



**ĐỀ THI THỬ TN THPT NĂM 2025**

**Môn thi: Toán 12**

**Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian giao đề)**

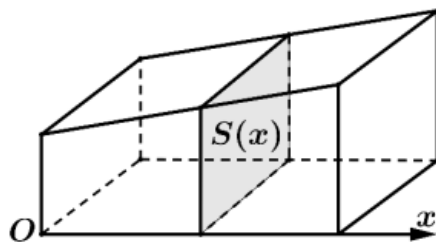
**Đề số 04**

**PHẦN I: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1.** Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số  $y = \frac{3x+2}{x-2}$  là đường thẳng có phương trình

- A.  $x = -1$ .                      B.  $x = -2$ .                      C.  $x = 2$ .                      D.  $x = 3$ .

**Câu 2:** Khi cắt vật thể bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ là  $x(0 \leq x \leq 3)$  ta được mặt cắt là một hình vuông có cạnh là  $\sqrt{9-x^2}$  (được mô hình hóa bởi hình vẽ bên dưới). Thể tích của vật thể đó bằng



- A.  $171\pi$ .                      B.  $18\pi$ .                      C. 18.                      D. 171

**Câu 3.** Tập nghiệm của bất phương trình  $2^{3x-7} < 4$  là

- A.  $(-\infty; 1)$ .                      B.  $(3; +\infty)$ .                      C.  $(0; +\infty)$ .                      D.  $(-\infty; 3)$ .

**Câu 4.** Tính tổng  $S$  cấp số nhân lùi vô hạn có số hạng đầu  $u_1 = 1$  và công bội  $q = -\frac{1}{2}$ .

- A.  $S = \frac{2}{3}$ .                      B.  $S = 2$ .                      C.  $S = \frac{3}{2}$ .                      D.  $S = 1$ .

**Câu 5.** Điểm kiểm tra 15 phút của lớp 12A được cho bởi bảng sau:

Điểm	[3;4)	[4;5)	[5;6)	[6;7)	[7;8)	[8;9)	[9;10)
Số học sinh	3	8	7	12	7	1	1

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

- A. 6.                      B. 1.                      C. 5.                      D. 7.

*Tăng tốc về đích – Vững bước tương lai*

**Câu 6.** Nguyên hàm của hàm số  $f(x) = x^2 + 1$  là:

A.  $x^3 + x + C$ .

B.  $3x^3 + x + C$ .

C.  $x^3 + C$ .

D.  $\frac{1}{3}x^3 + x + C$ .

**Câu 7.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $SA \perp (ABC)$ , tam giác  $ABC$  vuông tại  $B$ , kết luận nào sau đây **sai**?

A.  $(SAC) \perp (ABC)$ .

B.  $(SAB) \perp (ABC)$ .

C.  $(SAB) \perp (SBC)$ .

D.  $(SAC) \perp (SBC)$ .

**Câu 8.** Cho hàm số  $f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

$x$	$-\infty$	$-2$	$2$	$+\infty$			
$f'(x)$		$-$	$0$	$+$	$0$	$-$	
$f(x)$	$+\infty$		$-1$		$3$		$-\infty$

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

A. 3.

B. -2.

C. -1.

D. 2.

**Câu 9:** Cho hai biến cố  $A, B$  thỏa mãn  $P(\bar{B}) = 0,2; P(A|B) = 0,5; P(A|\bar{B}) = 0,3$ . Khi đó,  $P(A)$  bằng

A. 0,34.

B. 0,31.

C. 0,46.

D. 0,15.

**Câu 10.** Tìm tập nghiệm  $S$  của phương trình  $\log_2(x+4) = 4$

A.  $S = \{4\}$ .

B.  $S = \{-4; 12\}$ .

C.  $S = \{12\}$ .

D.  $S = \{4; 8\}$ .

**Câu 11.** Trong không gian  $Oxyz$ , phương trình của đường thẳng đi qua  $A(-1; -1; 1)$  và có một vector chỉ phương  $\vec{u} = (1; 2; 3)$  là:

A.  $\frac{x+1}{-1} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z+3}{1}$ .

B.  $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+1}{3}$ .

C.  $\frac{x-1}{-1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-3}{1}$ .

D.  $\frac{x+1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-1}{3}$ .

**Câu 12.** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $d: \begin{cases} x = -1 + t \\ y = 1 + 3t \\ z = -3 - t \end{cases}$ . Điểm nào dưới đây thuộc  $d$ ?

A.  $M(1; -1; 3)$ .

B.  $N(0; -2; -2)$ .

C.  $Q(0; 4; -4)$ .

D.  $P(0; -4; 4)$ .

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

**Câu 1.** Một đoàn tàu đứng yên trong sân ga, ngay trước đầu tàu có một cái cây. Đoàn tàu khởi hành từ trạng thái đứng yên với gia tốc  $a = 0,004t \text{ m/s}^2$  và đi qua cái cây trong thời gian 60 giây. Sau 90 giây đoàn tàu chuyển sang trạng thái chuyển động đều. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:



- a) Vận tốc của đoàn tàu là  $v = 4.10^{-3}t^2 \text{ m/s}$ .
- b) Sau 90 giây, đoàn tàu chuyển động với vận tốc  $58,32 \text{ km/h}$ .
- c) Sau khi chuyển động đều một thời gian, đoàn tàu gặp một cây cầu có chiều dài  $486 \text{ m}$ . Khi đó đoàn tàu đi qua cây cầu đó trong thời gian 30 giây.
- d) Chiều dài của đoàn tàu là  $l = 144 \text{ m}$ .

**Câu 2.** Di tích Thành Nhà Hồ nằm trên địa phận huyện Vĩnh Lộc, tỉnh Thanh Hóa đã được UNESCO công nhận là di sản văn hóa thế giới vào ngày 27/6/2011. Thành có bốn cổng xây bằng đá ở bốn phía Đông - Tây - Nam - Bắc (Tiền - Hậu - Tả - Hữu), trong đó cổng phía Nam gồm 3 cửa (như hình bên dưới), mỗi phía còn lại chỉ có một cửa, các cửa thành được xây kiểu vòm cuốn.



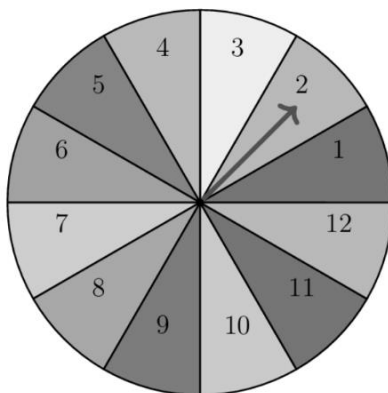
Trong một buổi trải nghiệm thực tế, một nhóm học sinh thực hiện đo đạc chính giữa cổng phía Nam để tính diện tích phần gỗ của cửa giữa và thu được các kết quả sau: Bề rộng của cửa dưới mặt đất là  $5,82\text{m}$ , hai bên mép cửa (coi như vuông góc với mặt đất) có độ cao  $2,25\text{m}$ . Vòm cửa có dạng đồ thị của một parabol có đỉnh nằm ở trên đỉnh vòm. Chiều cao từ mặt đất đến đỉnh trên của thành là  $9,5\text{m}$ , khoảng cách từ đỉnh vòm đến mặt trên của thành là  $3,75\text{m}$ . Nhóm học sinh chọn hệ trục tọa độ  $Oxy$  sao cho gốc tọa độ  $O$  nằm ở điểm chính giữa đoạn thẳng nối hai chân cửa, trục  $Ox$  đi qua hai chân cửa, tia  $Oy$  hướng lên trên và đi qua đỉnh vòm, đơn vị trên mỗi trục tọa độ là 1 mét.

- a) Chiều cao từ mặt đất đến đỉnh cửa là  $5,75\text{m}$ .
- b) Với hệ trục tọa độ  $Oxy$  đã chọn, tọa độ đỉnh của parabol là điểm  $I(0; 3,75)$ .

c) Với hệ trục tọa độ  $Oxy$  đã chọn, vòm cửa là một phần của đồ thị hàm số  $y = -\frac{7}{5,82}x^2 + 5,75$ .

d) Trước đây, ở mỗi cửa có cánh cửa bằng gỗ, khi khép lại thì cửa được đóng kín. Diện tích phần gỗ của cửa chính giữa là  $26,68m^2$  (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm với đơn vị  $m^2$ ).

**Câu 3:** Một vòng quay được chia thành 12 phần bằng nhau và được đánh số từ 1 đến 12 như hình vẽ bên dưới:



Xét phép thử An và Bình lần lượt quay vòng quay trên. Gọi  $A$  là biến cố "An quay được số chia hết cho 3";  $B$  là biến cố "An quay được số chia hết cho 5";  $C$  là biến cố "Bình quay được số chẵn". Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

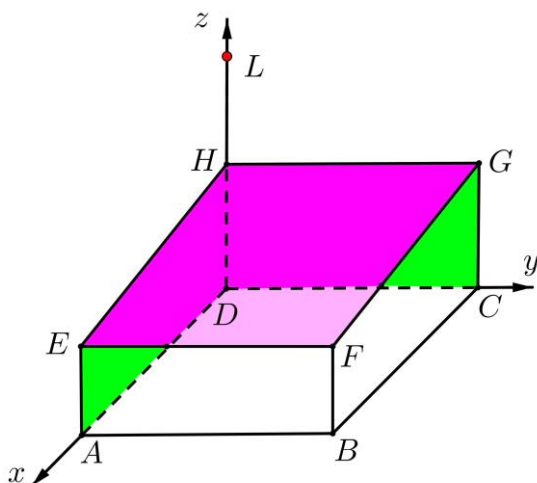
a) Không gian mẫu của phép thử có số kết quả là 24.

b) Số kết quả thuận lợi cho biến cố  $A, B, C$  lần lượt là 48, 24, 72.

c) Xác suất để Bình quay được số chẵn, biết An quay được số chia hết cho 3 là  $\frac{1}{6}$ .

d) Xác suất để An quay được số chia hết cho 5, biết Bình quay được số lẻ là  $\frac{1}{6}$ .

**Câu 4.** Một đơn vị thiết kế theo đơn đặt hàng làm một nhà vườn ngoài trời để trồng rau. Người thiết kế đã vẽ mô hình nhà vườn trong hệ trục tọa độ  $Dxyz$  như hình vẽ, với các cột nhà là các đoạn thẳng  $AE, BF, CG$  và  $DH$ ; phần mái là tứ giác  $EFGH$  và hình vuông  $ABCD$  nằm trên mặt đất. Biết độ dài các đoạn thẳng  $AB = 20m, DH = 4m, AE = 3m$  (mét được ký hiệu là  $m$ ).



a) Tọa độ điểm  $B(20;20;0)$  và  $H(0;0;4)$ .

b) Đường thẳng  $EH$  có phương trình tham số là 
$$\begin{cases} x = 20t \\ y = 0 \\ z = 4 + t \end{cases}, (t \in \mathbb{R}).$$

c) Mái nhà hợp với mặt đất một góc khoảng  $2,86^\circ$ .

d) Khách hàng đặt một camera ở vị trí  $L$  trên cột  $DH$  và cách mặt đất  $8m$ . Một vật ở vị trí  $M(a;b;c)$  thỏa mãn  $MA = MB = MC = MD = 2\sqrt{66}m$  thì cách camera  $10\sqrt{2}m$ .

### PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

**Câu 1.** Một chiếc bàn gấp gọn đã được thiết lập hệ tọa độ  $Oxyz$ . Điểm  $A$  là chân bàn tiếp xúc với mặt đất thuộc đường thẳng  $a: \frac{x+3}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+2}{4}$  và  $a$  cắt mặt bàn  $(P): x + y - 2z + 6 = 0$  tại điểm  $F$ .

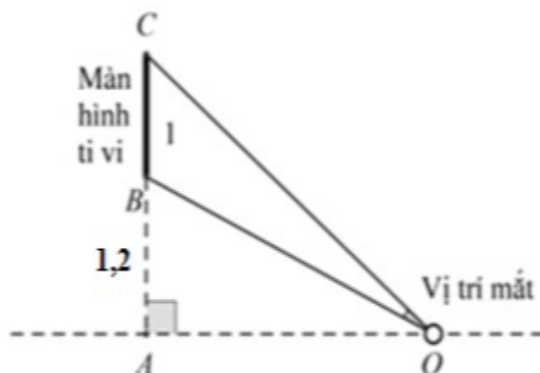
Độ dài chân bàn  $FA = 40\sqrt{3}cm$ , khi đó độ cao của mặt bàn tính từ mặt đất là bao nhiêu?

**Câu 2.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình bình hành, mặt bên  $SAB$  là tam giác có các cạnh  $AB = 5, SA = 7, SB = 8$ . Tính góc giữa hai vectơ  $\overrightarrow{CD}$  và  $\overrightarrow{SB}$  (đơn vị: độ)

**Câu 3.** Một nhà hàng bán buffet hải sản. Khi nhà hàng bán với giá 300 ngàn đồng một suất thì mỗi ngày nhà hàng bán được 100 suất. Nhà hàng dự định có đợt giảm giá bán để kích cầu trong dịp cuối năm. Theo khảo sát từ thị trường thì mỗi lần giảm giá 10 ngàn đồng một suất thì nhà hàng bán thêm được 10 suất. Hỏi nhà hàng cần bán với giá mới là bao nhiêu ngàn đồng một suất để doanh thu trong một ngày là lớn nhất?

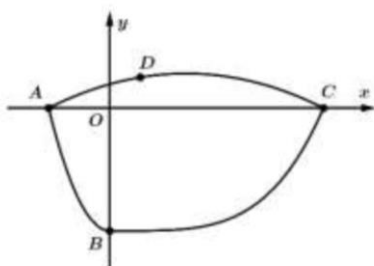
**Câu 4.** Một nhóm sinh viên y khoa thực hiện khảo sát **những bệnh nhân bị tai nạn xe máy** về mối liên hệ giữa việc đội mũ bảo hiểm và khả năng bị chấn thương vùng đầu cho thấy: Tỷ lệ bệnh nhân bị chấn thương vùng đầu là 60%; tỷ lệ bệnh nhân đội mũ bảo hiểm đúng cách là 40%; tỷ lệ bệnh nhân đội mũ bảo hiểm đúng cách và bị chấn thương vùng đầu là 10%. Hỏi theo kết quả khảo sát trên, việc đội mũ bảo hiểm đúng cách sẽ làm giảm khả năng bị chấn thương vùng đầu bao nhiêu lần?

**Câu 5.** Trong lớp học, màn hình tivi hình chữ nhật có chiều cao  $1m$  được đặt ở độ cao  $1,2m$  so với tầm mắt của học sinh. Để nhìn rõ nhất phải xác định vị trí ngồi sao cho góc nhìn lớn nhất ( $BOC$  là góc nhìn).



Nếu xét những học sinh ngồi nhìn thẳng màn hình thì học sinh ngồi bàn thứ mấy nhìn được rõ nhất? Biết bàn đầu tiên cách tivi  $1,2m$  và mỗi bàn kế tiếp nhau cách nhau  $0,4m$ .

**Câu 6.** Một công ty thiết kế trồng kính sao cho mỗi phần đường viền của trồng kính là một phần đồ thị của hàm số bậc hai hoặc một phần đồ thị của hàm số bậc bốn rồi ghép chúng lại với nhau như hình vẽ bên dưới (sau đó họ sẽ điều chỉnh theo tỷ lệ phù hợp). Xét hệ trục tọa độ  $Oxy$  như hình vẽ bên dưới, biết rằng  $A(-2;0)$ ,  $B(0;-4)$ ,  $C(7;0)$  và  $D(1;k)$  với  $k > 0$ . Cho biết đường cong  $(C_1)$  đi qua các điểm  $A, D, C$  là một phần của đồ thị hàm số bậc hai nào đó, đường cong  $(C_2)$  ứng với đường viền nối  $A$  với  $B$  là một phần của đồ thị hàm số  $y = bx^2 + c$ , còn đường cong  $(C_3)$  ứng với đường viền nối  $B$  với  $C$  là một phần của đồ thị hàm số  $y = mx^4 + n$ . Nếu diện tích của trồng kính đó bằng  $33,44$  (đơn vị diện tích), khi đó giá trị  $k$  bằng bao nhiêu? (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).



Hết

## HƯỚNG DẪN GIẢI

**PHẦN I: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

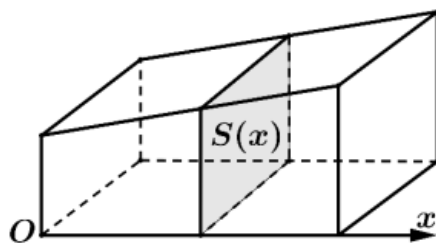
**Câu 1.** Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số  $y = \frac{3x+2}{x-2}$  là đường thẳng có phương trình

- A.  $x = -1$ .                      B.  $x = -2$ .                      C.  $x = 2$ .                      D.  $x = 3$ .

**Lời giải**

Ta có  $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{3x+2}{x-2} = +\infty$ ;  $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{3x+2}{x-2} = -\infty$ . Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng là  $x = 2$ .

**Câu 2:** Khi cắt vật thể bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ là  $x (0 \leq x \leq 3)$  ta được mặt cắt là một hình vuông có cạnh là  $\sqrt{9-x^2}$  (được mô hình hóa bởi hình vẽ bên dưới). Thể tích của vật thể đó bằng



- A.  $171\pi$ .                      B.  $18\pi$ .                      C. 18.                      D. 171

**Lời giải**

Diện tích hình vuông có cạnh là  $\sqrt{9-x^2}$  là  $S = 9 - x^2$

Thể tích của vật thể đó bằng  $\int_0^3 (9 - x^2) dx = \left( 9x - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_0^3 = 18$ .

**Câu 3.** Tập nghiệm của bất phương trình  $2^{3x-7} < 4$  là

- A.  $(-\infty; 1)$ .                      B.  $(3; +\infty)$ .                      C.  $(0; +\infty)$ .                      D.  $(-\infty; 3)$ .

**Lời giải**

Theo bài ra:  $2^{3x-7} < 4 \Leftrightarrow 3x-7 < 2 \Leftrightarrow 3x < 9 \Leftrightarrow x < 3$ .

**Câu 4.** Tính tổng  $S$  cấp số nhân lùi vô hạn có số hạng đầu  $u_1 = 1$  và công bội  $q = -\frac{1}{2}$ .

- A.  $S = \frac{2}{3}$ .                      B.  $S = 2$ .                      C.  $S = \frac{3}{2}$ .                      D.  $S = 1$ .

**Lời giải**

$$\text{Tổng cấp số nhân lùi vô hạn } S = \frac{u_1}{1-q} = \frac{1}{1+\frac{1}{2}} = \frac{2}{3}.$$

**Câu 5.** Điểm kiểm tra 15 phút của lớp 12A được cho bởi bảng sau:

Điểm	[3;4)	[4;5)	[5;6)	[6;7)	[7;8)	[8;9)	[9;10)
Số học sinh	3	8	7	12	7	1	1

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

A. 6.

B. 1.

C. 5.

D. 7.

**Lời giải**

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là  $10 - 3 = 7$ .

**Câu 6.** Nguyên hàm của hàm số  $f(x) = x^2 + 1$  là:

A.  $x^3 + x + C$ .

B.  $3x^3 + x + C$ .

C.  $x^3 + C$ .

D.  $\frac{1}{3}x^3 + x + C$ .

**Lời giải**

Nguyên hàm của hàm số  $f(x) = x^2 + 1$  là:  $\int (x^2 + 1) dx = \frac{1}{3}x^3 + x + C$ .

**Câu 7.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $SA \perp (ABC)$ , tam giác  $ABC$  vuông tại  $B$ , kết luận nào sau đây **sai**?

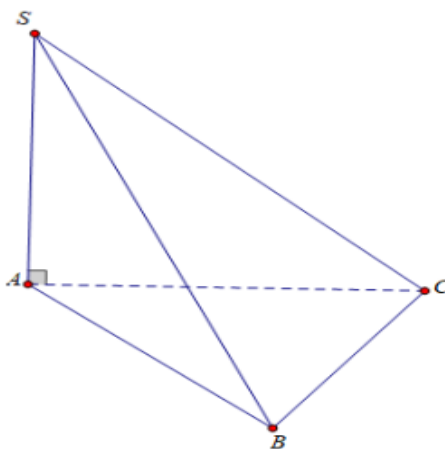
A.  $(SAC) \perp (ABC)$ .

B.  $(SAB) \perp (ABC)$ .

C.  $(SAB) \perp (SBC)$ .

D.  $(SAC) \perp (SBC)$ .

**Lời giải**





Vì  $SA \perp (ABC)$  mà  $SA \subset (SAC) \Rightarrow (SAC) \perp (ABC) \Rightarrow$  loại đáp án A.

Vì  $SA \perp (ABC)$  mà  $SA \subset (SAB) \Rightarrow (SAB) \perp (ABC) \Rightarrow$  loại đáp án B.

Vì  $\begin{cases} SA \perp BC, \text{ do } SA \perp (ABC) \\ AB \perp BC \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \text{ mà } BC \subset (SBC) \Rightarrow (SBC) \perp (SAB) \Rightarrow$  loại đáp án C.

**Câu 8.** Cho hàm số  $f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

$x$	$-\infty$	$-2$		$2$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	$0$	$+$	$0$	$-$
$f(x)$	$+\infty$		$-1$		$3$	$-\infty$

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

A. 3.

B. -2.

C. -1.

D. 2.

**Lời giải.**

Từ BBT  $\Rightarrow$  Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng 3

**Câu 9:** Cho hai biến cố  $A, B$  thỏa mãn  $P(\bar{B}) = 0,2; P(A|B) = 0,5; P(A|\bar{B}) = 0,3$ . Khi đó,  $P(A)$  bằng

A. 0,34.

B. 0,31.

C. 0,46.

D. 0,15.

**Lời giải**

Áp dụng công thức xác suất toàn phần:

$$P(A) = P(A|B).P(B) + P(A|\bar{B}).P(\bar{B})$$

$$P(A) = 0,5.(1-0,2) + 0,3.0,2 = 0,46.$$

**Câu 10.** Tìm tập nghiệm  $S$  của phương trình  $\log_2(x+4) = 4$

A.  $S = \{4\}$ .

B.  $S = \{-4; 12\}$ .

C.  $S = \{12\}$ .

D.  $S = \{4; 8\}$ .

**Lời giải**

$$\text{Ta có } \log_2(x+4) = 4 \Leftrightarrow x+4 = 2^4 \Leftrightarrow x = 12.$$

**Câu 11.** Trong không gian Oxyz, phương trình của đường thẳng đi qua  $A(-1; -1; 1)$  và có một vectơ chỉ phương  $\vec{u} = (1; 2; 3)$  là:

*Tăng tốc về đích – Vững bước tương lai*

A.  $\frac{x+1}{-1} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z+3}{1}$ .

B.  $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+1}{3}$ .

C.  $\frac{x-1}{-1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-3}{1}$ .

D.  $\frac{x+1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-1}{3}$ .

**Lời giải**

Phương trình của đường thẳng đi qua  $A(-1; -1; 1)$  và có một vectơ chỉ phương  $\vec{u} = (1; 2; 3)$

là:  $\frac{x+1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-1}{3}$

**Câu 12.** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $d: \begin{cases} x = -1 + t \\ y = 1 + 3t \\ z = -3 - t \end{cases}$ . Điểm nào dưới đây

thuộc  $d$ ?

A.  $M(1; -1; 3)$ .

B.  $N(0; -2; -2)$ .

C.  $Q(0; 4; -4)$ .

D.  $P(0; -4; 4)$ .

**Lời giải**

Thay tọa độ các điểm vào, ta thấy  $Q \in d$ .

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

**Câu 1.** Một đoàn tàu đứng yên trong sân ga, ngay trước đầu tàu có một cái cây. Đoàn tàu khởi hành từ trạng thái đứng yên với gia tốc  $a = 0,004t \text{ m/s}^2$  và đi qua cái cây trong thời gian 60 giây. Sau 90 giây đoàn tàu chuyển sang trạng thái chuyển động đều. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:



a) Vận tốc của đoàn tàu là  $v = 4.10^{-3}t^2 \text{ m/s}$ .

b) Sau 90 giây, đoàn tàu chuyển động với vận tốc  $58,32 \text{ km/h}$ .

c) Sau khi chuyển động đều một thời gian, đoàn tàu gặp một cây cầu có chiều dài  $486 \text{ m}$ . Khi đó đoàn tàu đi qua cây cầu đó trong thời gian 30 giây.

d) Chiều dài của đoàn tàu là  $l = 144 \text{ m}$ .

**Lời giải**

a) Sai.

Tăng tốc về đích – Vừa bước tương lai

$$\text{Vận tốc của tàu là } v \text{ } t = \int 0,004t \, dt = 2.10^{-3}t^2 + C.$$

Vì đoàn tàu khởi hành từ trạng thái đứng yên nên

$$v \text{ } 0 = 0 \Rightarrow C = 0 \Rightarrow v \text{ } t = 2.10^{-3}t^2 \text{ } m/s$$

b) **Đúng.**

Sau 90 giây, đoàn tàu chuyển động với vận tốc là:

$$v \text{ } 90 = 2.10^{-3}.90^2 = 16,2 \text{ } m/s = 58,32 \text{ } km/h.$$

c) **Sai.**

$$\text{Chiều dài của con tàu là } l = \int_0^{60} 2.10^{-3}t^2 \, dt = 144 \text{ } m$$

$$\text{Tổng độ dài quãng đường con tàu đi qua cầu là } h = 144 + 486 = 630 \text{ } m.$$

$$\text{Thời gian để tàu qua cầu là } t = \frac{630}{16,2} = 38,8 \text{ } s$$

d) **Đúng.**

Dựa vào câu c.

**Câu 2.** Di tích Thành Nhà Hồ nằm trên địa phận huyện Vĩnh Lộc, tỉnh Thanh Hóa đã được UNESCO công nhận là di sản văn hóa thế giới vào ngày 27/6/2011. Thành có bốn cổng xây bằng đá ở bốn phía Đông - Tây - Nam - Bắc (Tiền - Hậu - Tả - Hữu), trong đó cổng phía Nam gồm 3 cửa (như hình bên dưới), mỗi phía còn lại chỉ có một cửa, các cửa thành được xây kiểu vòm cuốn.



Trong một buổi trải nghiệm thực tế, một nhóm học sinh thực hiện đo đạc chính giữa cổng phía Nam để tính diện tích phần gỗ của cửa giữa và thu được các kết quả sau: Bề rộng của cửa dưới mặt đất là  $5,82m$ , hai bên mép cửa (coi như vuông góc với mặt đất) có độ cao  $2,25m$ . Vòm cửa có dạng đồ thị của một parabol có đỉnh nằm ở trên đỉnh vòm. Chiều cao từ mặt đất đến đỉnh trên của thành là  $9,5m$ , khoảng cách từ đỉnh vòm đến mặt trên của thành là  $3,75m$ . Nhóm học sinh chọn hệ trục tọa độ  $Oxy$  sao cho gốc tọa độ  $O$  nằm ở điểm chính giữa đoạn thẳng nối hai chân cửa, trục  $Ox$  đi qua hai chân cửa, tia  $Oy$  hướng lên trên và đi qua đỉnh vòm, đơn vị trên mỗi trục tọa độ là 1 mét.

a) Chiều cao từ mặt đất đến đỉnh cửa là  $5,75m$ .

b) Với hệ trục tọa độ  $Oxy$  đã chọn, tọa độ đỉnh của parabol là điểm  $I(0; 3,75)$ .

c) Với hệ trục tọa độ  $Oxy$  đã chọn, vòm cửa là một phần của đồ thị hàm số  $y = -\frac{7}{5,82}x^2 + 5,75$ .

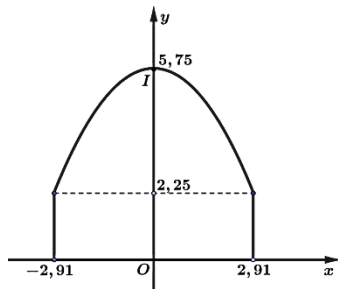
d) Trước đây, ở mỗi cửa có cánh cửa bằng gỗ, khi khép lại thì cửa được đóng kín. Diện tích phần gỗ của cửa chính giữa là  $26,68m^2$  (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm với đơn vị  $m^2$ ).

### Lời giải

a) Đúng

Chiều cao từ mặt đất đến đỉnh cửa bằng  $9,5 - 3,75 = 5,75m$

b) Sai



Với hệ trục tọa độ  $Oxy$  đã chọn thì tọa độ đỉnh của parabol là  $I(0; 5,75)$

c) Sai

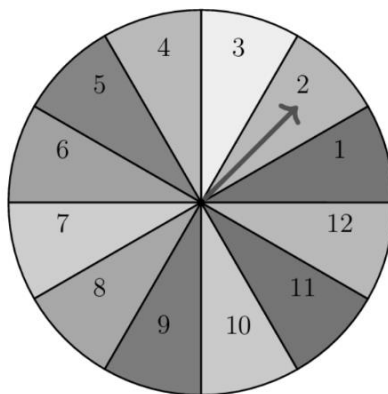
Xét parabol  $(P): y = ax^2 + 5,75$

Vì  $M(2,91; 2,25) \in (P) \Rightarrow a = -\frac{7}{16,9362} \Rightarrow (P): y = -\frac{7}{16,9362}x^2 + 5,75$ .

d) Đúng

Diện tích phần gỗ của cửa chính giữa là  $S = \int_{-2,91}^{2,91} (-\frac{7}{16,9362}x^2 + 5,75)dx \approx 26,68m^2$

**Câu 3:** Một vòng quay được chia thành 12 phần bằng nhau và được đánh số từ 1 đến 12 như hình vẽ bên dưới:



Xét phép thử An và Bình lần lượt quay vòng quay trên. Gọi  $A$  là biến cố "An quay được số chia hết cho 3";  $B$  là biến cố "An quay được số chia hết cho 5";  $C$  là biến cố "Bình quay được số chẵn". Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) Không gian mẫu của phép thử có số kết quả là 24.
- b)** Số kết quả thuận lợi cho biến cố  $A, B, C$  lần lượt là 48, 24, 72.
- c) Xác suất để Bình quay được số chẵn, biết An quay được số chia hết cho 3 là  $\frac{1}{6}$ .
- d) Xác suất để An quay được số chia hết cho 5, biết Bình quay được số lẻ là  $\frac{1}{6}$ .

**Lời giải**

a) **Sai.**

Số phần tử của không gian mẫu là:  $12 \cdot 12 = 144$ .

b) **Đúng.**

- Số An quay được chia hết cho 3 nên có 4 cách chọn, còn Bình có 12 cách chọn. Do đó số kết quả thuận lợi cho biến cố  $A$  là:  $4 \cdot 12 = 48$ .

- Số An quay được chia hết cho 5 nên có 2 cách chọn, còn Bình có 12 cách chọn. Do đó số kết quả thuận lợi cho biến cố  $B$  là:  $2 \cdot 12 = 24$ .

- Số Bình quay được là chẵn nên có 6 cách chọn, còn An có 12 cách chọn. Do đó số kết quả thuận lợi cho biến cố  $C$  là:  $6 \cdot 12 = 72$ .

c) **Sai**

Gọi  $A$  là biến cố "An quay được số chia hết cho 3"

Gọi  $B$  là biến cố "Bình quay được số chẵn"

Xác suất để Bình quay được số chẵn, biết An quay được số chia hết cho 3 là  $P(B|A)$

Do An và Bình quay là độc lập ở hai lần quay khác nhau nên  $P(B|A) = P(B)$

$$B = \{2, 4, 6, 8, 10, 12\} \Rightarrow P(B) = \frac{1}{2}$$

d) **Sai**

Gọi  $X$  là biến cố "An quay được số chia hết cho 5"

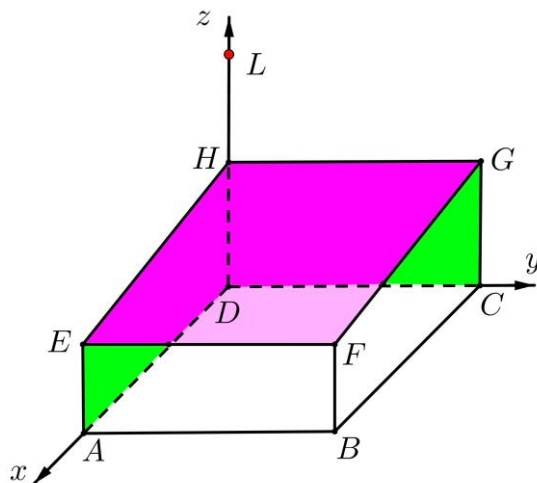
Gọi  $\bar{B}$  là biến cố "Bình quay được số lẻ"

Xác suất để An quay được số chia hết cho 5, biết Bình quay được số lẻ là  $P(X|\bar{B})$

Do An và Bình quay là độc lập ở hai lần quay khác nhau nên  $P(X|\bar{B}) = P(X)$

$$X = \{5, 10\} \Rightarrow P(X) = \frac{n(X)}{n(\Omega)} = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$$

**Câu 4.** Một đơn vị thiết kế theo đơn đặt hàng làm một nhà vườn ngoài trời để trồng rau. Người thiết kế đã vẽ mô hình nhà vườn trong hệ trục tọa độ  $Dxyz$  như hình vẽ, với các cột nhà là các đoạn thẳng  $AE, BF, CG$  và  $DH$ ; phần mái là tứ giác  $EFGH$  và hình vuông  $ABCD$  nằm trên mặt đất. Biết độ dài các đoạn thẳng  $AB = 20m$ ,  $DH = 4m$ ,  $AE = 3m$  ( mét được ký hiệu là  $m$  ).



a) Tọa độ điểm  $B(20;20;0)$  và  $H(0;0;4)$ .

b) Đường thẳng  $EH$  có phương trình tham số là 
$$\begin{cases} x = 20t \\ y = 0 \\ z = 4 + t \end{cases}, (t \in \mathbb{R}).$$

c) Mái nhà hợp với mặt đất một góc khoảng  $2,86^\circ$ .

d) Khách hàng đặt một camera ở vị trí  $L$  trên cột  $DH$  và cách mặt đất  $8m$ . Một vật ở vị trí  $M(a;b;c)$  thỏa mãn  $MA = MB = MC = MD = 2\sqrt{66}m$  thì cách camera  $10\sqrt{2}m$ .

### Lời giải

a) Đúng.

b) Sai.

Vì  $E(20;0;3)$  và  $\overrightarrow{HE}(20;0;-1)$  là vectơ chỉ phương của đường thẳng  $EH$ .

c) Đúng.

Ta có :  $F(20;20;3)$ .

$$\overrightarrow{EF}(0;20;0)$$

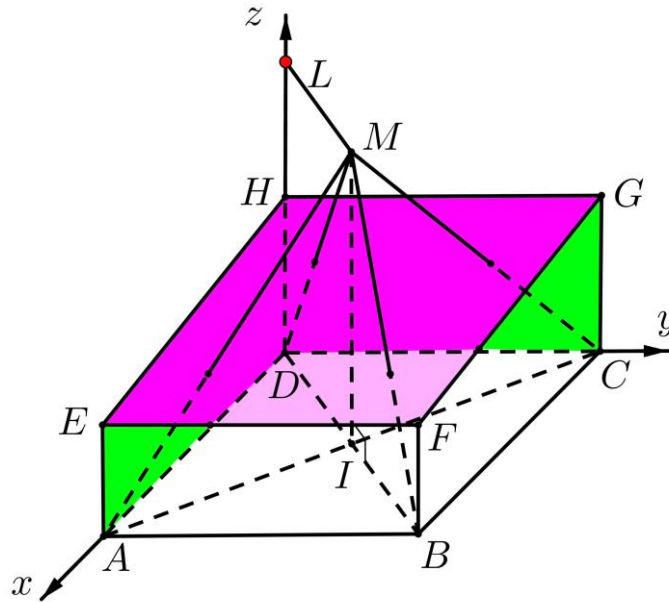
$$[\overrightarrow{EF}; \overrightarrow{HE}] = (-20; 0; -400) \text{ là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng } (EFGH).$$

$$(ABCD) \text{ có vectơ pháp tuyến là } \vec{k}(0;0;1).$$

$$\cos((ABCD); (EFGH)) = \frac{|400|}{\sqrt{20^2 + 400^2}} = \frac{400}{20\sqrt{401}} = \frac{20}{\sqrt{401}}.$$

Vậy mái nhà hợp với mặt đất một góc khoảng  $2,86^\circ$ .

d) Đúng.



Gọi  $I$  là tâm hình vuông  $ABCD$  và  $MA = MB = MC = MD = 2\sqrt{66}m$ .

Suy ra  $M.ABCD$  là hình chóp đều nên  $MI \perp (ABCD)$ .

Ta có  $DB = 20\sqrt{2}(m) \Rightarrow ID = 10\sqrt{2}(m)$ .

Xét tam giác  $MID$  vuông tại  $I$ :  $MI = \sqrt{MD^2 - ID^2} = \sqrt{(2\sqrt{66})^2 - (10\sqrt{2})^2} = 8(m)$ .

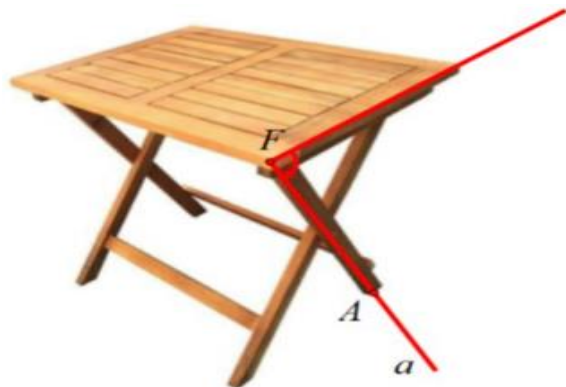
Vì  $MI \parallel DL, MI = DL = 8m$

Do đó  $DIML$  là hình bình hành nên  $ML = ID = 10\sqrt{2}m$ .

**PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Tăng tốc về đích – Vừa bước tương lai

**Câu 7.** Một chiếc bàn gấp gọn đã được thiết lập hệ tọa độ  $Oxyz$ . Điểm  $A$  là chân bàn tiếp xúc với mặt đất thuộc đường thẳng  $a: \frac{x+3}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+2}{4}$  và  $a$  cắt mặt bàn  $(P): x+y-2z+6=0$  tại điểm  $F$ . Độ dài chân bàn  $FA = 40\sqrt{3} \text{ cm}$ , khi đó độ cao của mặt bàn tính từ mặt đất là bao nhiêu?



**Lời giải**

**Đáp số: 40.**

Phương trình tham số của đường thẳng  $a: \begin{cases} x = -3 + t \\ y = 1 + t \\ z = -2 + 4t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$ . Ta có  $a \cap (P) = F$ .

Xét phương trình  $-3 + t + 1 + t - 2(-2 + 4t) + 6 = 0$ .

Giải phương trình ta được nghiệm  $t = \frac{4}{3}$ . Suy ra  $F\left(-\frac{5}{3}, \frac{7}{3}, \frac{10}{3}\right)$ .

Ta có  $A(-3+u, 1+u, -2+4u) \in a$  và  $FA = 40\sqrt{3}$ . Suy ra

$$\sqrt{\left(-3+u+\frac{5}{3}\right)^2 + \left(1+u-\frac{7}{3}\right)^2 + \left(-2+4u-\frac{10}{3}\right)^2} = 40\sqrt{3} \Leftrightarrow \begin{cases} u = \frac{4-20\sqrt{6}}{3} \\ u = \frac{4+20\sqrt{6}}{3} \end{cases}.$$

Trường hợp 1:  $u = \frac{4+20\sqrt{6}}{3}$ , ta có  $A\left(\frac{-5+20\sqrt{6}}{3}, \frac{7+20\sqrt{6}}{3}, \frac{10+80\sqrt{6}}{3}\right)$ . Khi đó độ cao của mặt

$$\text{bàn tính từ mặt đất là } d(A, (P)) = \frac{\left| \frac{-5+20\sqrt{6}}{3} + \frac{7+20\sqrt{6}}{3} - 2\frac{10+80\sqrt{6}}{3} + 6 \right|}{\sqrt{1+1+(-2)^2}} = 40(\text{cm}).$$



Trường hợp 2:  $u = \frac{4-20\sqrt{6}}{3}$ , ta có  $A\left(\frac{-5+20\sqrt{6}}{3}, \frac{7+20\sqrt{6}}{3}, \frac{10+80\sqrt{6}}{3}\right)$ . Khi đó độ cao của mặt bàn tính từ mặt đất là  $d(A, (P)) = \frac{\left|\frac{-5-20\sqrt{6}}{3} + \frac{7-20\sqrt{6}}{3} - 2\frac{10-80\sqrt{6}}{3} + 6\right|}{\sqrt{1+1+(-2)^2}} = 40(cm)$ .

**Câu 2.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình bình hành, mặt bên  $SAB$  là tam giác có các cạnh  $AB = 5, SA = 7, SB = 8$ . Tính góc giữa hai vectơ  $\overrightarrow{CD}$  và  $\overrightarrow{SB}$  (đơn vị: độ)

**Lời giải**

**Đáp số: 120**

Vì  $ABCD$  là hình bình hành nên  $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{BA}$

Khi đó  $(\overrightarrow{CD}; \overrightarrow{SB}) = (\overrightarrow{BA}; \overrightarrow{SB}) = 180^\circ - \angle ABS$

$$\text{Ta có } \cos \angle ABS = \frac{AB^2 + BS^2 - AS^2}{2 \cdot AB \cdot BS} = \frac{5^2 + 8^2 - 7^2}{2 \cdot 5 \cdot 8} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \angle ABS = 60^\circ \Rightarrow (\overrightarrow{CD}, \overrightarrow{SB}) = 120^\circ.$$

**Câu 3.** Một nhà hàng bán buffet hải sản. Khi nhà hàng bán với giá 300 ngàn đồng một suất thì mỗi ngày nhà hàng bán được 100 suất. Nhà hàng dự định có đợt giảm giá bán để kích cầu trong dịp cuối năm. Theo khảo sát từ thị trường thì mỗi lần giảm giá 10 ngàn đồng một suất thì nhà hàng bán thêm được 10 suất. Hỏi nhà hàng cần bán với giá mới là bao nhiêu ngàn đồng một suất để doanh thu trong một ngày là lớn nhất?

**Lời giải**

**Đáp số: 200.**

Gọi số tiền giảm giá một suất là  $10x$  (ngàn đồng),  $0 \leq x < 30$ .

Khi đó, số suất bán thêm được là  $10x$  (suất)

Sau khi giảm giá thì:

+ Giá bán mới là:  $(300 - 10x)$  (ngàn đồng/1 suất)

+ Số suất bán được là:  $100 + 10x$  (suất)

+ Doanh thu trong một ngày là:  $f(x) = (300 - 10x) \cdot (100 + 10x) = -100x^2 + 2000x + 30000$  (ngàn đồng),  $0 \leq x < 30$ .

$$f'(x) = -200x + 2000$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 10$$

Bảng biến thiên:

*Tăng tốc về đích – Vững bước tương lai*

$x$	0	10	30
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$	30000	40000	0

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy cần bán với giá mới là:  $300 - 10 \cdot 10 = 200$  (ngàn đồng/1 suất) thì doanh thu trong một ngày là lớn nhất.

**Câu 4.** Một nhóm sinh viên y khoa thực hiện khảo sát **những bệnh nhân bị tai nạn xe máy** về mối liên hệ giữa việc đội mũ bảo hiểm và khả năng bị chấn thương vùng đầu cho thấy: Tỷ lệ bệnh nhân bị chấn thương vùng đầu là 60%; tỷ lệ bệnh nhân đội mũ bảo hiểm đúng cách là 40%; tỷ lệ bệnh nhân đội mũ bảo hiểm đúng cách và bị chấn thương vùng đầu là 10%. Hỏi theo kết quả khảo sát trên, việc đội mũ bảo hiểm đúng cách sẽ làm giảm khả năng bị chấn thương vùng đầu bao nhiêu lần?

### Lời giải

Chọn 1 bệnh nhân trong những bệnh nhân bị tai nạn xe máy.

Gọi  $A$  là biến cố: “Bệnh nhân bị chấn thương vùng đầu”,

$B$  là biến cố: “Bệnh nhân đội mũ bảo hiểm đúng cách”.

$AB$  là biến cố: “Bệnh nhân đội mũ bảo hiểm đúng cách và bị chấn thương vùng đầu”.

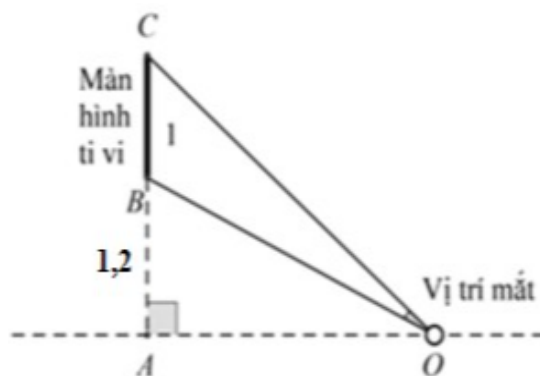
Theo đề bài, ta có  $P(A) = 60\% = 0,6$ ;  $P(B) = 40\% = 0,4$  và  $P(AB) = 10\% = 0,1$ .

Ta cần tính xác suất bệnh nhân bị chấn thương đầu khi đội mũ bảo hiểm đúng cách, tức  $P(A|B)$  và xác suất bệnh nhân không chấn thương đầu khi đội mũ bảo hiểm đúng cách, tức  $P(\bar{A}|B)$ .

$$\text{Ta có: } P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{0,1}{0,4} = 0,25 \Rightarrow P(\bar{A}|B) = \frac{0,3}{0,4} = 0,75.$$

Suy ra việc đội mũ bảo hiểm đúng cách sẽ làm giảm khả năng chấn thương vùng đầu đi  $\frac{0,75}{0,25} = 3$  lần.

**Câu 5.** Trong lớp học, màn hình tivi hình chữ nhật có chiều cao  $1m$  được đặt ở độ cao  $1,2m$  so với tầm mắt của học sinh. Để nhìn rõ nhất phải xác định vị trí ngồi sao cho góc nhìn lớn nhất ( $BOC$  là góc nhìn).



Nếu xét những học sinh ngồi nhìn thẳng màn hình thì học sinh ngồi bàn thứ mấy nhìn được rõ nhất? Biết bàn đầu tiên cách tivi  $1,2m$  và mỗi bàn kế tiếp nhau cách nhau  $0,4m$ .

### Lời giải

**Đáp số: 2.**

Đặt  $OA = x(m), x > 0$

Ta có:  $\tan BOC = \tan(AOC - AOB) = \frac{\tan AOC - \tan AOB}{1 + \tan AOC \tan AOB}$

$$= \frac{\tan AOC - \tan AOB}{1 + \tan AOC \tan AOB} = \frac{\frac{2,2}{x} - \frac{1,2}{x}}{1 + \frac{2,2}{x} \cdot \frac{1,2}{x}} = \frac{x}{x^2 + 2,64}$$

Vì hàm  $\tan x$  đồng biến trên  $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ , do vậy  $BOC$  lớn nhất khi  $\tan BOC$  lớn nhất.

Xét hàm  $f(x) = \frac{x}{x^2 + 2,64}$  trên khoảng  $(0; +\infty)$

$$f'(x) = \frac{-x^2 + 2,64}{(x^2 + 2,64)^2} = 0 \Rightarrow x = \sqrt{2,64}$$

BXD:

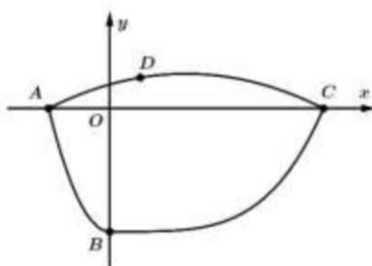
$x$	$0$	$\sqrt{2,64}$	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	$0$	$-$

Suy ra  $BOC$  lớn nhất khi  $x = \sqrt{2,64} = 1,6m$

**Câu 6.** Một công ty thiết kế trồng kính sao cho mỗi phần đường viền của trồng kính là một phần đồ thị của hàm số bậc hai hoặc một phần đồ thị của hàm số bậc bốn rồi ghép chúng lại với nhau như hình vẽ bên dưới (sau đó họ sẽ điều chỉnh theo tỷ lệ phù hợp). Xét hệ trục tọa độ  $Oxy$  như hình vẽ bên

Tăng tốc về đích – Vững bước tương lai

dưới, biết rằng  $A(-2;0)$ ,  $B(0;-4)$ ,  $C(7;0)$  và  $D(1;k)$  với  $k > 0$ . Cho biết đường cong  $(C_1)$  đi qua các điểm  $A, D, C$  là một phần của đồ thị hàm số bậc hai nào đó, đường cong  $(C_2)$  ứng với đường viền nối  $A$  với  $B$  là một phần của đồ thị hàm số  $y = bx^2 + c$ , còn đường cong  $(C_3)$  ứng với đường viền nối  $B$  với  $C$  là một phần của đồ thị hàm số  $y = mx^4 + n$ . Nếu diện tích của tròng kính đó bằng 33,44 (đơn vị diện tích), khi đó giá trị  $k$  bằng bao nhiêu? (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).



### Lời giải

**Đáp số: 0,85**

$$A(-2;0), B(0;-4), C(7;0), D(1;k)$$

$$(C_2): y = bx^2 + c. (C_2) \text{ đi qua } A(-2;0), B(0;-4) \text{ nên ta tìm được } b=1, c=-4. (C_2): y = x^2 - 4$$

$$(C_3): y = mx^4 + n. (C_3) \text{ đi qua } B(0;-4), C(7;0) \text{ nên ta được } n=-4, m=\frac{4}{2401}. (C_3): y = \frac{4}{2401}x^4 - 4$$

$$(C_1): y = ax^2 + dx + e. (C_1) \text{ đi qua } A(-2;0), C(7;0), D(1;k) \text{ nên ta được } \begin{cases} 4a - 2d + e = 0 \\ 49a + 7d + e = 0 \\ a + d + e = k \end{cases} \quad (1)$$

Diện tích của tròng kính:

$$S = -\int_{-2}^0 (x^2 - 4) dx - \int_0^7 \left( \frac{4}{2401}x^4 - 4 \right) dx + \int_{-2}^7 (ax^2 + dx + e) dx = \frac{16}{3} + \frac{112}{5} + 117a + \frac{45}{2}d + 9e$$

$$\text{Theo bài, } S = 33,44, \text{ suy ra: } 117a + \frac{45}{2}d + 9e = 33,44 - \frac{16}{3} - \frac{112}{5} = \frac{428}{75} \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) ta được hệ phương trình } \begin{cases} 4a - 2d + e = 0 \\ 49a + 7d + e = 0 \\ a + d + e = k \\ 117a + \frac{45}{2}d + 9e = \frac{428}{75} \end{cases}$$

$$\text{Giải hệ trên được } k = \frac{1712}{2025} \approx 0,85$$

