6.1 検出力の概要

本来は差があるときに、有意差ありと判定する確率を検出力という。検出力は計算により求めることができる。

6.1.1　検出力の考え方

検定における判断の誤り

帰無仮説 H_0 が本当は真であるときに、H_0 を棄却する誤りを第1種の過誤という。その確率は有意水準 α となる。一方、帰無仮説 H_0 が本当は真でないときに、H_0 を棄却しない誤りを第2種の過誤という。その確率は β という記号で表される。

検定における2つの誤り

		検定の結果 H_0	検定の結果 H_1
本当の状態	H_0	○	第1種の過誤
本当の状態	H_1	第2種の過誤	○

※○は検定で正しい判断を下していることになる。

検定では、有意水準 α を0.05という小さな値に設定している。このことは、第1種の過誤を犯す確率 α を0.05という小さな値に設定していることになる。一方で、β の値は不明である。

検出力とは

検出力とは、母集団に差があるときに、正しく有意である（差がある）と判定する確率のことで、$1-\beta$ と表現される。β は検定における第2種の誤りを犯す確率を意味し、本来は母集団に差があるにもかかわらず、有意と判定しない確率を意味している。β および $1-\beta$ の計算は、検定の有意水準、検出したい差、標本サイズ n によって、変化し、これらの値から計算される。

May not be copied, displayed, distributed, modified, published, reproduced, stored, transmitted all or any part of the content from this site in any medium to anyone except for personal and non-commercial use permitted under the copyright law of Japan.

eBook Library

複製禁止／Downloaded from “Maruzen eBook Library” on 12/05/2016 00:11:37 under the license of Nagasaki University Library
Rによる統計的検定と推定 [2012] オーム社

6.1.2 検出力の計算

母平均に関する検定と検出力

母平均に関する検定（$\mathrm{H}_0：\mu = \mu_0$）を例に解説していくことにしよう。
ここでは、次のような検定を考えることにする。

$\mathrm{H}_0：\mu = 50$
$\mathrm{H}_1：\mu > 50$

$n = 25$とする。また、既知の母標準偏差σの値を25とする。
この検定の統計量Z_0は、平均値を$\bar{x}$とすると、次のように計算される。

$$Z_0 = \frac{\bar{x}-50}{\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}} = \frac{\bar{x}-50}{\dfrac{25}{\sqrt{25}}} = \frac{\bar{x}-50}{5}$$

また、棄却域（H_0を棄却する領域）は片側検定であるから、次のように設定される。

$$Z_0 \geq 1.645$$

したがって、

$$\frac{\bar{x}-50}{5} \geq 1.645$$

のときに有意となる。$\bar{x}$について書き直すと、次のようになる。

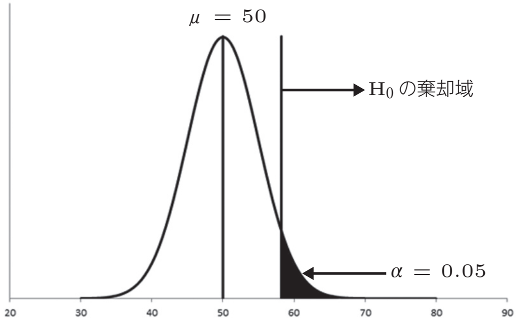
$$\bar{x} \geq 50 + 1.645 \times 5$$
$$\bar{x} \geq 58.225$$

このことを次の図で表すことにしよう。

May not be copied, displayed, distributed, modified, published, reproduced, stored, transmitted all or any part of the content from this site in any medium to anyone except for personal and non-commercial use permitted under the copyright law of Japan.

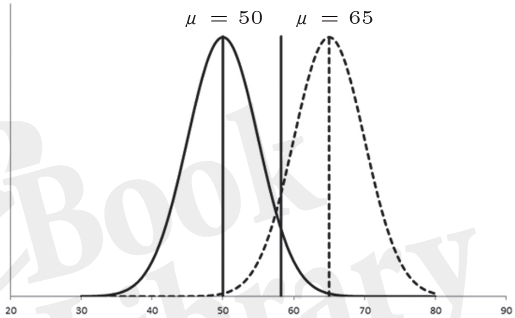
eBook Library

複製禁止／Downloaded from "Maruzen eBook Library" on 12/05/2016 00:11:37 under the license of Nagasaki University Library
Rによる統計的検定と推定 [2012] オーム社



H_0のとき（$\mu = 50$）の$\overline{x}$の分布

次に、対立仮説が真であるときの$\overline{x}$の分布を示すことにしよう。ここでは、真のμの値を65とする。母標準偏差は同じく$\sigma = 25$としておく。

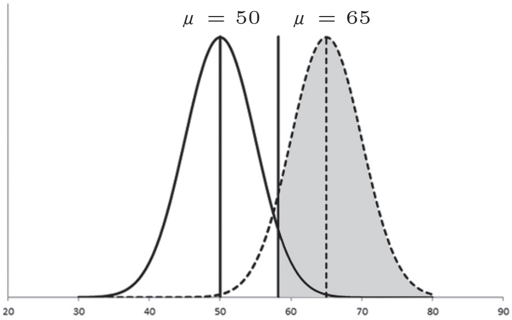


H_1のとき（$\mu = 65$）の$\overline{x}$の分布

$\mu = 65$であるときに、H_0：$\mu = 50$が棄却される確率は、次の図の灰色の領域となる。

May not be copied, displayed, distributed, modified, published, reproduced, stored, transmitted all or any part of the content from this site in any medium to anyone except for personal and non-commercial use permitted under the copyright law of Japan.

複製禁止／Downloaded from "Maruzen eBook Library" on 12/05/2016 00:11:37 under the license of Nagasaki University Library
Rによる統計的検定と推定 [2012] オーム社



$\mathrm{H_0}$：$\mu = 50$ が棄却される確率

この確率は、Rでは次のように求めることができる。

```
> x <- 58.225
> n <- 25
> sig <- 25
> sigxbar <- sig/sqrt(n)
> pp <- pnorm(x, mean=65, sd=sigxbar, lower.tail=TRUE)
> power <- 1-pp
> power
[1] 0.9122912
```

0.9122912（91.2%）という値が、このときの検出力となる。

検出したい差が大きくなるほど、n が大きくなるほど、σ が小さくなるほど、検出力は高くなる。

May not be copied, displayed, distributed, modified, published, reproduced, stored, transmitted all or any part of the content from this site in any medium to anyone except for personal and non-commercial use permitted under the copyright law of Japan.

複製禁止／Downloaded from "Maruzen eBook Library" on 12/05/2016 00:11:37 under the license of Nagasaki University Library
Rによる統計的検定と推定 [2012] オーム社

6.2 検出力の実際

6.2.1 母平均に関する検定

Rにはt検定における検出力を求めるための関数`power.t.test()`が用意されているので、その使い方を紹介していくことにする。

例題1：t検定の検出力

σ未知の母平均に関する検定を想定する。帰無仮説H_0、対立仮説H_1、有意水準αは、次のとおりである。

H_0：$\mu = 50$
H_1：$\mu > 50$
有意水準$\alpha = 0.05$

検出したい差を10、標本サイズnを30とするときの検出力を求める。母標準偏差は未知であるが、ここでは20と仮定する。

Rの関数

```
> power.t.test(n=30, delta=10, sd=20, sig.level=0.05, type="one.sample",
+ alternative="one.sided")
```

Rの結果

```
 One-sample t test power calculation

          n = 30
      delta = 10
         sa = 20
  sig.level = 0.05
      power = 0.8482542
alternative = one.sided
```

検出力は0.8482542と求められている。

May not be copied, displayed, distributed, modified, published, reproduced, stored, transmitted all or any part of the content from this site in any medium to anyone except for personal and non-commercial use permitted under the copyright law of Japan.
eBook Library
複製禁止／Downloaded from "Maruzen eBook Library" on 12/05/2016 00:11:37 under the license of Nagasaki University Library
Rによる統計的検定と推定 [2012] オーム社

例題2：t検定の例数

例題1と同様に、σ未知の母平均に関する検定を想定する。帰無仮説H_0、対立仮説H_1、有意水準αは次のとおりである。

H_0：$\mu = 50$
H_1：$\mu > 50$
有意水準$\alpha = 0.05$

検出したい差を10、検出力を0.9としたいとき、標本サイズnをいくつにしなければいけないか求める。ただし、母標準偏差を20と仮定する。

Rの関数

```
> power.t.test(delta=10, sd=20, sig.level=0.05, power=0.9, type="one.sample",
+ alternative="one.sided")
```

Rの結果

```
 One-sample t test power calculation

          n = 35.65268
      delta = 10
         sa = 20
  sig.level = 0.05
      power = 0.9
alternative = one.sided
```

$n = 35.65268$と求められている。したがって、必要なデータの数は36以上ということになる。

例題1と例題2で見てきたように、Rの関数`power.t.test()`を使うことで、以下を求めることが可能となる。

① 検出したい差と標本サイズn から 検出力$1 - \beta$
② 検出したい差と検出力$1 - \beta$ から 標本サイズn

May not be copied, displayed, distributed, modified, published, reproduced, stored, transmitted all or any part of the content from this site in any medium to anyone except for personal and non-commercial use permitted under the copyright law of Japan.

複製禁止／Downloaded from "Maruzen eBook Library" on 12/05/2016 00:11:37 under the license of Nagasaki University Library
Rによる統計的検定と推定 [2012] オーム社

6.2.2 2つの母平均の差に関する検定

例題3：t検定（対応なし）の検出力

2つの母平均の差に関する検定を想定する。帰無仮説H_0、対立仮説H_1、有意水準αは次のとおりである。

H_0：$\mu_A = \mu_B$
H_1：$\mu_A \neq \mu_B$
有意水準$\alpha = 0.05$

検出したい差を10、標本サイズ$n_A = n_B = 20$とするとき、検出力を求める。ただし、母標準偏差を$\sigma_A = \sigma_B = 15$と仮定する。

Rの関数

```
> power.t.test(n=20, delta=10, sd=15, sig.level=0.05, type="two.sample",
+ alternative="two.sided")
```

Rの結果

```
Two-sample t test power calculation

              n = 20
          delta = 10
             sd = 15
      sig.level = 0.05
          power = 0.5377573
    alternative = two.sided

 NOTE: n is number in *each* group
```

検出力は0.5377573と求められている。

例題4：t検定（対応なし）の例数

例題3と同様に、2つの母平均の差に関する検定を想定する。帰無仮説H_0、

May not be copied, displayed, distributed, modified, published, reproduced, stored, transmitted all or any part of the content from this site in any medium to anyone except for personal and non-commercial use permitted under the copyright law of Japan.

eBook Library

複製禁止／Downloaded from "Maruzen eBook Library" on 12/05/2016 00:11:37 under the license of Nagasaki University Library
Rによる統計的検定と推定 [2012] オーム社

対立仮説H_1、有意水準αは次のとおりである。

H_0：$\mu_A = \mu_B$
H_1：$\mu_A \neq \mu_B$
有意水準$\alpha = 0.05$

検出したい差を10、検出力0.9としたいとき、標本サイズnをいくつにしなければならないかを求める。ただし、母標準偏差を$\sigma_A = \sigma_B = 15$と仮定する。

Rの関数

```
> power.t.test(delta=10, sd=15, sig.level=0.05, power=0.9, type="two.sample",
+ alternative="two.sided")
```

Rの結果

```
Two-sample t test power calculation

              n = 48.26431
          delta = 10
             sd = 15
      sig.level = 0.05
          power = 0.9
    alternative = two.sided

 NOTE: n is number in *each* group
```

標本サイズ$n = 48.26431$と求められている。したがって、必要なデータの数は各グループ49以上となる。

ちなみに、標本サイズ$n_A = n_B = 48$として検出力を計算すると、次のようになる。

```
> power.t.test(n=48, delta=10, sd=15, sig.level=0.05, type="two.sample",
+ alternative="two.sided")

     Two-sample t test power calculation
```

May not be copied, displayed, distributed, modified, published, reproduced, stored, transmitted all or any part of the content from this site in any medium to anyone except for personal and non-commercial use permitted under the copyright law of Japan.
eBook Library
複製禁止／Downloaded from "Maruzen eBook Library" on 12/05/2016 00:11:37 under the license of Nagasaki University Library
Rによる統計的検定と推定 [2012] オーム社

```
              n = 48
          delta = 10
             sd = 15
      sig.level = 0.05
          power = 0.8983981
    alternative = two.sided

 NOTE: n is number in *each* group
```

検出力は0.8983981となり、0.9を超えていない。

一方、標本サイズ$n_A = n_B = 49$として検出力を計算すると、次のようになる。

```
> power.t.test(n=49, delta=10, sd=15, sig.level=0.05, type="two.sample",
+ alternative="two.sided")

Two-sample t test power calculation

              n = 49
          delta = 10
             sd = 15
      sig.level = 0.05
          power = 0.9043394
    alternative = two.sided

 NOTE: n is number in *each* group
```

検出力は0.9043394となり、0.9を確保できていることがわかる。

6.2.3 対応のある2つの母平均の差に関する検定

例題5：t検定（対応あり）の検出力

対応のあるデータにおける2つの母平均の差に関する検定を想定する。帰無仮説H_0、対立仮説H_1、有意水準αは次のとおりである。

H_0：$\mu_A - \mu_B = 0$
H_1：$\mu_A - \mu_B \neq 0$
有意水準$\alpha = 0.05$

May not be copied, displayed, distributed, modified, published, reproduced, stored, transmitted all or any part of the content from this site in any medium to anyone except for personal and non-commercial use permitted under the copyright law of Japan.

複製禁止／Downloaded from “Maruzen eBook Library” on 12/05/2016 00:11:37 under the license of Nagasaki University Library
Rによる統計的検定と推定 [2012] オーム社

検出したい差を10、標本サイズ$n_A = n_B = 20$とするとき、検出力を求める。ただし、差の標準偏差を$\sigma_d = 15$と仮定する。

Rの関数

```
> power.t.test(n=20, delta=10, sd=15, sig.level=0.05, type="paired",
+ alternative="two.sided")
```

Rの結果

```
Paired t test power calculation

              n = 20
          delta = 10
             sd = 15
      sig.level = 0.05
          power = 0.8072909
    alternative = two.sided

 NOTE: n is number of *pairs*, sd is std.dev. of *differences* within pairs
```

検出力は0.8072909と求められている。

例題6：t検定（対応あり）の例数

例題5と同様に、対応のある2つの母平均の差に関する検定を想定する。帰無仮説H_0、対立仮説H_1、有意水準αは次のとおりである。

H_0：$\mu_A - \mu_B = 0$
H_1：$\mu_A - \mu_B \neq 0$
有意水準$\alpha = 0.05$

検出したい差を10、検出力0.9としたいとき、標本サイズnをいくつにしなければならないかを求める。ただし、差の標準偏差を$\sigma_d = 15$と仮定する。

May not be copied, displayed, distributed, modified, published, reproduced, stored, transmitted all or any part of the content from this site in any medium to anyone except for personal and non-commercial use permitted under the copyright law of Japan.

eBook Library

複製禁止／Downloaded from "Maruzen eBook Library" on 12/05/2016 00:11:37 under the license of Nagasaki University Library
Rによる統計的検定と推定 [2012] オーム社

Rの関数

```
> power.t.test(delta=10, sd=15, sig.level=0.05, power=0.9, type="paired",
+ alternative="two.sided")
```

Rの結果

```
Paired t test power calculation

              n = 25.6399
          delta = 10
             sd = 15
      sig.level = 0.05
          power = 0.9
    alternative = two.sided

 NOTE: n is number of *pairs*, sd is std.dev. of *differences* within pairs
```

標本サイズ$n = 25.6399$と求められている。したがって、必要なデータの数は各グループ26以上となる。

6.2.4 一元配置分散分析

例題7：一元配置分散分析の検出力

水準の数が4、各水準の繰り返し数nを3とする一元配置分散分析を想定したとき、群間変動が群内変動の2倍となった場合の検出力を求める。有意水準αは0.05とする。

一元配置実験のデータ表

		A1	A2	A3	A4
繰り返し	1				
	2				
	3				

Rの関数

```
> power.anova.test(groups=4, n=3, between.var=2, within.var=1, sig.level=0.05)
```

May not be copied, displayed, distributed, modified, published, reproduced, stored, transmitted all or any part of the content from this site in any medium to anyone except for personal and non-commercial use permitted under the copyright law of Japan.

複製禁止／Downloaded from “Maruzen eBook Library” on 12/05/2016 00:11:37 under the license of Nagasaki University Library
Rによる統計的検定と推定 [2012] オーム社

分散分析における検出力を計算し、例数を求めるときには、関数power.anova.test()が有効である。この関数には引数として、「比較するグループの数」、「各グループの繰り返し数」、「群間分散」、「群内分散」、「有意水準」を指定する。

Rの結果

```
Balanced one-way analysis of variance power calculation

         groups = 4
              n = 3
    between.var = 2
     within.var = 1
      sig.level = 0.05
          power = 0.8009998

 NOTE: n is number in each group
```

検出力は0.8009998と求められている。

例題8：一元配置分散分析の例数

水準の数が3、各水準の繰り返し数をnとする一元配置分散分析を想定したとき、群間変動が群内変動の2倍となった場合の検出力を0.9とするには、繰り返し数nをいくつにすればよいかを求める。有意水準αは0.05とする。

Rの関数

```
> power.anova.test(groups=3, between.var=2, within.var=1, sig.level=0.05,
+ power=0.9)
```

Rの結果

```
Balanced one-way analysis of variance power calculation

         groups = 3
              n = 4.351617
```

May not be copied, displayed, distributed, modified, published, reproduced, stored, transmitted all or any part of the content from this site in any medium to anyone except for personal and non-commercial use permitted under the copyright law of Japan.

eBook Library

複製禁止／Downloaded from "Maruzen eBook Library" on 12/05/2016 00:11:37 under the license of Nagasaki University Library
Rによる統計的検定と推定 [2012] オーム社

```
    between.var = 2
     within.var = 1
      sig.level = 0.05
          power = 0.9

NOTE: n is number in each group
```

繰り返し数$n = 4.351617$と求められている。したがって、以下のように、各水準における繰り返し数は5以上とする一元配置実験を計画することになる。

一元配置実験のデータ表

		A1	A2	A3
繰り返し	1			
	2			
	3			
	4			
	5			

6.2.5 割合に関する検定

例題9：割合の差に関する検定の検出力

次のような2つのグループの割合の差に関する検定を想定する。

$H_0：\pi_A = \pi_B$
$H_1：\pi_A \neq \pi_B$
有意水準$\alpha = 0.05$

第1グループの母割合π_Aが0.3、第2グループの母割合π_Bが0.5、各グループの標本サイズ$n_A = n_B = 50$とするとき、検出力を求める。

Rの関数

```
> power.prop.test(n=50, p1=0.3, p2=0.5, sig.level=0.05, alternative="two.sided")
```

2つの母集団における割合を検定するときの検出力を計算し、例数を求めるときには、関数`power.prop.test()`を利用する。この関数には引数として、

May not be copied, displayed, distributed, modified, published, reproduced, stored, transmitted all or any part of the content from this site in any medium to anyone except for personal and non-commercial use permitted under the copyright law of Japan.

eBook Library

複製禁止／Downloaded from “Maruzen eBook Library” on 12/05/2016 00:11:37 under the license of Nagasaki University Library
Rによる統計的検定と推定 [2012] オーム社

「各グループの標本サイズ」、「第1グループの母割合」、「第2グループの母割合」「有意水準」、「片側検定か両側検定か」を指定する。

Rの結果

```
     Two-sample comparison of proportions power calculation 

              n = 50
             p1 = 0.3
             p2 = 0.5
      sig.level = 0.05
          power = 0.5330844
    alternative = two.sided

NOTE: n is number in *each* group
```

検出力は0.5330844と求められている。

例題10：割合の差に関する検定の例数

例題9と同様に、次のような2つのグループの割合の差に関する検定を想定する。

H_0：$\pi_A = \pi_B$
H_1：$\pi_A \neq \pi_B$
有意水準$\alpha = 0.05$

第1グループの母割合π_Aが0.3、第2グループの母割合π_Bが0.5とするとき、検出力を0.9とするには、各グループの標本サイズnをいくつにすればよいかを求める。

Rの関数

```
> power.prop.test(p1=0.3, p2=0.5, sig.level=0.05, power=0.9,
+ alternative="two.sided")
```

May not be copied, displayed, distributed, modified, published, reproduced, stored, transmitted all or any part of the content from this site in any medium to anyone except for personal and non-commercial use permitted under the copyright law of Japan.

複製禁止／Downloaded from "Maruzen eBook Library" on 12/05/2016 00:11:37 under the license of Nagasaki University Library
Rによる統計的検定と推定 [2012] オーム社

Rの結果

```
     Two-sample comparison of proportions power calculation

              n = 123.9986
             p1 = 0.3
             p2 = 0.5
      sig.level = 0.05
          power = 0.9
    alternative = two.sided

  NOTE: n is number in *each* group
```

$n = 123.9986$と求められている。したがって、各グループから124ずつの例数が必要であることがわかる。

May not be copied, displayed, distributed, modified, published, reproduced, stored, transmitted all or any part of the content from this site in any medium to anyone except for personal and non-commercial use permitted under the copyright law of Japan.

eBook Library

複製禁止／Downloaded from “Maruzen eBook Library” on 12/05/2016 00:11:37 under the license of Nagasaki University Library
Rによる統計的検定と推定 [2012] オーム社