

# Cấu trúc đề thi giữa kỳ môn Toán Rời Rạc

Mỗi bài 01 điểm. Làm bài luôn vào đề.

*Yêu cầu:* Viết sáng sủa và ngắn gọn; Không nháp vào bài thi.

**Bài 1.** Chứng minh một số tính chất đơn giản về đồ thị và cây.

**Bài 2.** Tìm cặp ghép hoặc tìm đường đi (chu trình) Hamilton.

**Bài 3.** Thuật toán Dijkstra hoặc Prim.

**Bài 4.** Thuật toán Kruskal hoặc cấu trúc dữ liệu Disjoint Set.

**Bài 5.** Tô màu đồ thị.

**Bài 6.** Tìm thành phần liên thông mạnh.

**Bài 7.** Tính toán Prüfer code của cây.

**Bài 8.** Bài toán Hôn nhân bền vững.

**Bài 9.** Luồng cực đại và lát cắt cực tiểu.

**Bài 10.** Bài tập sáng tạo.



TRƯỜNG ĐẠI HỌC BÁCH KHOA HÀ NỘI  
VIỆN CÔNG NGHỆ THÔNG TIN VÀ TRUYỀN THÔNG

Họ tên SV: ..... MSSV: .....

Số thứ tự

Học phần: **Toán Rời Rạc** ..... Mã HP: .....

Bài thi [ ] giữa kỳ [X] cuối kỳ ..... Ngày thi:.....

Điểm của bài thi	Chữ ký của (các) cán bộ chấm thi	Chữ ký của cán bộ coi thi

**ĐỀ MẪU** thi giữa kỳ môn Toán Rời Rạc  
Thời gian 90 phút. Không sử dụng tài liệu.

1. (a) Hãy chứng minh rằng bậc trung bình của một cây luôn nhỏ hơn 2.

(b) Giả sử mọi đỉnh trong đồ thị  $G$  đều có bậc ít nhất bằng  $k$ . Hãy giải thích xem tại sao đồ thị có đường đi độ dài  $k$ .

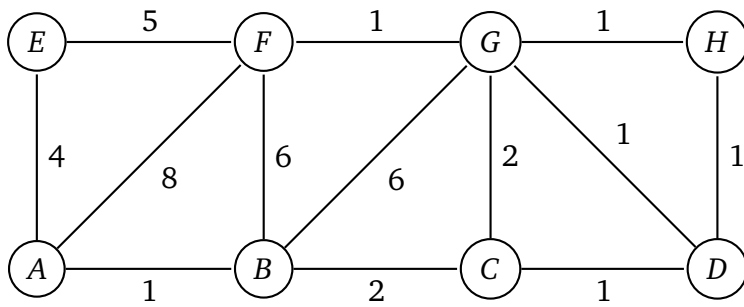
2. Lấy một bộ bài gồm 52 quân. Mỗi quân bài có một chất và một giá trị. Có bốn chất: Rô, Cơ, Bích, Nhép; và có 13 giá trị:  $A, 2, 3, \dots, 10, J, Q, K$ .

Hãy đề nghị một người bạn xếp bài trên một lưới gồm 4 hàng và 13 cột. Chì ta có thể để các quân bài theo cách bất kỳ. Trong bài tập này, bạn sẽ chứng minh rằng bạn luôn có thể lấy 13 quân bài, mỗi quân từ một cột trên lưới, sao cho có đủ 13 giá trị.

(a) Hãy mô hình bài toán này bằng cặp ghép trên đồ thị hai phần giữa 13 cột và 13 giá trị.

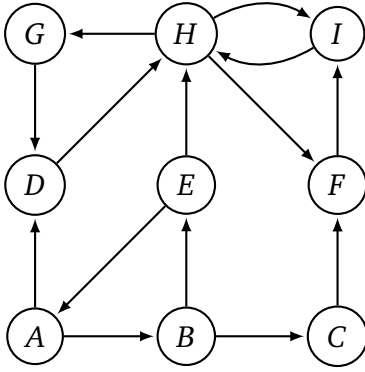
(b) Chỉ ra rằng mọi nhóm gồm  $n$  cột phải chứa ít nhất  $n$  giá trị khác nhau và chứng minh rằng tồn tại cặp ghép.

3. Hãy dùng thuật toán Dijkstra để xây dựng **cây mô tả đường đi ngắn nhất** từ đỉnh A tới tất cả các đỉnh khác của đồ thị sau:

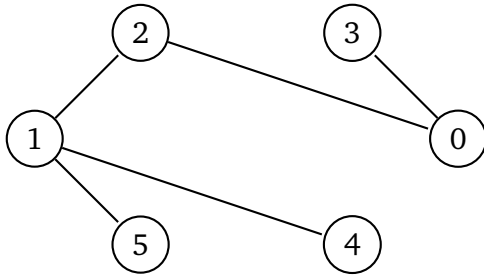


4. Hãy dùng thuật toán Kruskal để tìm cây bao trùm nhỏ nhất cho đồ thị trong Bài tập 3. Hãy vẽ biểu diễn cấu trúc dữ liệu disjoint sets ở bước thứ 6.
5. Xét đồ thị  $G$  thu được từ đồ thị trong Bài 3 sau khi bỏ đi trọng số trên cạnh. Hãy tìm cách tô màu đồ thị này dùng ít màu nhất có thể. Tại sao số màu bạn dùng lại là ít nhất?

6. Hãy tìm các thành phần liên thông mạnh của đồ thị sau.



7. (a) Xác định Prüfer code của cây sau:



(b) Xây dựng cây với Prüfer code là  $(0, 0, 0, 4, 2, 0, 1, 0)$ .

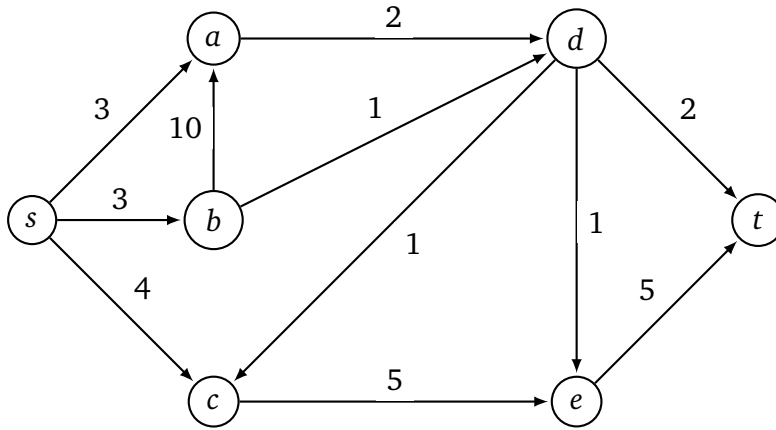
8. Bốn đứa trẻ bất hạnh được bốn gia đình hiếm muộn nhận nuôi. Mỗi đứa trẻ chỉ được một gia đình nhận nuôi, và mỗi gia đình chỉ nhận nuôi một đứa trẻ. Dưới đây là thứ hạng ưa thích của họ (từ thích nhất đến ghét nhất):

Đứa trẻ	Gia đình	Gia đình	Đứa trẻ
$a$ : A, B, C, D	C:	$d$ , c, a, b	
$b$ : C, D, B, A	A:	$d$ , a, c, b	
$c$ : A, D, C, B	D:	a, b, c, d	
$d$ : B, C, D, A	B:	b, d, a, c	

(a) Hãy đưa ra hai ghép cặp ổn định giữa các gia đình và đứa trẻ.

(b) Hãy giải thích tại sao chỉ có hai ghép cặp ổn định cho các gia đình và đứa trẻ.

9. Hãy tìm luồng cực đại và lát cắt cực tiểu của mạng sau đây.



10. Xét  $(S_1, \overline{S_1})$  và  $(S_2, \overline{S_2})$  là hai  $st$ -lát cắt trong một mạng, cả hai lát cắt này đều là nhỏ nhất. Chứng minh rằng  $st$ -lát cắt  $(S_1 \cap S_2, \overline{S_1 \cap S_2})$  cũng là lát cắt nhỏ nhất.