} \times \text{diccMat}(\text{Nat} \times \text{Nat} \times \text{sinificado}) \longrightarrow \text{Bool}$

**axiomas**       $\forall x, y, m, n : \text{Nat} \forall d : \text{diccMat}(\text{Nat}, \text{Nat}, \sigma) \forall s : \sigma$

$\text{largo}(\text{vacío}(m, n)) \equiv m$

$\text{ancho}(\text{vacío}(m, n)) \equiv n$

$\text{def?}(x, y, \text{vacío}(m, n)) \equiv \text{false}$

$\text{largo}(\text{definir}(x, y, s, d)) \equiv \text{largo}(d)$

$\text{ancho}(\text{definir}(x, y, s, d)) \equiv \text{ancho}(d)$

$\text{def?}(x, y, \text{definir}(m, n, s, d)) \equiv (x = m \wedge y = n) \vee \text{def?}(x, y, d)$

$\text{obtener}(x, y, \text{definir}(m, n, s, d)) \equiv \text{if } (x = m \wedge y = n) \text{ then } s \text{ else } \text{obtener}(x, y, d) \text{ fi}$

```

borrar(x,y, definir(m,n,s,d))  $\equiv$  if (x = m  $\wedge$  y = n) then
    if def?(x,y,d) then borrar(x,y,d) else d fi
    else
        definir(m,n,s,borrar(x,y,d))
    fi

claves(vacio)  $\equiv \emptyset$ 

claves(definir(x,y,s,d))  $\equiv$  Ag((x,y),claves(d))

enRango(x,y, d)  $\equiv$  x < largo(d)  $\wedge$  y < ancho(d)

```

**Fin TAD**

## Representación

Diccionario Matriz se representa con dicc

donde dicc es tupla(*posiciones*: arregloDimensionable de < bool, itConj( $\sigma$ ),  $\sigma$  > , *claves*: conjLineal(coor) , *ancho*: Nat , *largo*: Nat )

Rep : dicc  $\rightarrow$  bool

Rep(*d*)  $\equiv$  true  $\iff$  (tam(*d.posiciones*) =<sub>obs</sub> (*d.ancho* x *d.largo*))  $\wedge_L$  (( $\forall c : \text{coor}$ ) (*c*  $\in$  *d.claves*)  $\iff$  definido?(*d.posiciones*, latitud(*c*) x *d.ancho* + longitud(*c*))  $\wedge_L$  (*d.posiciones*[latitud(*c*) x *d.ancho* + longitud(*c*)]<sub>1</sub> =<sub>obs</sub> true))  $\wedge_L$  (( $\forall c : \text{coor}$ ) (*c*  $\in$  *d.claves*  $\iff$  (Siguiente(*d.posiciones*[latitud(*c*) x *d.ancho* + longitud(*c*)]<sub>2</sub>) =<sub>obs</sub> *c*)))

Abs : dicc *d*  $\rightarrow$  diccMat {Rep(*d*)}

Abs(*d*)  $\equiv$  =<sub>obs</sub> *d'*: diccMat | *d.claves* = *claves*(*d'*)  $\wedge$  *d.ancho* = *ancho*(*d'*)  $\wedge$  *d.largo* = *largo*(*d'*)  $\wedge$  ( $\forall c \leftarrow d.claves$ ) *d.posiciones*[longitud(*c*) \* *d.ancho* + latitud(*c*)] = significado(longitud(*c*), latitud(*c*), *d'*)

## Algoritmos

Trabajo Práctico II Algoritmos del modulo

**H|iVacio**(in *l*: Nat, in *a*: Nat)  $\rightarrow$  *res*: dicc

```

1: res.largo  $\leftarrow$  l  $\triangleright \Theta(1)$ 
2: res.ancho  $\leftarrow$  a  $\triangleright \Theta(1)$ 
3: res.posiciones  $\leftarrow$  CrearArreglo(a * l)  $\triangleright \Theta(a * l)$ 
4: res.claves  $\leftarrow$  Vacio()  $\triangleright \Theta(1)$ 

Complejidad:  $\Theta(a * l)$ 

```

**end**

**H|iDefinir**(in/out *d*: dicc, in *c*: coor, in *s*:  $\sigma$ )

```

1: sig: tupla  $\triangleright O(1)$ 
2: sig1  $\leftarrow$  true  $\triangleright O(1)$ 
3: sig3  $\leftarrow$  s  $\triangleright \Theta(copy(s))$ 
4: if  $\neg$  (Definido?(d, Aplanar(d,c))) then
5:   sig2  $\leftarrow$  AgregarRapido(d.claves, c)  $\triangleright \Theta(copy(s))$ 
6: else
7:   sig2  $\leftarrow$  d.posiciones[Aplanar(d, c)]2  $\triangleright O(1)$ 
8: end if
9: d.posiciones[Aplanar(d,c)]  $\leftarrow$  sig  $\triangleright \Theta(copy(s))$ 

```

Complejidad:  $\Theta(\text{copy}(s))$

Justificación: *Definido?* y *Aplanar* tienen costo  $\Theta(1)$ , *AgregarRapido* y *Definir* tienen costo  $\Theta(\text{copy}(s))$ .  
Aplicando algebra de ordenes:  $\Theta(1) + \Theta(1) + \Theta(\text{copy}(s)) + \Theta(\text{copy}(s)) = \Theta(\text{copy}(s))$

**end**

**H|iDefinido?**(in  $d$ : dicc, in  $c$ : coor)  $\rightarrow res$ : bool

1:  $res \leftarrow \text{Definido?}(d.\text{posiciones}, \text{Aplanar}(d, c)) \wedge_L d.\text{posiciones}[\text{Aplanar}(d, c)]_1$   $\triangleright$  Si no esta definido o esta marcado como borrado, se devuelve que no esta definido  $\Theta(1)$

Complejidad:  $\Theta(1)$

Justificación: *Aplanar* tiene costo  $\Theta(1)$ , luego, como *Definido?* y consular una posicion de un arreglo tienen costo  $\Theta(1)$ . Aplicando algebra de ordenes:  $\Theta(1) + \Theta(1) + \Theta(1) = \Theta(1)$

**end**

**H|iSignificado**(in  $d$ : dicc, in  $c$ : coor)  $\rightarrow res$ :  $\sigma$

1:  $res \leftarrow d.\text{posiciones}[\text{Aplanar}(d, c)]$   $\triangleright \Theta(1)$

Complejidad:  $\Theta(1)$

**end**

**H|iBorrar**(in/out  $d$ : dicc, in  $c$ : coor)

1: EliminarSiguiente( $d.\text{posiciones}[\text{Aplanar}(d, c)]_2$ )  $\triangleright \Theta(1)$

2:  $d.\text{posiciones}[\text{Aplanar}(d, c)] \leftarrow \text{false}, \text{CrearIt}(\text{Vacio}()), d.\text{posiciones}[\text{Aplanar}(d, c)] >$   $\triangleright \Theta(1)$

Complejidad:  $\Theta(1)$

**end**

**H|iCoordenadas**(in  $d$ : dicc)  $\rightarrow res$ :  $itConj(\text{coor})$

1:  $res \leftarrow \text{CrearIt}(d.\text{claves})$   $\triangleright \Theta(1)$

Complejidad:  $\Theta(1)$

**end**

**H|iAplanar**(in  $d$ : dicc, in  $c$ : coor)  $\rightarrow res$ : nat

1:  $res \leftarrow \text{Longitud}(c) * d.\text{ancho} + \text{Latitud}(c)$   $\triangleright \Theta(1)$

Complejidad:  $\Theta(1)$

Justificación: Son operaciones matematicas de Nat

**end**

**H|iLargo**(in  $d$ : dicc)  $\rightarrow res$ : nat

1:  $res \leftarrow d.\text{largo}$   $\triangleright \Theta(1)$

Complejidad:  $\Theta(1)$

**end**

**H|iAncho**(in  $d$ : dicc)  $\rightarrow res$ : nat

1:  $res \leftarrow d.\text{ancho}$   $\triangleright \Theta(1)$

Complejidad:  $\Theta(1)$

**end**

## 5. Módulo Cola de mínima prioridad( $\alpha$ )

### 5.1. Especificación

**TAD COLA DE MÍNIMA PRIORIDAD( $\alpha$ )**

**igualdad observacional**

$$(\forall c, c' : \text{colaMinPrior}(\alpha)) \left( c =_{\text{obs}} c' \iff \left( \begin{array}{l} \text{vacía?}(c) =_{\text{obs}} \text{vacía?}(c') \wedge_L \\ (\neg \text{vacía?}(c) \Rightarrow_L (\text{próximo}(c) =_{\text{obs}} \text{próximo}(c') \wedge \\ \text{desencolar}(c) =_{\text{obs}} \text{desencolar}(c'))) \end{array} \right) \right)$$

**parámetros formales**

**géneros**  $\alpha$

**operaciones**  $\bullet < \bullet : \alpha \times \alpha \longrightarrow \text{bool}$

**géneros**  $\text{colaMinPrior}(\alpha)$

**exporta**  $\text{colaMinPrior}(\alpha)$ , generadores, observadores

**usa** **BOOL**

**observadores básicos**

$\text{vacía?} : \text{colaMinPrior}(\alpha) \longrightarrow \text{bool}$

$\text{próximo} : \text{colaMinPrior}(\alpha) \ c \longrightarrow \alpha \quad \{\neg \text{vacía?}(c)\}$

$\text{desencolar} : \text{colaMinPrior}(\alpha) \ c \longrightarrow \text{colaMinPrior}(\alpha) \quad \{\neg \text{vacía?}(c)\}$

**generadores**

$\text{vacía} : \longrightarrow \text{colaMinPrior}(\alpha)$

$\text{encolar} : \alpha \times \text{colaMinPrior}(\alpha) \longrightarrow \text{colaMinPrior}(\alpha)$

**otras operaciones**

$\text{tamaño} : \text{colaMinPrior}(\alpha) \longrightarrow \text{nat}$

**axiomas**  $\forall c : \text{colaMinPrior}(\alpha), \forall e : \alpha$

$\text{vacía?}(\text{vacía}) \equiv \text{true}$

$\text{vacía?}(\text{encolar}(e, c)) \equiv \text{false}$

$\text{próximo}(\text{encolar}(e, c)) \equiv \text{if } \text{vacía?}(c) \vee_L \text{próximo}(c) > e \text{ then } e \text{ else } \text{próximo}(c) \text{ fi}$

$\text{desencolar}(\text{encolar}(e, c)) \equiv \text{if } \text{vacía?}(c) \vee_L \text{próximo}(c) > e \text{ then } c \text{ else } \text{encolar}(e, \text{desencolar}(c)) \text{ fi}$

**Fin TAD**

### 5.2. Interfaz

**parámetros formales**

**géneros**  $\alpha$

**se explica con:** COLA DE MÍNIMA PRIORIDAD(NAT).

**géneros:**  $\text{colaMinPrior}(\alpha)$ .

### 5.2.1. Operaciones básicas de ColaMinPrior

VACÍA()  $\rightarrow res : colaMinPrior(\alpha)$

**Pre**  $\equiv \{true\}$

**Post**  $\equiv \{res =_{obs} vacía\}$

**Complejidad:**  $O(1)$

**Descripción:** Crea una cola de prioridad vacía

VACÍA?(in  $c : colaMinPrior(\alpha)$ )  $\rightarrow res : bool$

**Pre**  $\equiv \{true\}$

**Post**  $\equiv \{res =_{obs} vacía?(c)\}$

**Complejidad:**  $O(1)$

**Descripción:** Devuelve true si y sólo si la cola está vacía

PRÓXIMO(in  $c : colaMinPrior(\alpha)$ )  $\rightarrow res : \alpha$

**Pre**  $\equiv \{\neg vacía?(c)\}$

**Post**  $\equiv \{alias(res =_{obs} próximo(c))\}$

**Complejidad:**  $O(1)$

**Descripción:** Devuelve el próximo elemento a desencolar

**Aliasing:**  $res$  es modificable si y sólo si  $c$  es modificable

DESENCOLAR(in/out  $c : colaMinPrior(\alpha)$ )

**Pre**  $\equiv \{\neg vacía?(c) \wedge c =_{obs} c_0\}$

**Post**  $\equiv \{c =_{obs} desencolar(c_0)\}$

**Complejidad:**  $O(\log(\text{tamaño}(c)))$

**Descripción:** Quita el elemento más prioritario

ENCOLAR(in/out  $c : colaMinPrior(\alpha)$ , in  $p : nat$ , in  $a : \alpha$ )  $\rightarrow res : itColaMin(\alpha)$

**Pre**  $\equiv \{c =_{obs} c_0\}$

**Post**  $\equiv \{c =_{obs} encolar(p, c_0) \wedge res =_{obs} CrearIt(ColaASecu(c_0), a) \wedge alias(SecuSuby(res) = ColaASecu(c))\}$

**Complejidad:**  $O(\log(|c|)) + copy(a)$

**Descripción:** Agrega el elemento  $a$  de tipo  $\alpha$  con prioridad  $p$  a la cola

**Aliasing:** Se agrega el elemento por copia

### 5.2.2. Operaciones del Iterador

CREARIT(in  $c : colaMinPrior(\alpha)$ )  $\rightarrow res : itColaMin(\alpha)$

**Pre**  $\equiv \{true\}$

**Post**  $\equiv \{Alias(EsPermutacion(SecuSuby(res), c))\}$

**Complejidad:**  $\Theta(1)$

**Descripción:** Crea un iterador de Cola Mínima de Prioridad( $\alpha$ )

**Aliasing:** El iterador se invalida si y solo si se elimina el elemento siguiente del iterador

HAYSIGUIENTE?(in  $it : itColaMin(\alpha)$ )  $\rightarrow res : bool$

**Pre**  $\equiv \{true\}$

**Post**  $\equiv \{res =_{obs} haySiguiente?(it)\}$

**Complejidad:**  $\Theta(1)$

**Descripción:** Devuelve true si y solo si en el iterador todavía quedan elementos para avanzar

SIGUIENTE(in  $it : itColaMin(\alpha)$ )  $\rightarrow res : \alpha$

**Pre**  $\equiv \{haySiguiente?(it)\}$

**Post**  $\equiv \{Alias(res =_{obs} Siguiente(it))\}$

**Complejidad:**  $\Theta(1)$

**Descripción:** Devuelve el elemento de la siguiente posición del iterador

**Aliasing:**  $res$  es modificable si y solo si  $it$  es modificable

ELIMINARSIGUIENTE(in/out  $it : itColaMin(\alpha)$ )

**Pre**  $\equiv \{it =_{obs} it_0 \wedge haySiguiente?(it)\}$

**Post**  $\equiv \{it =_{obs} EliminarSiguiente(it_0)\}$

**Complejidad:**  $\Theta(1)$

**Descripción:** Elimina de la cola el valor que se encuentra en la posición siguiente del iterador.

### 5.3. Representación

#### 5.3.1. Representación de ColaMinPrior( $\alpha$ )

ColaMinPrior( $\alpha$ ) se representa con *estr*

donde *estr* es *tupla*(*proximo*: puntero(nodo), *tamano*: nat)

donde *nodo* es *tupla*(*prior*: Nat, *elem*:  $\alpha$ , *padre*: puntero(nodo), *izq*: puntero(nodo), *der*: puntero(nodo))

#### 5.3.2. Invariante de Representación (Rehacer con nueva estructura)

- (I) Si la cola esta vacía el primer elemento es nulo.
- (II) Si no esta vacía, si su elemento izquierdo esta definido la prioridad de la raíz es mayor y la raíz es el padre del elemento.
- (III) Si no esta vacía, si su elemento derecho esta definido la prioridad de la raíz es mayor y la raíz es el padre del elemento.
- (IV) El subarbol derecho e izquierdo cumplen con el invariante.

Rep : *estr*  $\longrightarrow$  bool

Rep(*e*)  $\equiv$  true  $\iff$

(*e*.proximo = NULL) = (*e*.tamaño = 0)  $\wedge_L$

(*e*.proximo  $\neq$  NULL)  $\Rightarrow_L$  (

(*e*.proximo  $\rightarrow$  izq  $\neq$  NULL  $\wedge_L$  ((*e*.proximo  $\rightarrow$  prior > (*e*.proximo  $\rightarrow$  izq)  $\rightarrow$  prior)  $\wedge$  (*e*.proximo  $\rightarrow$  izq)  $\rightarrow$  padre)))

(*e*.proximo  $\rightarrow$  der  $\neq$  NULL  $\wedge_L$  ((*e*.proximo  $\rightarrow$  prior > (*e*.proximo  $\rightarrow$  der)  $\rightarrow$  prior)  $\wedge$  (*e*.proximo  $\rightarrow$  der)  $\rightarrow$  padre)))  $\wedge$

Rep(SubArbolIzq(*e*))  $\wedge$  Rep(SubArbolDer(*e*))

SubArbolIzq : *estr*  $\longrightarrow$  *estr*

SubArbolIzq(*c*)  $\equiv$

*estr*(*c*.proximo  $\rightarrow$  izq, *c*.tamaño-1)

SubArbolDer : *estr*  $\longrightarrow$  *estr*

SubArbolDer(*c*)  $\equiv$

*estr*(*c*.proximo  $\rightarrow$  der, *c*.tamaño-1)

#### 5.3.3. Función de Abstracción

Abs : *estr e*  $\longrightarrow$  colaMinPrior( $\alpha$ )

{Rep(*e*)}

Abs(*e*)  $\equiv$   $=_{\text{obs}}$  *c*: colaMinPrior( $\alpha$ ) | (if vacía?(*e*) then vacia else encolar(proximo(*c*), Abs(desencolar(*c*))) fi

#### 5.3.4. Representación del Iterador Cola de Prioridad

ItColaMin( $\alpha$ ) se representa con *iter*

donde *iter* es *tupla*(*siguiente*: puntero(nodo), *arbol*: puntero(ColaMinPrior( $\alpha$ )))

#### 5.3.5. Invariante de Representación

- (I) Tiene que valer el rep de la cola.
- (II) El siguiente es invalido o esta en la cola

$\text{Rep} : \text{iter} \longrightarrow \text{bool}$

$\text{Rep}(it) \equiv \text{true} \iff$   
 $\text{Rep}(*(\text{it.col}) \wedge_L$   
 $(\text{it.siguiete} = \text{NULL} \vee_L (\text{Esta?}(\text{it.siguiete}, *(\text{it.col})))$

$\text{Esta?} : \text{puntero}(\text{Nodo}) \times \text{estr} \longrightarrow \text{bool}$

$\text{Esta?}(p, c) \equiv$   
 $p = c.\text{proximo} \vee_L (\text{Esta?}(p, \text{SubArbolIzq}(c))) \vee_L (\text{Esta?}(p, \text{SubArbolDer}(c)))$

### 5.3.6. Función de Abstracción

$\text{Abs} : \text{estr } it \longrightarrow \text{itColaMin} \quad \{\text{Rep}(it)\}$

$\text{Abs}(it) \equiv =_{\text{obs}} u : \text{itColaMin} \mid (\text{Siguietes}(u) = \text{deColaASecu}(\text{it.col}))$

▷ La funcion deColaASecu convierte todos los elementos de la cola en una secu( $\alpha$ )

## 5.4. Algoritmos

### 5.4.1. Algoritmos del Modulo

**H|iVacía()**  $\rightarrow res : \text{estr}$

1:  $res \leftarrow \langle \text{NULL}, 0 \rangle$

▷  $\Theta(1)$

Complejidad:  $\Theta(1)$

**end**

**H|iVacía?(in c: estr)**  $\rightarrow res : \text{Bool}$

1:  $res \leftarrow (c.\text{proximo} = \text{NULL})$

▷  $\Theta(1)$

Complejidad:  $\Theta(1)$

**end**

**H|iPróximo(in c: estr)**  $\rightarrow res : \alpha$

1:  $res \leftarrow \text{CrearIt}(c).\text{Siguiete} \rightarrow \text{elem}$

▷  $\Theta(1)$

Complejidad:  $\Theta(1)$

**end**

**H|iUltimoNodo(in/out c: estr)**  $\rightarrow res : \text{puntero}(\text{Nodo})$

1:  $A : \text{arreglo}_{\text{dimensionable}} \text{denat}$

▷  $\Theta(1)$

2:  $A \leftarrow i\text{DecimalABinario}(c.\text{tamao})$  ▷ Convertir un decimal a binario tiene complejidad logaritmica del largo de número  $\Theta(\log(|c|))$

3:  $\text{puntero}(\text{Nodo})n \leftarrow c.\text{proximo}$

▷  $\Theta(1)$

4: **for**  $i \leftarrow 1$  **to**  $\text{tam}(A) - 1$  **do** ▷ Se empieza desde el segundo elemento porque ya está posicionado en el primer elemento que por precondition no es nulo  $\Theta(|A|) = \Theta(\log(|c|))$

5:     **if**  $A[i] = 0$  **then**

6:          $n \leftarrow (n \rightarrow \text{izq})$

▷  $\Theta(1)$

7:     **else**

8:          $n \leftarrow (n \rightarrow \text{der})$

▷  $\Theta(1)$

9:     **end if**

10: **end for**

11:  $res \leftarrow n$   $\triangleright \Theta(1)$

Complejidad:  $\Theta(\log(|c|))$

**end**

**H|iDesencolar(in/out c: estr)**

1:  $puntero(Nodo)n \leftarrow iUltimoNodo(c)$   $\triangleright \Theta(\log(|c|))$   
 2:  $iSwapCola(c.proximo, n)$   $\triangleright \Theta(1)$   
 3: **if**  $c.tamano > 1$  **then**  
 4:   **if**  $c.tamanomod2 = 0$  **then**  
 5:      $n \leftarrow padre \leftarrow izq \leftarrow NULL$   $\triangleright \Theta(1)$   
 6:   **else**  
 7:      $n \leftarrow padre \leftarrow der \leftarrow NULL$   $\triangleright \Theta(1)$   
 8:   **end if**  
 9:    $c.tamano \leftarrow c.tamano - 1$   $\triangleright \Theta(1)$   
 10:    $iBajar(c, n)$   $\triangleright \Theta(\log(|c|))$   
 11: **else**  
 12:    $c.proximo \leftarrow NULL$   $\triangleright \Theta(1)$   
 13:    $c.tamano \leftarrow 0$   $\triangleright \Theta(1)$   
 14: **end if**

Complejidad:  $\Theta(\log(|c|))$

**end**

**H|iPadreNuevoNodo(in/out c: estr)  $\rightarrow res : puntero(Nodo)$**

1:  $A : arreglo_{dimencionable}denat$   $\triangleright \Theta(1)$   
 2:  $A \leftarrow iDecimalABinario(c.tamano + 1)$   $\triangleright$  Convertir un decimal a binario tiene complejidad logaritmica del largo de número  $\Theta(\log(|c|))$   
 3:  $puntero(Nodo)n \leftarrow c.proximo$   $\triangleright \Theta(1)$   
 4: **for**  $i \leftarrow 1$  **to**  $tam(A) - 2$  **do**  $\triangleright$  Se empieza desde el segundo elemento porque ya está posicionado en el primer elemento que por precondition no es nulo  $\Theta(|A|) = \Theta(\log(|c|))$   
 5:   **if**  $A[i] = 0$  **then**  
 6:      $n \leftarrow (n \rightarrow izq)$   $\triangleright \Theta(1)$   
 7:   **else**  
 8:      $n \leftarrow (n \rightarrow der)$   $\triangleright \Theta(1)$   
 9:   **end if**  
 10: **end for**  
 11:  $res \leftarrow n$   $\triangleright \Theta(1)$

Complejidad:  $\Theta(\log(|c|))$

**end**

**H|iEncolar(in/out c: estr, in prioridad: nat, in a:  $\alpha$ )  $\rightarrow res : iter$**

1:  $puntero(Nodo) : padre \leftarrow iPadreNuevoNodo(c)$   $\triangleright \Theta(\log(|c|))$   
 2:  $Nodo : nuevo \leftarrow \langle prioridad, a, padre, NULL, NULL \rangle$   $\triangleright \Theta(1)$   
 3: **if**  $padre \rightarrow izq = NULL$  **then**  $\triangleright \Theta(1)$   
 4:    $padre \rightarrow izq = \&nuevo$   $\triangleright \Theta(1)$   
 5: **else**  
 6:    $padre \rightarrow der = \&nuevo$   $\triangleright \Theta(1)$   
 7: **end if**  
 8:  $c.tamano \leftarrow c.tamano + 1$   $\triangleright \Theta(1)$   
 9:  $iSubir(c, nuevo)$   $\triangleright \Theta(\log(|c|))$   
 10:  $res \leftarrow CrearItEncolado(nuevo, c)$   $\triangleright \Theta(1)$



Complejidad:  $\Theta(\log(|c|)) + copy(\alpha)$

**end**

**H|iBajar(in/out c: estr, in n: puntero(Nodo))**

```

1: bool : swap  $\leftarrow$  true  $\triangleright \Theta(1)$ 
2: bool : esHoja  $\leftarrow$  (n  $\rightarrow$  izq = NULL  $\wedge$  n  $\rightarrow$  der = NULL)  $\triangleright \Theta(1)$ 
3: while  $\neg$ esHoja  $\wedge$  swap do  $\triangleright$  Lo máximo que se puede llegar a avanzar es la altura del árbol  $\Theta(\log(|c|))$ 
4:   swap  $\leftarrow$  false  $\triangleright \Theta(1)$ 
5:   if n  $\rightarrow$  der = NULL then  $\triangleright \Theta(1)$ 
6:     if n  $\rightarrow$  izq  $\rightarrow$  prior < n  $\rightarrow$  prior then  $\triangleright \Theta(1)$ 
7:       iSwapCola(n  $\rightarrow$  izq, n)  $\triangleright \Theta(1)$ 
8:       swap  $\leftarrow$  true  $\triangleright \Theta(1)$ 
9:     end if
10:  else
11:    if n  $\rightarrow$  izq = NULL then  $\triangleright \Theta(1)$ 
12:      if n  $\rightarrow$  der  $\rightarrow$  prior < n  $\rightarrow$  prior then  $\triangleright \Theta(1)$ 
13:        iSwapCola(n  $\rightarrow$  izq, n)  $\triangleright \Theta(1)$ 
14:        swap  $\leftarrow$  true  $\triangleright \Theta(1)$ 
15:      end if
16:    else
17:      if n  $\rightarrow$  der  $\rightarrow$  prior < n  $\rightarrow$  izq  $\rightarrow$  prior then  $\triangleright \Theta(1)$ 
18:        if n  $\rightarrow$  der  $\rightarrow$  prior < n  $\rightarrow$  prior then  $\triangleright \Theta(1)$ 
19:          iSwapCola(n  $\rightarrow$  izq, n)  $\triangleright \Theta(1)$ 
20:          swap  $\leftarrow$  true  $\triangleright \Theta(1)$ 
21:        else
22:          if n  $\rightarrow$  izq  $\rightarrow$  prior < n  $\rightarrow$  prior then  $\triangleright \Theta(1)$ 
23:            iSwapCola(n  $\rightarrow$  izq, n)  $\triangleright \Theta(1)$ 
24:            swap  $\leftarrow$  true  $\triangleright \Theta(1)$ 
25:          end if
26:        end if
27:      else
28:        if n  $\rightarrow$  izq  $\rightarrow$  prior < n  $\rightarrow$  prior then  $\triangleright \Theta(1)$ 
29:          iSwapCola(n  $\rightarrow$  izq, n)  $\triangleright \Theta(1)$ 
30:          swap  $\leftarrow$  true  $\triangleright \Theta(1)$ 
31:        else
32:          if n  $\rightarrow$  der  $\rightarrow$  prior < n  $\rightarrow$  prior then  $\triangleright \Theta(1)$ 
33:            iSwapCola(n  $\rightarrow$  izq, n)  $\triangleright \Theta(1)$ 
34:            swap  $\leftarrow$  true  $\triangleright \Theta(1)$ 
35:          end if
36:        end if
37:      end if
38:    end if
39:  end if
40:  esHoja  $\leftarrow$  (n  $\rightarrow$  izq = NULL  $\wedge$  n  $\rightarrow$  der = NULL)  $\triangleright \Theta(1)$ 
41: end while

```

Complejidad:  $\Theta(\log(|c|))$

**end**

**H|iSubir(in/out c: estr, in n: puntero(Nodo))**

```

1: bool : swap  $\leftarrow$  true  $\triangleright \Theta(1)$ 
2: bool : esRaiz  $\leftarrow$  (n  $\rightarrow$  padre = NULL)  $\triangleright \Theta(1)$ 
3: while  $\neq$  esRaiz  $\wedge$  swap do  $\triangleright$  Lo máximo que se puede llegar a avanzar es la altura del árbol  $\Theta(\log(|c|))$ 
4:   swap  $\rightarrow$  false  $\triangleright \Theta(1)$ 
5:   if n  $\rightarrow$  prior < n  $\rightarrow$  padre  $\rightarrow$  prior then  $\triangleright \Theta(1)$ 

```

```

6:      swapCola( $n \rightarrow padre, n$ )                                 $\triangleright \Theta(1)$ 
7:      swap  $\rightarrow true$                                               $\triangleright \Theta(1)$ 
8:  end if
9:      esRaiz  $\leftarrow (n \rightarrow padre = NULL)$                  $\triangleright \Theta(1)$ 
10: end while
    Complejidad:  $\Theta(\log(|c|))$ 

```

end

**H|iSwapCola(in/out p: puntero(Nodo), in/out q: puntero(Nodo))**

```

1:  Nodo : aux  $\leftarrow (*p)$                                           $\triangleright \Theta(Copy(\alpha))$ 
2:   $p \rightarrow padre \leftarrow q \rightarrow padre$                       $\triangleright \Theta(1)$ 
3:   $p \rightarrow izq \leftarrow q \rightarrow izq$                           $\triangleright \Theta(1)$ 
4:   $p \rightarrow der \leftarrow q \rightarrow der$                               $\triangleright \Theta(1)$ 
5:   $q \rightarrow padre \leftarrow aux.padre$                               $\triangleright \Theta(1)$ 
6:   $q \rightarrow izq \leftarrow aux.izq$                                     $\triangleright \Theta(1)$ 
7:   $q \rightarrow der \leftarrow aux.der$                                 $\triangleright \Theta(1)$ 
    Complejidad:  $\Theta(Copy(\alpha))$ 

```

end

**H|iDecimalABinario(in d: nat)  $\rightarrow res$  : arreglo(nat)**

```

1:  lista( $\alpha$ ) : temp  $\leftarrow Vacia()$                                  $\triangleright \Theta(1)$ 
2:  while  $d > 1$  do                                                     $\triangleright$  Lo máximo que se puede llegar a iterar es  $\log(d)$   $\Theta(\log(d))$ 
3:      AgregarAdelante(temp, dmod2)                                 $\triangleright \Theta(1)$ 
4:       $d \leftarrow d/2$                                                $\triangleright$  División entera  $\Theta(1)$ 
5:  end while
6:  AgregarAdelante(temp, d)                                          $\triangleright \Theta(1)$ 
7:  it  $\leftarrow CrearIt(temp)$                                         $\triangleright \Theta(1)$ 
8:  nati  $\leftarrow 0$                                                    $\triangleright \Theta(1)$ 
9:  arreglo(nat)bin  $\leftarrow CrearArreglo(Longitud(temp))$            $\triangleright \Theta(1)$ 
10: while HaySiguiente(it) do                                          $\triangleright$  El largo de la lista es  $\log(d)$   $\Theta(|temp|) = \Theta(\log(d))$ 
11:     bin[i]  $\leftarrow Siguiente(it)$                                  $\triangleright \Theta(1)$ 
12:      $i \leftarrow i + 1$                                             $\triangleright \Theta(1)$ 
13: end while
14: res  $\leftarrow bin$                                                  $\triangleright \Theta(1)$ 
    Complejidad:  $\Theta(\log(d))$ 

```

end

#### 5.4.2. Algoritmos del Iterador

**H|iCrearIt(in c: estr)  $\rightarrow res$  : iter**

```

1:  res  $\leftarrow \langle c.proximo, c \rangle$                                  $\triangleright \Theta(1)$ 
    Complejidad:  $\Theta(1)$ 

```

end

**H|iCrearItEncolado(in c: estr, in nodo: puntero(Nodo))  $\rightarrow res$  : iter**  $\triangleright$  Esta es una operación privada, dado a que no hay un avanzar se crea un iterador con un elemento que pertenezca a la cola

**Pre**  $\equiv$  nodo  $\neq NULL \wedge_L$  nodo  $=_{obs} (\exists n \in [0..c.tamaño-1])$

```

1:  res  $\leftarrow \langle n, c \rangle$                                           $\triangleright \Theta(1)$ 
    Complejidad:  $\Theta(1)$ 

```

**Post**  $\equiv res =_{obs} (\exists i \in [0..c.tamaño-1]$

**end**

**H|iHaySiguiente?**(in *it*: iter)  $\rightarrow res$ : bool

1:  $res \leftarrow it.siguiente \neq NULL$

$\triangleright \Theta(1)$

Complejidad:  $\Theta(1)$

**end**

**H|iSiguiente**(in *it*: iter)  $\rightarrow res$ :  $\alpha$

1:  $res \leftarrow (it.siguiente \rightarrow elem)$

$\triangleright \Theta(1)$

Complejidad:  $\Theta(1)$

**end**

**H|iEliminarSiguiente**(in/out *it*: iter)

1: **if** arbol.tamaño > 1 **then**

2:    $puntero(Nodo)ult \leftarrow iUltimoNodo(arbol)$

$\triangleright \Theta(\log(|arbol|))$

3:    $iSwapCola(ult, it.siguiente)$

$\triangleright \Theta(1)$

4:   **if** arbol.tamaño mod 2 = 0 **then**

5:      $it.siguiente \rightarrow padre \rightarrow izq \leftarrow NULL$

$\triangleright \Theta(1)$

6:   **else**

7:      $it.siguiente \rightarrow padre \rightarrow der \leftarrow NULL$

$\triangleright \Theta(1)$

8:   **end if**

9:    $arbol.tamao \leftarrow arbol.tamao - 1$

$\triangleright \Theta(1)$

10:    $iBajar(arbol, ult)$

$\triangleright \Theta(\log(|arbol|))$

11: **else**

12:    $it.siguiente \leftarrow NULL$

$\triangleright \Theta(1)$

13:    $arbol.tamao \leftarrow 0$

$\triangleright \Theta(1)$

14: **end if**

15:  $(it.siguiente \rightarrow padre) \leftarrow NULL$

$\triangleright \Theta(1)$

Complejidad:  $\Theta(1)$

**end**

## 6. Módulo Diccionario String( $\alpha$ )

Se representa mediante un árbol n-ario con invariante de trie. Las claves son strings y permite acceder a un significado en un tiempo en el peor caso igual a la longitud de la palabra (string) más larga y definir un significado en el mismo tiempo más el tiempo de copy(s) ya que los significados se almacenan por copia.

### 6.1. Interfaz

**parametros formales**

**géneros:**  $\alpha$ .

**funcion:** COPIAR(in  $s : \alpha$ )  $\rightarrow res : \alpha$

**Pre**  $\equiv \{\text{true}\}$

**Post**  $\equiv \{res =_{obs} s\}$

**Complejidad:**  $O(\text{copy}(s))$

**Descripción:** funcion de copia de  $\alpha$ .

**se explica con:** DICCIONARIO(String, $\alpha$ ).

**géneros:** diccString( $\alpha$ ), itDiccString( $\alpha$ ).

#### 6.1.1. Operaciones básicas de Diccionario String( $\alpha$ )

CREARDICCIONARIO()

**Pre**  $\equiv \{\text{true}\}$

**Post**  $\equiv \{res =_{obs} \text{vacío}()\}$

**Complejidad:**  $O(1)$  Justificación: Sólo crea un arreglo de 256 posiciones inicializadas con null y una lista vacía

**Descripción:** Crea un diccionario vacío.

DEFINIDO?(in  $d : \text{diccString}(\alpha)$ , in  $c : \text{string}$ )  $\rightarrow res : \text{bool}$

**Pre**  $\equiv \{\text{true}\}$

**Post**  $\equiv \{res =_{obs} \text{def?}(d, c)\}$

**Complejidad:**  $O(|c|)$  Justificación: Debe acceder a la clave  $c$ , recorriendo una por una las partes de la clave (caracteres)

**Descripción:** Devuelve true si la clave está definida en el diccionario y false en caso contrario.

DEFINIR(in/out  $d : \text{diccString}(\alpha)$ , in  $c : \text{string}$ , in  $s : \alpha$ )

**Pre**  $\equiv \{d =_{obs} d_0\}$

**Post**  $\equiv \{d =_{obs} \text{definir}(c, s, d_0)\}$

**Complejidad:**  $O(|c| + \text{copy}(s))$  Justificación: Debe definir la clave  $c$ , recorriendo una por una las partes de la clave y después copiar el contenido del significado.

**Descripción:** Define la clave  $c$  con el significado  $s$

**Aliasing:** Almacena una copia de  $s$ .

OBTENER(in  $d : \text{diccString}(\alpha)$ , in  $c : \text{string}$ )  $\rightarrow res : \alpha$

**Pre**  $\equiv \{\text{def?}(c, d)\}$

**Post**  $\equiv \{\text{alias}(res =_{obs} \text{obtener}(c, d))\}$

**Complejidad:**  $O(|c|)$  Justificación: Debe acceder a la clave  $c$ , recorriendo una por una las partes de la clave (caracteres)

**Descripción:** Devuelve el significado correspondiente a la clave  $c$ .

**Aliasing:** Devuelve el significado almacenado en el diccionario, por lo que  $res$  es modificable si y sólo si  $d$  lo es.

ELIMINAR(in/out  $d : \text{diccString}(\alpha)$ , in  $c : \text{string}$ )

**Pre**  $\equiv \{d =_{\text{obs}} d_0 \wedge \text{def?}(d, c)\}$

**Post**  $\equiv \{d =_{\text{obs}} \text{borrar}(d_0, c)\}$

**Complejidad:**  $O(|c|)$  Justificación: Debe acceder a la clave  $c$ , recorriendo una por una las partes de la clave (caracteres) e invalidar su significado

**Descripción:** Borra la clave  $c$  del diccionario y su significado.

**CREARITCLAVES**(**in**  $d: \text{diccString}(\alpha) \rightarrow res: \text{itConj}(\text{String})$ )

**Pre**  $\equiv \{\text{true}\}$

**Post**  $\equiv \{\text{alias}(\text{esPermutacion?}(\text{SecuSuby}(res), c)) \wedge \text{vacía?}(\text{Anteriores}(res))\}$

**Complejidad:**  $O(1)$

**Descripción:** Crea un Iterador de Conjunto en base a la interfaz del iterador de Conjunto Lineal

### 6.1.2. Operaciones Básicas Del Iterador

Este iterador permite recorrer el trie sobre el que está implementado el diccionario para obtener de cada clave los significados. Las claves de los elementos iterados no pueden modificarse nunca por cuestiones de implementación. El iterador es un iterador de lista, que recorre listaIterable por lo que sus operaciones son idénticas a ella.

**CREARIT**(**in**  $d: \text{diccString}(\alpha) \rightarrow res: \text{itDiccString}(\alpha)$ )

**Pre**  $\equiv \{\text{true}\}$

**Post**  $\equiv \{\text{alias}(\text{esPermutación}(\text{SecuSuby}(res), d)) \wedge \text{vacía?}(\text{Anteriores}(res))\}$

**Complejidad:**  $O(1)$

**Descripción:** crea un iterador bidireccional del diccionario, de forma tal que HayAnterior evalúe a false (i.e., que se pueda recorrer los elementos aplicando iterativamente Siguiente).

**Aliasing:** El iterador se invalida si y sólo si se elimina el elemento siguiente del iterador sin utilizar la función EliminarSiguiente. Además, anteriores(res) y siguientes(res) podrían cambiar completamente ante cualquier operación que modifique  $d$  sin utilizar las funciones del iterador.

**HAYSIGUIENTE**(**in**  $it: \text{itDiccString}(\alpha) \rightarrow res: \text{bool}$ )

**Pre**  $\equiv \{\text{true}\}$

**Post**  $\equiv \{res =_{\text{obs}} \text{haySiguiente?}(it)\}$

**Complejidad:**  $O(1)$

**Descripción:** devuelve true si y sólo si en el iterador todavía quedan elementos para avanzar.

**HAYANTERIOR**(**in**  $it: \text{itDiccString}(\alpha) \rightarrow res: \text{bool}$ )

**Pre**  $\equiv \{\text{true}\}$

**Post**  $\equiv \{res =_{\text{obs}} \text{hayAnterior?}(it)\}$

**Complejidad:**  $O(1)$

**Descripción:** devuelve true si y sólo si en el iterador todavía quedan elementos para retroceder.

**SIGUIENTESIGNIFICADO**(**in**  $it: \text{itDiccString}(\alpha) \rightarrow res: \alpha$ )

**Pre**  $\equiv \{\text{haySiguiente?}(it)\}$

**Post**  $\equiv \{\text{alias}(res =_{\text{obs}} \text{haySiguiente?}(it).\text{significado})\}$

**Complejidad:**  $O(1)$

**Descripción:** devuelve el significado del elemento siguiente del iterador

**Aliasing:** res es modificable si y sólo si it es modificable.

**ANTERIORESIGNIFICADO**(**in**  $it: \text{itDiccString}(\alpha) \rightarrow res: \alpha$ )

**Pre**  $\equiv \{\text{hayAnterior?}(it)\}$

**Post**  $\equiv \{\text{alias}(res =_{\text{obs}} \text{hayAnterior?}(it).\text{significado})\}$

**Complejidad:**  $O(1)$

**Descripción:** devuelve el significado del elemento anterior del iterador

**Aliasing:** res es modificable si y sólo si it es modificable.

AVANZAR(**in/out**  $it$ : itDiccString( $\alpha$ ))

**Pre**  $\equiv \{it = it_0 \wedge \text{haySiguiente?}(it)\}$

**Post**  $\equiv \{it =_{obs} \text{avanzar}(it_0)\}$

**Complejidad:**  $O(1)$

**Descripción:** avanza a la posición siguiente del iterador.

RETROCEDER(**in/out**  $it$ : itDiccString( $\alpha$ ))

**Pre**  $\equiv \{it = it_0 \wedge \text{hayAnterior?}(it)\}$

**Post**  $\equiv \{it =_{obs} \text{hayAnterior?}(it_0)\}$

**Complejidad:**  $O(1)$

**Descripción:** retrocede a la posición anterior del iterador.

### 6.1.3. Representación de Diccionario String( $\alpha$ )

Diccionario String( $\alpha$ ) se representa con estr

donde estr es tupla(raiz: arreglo(puntero(Nodo)), listaIterable: lista(puntero(Nodo)))

donde Nodo es tupla(arbolTrie: arreglo(puntero(Nodo)),  
 info:  $\alpha$ ,  
 infoValida: bool,  
 infoEnLista: iterador(listaIterable) )

### 6.1.4. Invariante de Representación

- (I) Raiz es la raiz del arbol con invariante de trie y es un arreglo de 256 posiciones.
- (II) Cada uno de los elementos de la lista tiene que ser un puntero a un Nodo del trie.
- (III) Nodo es una tupla que contiene un arreglo de 256 posiciones con un puntero a otro Nodo en cada posicion ,un elemento info que es el alfa que contiene esa clave del arbol, un elemento infoValida y un elemento iterador que es un puntero a un nodo de la lista enlazada.
- (IV) El iterador a la lista enlazada de cada nodo tiene que apuntar al elemento de la lista que apunta al mismo Nodo.
- (V) Cada uno de los nodos de la lista apunta a un nodo del arbol cuyo infoEnLista apunta al mismo nodo de la lista.

$(\forall c: \text{diccString}((\alpha)))()$

Rep : estr  $\longrightarrow$  bool

Rep( $e$ )  $\equiv$  true  $\iff$   
 longitud( $e.raiz$ ) == 256  $\wedge_L$   
 $(\forall i \in [0..longitud(e.raiz)])$   
 $((\neg e.raiz[i] == \text{NULL}) \Rightarrow_L \text{nodoValido}(raiz[i])) \wedge (*e.raiz[i].infoValida == \text{true} \Rightarrow_L$   
 $\text{iteradorValido}(raiz[i])) \wedge$   
 $\text{listaValida}(e.listaIterable)$

nodoValido : puntero(Nodo)  $nodo \longrightarrow$  bool

iteradorValido : puntero(Nodo)  $nodo \longrightarrow$  bool

nodoValido( $nodo$ )  $\equiv$   
 longitud( $*nodo.arbolTrie$ ) == 256  $\wedge_L$   
 $(\forall i \in [0..longitud(*nodo.arbolTrie)])$   
 $((\neg *nodo.arbolTrie[i] == \text{NULL}) \Rightarrow_L \text{nodoValido}(*nodo.arbolTrie[i]))$   
 iteradorValido( $nodo$ )  $\equiv$   
 PunteroValido( $nodo$ )  $\wedge_L$   
 $(\forall i \in [0..longitud(*nodo.arbolTrie)])$   
 $((*nodo.arbolTrie[i].infoValida == \text{true}) \Rightarrow_L \text{iteradorValido}(*nodo.arbolTrie[i]))$

PunteroValido( $nodo$ )  $\equiv$

El iterador perteneciente al nodo (infoEnLista) apunta a un nodo de listaIterable (lista(puntero(Nodo))) cuyo puntero apunta al mismo nodo pasado por parámetro. Es decir se trata de una referencia circular.

listaValida(lista)  $\equiv$

Cada nodo de la lista tiene un puntero a un nodo de la estructura cuyo infoEnLista (iterador) apunta al mismo nodo. Es decir se trata de una referencia circular.

### 6.1.5. Función de Abstracción

$Abs : \text{estr } e \longrightarrow \text{diccString}(\alpha) \quad \{\text{Rep}(e)\}$   
 $Abs(e) \equiv =_{\text{obs}} d : \text{diccString}(\alpha) \mid (\forall s : \text{string})(\text{def?}(d, s) =_{\text{obs}} \text{Definido?}(d, s) \wedge \text{def?}(d, s) \Rightarrow_L \text{obtener}(s, d) =_{\text{obs}} \text{Obtener}(d, s))$

## 6.2. Algoritmos

**H|iCrearDiccionario()**  $\rightarrow res : \text{estr}$   
 $\text{arreglo}(\text{puntero}(\text{Nodo})) : res.raiz \leftarrow \text{CrearArreglo}(256) \quad \triangleright O(256)$   
 $nat : i \leftarrow 0 \quad \triangleright O(1)$   
**while**  $i < \text{long}(res.raiz)$  **do**  $\triangleright O(1)$   
 $\quad res.raiz[i] \leftarrow \text{NULL} \quad \triangleright O(1)$   
**end while**  
 $res.listaIterable \leftarrow \text{Vacía}() \quad \triangleright O(1)$

Complejidad:  $O(1)$

Justificación: Crea un arreglo de 256 posiciones y lo recorre inicializándolo en NULL. Luego crea una lista vacía.

end

**H|iDefinido?(in d: estr, in c: string)**  $\rightarrow res : \text{bool}$   
 $nat : i \leftarrow 0 \quad \triangleright O(1)$   
 $nat : letra \leftarrow \text{ord}(c[0]) \quad \triangleright O(1)$   
 $\text{puntero}(\text{Nodo}) : arr \leftarrow d.raiz[letra] \quad \triangleright O(1)$   
**while**  $i < \text{longitud}(c) \wedge \neg arr = \text{NULL}$  **do**  $\triangleright O(|c|)$   
 $\quad i \leftarrow i + 1 \quad \triangleright O(1)$   
 $\quad letra \leftarrow \text{ord}(c[i]) \quad \triangleright O(1)$   
 $\quad arr \leftarrow (*arr).arbolTrie[letra] \quad \triangleright O(1)$   
**end while**  
**if**  $i = \text{longitud}(c)$  **then**  $\triangleright O(1)$   
 $\quad res \leftarrow (*arr).infoValida \quad \triangleright O(1)$   
**else**  
 $\quad res \leftarrow \text{false} \quad \triangleright O(1)$   
**end if**

Complejidad:  $O(|c|)$

Justificación: Toma el primer caracter y encuentra su posición en el arreglo raíz. Luego itera sobre los caracteres restantes hasta el final del String c, por lo que hace  $|c|$  operaciones. Finalmente pregunta si el significado encontrado es válido o no.

end

**H|iDefinir(in/out d: estr, in c: string, in s:  $\alpha$ )**  
 $nat : i \leftarrow 0 \quad \triangleright O(1)$   
 $nat : letra \leftarrow \text{ord}(c[0]) \quad \triangleright O(1)$   
**if**  $d.raiz[letra] = \text{NULL}$  **then**  $\triangleright O(1)$   
 $\quad \text{Nodo} : \text{nuevo} \quad \triangleright O(1)$   
 $\quad \text{arreglo}(\text{puntero}(\text{Nodo})) : \text{nuevo.arbolTrie} \leftarrow \text{CrearArreglo}(256) \quad \triangleright O(1)$   
 $\quad \text{nuevo.infoValida} \leftarrow \text{false} \quad \triangleright O(1)$   
 $\quad d.raiz[letra] \leftarrow \text{puntero}(\text{nuevo}) \quad \triangleright O(1)$   
**end if**  
 $\text{puntero}(\text{Nodo}) : arr \leftarrow d.raiz[letra] \quad \triangleright O(1)$



```

while  $i < longitud(c)$  do                                ▷  $O(|c|)$ 
   $i \leftarrow i + 1$                                        ▷  $O(1)$ 
   $letra \leftarrow ord(c[i])$                                ▷  $O(1)$ 
  if  $arr.arbolTrie[letra] = NULL$  then                     ▷  $O(1)$ 
     $Nodo : nuevoHijo$                                        ▷  $O(1)$ 
     $arreglo(puntero(Nodo)) : nuevoHijo.arbolTrie \leftarrow CrearArreglo(256)$  ▷  $O(1)$ 
     $nuevoHijo.infoValida \leftarrow false$                  ▷  $O(1)$ 
     $arr.arbolTrie[letra] \leftarrow puntero(nuevoHijo)$      ▷  $O(1)$ 
  end if
   $arr \leftarrow (*arr).arbolTrie[letra]$                  ▷  $O(1)$ 
end while
 $(*arr).info \leftarrow s$                                 ▷  $O(copy(s))$ 
if  $\neg(*arr).infoValida$  then                             ▷  $O(1)$ 
   $itLista(puntero(Nodo))it \leftarrow AgregarAdelante(d.listaIterable, NULL)$  ▷  $O(1)$ 
   $(*arr).infoValida \leftarrow true$                      ▷  $O(1)$ 
   $(*arr).infoEnLista \leftarrow it$                        ▷  $O(1)$ 
   $siguiente(it) \leftarrow puntero(*arr)$                  ▷  $O(1)$ 
end if

```

Complejidad:  $O(|c| + copy(s))$

Justificación: Itera sobre la cantidad de caracteres del String  $c$  y en caso de que algún caracter no esté definido crea un arreglo de 256 posiciones, por lo que realiza  $|c|$  operaciones. Luego copia el significado pasado por parámetro en  $O(copy(s))$  y finalmente agrega en la lista un puntero al nodo creado.

**end**

**H|iObtener(in  $d$ : estr, in  $c$ : string)  $\rightarrow res : \alpha$**

```

 $nat : i \leftarrow 0$                                        ▷  $O(1)$ 
 $nat : letra \leftarrow ord(c[0])$                          ▷  $O(1)$ 
 $puntero(Nodo) : arr \leftarrow d.raiz[letra]$              ▷  $O(1)$ 
while  $i < longitud(c)$  do                                ▷  $O(|c|)$ 
   $i \leftarrow i + 1$                                        ▷  $O(1)$ 
   $letra \leftarrow ord(c[i])$                                ▷  $O(1)$ 
   $arr \leftarrow (*arr).arbolTrie[letra]$                  ▷  $O(1)$ 
end while
 $res \leftarrow (*arr).info$                                 ▷  $O(1)$ 

```

Complejidad:  $O(|c|)$

Justificación: Toma el primer caracter y encuentra su posición en el arreglo raíz. Luego itera sobre los caracteres restantes hasta el final del String  $c$ , por lo que hace  $|c|$  operaciones. Finalmente retorna el significado almacenado. Todas las demás operaciones se realizan en  $O(1)$  porque son comparaciones o asignaciones de valores enteros o de punteros.

**end**

**H|iEliminar(in/out  $d$ : estr, in  $c$ : string)**

```

 $nat : i \leftarrow 0$                                        ▷  $O(1)$ 
 $nat : letra \leftarrow ord(c[0])$                          ▷  $O(1)$ 
 $puntero(Nodo) : arr \leftarrow d.raiz[letra]$              ▷  $O(1)$ 
 $pila(puntero(Nodo)) : pil \leftarrow Vacía()$              ▷  $O(1)$ 
while  $i < longitud(c)$  do                                ▷  $O(|c|)$ 
   $i \leftarrow i + 1$                                        ▷  $O(1)$ 
   $letra \leftarrow ord(c[i])$                                ▷  $O(1)$ 
   $arr \leftarrow (*arr).arbolTrie[letra]$                  ▷  $O(1)$ 
   $Apilar(pil, arr)$                                        ▷  $O(1)$ 
end while
if  $tieneHermanos(arr)$  then                             ▷  $O(1)$ 

```

```

    (*arr).infoValida ← false                                ▷ O(1)
else
    i ← i + 1                                                ▷ O(1)
    puntero(Nodo) : del ← tope(pil)                          ▷ O(1)
    del ← NULL                                              ▷ O(1)
    Desapilar(pil)                                          ▷ O(1)
    while i < longitud(c) ∧ ¬tieneHermanosEInfo(*tope(pil)) do ▷ O(|c|)
        del ← tope(pil)                                    ▷ O(1)
        del ← NULL                                        ▷ O(1)
        Desapilar(pil)                                    ▷ O(1)
        i ← i + 1                                          ▷ O(1)
    end while
    if i = longitud(c) then                                  ▷ O(1)
        d.raiz[ord(c[0])] ← NULL                          ▷ O(1)
    end if
end if
end if

```

Complejidad:  $O(|c|)$

Justificación: Toma el primer caracter y encuentra su posición en el arreglo raíz. Luego crea una pila en  $O(1)$ . Recorre el resto de los caracteres del String  $c$  y apila cada uno de los Nodos encontrado en la pila ( $O(1)$ ) por lo que en total realiza  $|c|$  operaciones. Llama a la función `tieneHermanos` y le pasa por parámetro el nodo encontrado  $O(1)$  (ver Algoritmo "tieneHermanos"). Luego recorre todos los elementos apilados preguntando si hay alguno que no tiene hermanos para en cuyo caso eliminarlo, realizando en el peor caso  $|c|$  operaciones porque puede ser que sea necesario eliminar todo hasta la raíz.

end

```

H|tieneHermanos(in nodo: puntero(Nodo)) → res : bool
    nat : i ← 0                                              ▷ O(1)
    nat : l ← longitud((*nodo).arbolTrie)                  ▷ O(1)
    while i < l ∧ ¬((*nodo).arbolTrie[i] = NULL) do        ▷ O(1)
        i ← i + 1                                          ▷ O(1)
    end while
    res ← i < l                                              ▷ O(1)

```

Complejidad:  $O(1)$

Justificación: Recorre el arreglo de 256 posiciones en caso de que todas las posiciones del mismo tengan NULL. Como es una constante ya que en el peor caso siempre recorre a lo sumo 256 posiciones entonces es  $O(1)$ .

end

```

H|tieneHermanosEInfo(in nodo: puntero(Nodo)) → res : bool
    res ← tieneHermanos(nodo) ∧ (*nodo).infoValida = true  ▷ O(1)

```

Complejidad:  $O(1)$

Justificación: Llama a la función `tieneHermanos` que es  $O(1)$  y verifica además que el nodo contenga información válida.

end