

**Bài tập 4.7** (*Có lời giải*). Dữ liệu về lực kéo(pound) cho các đầu nối được sử dụng trong động cơ ô tô như sau:

79.3; 75.1; 78.2; 74.1; 73.9; 75.0; 77.6; 77.3; 73.8;

74.6; 75.5; 74.0; 74.7; 75.9; 72.9; 73.8; 74.2; 78.1;

75.4; 76.3; 75.3; 76.2; 74.9; 78.0; 75.1; 76.8

- (a) Tính ước lượng điểm cho lực kéo trung bình của các đầu nối trong tổng thể.  
Tính sai số chuẩn của ước lượng điểm.

- (b) Tính ước lượng điểm của phương sai tổng thể.
- (c) Tính ước lượng điểm của tỉ lệ những đầu nối có lực kéo nhỏ hơn 78 pound trong tổng thể.

**Bài tập 4.8.** Dữ liệu về độ dày oxit của chất bán dẫn như sau:

425; 431; 416; 419; 421; 436; 418; 410; 431; 433; 423

426; 410; 435; 436; 428; 411; 426; 409; 437; 422; 428; 413; 416

- (a) Tính ước lượng điểm cho độ dày trung bình của oxit của chất bán dẫn trong tổng thể. Tính sai số chuẩn của ước lượng điểm
- (b) Tính ước lượng điểm của phương sai tổng thể
- (c) Tính ước lượng điểm của tỉ lệ chất bán dẫn có độ dày oxit lớn hơn 430 trong tổng thể.

**Bài tập 4.9** (7.30 Douglas). **Đã xem và có chỉnh sửa**

Giả sử  $X$  là số quan sát "thành công" trong một mẫu gồm  $n$  quan sát, trong đó  $p$  là xác suất thành công của mỗi quan sát.

- (a) Chứng minh rằng  $\hat{P} = \frac{X}{n}$  là một ước lượng không chệch của  $p$ .
- (b) Chứng minh rằng sai số chuẩn của  $\hat{P}$  là  $\sqrt{p(1-p)/n}$ .

**Bài tập 4.10.** **Đã xem và có chỉnh sửa**

$X_1$  và  $X_2$  là hai biến ngẫu nhiên độc lập với trung bình  $\mu$  và phương sai  $\sigma^2$ . Giả sử chúng ta có hai ước lượng của  $\mu$  như sau:

$$\hat{\Theta}_1 = \frac{X_1 + X_2}{2} \quad \text{và} \quad \hat{\Theta}_2 = \frac{X_1 + 3X_2}{4}$$

- (a) Cả hai ước lượng trên có phải là ước lượng không chệch của  $\mu$  ?
- (b) Tính phương sai của mỗi ước lượng.

**Bài tập 4.11.** **Đã xem và có chỉnh sửa**

Giả sử rằng chúng ta có mẫu ngẫu nhiên  $X_1, X_2, \dots, X_n$  được chọn từ tổng thể có phân phối chuẩn  $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$ .

Tính độ chệch của  $\hat{\Theta} = \sum_{i=1}^n \frac{(X_i - \bar{X})^2}{c}$ .

**Bài tập 4.12.** **Đã xem và có chỉnh sửa**

Giả sử rằng chúng ta có một mẫu ngẫu nhiên có cỡ mẫu  $2n$  được chọn từ tổng thể  $X$ , và  $\mathbb{E}(X) = \mu$  và  $\mathbb{V}(X) = \sigma^2$ . Giả sử chúng ta có hai ước lượng của  $\mu$  như sau

$$\bar{X}_1 = \frac{1}{2n} \sum_{i=1}^{2n} X_i \quad \text{và} \quad \bar{X}_2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$$

Ước lượng nào tốt hơn? Giải thích?