



ĐỀ THI THỬ TN THPT NĂM 2025

Môn thi: Toán 12

Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian giao đề)

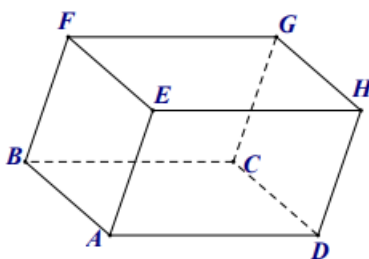
Đề số 03

PHẦN I: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;0;1)$. Tìm tọa độ điểm C thỏa mãn $\overrightarrow{AC} = (3;3;0)$?

- A. $C(4;3;1)$. B. $C(-3;-3;-1)$. C. $C(3;3;0)$. D. $C(2;3;1)$.

Câu 2. Cho hình hộp $ABCD.EFGH$.



Tổng $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AE}$ bằng

- A. \overrightarrow{AF} . B. \overrightarrow{EC} . C. \overrightarrow{GA} . D. \overrightarrow{AG} .

Câu 3: Đường thẳng đi qua điểm $A(1;-2;0)$ và vuông góc với mặt phẳng $x-2y-2z-3=0$ có phương trình chính tắc là:

- A. $\frac{x+1}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z}{-2}$. B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z+2}{-2}$.
C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z}{-2}$. D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z}{2}$.

Câu 4. Cho mẫu số liệu ghép nhóm ở bảng bên dưới

Nhóm	$[10;15)$	$[15;20)$	$[20;25)$	$[25;30)$	$[30;35)$	$[35;40)$
Tần số	15	18	10	10	5	2

Tính số trung bình cộng \bar{x} của mẫu số liệu ghép nhóm đó.

- A. $\bar{x} = \frac{59}{3}$. B. $\bar{x} = \frac{62}{3}$. C. $\bar{x} = \frac{61}{3}$. D. $\bar{x} = 20$.

Câu 5. Nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = e^x + 2\sin x$ thỏa mãn $F(0) = 20$ là:

Tăng tốc về đích – Vững bước tương lai

A. $F(x) = -e^x - 2\cos x + 23$.

B. $F(x) = e^x - 2\cos x + 21$.

C. $F(x) = e^x + 2\cos x + 17$.

D. $F(x) = e^x + 2\sin x + 19$.

Câu 6. Cho cấp số cộng (u_n) thỏa mãn $u_1 + u_5 = 16$, số hạng u_3 của cấp số đó bằng

A. 6.

B. 12.

C. 4.

D. 8.

Câu 7. Nghiệm của phương trình $2^{2-x} = 8$ là:

A. $x = 2$.

B. $x = -2$.

C. $x = -1$.

D. $x = 1$.

Câu 8. Cho số thực $a > 0$. Biểu thức $\log(100a)$ bằng biểu thức nào dưới đây?

A. $100\log a$.

B. $2 + \log a$.

C. $100 + \log a$.

D. $2\log a$.

Câu 9. Các nghiệm của phương trình $\cos 2x = 0$ là

A. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi \ (k \in \mathbb{Z})$.

B. $x = \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{2} \ (k \in \mathbb{Z})$.

C. $x = k\frac{\pi}{2} \ (k \in \mathbb{Z})$.

D. $x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2} \ (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 10. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M và P lần lượt là trung điểm của các cạnh AB và CD . Đặt $\overrightarrow{BA} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{c}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{d}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

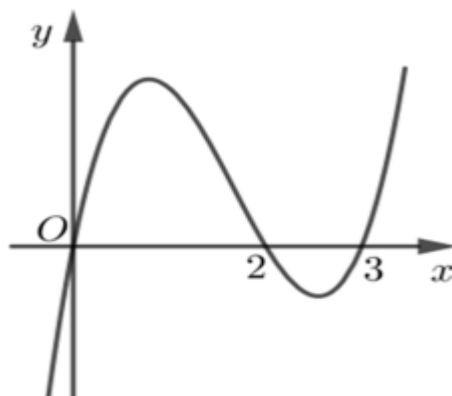
A. $\overrightarrow{MP} = \frac{1}{2}(\vec{c} + \vec{d} + \vec{b})$.

B. $\overrightarrow{MP} = \frac{1}{2}(\vec{d} + \vec{b} - \vec{c})$.

C. $\overrightarrow{MP} = \frac{1}{2}(\vec{c} + \vec{b} - \vec{d})$.

D. $\overrightarrow{MP} = \frac{1}{2}(\vec{c} + \vec{d} - \vec{b})$.

Câu 11. Biết rằng đường cong ở hình sau là đồ thị của một trong các hàm số dưới đây, đó là hàm số nào?



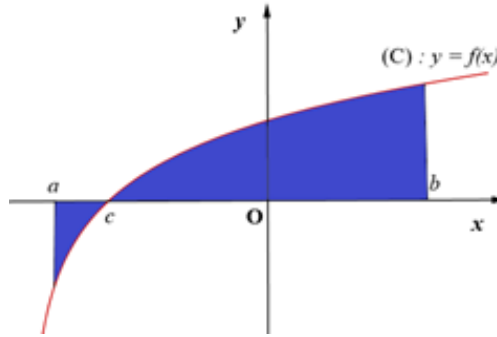
A. $y = x^3 - 2x^2$.

B. $y = x^3 - 5x^2 + 6x$.

C. $y = -x^3 + 2x^2$.

D. $y = -x^3 + 5x^2 - 6x$.

Câu 12: Diện tích của hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b (a < b)$ tính theo công thức nào dưới đây?



A. $S = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx.$

B. $S = \int_a^b f(x)dx.$

C. $S = -\int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx.$

D. $S = \left| \int_a^b f(x)dx \right|.$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-3}{1}$ và mặt phẳng $(\alpha): 2x + y + z = 0$.

a) Mặt phẳng $(\alpha): 2x + y + z = 0$ vuông góc với Δ .

b) Nếu M là giao điểm của Δ và (α) thì điểm M có hoành độ bằng 0.

c) Côsin của góc giữa Δ và (Oyz) bằng $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

d) Đường thẳng $d: \frac{x-3}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-4}{1}$ song song với Δ .

Câu 2. Nhà máy A chuyên sản xuất một loại sản phẩm cho nhà máy B. Hai nhà máy thoả thuận rằng, hằng tháng nhà máy A cung cấp cho nhà máy B số lượng sản phẩm theo đơn đặt hàng của nhà máy B (tối đa 100 tấn sản phẩm). Biết rằng, nếu số lượng đặt hàng là x (tấn) sản phẩm thì giá bán cho mỗi tấn sản phẩm là $P(x) = 45 - 0,001x^2$ (triệu đồng) và chi phí để nhà máy A sản xuất được x (tấn) sản phẩm trong một tháng là $C(x) = 100 + 30x$ (triệu đồng, gồm 100 triệu đồng chi phí cố định và 30 triệu đồng cho mỗi tấn sản phẩm).

a) Lợi nhuận mà nhà máy A thu được khi bán x (tấn) sản phẩm $(0 \leq x \leq 100)$ cho nhà máy B là $H(x) = -0,001x^3 + 15x - 100$.

Tăng tốc về đích – Vững bước tương lai

- b) Chi phí để nhà máy A sản xuất 10 tấn sản phẩm trong một tháng là 400 triệu đồng.
- c) Số tiền nhà máy A thu được khi bán 10 tấn sản phẩm cho nhà máy B là 600 triệu đồng.
- d) Nhà máy A bán cho nhà máy B khoảng 70,7 tấn sản phẩm mỗi tháng thì thu được lợi nhuận lớn nhất.

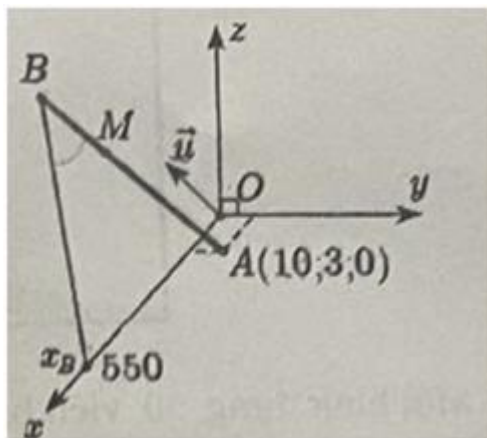
Câu 3. Khi kiểm tra sức khỏe tổng thể của bệnh nhân ở một bệnh viện, người ta được kết quả như sau:

- Có 40% bệnh nhân bị đau dạ dày.
- Có 30% bệnh nhân thường xuyên bị stress.
- Trong số các bệnh nhân thường xuyên bị stress có 80% bệnh nhân bị đau dạ dày.

Chọn ngẫu nhiên 1 bệnh nhân.

- a) Xác suất chọn được bệnh nhân thường xuyên bị stress là 0,3.
- b) Xác suất chọn được bệnh nhân vừa thường xuyên bị stress vừa bị đau dạ dày là 0,24.
- c) Xác suất chọn được bệnh nhân bị đau dạ dày, biết bệnh nhân đó thường xuyên bị stress là 0,8.
- d) Xác suất chọn được bệnh nhân thường xuyên bị stress, biết bệnh nhân đó bị đau dạ dày là 0,4.

Câu 4. Một cabin cáp treo xuất phát từ điểm $A(10;3;0)$ và chuyển động đều theo đường cáp có vector chỉ phương là $\vec{u} = (2; -2; 1)$ với tốc độ là 5 m/s (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét) được mô hình hóa như các hình vẽ sau:



- a) Cabin dừng ở điểm B có hoành độ $x_B = 550$. Khi đó quãng đường AB có độ dài 810 m.
- b) Đường cáp AB tạo với mặt phẳng (Oxy) một góc 22° (làm tròn đến hàng đơn vị của độ).
- c) Phương trình chính tắc của đường cáp là $\frac{x-10}{2} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z}{1}$.

d) Giả sử sau t giây kể từ lúc xuất phát ($t \geq 0$), cabin đến vị trí điểm M . Khi đó tọa độ của điểm M là $\left(\frac{10}{3}t+10; -\frac{10}{3}t+3; \frac{5}{3}t\right)$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

- Câu 1.** Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng $6dm$, $AA' = A'B = A'C$. Góc giữa cạnh bên và mặt đáy của lăng trụ có số đo bằng 45° . Thể tích khối lăng trụ bằng bao nhiêu dm^3
- Câu 2:** Một bình đựng 50 viên bi có kích thước, chất liệu như nhau; trong đó có 30 viên bi màu đen và 20 viên bi màu trắng. Lấy ngẫu nhiên ra một viên bi không hoàn lại, rồi lại lấy ngẫu nhiên ra một viên bi nữa. Tính xác suất để lấy được một viên bi màu đen ở lần thứ nhất và một viên bi màu trắng ở lần thứ hai. (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)
- Câu 3.** Trong không gian $Oxyz$, một cabin cáp treo ở Bà Nà Hill xuất phát từ điểm $A(-2;1;5)$ và chuyển động đều theo đường cáp có vectơ chỉ phương là $\vec{u}(0;-2;6)$ với tốc độ là $4m/s$ (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét). Sau 5 giây kể từ lúc xuất phát, cabin đến điểm M . Gọi tọa độ $M(a;b;c)$. Tính $a+3b+c$.
- Câu 4.** Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $AB=3$; $BC=4$; $CA=5$ và mặt phẳng (ABC) song song với mặt phẳng $(P): 2x-y+2z-7=0$. Biết ba cạnh của tam giác ABC tiếp xúc với mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + z^2 = 2$, mặt phẳng (ABC) có phương trình dạng $ax+by+cz+d=0$. Tính giá trị của $T=a+b+c+d$.
- Câu 5.** Một chiếc máy bay chuyển động trên đường băng thẳng trước khi cất cánh với vận tốc $v(t) = \frac{1}{5}t^2 + t (m/s)$, trong đó t là thời gian được tính bằng giây kể từ khi máy bay bắt đầu chuyển động. Biết máy bay đạt vận tốc $100m/s$ thì nó rời đường băng. Quãng đường máy bay đã di chuyển trên đường băng là bao nhiêu mét (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)?
- Câu 6.** Bác Bình có một mảnh đất ruộng và muốn dành ra một khu đất hình chữ nhật có diện tích $450m^2$ để trồng hoa. Bác dự kiến rào quanh ba cạnh của khu đất hình chữ nhật này bằng lưới thép, cạnh còn lại (chiều dài) sẽ tận dụng bức tường có sẵn. Biết chiều rộng khu đất không vượt quá $20m^2$. Hỏi chiều rộng của khu đất bằng bao nhiêu để tổng chiều dài lưới thép cần dùng là ngắn nhất (nghĩa là chi phí rào lưới thép thấp nhất)?

Hết

HƯỚNG DẪN GIẢI

PHẦN I: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

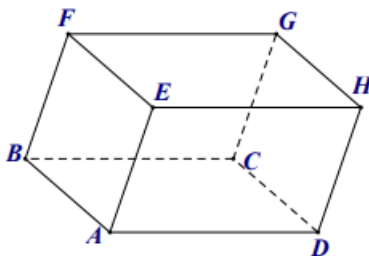
Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;0;1)$. Tìm tọa độ điểm C thỏa mãn $\overrightarrow{AC} = (3;3;0)$?

- A. $C(4;3;1)$. B. $C(-3;-3;-1)$. C. $C(3;3;0)$. D. $C(2;3;1)$.

Lời giải

Ta chọn đáp án $C(4;3;1)$.

Câu 2. Cho hình hộp $ABCD.EFGH$.



Tổng $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AE}$ bằng

- A. \overrightarrow{AF} . B. \overrightarrow{EC} . C. \overrightarrow{GA} . D. \overrightarrow{AG} .

Lời giải

Chọn D.

Theo quy tắc hình hộp, ta có: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AG}$.

Câu 3: Đường thẳng đi qua điểm $A(1;-2;0)$ và vuông góc với mặt phẳng $x - 2y - 2z - 3 = 0$ có phương trình chính tắc là:

- A. $\frac{x+1}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z}{-2}$. B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z+2}{-2}$.
C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z}{-2}$. D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z}{2}$.

Lời giải

Đường thẳng cần tìm vuông góc với mặt phẳng $x - 2y - 2z - 3 = 0$ nên có một VTCP là: $(1;-2;-2)$.

Đường thẳng đi qua điểm $A(1; -2; 0)$ và có một VTCP là $(1; -2; -2)$ có phương trình chính tắc là:

$$\frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z}{-2}.$$

Câu 4. Cho mẫu số liệu ghép nhóm ở bảng bên dưới

Nhóm	[10;15)	[15;20)	[20;25)	[25;30)	[30;35)	[35;40)
Tần số	15	18	10	10	5	2

Tính số trung bình cộng \bar{x} của mẫu số liệu ghép nhóm đó.

A. $\bar{x} = \frac{59}{3}.$

B. $\bar{x} = \frac{62}{3}.$

C. $\bar{x} = \frac{61}{3}.$

D. $\bar{x} = 20.$

Lời giải

Nhóm	[10;15)	[15;20)	[20;25)	[25;30)	[30;35)	[35;40)
Giá trị đại diện	12,5	17,5	22,5	27,5	32,5	37,5
Tần số	15	18	10	10	5	2

Số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm trên là:

$$\bar{x} = \frac{12,5.15 + 17,5.18 + 22,5.10 + 27,5.10 + 32,5.5 + 37,5.2}{15 + 18 + 10 + 10 + 5 + 2} = \frac{62}{3}$$

Câu 5. Nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = e^x + 2\sin x$ thỏa mãn $F(0) = 20$ là:

A. $F(x) = -e^x - 2\cos x + 23.$

B. $F(x) = e^x - 2\cos x + 21.$

C. $F(x) = e^x + 2\cos x + 17.$

D. $F(x) = e^x + 2\sin x + 19.$

Lời giải

$$F(x) = \int f(x) dx = \int (e^x + 2\sin x) dx = e^x - 2\cos x + C$$

$$\text{Mà } F(0) = 20 \Leftrightarrow e^0 - 2\cos 0 + C = 20 \Leftrightarrow C = 21.$$

$$\text{Vậy } F(x) = e^x - 2\cos x + 21.$$

Câu 6. Cho cấp số cộng (u_n) thỏa mãn $u_1 + u_5 = 16$, số hạng u_3 của cấp số đó bằng

A. 6.

B. 12.

C. 4.

D. 8.

Lời giải

$$\text{Vì } 16 = u_1 + u_5 = u_1 + (u_1 + 4d) = 2(u_1 + 2d) = 2u_3 \Rightarrow u_3 = 8.$$

Câu 7. Nghiệm của phương trình $2^{2-x} = 8$ là:

- A.** $x = 2$. **B.** $x = -2$. **C.** $x = -1$. **D.** $x = 1$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } 2^{2-x} = 8 \Leftrightarrow 2-x = 3 \Leftrightarrow x = -1.$$

Câu 8. Cho số thực $a > 0$. Biểu thức $\log(100a)$ bằng biểu thức nào dưới đây?

- A.** $100\log a$. **B.** $2 + \log a$. **C.** $100 + \log a$. **D.** $2\log a$.

Lời giải

$$\text{Ta có } \log(100a) = \log 100 + \log a = 2 + \log a$$

Câu 9. Các nghiệm của phương trình $\cos 2x = 0$ là

- A.** $x = \frac{\pi}{2} + k\pi \ (k \in \mathbb{Z})$. **B.** $x = \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{2} \ (k \in \mathbb{Z})$.
C. $x = k\frac{\pi}{2} \ (k \in \mathbb{Z})$. **D.** $x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2} \ (k \in \mathbb{Z})$.

Lời giải

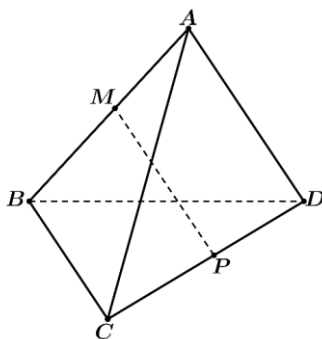
Chọn D

$$\text{Ta có: } \cos 2x = 0 \Leftrightarrow 2x = \frac{\pi}{2} + k\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}.$$

Câu 10. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M và P lần lượt là trung điểm của các cạnh AB và CD . Đặt $\overrightarrow{BA} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{c}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{d}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

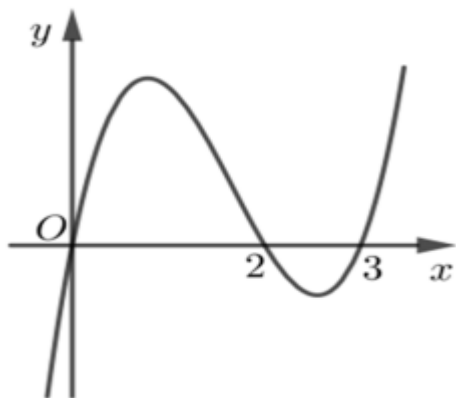
- A.** $\overrightarrow{MP} = \frac{1}{2}(\vec{c} + \vec{d} + \vec{b})$. **B.** $\overrightarrow{MP} = \frac{1}{2}(\vec{d} + \vec{b} - \vec{c})$.
C. $\overrightarrow{MP} = \frac{1}{2}(\vec{c} + \vec{b} - \vec{d})$. **D.** $\overrightarrow{MP} = \frac{1}{2}(\vec{c} + \vec{d} - \vec{b})$.

Lời giải



$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \overrightarrow{MP} &= \frac{1}{2}(\overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}) = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AM}) = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} - 2\overrightarrow{AM}) \\ &= \frac{1}{2}(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB}) = \frac{1}{2}(\vec{c} + \vec{d} + \vec{b}). \end{aligned}$$

Câu 11. Biết rằng đường cong ở hình sau là đồ thị của một trong các hàm số dưới đây, đó là hàm số nào?



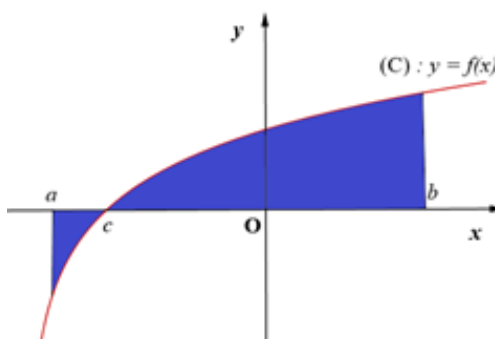
- A.** $y = x^3 - 2x^2$. **B.** $y = x^3 - 5x^2 + 6x$. **C.** $y = -x^3 + 2x^2$. **D.** $y = -x^3 + 5x^2 - 6x$.

Lời giải

Từ đồ thị suy ra đồ thị trên là đồ thị của hàm số bậc ba và $a > 0$ nên loại **C,D**

Đồ thị trên cắt trục hoành tại 3 điểm có hoành độ là 0, 2, 3 nên đáp án là **B**.

Câu 12: Diện tích của hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b (a < b)$ tính theo công thức nào dưới đây?



A. $S = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx.$

B. $S = \int_a^b f(x)dx.$

C. $S = -\int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx.$

D. $S = \left| \int_a^b f(x)dx \right|.$

Lời giải

Ta có $S = -\int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx.$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-3}{1}$ và mặt phẳng $(\alpha): 2x + y + z = 0$.

a) Mặt phẳng $(\alpha): 2x + y + z = 0$ vuông góc với Δ .

b) Nếu M là giao điểm của Δ và (α) thì điểm M có hoành độ bằng 0.

c) Cosin của góc giữa Δ và (Oyz) bằng $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

d) Đường thẳng $d: \frac{x-3}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-4}{1}$ song song với Δ .

Lời giải

a) Chọn Đúng

Vec tơ chỉ phương của đường thẳng Δ là $\vec{u} = (2; 1; 1)$.

Vec tơ pháp tuyến của mặt phẳng (α) là: $\vec{n} = (2; 1; 1) \Rightarrow \vec{u} = \vec{n}$, Do đó mặt phẳng $(\alpha): 2x + y + z = 0$ vuông góc với Δ .

b) Chọn Đúng

Phương trình tham số của Δ là:
$$\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 + t \\ z = 3 + t \end{cases}$$

Khi đó toạ độ giao điểm của Δ và (α) là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 + t \\ z = 3 + t \\ 2x + y + z = 0 \end{cases} \Rightarrow 6t + 3 = 0 \Rightarrow t = -\frac{1}{2} \Rightarrow x = 0$$

c) Chọn Đúng

Đường thẳng Δ có vector chỉ phương $\vec{u} = (2; 1; 1)$.

Mặt phẳng (Oyz) có vector pháp tuyến $\vec{i} = (1; 0; 0)$.

Gọi φ là góc giữa Δ và (Oxy) ta có $\sin \varphi = \frac{|\vec{u} \cdot \vec{i}|}{|\vec{u}| \cdot |\vec{i}|} = \frac{|2 \cdot 1 + 1 \cdot 0 + 1 \cdot 0|}{\sqrt{2^2 + 1^2 + 1^2} \cdot \sqrt{1^2 + 0^2 + 0^2}} = \frac{2}{\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{6}}{3}$.

$$\Rightarrow \cos \varphi = \sqrt{1 - \sin^2 \varphi} = \sqrt{1 - \frac{6}{9}} = \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

d) Chọn Sai

Đường thẳng Δ có vector chỉ phương $\vec{u}_1 = (2; 1; 1)$ và đi qua điểm $M_1 = (1; -2; 3)$.

Đường thẳng d có vector chỉ phương $\vec{u}_2 = (2; 1; 1)$ và đi qua điểm $M_2 = (3; -1; 4)$.

Ta có $\begin{cases} \vec{u}_1 = \vec{u}_2 \\ M_1 \in d \end{cases}$ nên đường thẳng d trùng với đường thẳng Δ .

Câu 2. Nhà máy A chuyên sản xuất một loại sản phẩm cho nhà máy B. Hai nhà máy thoả thuận rằng, hằng tháng nhà máy A cung cấp cho nhà máy B số lượng sản phẩm theo đơn đặt hàng của nhà máy B (tối đa 100 tấn sản phẩm). Biết rằng, nếu số lượng đặt hàng là x (tấn) sản phẩm thì giá bán cho

mỗi tấn sản phẩm là $P(x) = 45 - 0,001x^2$ (triệu đồng) và chi phí để nhà máy A sản xuất được x (tấn) sản phẩm trong một tháng là $C(x) = 100 + 30x$ (triệu đồng, gồm 100 triệu đồng chi phí cố định và 30 triệu đồng cho mỗi tấn sản phẩm).

a) Lợi nhuận mà nhà máy A thu được khi bán x (tấn) sản phẩm ($0 \leq x \leq 100$) cho nhà máy B là $H(x) = -0,001x^3 + 15x - 100$.

b) Chi phí để nhà máy A sản xuất 10 tấn sản phẩm trong một tháng là 400 triệu đồng.

c) Số tiền nhà máy A thu được khi bán 10 tấn sản phẩm cho nhà máy B là 600 triệu đồng.

d) Nhà máy A bán cho nhà máy B khoảng 70,7 tấn sản phẩm mỗi tháng thì thu được lợi nhuận lớn nhất.

Lời giải

a) **Đúng.**

Lợi nhuận mà nhà máy A thu được khi bán x (tấn) sản phẩm ($0 \leq x \leq 100$) cho nhà máy B là:

$$H(x) = x.P(x) - C(x) = x.(45 - 0,001x^2) - (100 + 30x) = -0,001x^3 + 15x - 100.$$

b) **Đúng.**

Chi phí để nhà máy A sản xuất 10 tấn sản phẩm trong một tháng là:

$$C(10) = 100 + 30.10 = 400 \text{ (triệu đồng)}.$$

c) **Sai.**

Số tiền nhà máy A thu được khi bán 10 tấn sản phẩm cho nhà máy B là:

$$10P(10) = 10.(45 - 0,001.10^2) = 449 \text{ (triệu đồng)}$$

d) **Đúng.**

Xét hàm số $H(x) = -0,001x^3 + 15x - 100$ trên $[0; 100]$.

$$+ H'(x) = -0,003x^2 + 15$$

$$+ H'(x) = 0 \Leftrightarrow -0,003x^2 + 15 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 5000 \Rightarrow x = 50\sqrt{2} \approx 70,7 \in [0; 100]$$

$$+ \begin{cases} H(0) = -100 \\ H(50\sqrt{2}) \approx 607,11 \\ H(100) = 400 \end{cases}$$

Vậy nhà máy A bán cho nhà máy B khoảng 70,7 tấn sản phẩm mỗi tháng thì thu được lợi nhuận lớn nhất bằng 607,11 (triệu đồng).

Câu 3. Khi kiểm tra sức khỏe tổng thể của bệnh nhân ở một bệnh viện, người ta được kết quả như sau:

- Có 40% bệnh nhân bị đau dạ dày.

Tăng tốc về đích – Vững bước tương lai

- Có 30% bệnh nhân thường xuyên bị stress.
- Trong số các bệnh nhân thường xuyên bị stress có 80% bệnh nhân bị đau dạ dày.

Chọn ngẫu nhiên 1 bệnh nhân.

- a) Xác suất chọn được bệnh nhân thường xuyên bị stress là 0,3 .
- b) Xác suất chọn được bệnh nhân vừa thường xuyên bị stress vừa bị đau dạ dày là 0,24 .
- c) Xác suất chọn được bệnh nhân bị đau dạ dày, biết bệnh nhân đó thường xuyên bị stress là 0,8 .
- d) Xác suất chọn được bệnh nhân thường xuyên bị stress, biết bệnh nhân đó bị đau dạ dày là 0,4 .

Lời giải

a)	b)	c)	d)
Đ	Đ	Đ	S

Xét các biến cố:

A : “Bệnh nhân bị đau dạ dày”;

B : “Bệnh nhân thường xuyên bị stress”;

- a) Theo đề ta có 30% bệnh nhân thường xuyên bị stress nên $P(B) = 0,3$.

Vậy a) Đúng.

- b) Ta có AB : “Bệnh nhân vừa thường xuyên bị stress vừa bị đau dạ dày”.

Suy ra $P(AB) = 0,3 \cdot 0,8 = 0,24$.

Vậy b) Đúng.

- c) Ta có: $A|B$: “Chọn được bệnh nhân bị đau dạ dày, biết bệnh nhân đó thường xuyên bị stress”

Theo công thức Bayes ta có $P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{0,24}{0,3} = 0,8$.

Vậy c) Đúng.

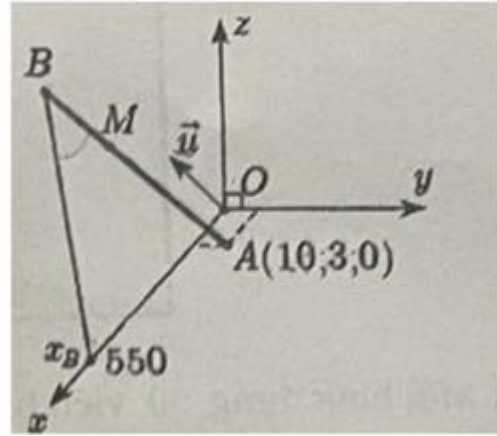
- d) Ta có: $B|A$: “Chọn được bệnh nhân thường xuyên bị stress, biết bệnh nhân đó bị đau dạ dày”.

Theo công thức Bayes ta có $P(B|A) = \frac{P(AB)}{P(A)} = \frac{0,24}{0,4} = 0,6$.

Vậy d) Sai.

Câu 4. Một cabin cáp treo xuất phát từ điểm $A(10;3;0)$ và chuyển động đều theo đường cáp có vector chỉ phương là $\vec{u} = (2; -2; 1)$ với tốc độ là 5 m/s (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét) được mô hình hóa như các hình vẽ sau:

Tăng tốc về đích – Vững bước tương lai



- a) Cabin dừng ở điểm B có hoành độ $x_B = 550$. Khi đó quãng đường AB có độ dài 810 m.
- b) Đường cáp AB tạo với mặt phẳng (Oxy) một góc 22° (làm tròn đến hàng đơn vị của độ).
- c) Phương trình chính tắc của đường cáp là $\frac{x-10}{2} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z}{1}$.
- d) Giả sử sau t giây kể từ lúc xuất phát ($t \geq 0$), cabin đến vị trí điểm M . Khi đó tọa độ của điểm M là $\left(\frac{10}{3}t+10; -\frac{10}{3}t+3; \frac{5}{3}t\right)$.

Lời giải

- a) Đúng: Ta có $\overrightarrow{AB}(540; y_B - 3; z_B)$ cùng phương với $\vec{u} = (2; -2; 1)$ nên $\frac{540}{2} = \frac{y_B - 3}{-2} = \frac{z_B}{1}$

Suy ra $y_B = -537; z_B = 270$. Do đó $AB = \sqrt{540^2 + (-540)^2 + 270^2} = 810$ m.

- b) Sai: Ta có $\sin(AB, (Oxy)) = \left| \cos(\vec{u}, \vec{n}_{(Oxy)}) \right| = \frac{|2 \cdot 0 + (-2) \cdot 0 + 1 \cdot 1|}{\sqrt{2^2 + (-2)^2 + 1^2} \cdot 1} = \frac{1}{3}$.

Suy ra $(AB, (Oxy)) \approx 19^\circ$.

- c) Đúng: Phương trình chính tắc của đường cáp đi qua điểm $A(10; 3; 0)$ và có VTCP $\vec{u} = (2; -2; 1)$ là

$$\frac{x-10}{2} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z}{1}.$$

- d) Sai: Gọi $M(x_M; y_M; z_M)$.

Ta có $\overrightarrow{AM} = k\vec{u}$. Khi đó $AM = 3|k|$. Theo đề $AM = 5t$. Suy ra $|k| = \frac{5t}{3}$.

TH1: $k > 0$ khi đó $\overrightarrow{AM} = \frac{5t}{3}\vec{u} \Rightarrow (x_M - 10; y_M - 3; z_M) = \left(\frac{10t}{3}; -\frac{10t}{3}; \frac{5t}{3}\right)$.

Suy ra $\left(\frac{10}{3}t + 10; -\frac{10}{3}t + 3; \frac{5}{3}t\right)$.

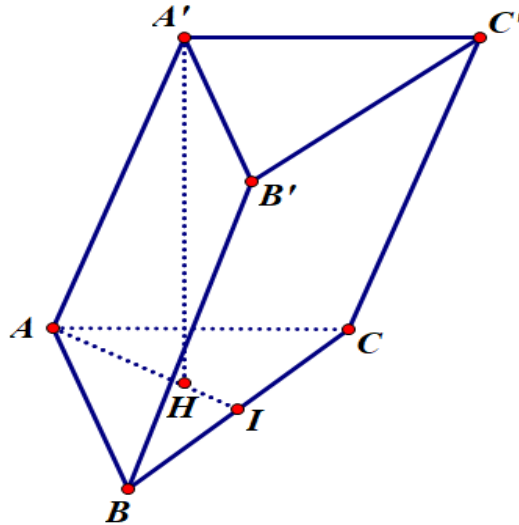
TH2: $k < 0$ khi đó $\overrightarrow{AM} = -\frac{5t}{3}\vec{u} \Rightarrow (x_M - 10; y_M - 3; z_M) = \left(-\frac{10t}{3}; \frac{10t}{3}; -\frac{5t}{3}\right)$.

Suy ra $\left(-\frac{10}{3}t + 10; \frac{10}{3}t + 3; -\frac{5}{3}t\right)$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng $6dm$, $AA' = A'B = A'C$. Góc giữa cạnh bên và mặt đáy của lăng trụ có số đo bằng 45° . Thể tích khối lăng trụ bằng bao nhiêu dm^3

Lời giải



Gọi I là trung điểm cạnh BC , H là trọng tâm tam giác ABC . Vì $AA' = A'B = A'C$ nên $A'H \perp (ABC)$

Thể tích khối lăng trụ: $V = S.h = S_{\triangle ABC} \cdot A'H$.

$$+ S_{\Delta ABC} = \frac{6^2 \sqrt{3}}{4} = 9\sqrt{3} dm^2 .$$

$$+ AH = \frac{2}{3} AI = \frac{2}{3} \cdot \frac{6\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3} dm .$$

$$+ \left(AA', (ABC) \right) = A'AH = 45^\circ . \text{ Ta có:}$$

$$\tan A'AH = \frac{A'H}{AH} \Leftrightarrow A'H = AH \cdot \tan A'AH = 2\sqrt{3} \cdot \tan 45^\circ = 2\sqrt{3} dm$$

$$\text{Vậy thể tích khối lăng trụ : } V = 9\sqrt{3} \cdot 2\sqrt{3} = 54 dm^3 .$$

Câu 2: Một bình đựng 50 viên bi có kích thước, chất liệu như nhau; trong đó có 30 viên bi màu đen và 20 viên bi màu trắng. Lấy ngẫu nhiên ra một viên bi không hoàn lại, rồi lại lấy ngẫu nhiên ra một viên bi nữa. Tính xác suất để lấy được một viên bi màu đen ở lần thứ nhất và một viên bi màu trắng ở lần thứ hai. (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Đáp án: 0,24

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 50 \cdot 49 = 2450$.

Gọi A là biến cố: “để lấy được một viên bi màu đen ở lần thứ nhất và một viên bi màu trắng ở lần thứ hai”

Số cách lấy được một viên bi đen ở lần thứ nhất là $C_{30}^1 = 30$

Số cách lấy được một viên bi trắng ở lần thứ hai là $C_{20}^1 = 20$

Suy ra $n(A) = 30 \cdot 20 = 600$.

$$\Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{600}{2450} = \frac{12}{49} \approx 0,24 .$$

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, một cabin cáp treo ở Bà Nà Hill xuất phát từ điểm $A(-2;1;5)$ và chuyển động đều theo đường cáp có vectơ chỉ phương là $\vec{u}(0;-2;6)$ với tốc độ là 4 m/s (đơn vị trên mỗi trục toạ độ là mét). Sau 5 giây kể từ lúc xuất phát, cabin đến điểm M . Gọi toạ độ $M(a;b;c)$. Tính $a+3b+c$.



Tăng tốc về đích – Vững bước tương lai

Lời giải

Đáp số: 6.

Phương trình tham số của đường cáp là: $d: \begin{cases} x = -2 \\ y = 1 - 2k \\ z = 5 + 6k \end{cases} \quad (k \in \mathbb{R})$

Do tốc độ chuyển động của cabin là 4 m/s nên độ dài $AM = 4t$ (m).

Vì vậy sau 5 (s) kể từ lúc xuất phát, cabin đến điểm M thì $AM = 4.5 = 20$ (m).

Vì $M \in d \Rightarrow M(-2; 1 - 2k; 5 + 6k)$.

$\overrightarrow{AM} = (0; -2k; 6k)$. Do 2 vec tơ $\overrightarrow{AM}; \vec{u}$ cùng hướng $k > 0$.

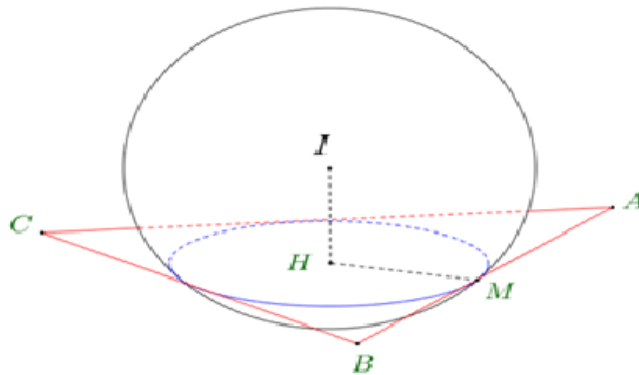
$$AM = 20 \Leftrightarrow \sqrt{0^2 + 4k^2 + 36k^2} = 20 \Leftrightarrow 40k^2 = 400 \Leftrightarrow k = \pm\sqrt{10}.$$

Vì $k > 0 \Rightarrow k = \sqrt{10}$.

Vậy tọa độ $M(-2; 1 - 2\sqrt{10}; 5 + 6\sqrt{10})$. Khi đó $a + 3b + c = -2 + 3(1 - 2\sqrt{10}) + 5 + 6\sqrt{10} = 6$.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $AB = 3$; $BC = 4$; $CA = 5$ và mặt phẳng (ABC) song song với mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z - 7 = 0$. Biết ba cạnh của tam giác ABC tiếp xúc với mặt cầu $(S): (x - 1)^2 + (y + 2)^2 + z^2 = 2$, mặt phẳng (ABC) có phương trình dạng $ax + by + cz + d = 0$. Tính giá trị của $T = a + b + c + d$.

Lời giải



+ Dễ thấy $\triangle ABC$ vuông tại B .

+ Vì $(ABC) \parallel (P)$ nên (ABC) có dạng: $2x - y + 2z + d = 0$ ($d \neq -7$).

+ Ba cạnh của tam giác ABC tiếp xúc với mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + z^2 = 2$ (tâm $I(1; -2; 0)$, bán kính $R = \sqrt{2}$) nên ΔABC ngoại tiếp đường tròn (C) có tâm H và $(C) = (P) \cap (S)$.

+ Gọi M là hình chiếu của H lên $AB \Rightarrow HM = r$ là bán kính đường tròn (C) nội tiếp ΔABC

$$\Rightarrow r = \frac{S}{p} = 1 \Rightarrow IH = \sqrt{IM^2 - HM^2} = \sqrt{R^2 - r^2} = 1$$

$$\Rightarrow d(I; (ABC)) = 1 \Rightarrow \frac{|d+4|}{\sqrt{1^2 + 2^2 + 2^2}} = 1 \Rightarrow |d+4| = 3 \Rightarrow \begin{cases} d = -7 \\ d = -1 \end{cases}$$

+ Vậy mặt phẳng (ABC) là $2x - y + 2z - 1 = 0$.

Câu 5: Một chiếc máy bay chuyển động trên đường băng thẳng trước khi cất cánh với vận tốc $v(t) = \frac{1}{5}t^2 + t$ (m/s), trong đó t là thời gian được tính bằng giây kể từ khi máy bay bắt đầu chuyển động. Biết máy bay đạt vận tốc $100m/s$ thì nó rời đường băng. Quãng đường máy bay đã di chuyển trên đường băng là bao nhiêu mét (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)?

Lời giải

Đáp án: 733

Máy bay đạt vận tốc $100m/s$ tại thời điểm t thỏa $v(t) = \frac{1}{5}t^2 + t = 100$ (*) ($t > 0$)

Giải phương trình (*) ta được $t = 20$.

Quãng đường máy bay đã di chuyển trên đường băng: $S = \int_0^{20} |v(t)| dt = \int_0^{20} \left| \frac{1}{5}t^2 + t \right| dt = 733m$.

Câu 6. Bác Bình có một mảnh đất ruộng và muốn dành ra một khu đất hình chữ nhật có diện tích $450m^2$ để trồng hoa. Bác dự kiến rào quanh ba cạnh của khu đất hình chữ nhật này bằng lưới thép, cạnh còn lại (chiều dài) sẽ tận dụng bức tường có sẵn. Biết chiều rộng khu đất không vượt quá $20m^2$. Hỏi chiều rộng của khu đất bằng bao nhiêu để tổng chiều dài lưới thép cần dùng là ngắn nhất (nghĩa là chi phí rào lưới thép thấp nhất)?

Lời giải

Đáp số: 15

Gọi chiều rộng khu đất hình chữ nhật cần rào là $x(m)$ ($0 \leq x \leq 20$)

Diện tích khu đất này là $450m^2$ nên chiều dài của khu đất là $\frac{450}{x}$

Tổng chiều dài lưới thép rào quanh khu đất hình chữ nhật là $2x + \frac{450}{x}m$

Xét hàm số $y = 2x + \frac{450}{x}m, 0 \leq x \leq 20$

Ta có $y' = 2 - \frac{450}{x^2} = \frac{2x^2 - 450}{x^2}$ và $y' = 0 \Leftrightarrow 2x^2 - 450 = 0 \Leftrightarrow x = 15$ (do $0 \leq x \leq 20$)

Bảng biến thiên

x	0	15	20
y'	–	0	+
y	$+\infty$	60	62.5

Dựa vào bảng biến thiên, chiều dài lưới thép ngắn nhất là $60(m)$ khi chiều rộng khu đất là $15(m)$