

量子测量_笔记

来源：课程讲义

经典测量过程

- 测量不会改变或破坏被测系统
- 测量揭示了观测量的值，不同观测量可以同时具有确定的值

而量子力学中，如果没有很强的限制，上述两条都不能成立。在量子力学中，观测量**没有确定的值**。（什么叫“没有确定的值”？）

意思不是“值是不确定的”。

指的是，系统的力学量是有“值”的，可能取值属于某个固定的集合，但观测到的值表现出不确定性。

因此，量子力学的观测量不像经典力学中具有定义明确的实在性，也不具有一种先验的 (*apriori*) 固有的(*ontological*) 性质。

实际上，量子测量对于以上两点均不能满足。仪器与被测系统的相互作用导致第一点不能满足。仪器的指针观测量不具有确定的值导致第二点不能满足。（为什么？）

系统与仪器发生相互作用并一起随时间演化，达到前测量 (*pre-measurement*) 状态。这是一个具有叠加形式的纠缠态，它既不是系统的观测量的本征态，也不是仪器的指针观测量的本征态。因此仪器的指针观测量不具有确定的值。

那么我们为什么可以观测到明确的实验结果呢？量子力学只以假设的方式回答这个问题。

Copenhagen 诠释

大体说来，Copenhagen诠释的核心内容包含三部分：Bohr的互补性原理，Heisenberg的不确定关系以及Born规则。Copenhagen诠释最简单的说法是，透过经典“眼镜”（被当作经典装置对待的观测仪器）看量子世界。

互补性原理

我们知道，在量子力学中，如果两个观测量A和B在经典力学意义上是正则共轭的，那么不能对它们同时进行精确测量。（或者说，没有一种互不干扰的测量方式，使得对A(B)的测量不会影响B(A)。）

对于这种特征，玻尔给出的解释是，这是“互补性原理”在起作用。Bohr认为存在精确测量的仪器，只是这样的测量受到互补性原理的制约，因此测量仪器是不相容（？）的，不能共存，因此无法构造进行联合精确测量的仪器。

不相容 (incompatible) 指的是不同的表象不相容。从量子态的角度来说，如果 $|\langle\psi|\phi\rangle| \in (0, 1)$ ，那么与 $|\psi\rangle$ 和 $|\phi\rangle$ 对应的事件是不相容的。如果 $|\psi\rangle, |\phi\rangle \in \mathbb{C}^N$ ，并且 $|\langle\psi|\phi\rangle| = \frac{1}{\sqrt{N}}$ ，那么与 $|\psi\rangle$ 和 $|\phi\rangle$ 对应的事件是互补的。

Heisenberg 不确定关系

Heisenberg意识到, 如果试图非常精确地测量单个粒子的位置, 需要波长较短的光相互作用, 但这样会影响粒子本身的动量。采用能量较低, 波长较长的光却增大了位置测量的误差。

Heisenberg想知道的是, 在微观世界中, 这种contradiction是不可避免的, 还是只是他思想实验的产物。令他高兴的是, 他发现这些测量上的限制是基本的。在Bohr的敦促下, Heisenberg用“不确定原理”来描述这一观点。

Tip: 在某种意义上, 客观实在性既不能归因于现象, 也不能归因于观察装置。

Copenhagen 诠释相当于一个“暗箱”描述: 输入端是宏观制备过程的结果, 输出端是宏观层面上的测量结果。

至于在“暗箱”中发生了什么, 可以用数学形式推导、计算, 但是不赋予物理上的理解和解释。

Born 规则

首先重述关于量子测量的Born 规则。被测量子系统Q, 描述系统量子态的Hilbert空间 \mathcal{H}^Q . 被测力学量A, 对应Hermite算子A, 具有本征值及本征向量 a_i 和 $|\alpha_i\rangle$ (仅考虑非简并情形)。测量结果只能属于A的本征值的集合。当系统处于量子态 $|\psi\rangle$ 的时候, 得到测量结果 a_i 的几率是 $p_i = |\langle \alpha_i | \psi \rangle|^2$ 。

量子力学对微观现象的描述和预言是通过Born 规则体现的。从实用的角度来说, 只要知道了Born 规则, 就可以去做实验了。但如果从理论的角度审视, 则会出现有待进一步理解的问题:

1. 根据Born 规则得到的量子几率不能像经典概率论那样用标准的(Kolmogorov)几率空间表示。力学量的值分布在某区间的概率变成了测量仪器上的观测现象的概率。

这是一种“外在的”概率。因此经典力学中我们可以说力学量, 但是在量子力学中就只能说观测测量。

2. 在Copenhagen诠释中, Bohr未将测量过程看作两个量子系统之间的相互作用, 因而测量这个概念缺乏动力学内涵。在某个时刻, 观测测量没有确定的值, 而在另一个时刻 (例如测量后又进行了重复测量), 观测测量具有确定的值。缺乏动力学描述的测量概念给不出合理的解释。

总之, Copenhagen诠释无法提供测量过程的“内在”诠释。针对这个问题, Dirac和Von Neumann提出了一个解决办法, 但也带来了新的问题。

量子测量及相关问题

- 非相对论量子力学的五个基本公设

量子状态公设, 量子算符公设, 量子测量公设, 量子运动方程公设, 全同性原理公设

其中全同性原理公设的独立性尚有争议

- 测量公设

对归一化波函数 $\psi(x)$ 进行力学量A的测量, 总是将 $\psi(x)$ 按A所对应算符的正交归一本征函数族展开。

- 对同一个态, 若进行不同种类的测量, 将对应于不同的展开, 对应不同的坍缩和不同的实验现象
- 概率幅的坍缩和概率幅的叠加
- 量子体系状态改变的两种方式: U过程和R过程

理想完全测量的三阶段：纠缠分解，波包坍缩，初态制备

坍缩表现出的是粒子状态的突变，实质上是**体系演化时空的坍缩**

量子测量分类

- 孤立封闭量子体系。von Neumann正交投影

$$|\psi\rangle \rightarrow E_i|\psi\rangle = |i\rangle\langle i|\psi\rangle = \langle i|\psi\rangle|i\rangle, \{E_i = |i\rangle\langle i|, |i\rangle\langle j| = \delta_{ij}, \forall i, j\}$$

$$\text{即 } \rho = |\psi\rangle\langle\psi| = \sum_{i,j} c_i c_j^* |i\rangle\langle j|,$$

$$\rho' = \sum_k E_k \rho E_k = \sum_{i,j,k} c_i c_j^* |k\rangle\langle k|i\rangle\langle j|k\rangle\langle k| = \sum_k |c_k|^2 E_k$$

$$E_k = |k\rangle\langle k|, \sum E_k = I, E_i E_j = \delta_{ij} E_i, \text{Tr}(E_k) = 1$$

- 一般量子测量
 - 封闭量子系统和开放量子系统的测量
 - 两体及多体的局域测量，关联测量，联合测量
 - 完全测量与不完全测量
- 两体量子系统
 - 局域测量。 $\Omega_{AB} = \Omega_A \otimes I_B$.