



ĐỀ THI THỬ TN THPT NĂM 2025

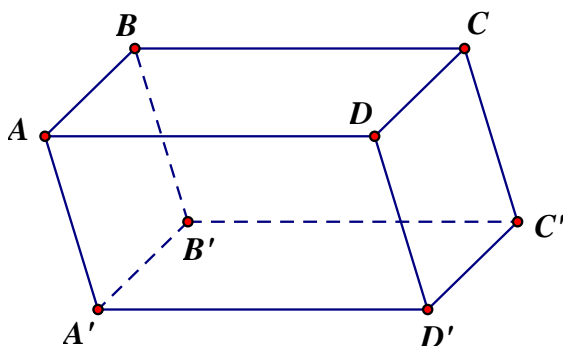
Môn thi: Toán 12

Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian giao đề)

Đề số 02

PHẦN I: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ như hình bên. Mệnh đề nào sau đây là đúng?



A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AC'}$.

B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AC}$.

C. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'}$.

D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AD}$.

Câu 2. Tập nghiệm của bất phương trình $4^{2x-5} > 4^{1-x}$ là:

A. $(-\infty; 2)$

B. $[2; +\infty)$

C. $(-\infty; 2]$

D. $(2; +\infty)$

Câu 3. Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 2$ và $u_6 = 486$. Công bội q bằng

A. $q = 5$.

B. $q = \frac{3}{2}$.

C. $q = \frac{2}{3}$.

D. $q = 3$.

Câu 4. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{0,5}(x-1) > 1$ là

A. $\left(-\infty; -\frac{3}{2}\right)$.

B. $\left[1; \frac{3}{2}\right)$.

C. $\left(\frac{3}{2}; +\infty\right)$.

D. $\left(1; \frac{3}{2}\right)$.

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-3}{2}$ có một vectơ chỉ phương là

A. $\vec{u} = (1; 3; 2)$.

B. $\vec{u} = (2; -1; 2)$.

C. $\vec{u} = (2; 1; 2)$.

D. $\vec{u} = (-2; 1; 2)$.

Tăng tốc về đích – Vừa bước tương lại

Câu 6. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 - 1$ là

- A. $\frac{1}{3}x^3 - x + C$. B. $x^3 - x + C$. C. $3x^3 - x + C$. D. $\frac{3}{2}x^3 - x + C$.

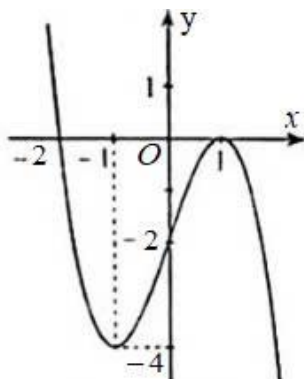
Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 4$. Tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S) là:

- A. $I(-1; 2; -3); R = 4$. B. $I(-1; 2; -3); R = 2$.
C. $I(1; -2; 3); R = 4$. D. $I(1; -2; 3); R = 2$.

Câu 8. Cho $\int_1^3 f(x)dx = 2$ và $\int_3^5 f(x)dx = 5$. Tích phân $\int_1^5 f(x)dx$ bằng

- A. $\int_1^5 f(x)dx = 7$. B. $\int_1^5 f(x)dx = 3$. C. $\int_1^5 f(x)dx = -3$. D. $\int_1^5 f(x)dx = -7$.

Câu 9. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ và có đồ thị như hình sau



Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

- A. $(-2; 1)$. B. $(-1; 1)$. C. $(-4; 0)$. D. $(-\infty; -1)$.

Câu 10. Mỗi ngày bạn Nam đều làm bài tập môn Toán có bảng thống kê ghép nhóm về thời gian làm bài tập mỗi ngày của bạn Nam (đơn vị: phút) trong 60 ngày như sau

Thời gian (phút)	$[70; 80)$	$[80; 90)$	$[90; 100)$	$[100; 110)$	$[110; 120)$
Số ngày	1	7	24	3	25

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là:

- A. 50. B. 25. C. 24. D. 120.

Câu 11. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -3; 2), B(3; 5; -2)$. Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có dạng $x + ay + bz + c = 0$, khi đó $a + b + c$ bằng

A. -2

B. 2

C. -3

D. -4

Câu 12. Cho hàm số $f(x) = \frac{ax^2 + bx + c}{ex + f}$ có bảng biến thiên như hình sau?

x	$-\infty$	-1	2	5	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	0	$+\infty$	2	$+\infty$	

Hàm số đã cho đạt cực đại tại điểm

A. $x = 2$.

B. $x = -1$.

C. $x = 0$.

D. $x = 5$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Có hai hộp đựng các viên bi cùng kích thước và khối lượng. Hộp thứ nhất chứa 3 viên bi xanh và 9 viên bi đỏ, hộp thứ hai chứa 6 viên bi xanh và 8 viên bi đỏ. Lấy ngẫu nhiên 1 viên bi từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai. Sau đó lấy ra ngẫu nhiên 2 viên bi từ hộp thứ hai. Gọi A là biến cố “Viên bi được lấy ra từ hộp thứ nhất là màu xanh”, B là biến cố “Hai viên bi được lấy ra từ hộp thứ hai là màu xanh”

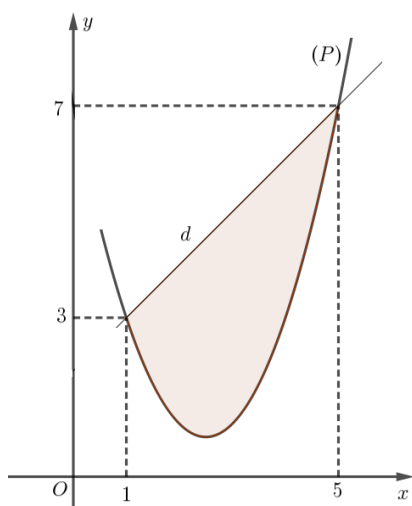
a) Xác suất của biến cố A là $\frac{1}{4}$.

b) Xác suất của biến cố B là $\frac{15}{22}$.

c) Giả sử 2 viên bi lấy ra từ hộp thứ hai là 2 viên bi xanh thì xác suất lấy được viên bi xanh ở hộp thứ nhất là $\frac{7}{22}$.

d) Giả sử 2 viên bi lấy ra từ hộp thứ hai là 2 viên bi xanh thì xác suất lấy được viên bi đỏ ở hộp thứ nhất là $\frac{11}{70}$.

Câu 2. Cho hàm số bậc hai $y = f(x)$ có đồ thị (P) và đường thẳng $d: y = g(x)$. Biết d cắt (P) tại hai điểm $A(1;3), B(5;7)$.



Hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (P) và đường thẳng d có diện tích là $S = \frac{32}{3}$.

a) $\int_1^5 g(x) dx = 20$.

b) $\int_1^5 [3g'(x) - 1] dx = 4$.

c) $\int_1^5 f(x) dx = 9$.

d) Hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (P) và các đường thẳng $y = 7, x = 1, x = 5$ có diện tích bằng 19.

Câu 3: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh có độ dài bằng a . Đường thẳng $A'C$ tạo với đáy $ABCD$ góc α sao cho $\tan \alpha = \sqrt{2}$.

a) Thể tích khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ là $2a^3$

b) Góc nhị diện $[(BCC'B'), BB', (BDD'B')]$ có số đo bằng 45° .

c) Khoảng cách giữa BD và CD' bằng $\frac{a}{3}$.

d) $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}$.

Câu 4: Cho hàm số $f(x) = 2 \sin x \cos x + \sqrt{2}x$

a) Hàm số đã cho liên tục trên đoạn $\left[\frac{\pi}{3}; \pi\right]$.

b) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x) = 2 \cos 2x + \sqrt{2}$.

Tăng tốc về đích – Vững bước tương lai

c) Trên đoạn $\left[\frac{\pi}{3}; \pi\right]$, phương trình $f'(x) = 0$ có đúng một nghiệm là $\frac{3\pi}{8}$.

d) Giá trị nhỏ nhất của $f(x)$ trên đoạn $\left[\frac{\pi}{3}; \pi\right]$ là $\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\pi\sqrt{2}}{3}$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn (Tự luận). Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6. Ở mỗi câu thí sinh điền đáp án của câu đó.

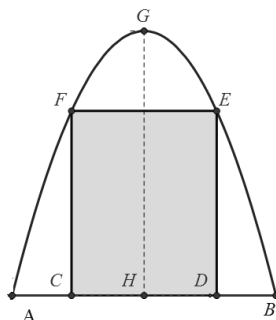
Câu 1: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , $AB = 6$, $SBA = SCA = 90^\circ$, góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SAC) bằng 60° . Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng bao nhiêu ?

Câu 2. Một máy bay cất cánh tại một sân bay, sau khi bắt đầu cất cánh trong thời gian ngắn máy bay sẽ bay theo một đường thẳng và sân bay nơi máy bay cất cánh được coi là một mặt phẳng. Chọn hệ tọa độ $Oxyz$, đơn vị độ dài trên mỗi trục là 1 km. Biết rằng, máy bay bắt đầu cất cánh tại điểm $O(0;0;0)$ và sau một thời gian ngắn máy bay bay đến điểm $A(2;5;1,2)$ và sân bay máy bay cất cánh nằm trên mặt phẳng (Oxy) . Góc tạo bởi đường bay của máy bay cất cánh và sân bay bằng bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị theo đơn vị độ là độ)?

Câu 3. Một loại linh kiện do hai nhà máy I và II cùng sản xuất. Tỷ lệ phế phẩm của các nhà máy I và II lần lượt là 2% và 3%. Trong một lô linh kiện để lẫn lộn 100 sản phẩm của nhà máy I và 150 sản phẩm của nhà máy II. Một nhân viên kiểm tra lấy ngẫu nhiên một linh kiện từ lô hàng đó. Biết rằng linh kiện được lấy ra không là phế phẩm. Tính xác suất để linh kiện đó do nhà máy II sản xuất (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 4. Cho tích phân $I = \int_1^2 \frac{(x-1)^2}{x} dx = -\frac{a}{b} + c \ln 2$, trong đó a, b, c là các số nguyên dương, phân số $\frac{a}{b}$ tối giản. Giá trị của biểu thức $T = a + b + c$ bằng bao nhiêu?

Câu 5. Một cái cổng hình Parabol như hình vẽ sau:



Chiều cao $GH = 4m$, chiều rộng $AB = 4m$, $AC = BD = 0,9m$. Chủ nhà làm hai cánh cổng nhựa lõi thép UPVC, khi đóng lại là hình chữ nhật $CDEF$ tô đậm có giá là 1500000 đồng/ m^2 , còn các phần để trống làm xiên hoa có giá là 1000000 đồng/ m^2 . Tổng số tiền để làm hai phần nói trên là bao nhiêu triệu đồng? (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).

Câu 6. Một nhà máy sản xuất không quá 200 sản phẩm trong mỗi tháng. Chi phí sản xuất x sản phẩm ($1 \leq x \leq 200$) được cho bởi hàm chi phí $C(x) = 20000 + 800x - 3,6x^2 + 0,004x^3$ (nghìn đồng).

Tăng tốc về đích – Vừa bước tương lai

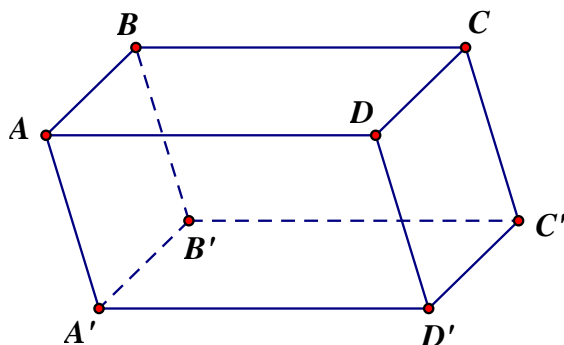
Biết giá bán của mỗi sản phẩm là một hàm số phụ thuộc vào số lượng sản phẩm x và được cho bởi công thức $p(x) = 2000 - 9x$ (nghìn đồng). Hỏi mỗi tháng nhà máy sản xuất bao nhiêu sản phẩm để lợi nhuận thu được là lớn nhất? Biết rằng khảo sát thị trường cho thấy sản phẩm sản xuất ra sẽ được tiêu thụ hết.

----- **HẾT** -----

HƯỚNG DẪN GIẢI

PHẦN I: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ như hình bên. Mệnh đề nào sau đây là đúng?



A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AC'}$.

B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AC}$.

C. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'}$.

D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AD}$.

Lời giải

Theo qui tắc hình hộp ta có $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'}$.

Câu 2. Tập nghiệm của bất phương trình $4^{2x-5} > 4^{1-x}$ là:

A. $(-\infty; 2)$

B. $[2; +\infty)$

C. $(-\infty; 2]$

D. $(2; +\infty)$

Lời giải

Ta có $4^{2x-5} > 4^{1-x} \Leftrightarrow 2x - 5 > 1 - x \Leftrightarrow x > 2$

Tập nghiệm $S = (2; +\infty)$

Câu 3. Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 2$ và $u_6 = 486$. Công bội q bằng

A. $q = 5$.

B. $q = \frac{3}{2}$.

C. $q = \frac{2}{3}$.

D. $q = 3$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_6 = 486 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 2 \\ u_1 \cdot q^5 = 486 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 2 \\ q^5 = 243 \end{cases} \Rightarrow q^5 = 3^5 \Rightarrow q = 3.$

Câu 4. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{0,5}(x-1) > 1$ là

A. $\left(-\infty; -\frac{3}{2}\right).$ **B.** $\left[1; \frac{3}{2}\right).$ **C.** $\left(\frac{3}{2}; +\infty\right).$ **D.** $\left(1; \frac{3}{2}\right).$

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\log_{0,5}(x-1) > 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x-1 < 0,5 \\ x-1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < \frac{3}{2} \\ x > 1 \end{cases} \Leftrightarrow x \in \left(1; \frac{3}{2}\right)$

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-3}{2}$ có một vector chỉ phương là

A. $\vec{u} = (1; 3; 2).$ **B.** $\vec{u} = (2; -1; 2).$ **C.** $\vec{u} = (2; 1; 2).$ **D.** $\vec{u} = (-2; 1; 2).$

Lời giải

Đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-3}{2}$ có một vector chỉ phương là $\vec{u} = (2; -1; 2).$

Câu 6. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 - 1$ là

A. $\frac{1}{3}x^3 - x + C.$ **B.** $x^3 - x + C.$ **C.** $3x^3 - x + C.$ **D.** $\frac{3}{2}x^3 - x + C.$

Lời giải

Ta có: $\int f(x)dx = \int (3x^2 - 1)dx = x^3 - x + C.$

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 4$. Tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S) là:

A. $I(-1; 2; -3); R = 4.$ **B.** $I(-1; 2; -3); R = 2.$
C. $I(1; -2; 3); R = 4.$ **D.** $I(1; -2; 3); R = 2.$

Lời giải

Từ phương trình $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 4$ suy ra tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S) là: $I(1; -2; 3); R = 2.$

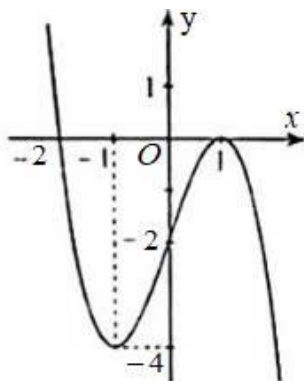
Câu 8. Cho $\int_1^3 f(x)dx = 2$ và $\int_3^5 f(x)dx = 5$. Tích phân $\int_1^5 f(x)dx$ bằng

- A. $\int_1^5 f(x)dx = 7$. B. $\int_1^5 f(x)dx = 3$. C. $\int_1^5 f(x)dx = -3$. D. $\int_1^5 f(x)dx = -7$.

Lời giải

Ta có: $\int_1^5 f(x)dx = \int_1^3 f(x)dx + \int_3^5 f(x)dx = 2 + 5 = 7$.

Câu 9. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ và có đồ thị như hình sau



Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

- A. $(-2;1)$. B. $(-1;1)$. C. $(-4;0)$. D. $(-\infty;-1)$.

Lời giải

Dựa vào đồ thị, trong khoảng $(-1;1)$ đồ thị hàm số đi lên

Vậy hàm $y = f(x)$ số đồng biến trên khoảng $(-1;1)$.

Câu 10. Mỗi ngày bạn Nam đều làm bài tập môn Toán có bảng thống kê ghép nhóm về thời gian làm bài tập mỗi ngày của bạn Nam (đơn vị: phút) trong 60 ngày như sau

Thời gian (phút)	$[70;80)$	$[80;90)$	$[90;100)$	$[100;110)$	$[110;120)$
Số ngày	1	7	24	3	25

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là:

- A. 50. B. 25. C. 24. D. 120.

Lời giải

Khoảng biến thiên: $120 - 70 = 50$.

Câu 11. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-3;2), B(3;5;-2)$. Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có dạng $x + ay + bz + c = 0$, khi đó $a + b + c$ bằng

- A. -2 B. 2 C. -3 D. -4

Lời giải

Chọn D

Ta có $\overline{AB}(2;8;-4)$, tọa độ trung điểm của đoạn thẳng AB là $M(2;1;0)$. Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB là:

$$2(x-2)+8(y-1)-4(z-0)=0 \Leftrightarrow 2x+8y-4z-12=0 \Leftrightarrow x+4y-2z-6=0.$$

Khi đó $a+b+c=4+(-2)+(-6)=-4$

Câu 12. Cho hàm số $f(x)=\frac{ax^2+bx+c}{ex+f}$ có bảng biến thiên như hình sau?

x	$-\infty$	-1	2	5	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	0	$-\infty$	$+\infty$	2	$+\infty$

Hàm số đã cho đạt cực đại tại điểm

A. $x=2$.

B. $x=-1$.

C. $x=0$.

D. $x=5$.

Lời giải

Theo bảng biến thiên, ta chọn: **B.** $x=-1$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Có hai hộp đựng các viên bi cùng kích thước và khối lượng. Hộp thứ nhất chứa 3 viên bi xanh và 9 viên bi đỏ, hộp thứ hai chứa 6 viên bi xanh và 8 viên bi đỏ. Lấy ngẫu nhiên 1 viên bi từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai. Sau đó lấy ra ngẫu nhiên 2 viên bi từ hộp thứ hai. Gọi A là biến cố “Viên bi được lấy ra từ hộp thứ nhất là màu xanh”, B là biến cố “Hai viên bi được lấy ra từ hộp thứ hai là màu xanh”

a) Xác suất của biến cố A là $\frac{1}{4}$.

b) Xác suất của biến cố B là $\frac{15}{22}$.

c) Giả sử 2 viên bi lấy ra từ hộp thứ hai là 2 viên bi xanh thì xác suất lấy được viên bi xanh ở hộp thứ nhất là $\frac{7}{22}$.

- d) Giả sử 2 viên bi lấy ra từ hộp thứ hai là 2 viên bi xanh thì xác suất lấy được viên bi đỏ ở hộp thứ nhất là $\frac{11}{70}$.

Lời giải

a) Hộp thứ nhất có 12 viên bi trong đó có 3 bi xanh và 9 bi đỏ.

Lấy ngẫu nhiên 1 viên bi từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai.

A là biến cố “Viên bi được lấy ra từ hộp thứ nhất là màu xanh” ta có $P(A) = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$

Vậy chọn: Đúng

b) Ta có $P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$,

Giả sử viên bi lấy ra từ hộp thứ nhất là màu xanh thì khi đó $P(B|A) = \frac{C_7^2}{C_{15}^2} = \frac{1}{5}$

Giả sử viên bi lấy ra từ hộp thứ nhất là màu đỏ thì khi đó $P(B|\bar{A}) = \frac{C_6^2}{C_{15}^2} = \frac{1}{7}$

Áp dụng công thức xác suất toàn phần ta có

$$P(B) = P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A}) = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{5} + \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{7} = \frac{11}{70}$$

Vậy chọn: Sai

c) Giả sử 2 viên bi lấy ra ở hộp thứ hai là màu xanh thì xác suất lấy được viên bi xanh ở hộp thứ nhất là $P(A|B)$.

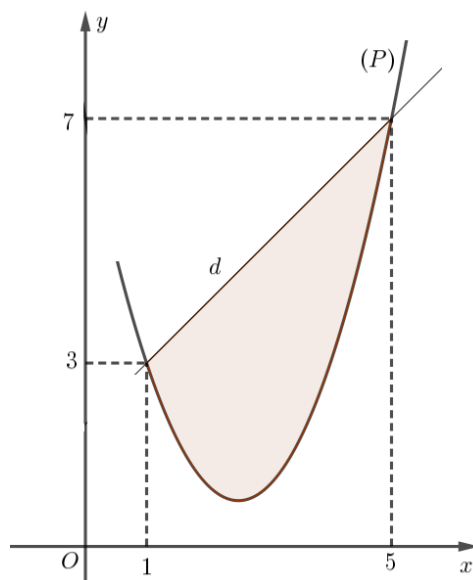
Theo công thức Bayes ta có $P(A|B) = \frac{P(A).P(B|A)}{P(B)} = \frac{\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{5}}{\frac{11}{70}} = \frac{7}{22}$

d) Giả sử 2 viên bi lấy ra ở hộp thứ hai là màu xanh thì xác suất lấy được viên bi đỏ ở hộp thứ nhất là $P(\bar{A}|B)$.

Ta có $P(\bar{A}|B) = 1 - P(A|B) = 1 - \frac{7}{22} = \frac{15}{22}$.

Vậy chọn: Sai

Câu 2. Cho hàm số bậc hai $y = f(x)$ có đồ thị (P) và đường thẳng $d: y = g(x)$. Biết d cắt (P) tại hai điểm $A(1;3), B(5;7)$.



Hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (P) và đường thẳng d có diện tích là $S = \frac{32}{3}$.

a) $\int_1^5 g(x) dx = 20$.

b) $\int_1^5 [3g'(x) - 1] dx = 4$.

c) $\int_1^5 f(x) dx = 9$.

d) Hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (P) và các đường thẳng $y = 7, x = 1, x = 5$ có diện tích bằng 19.

Lời giải

Giả sử phương trình đường thẳng d là $y = g(x) = ax + b$.

Do d đi qua hai điểm $A(1;3), B(5;7)$ nên ta có: $\begin{cases} a+b=3 \\ 5a+b=7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=2 \end{cases} \Rightarrow d: y = g(x) = x + 2$.

a) **Đúng:** $\int_1^5 g(x) dx = \int_1^5 (x+2) dx = 20$.

b) **Sai:**

Ta có: $g(x) = x + 2 \Rightarrow g'(x) = 1$ nên $\int_1^5 [3g'(x) - 1] dx = \int_1^5 [3 \cdot 1 - 1] dx = \int_1^5 2 dx = 8$.

c) **Sai:** Do hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (P) và đường thẳng d có diện tích là $S = \frac{32}{3}$ nên ta có:

$$\int_1^5 [g(x) - f(x)] dx = \frac{32}{3} \Rightarrow \int_1^5 g(x) dx - \int_1^5 f(x) dx = \frac{32}{3} \Rightarrow 20 - \int_1^5 f(x) dx = \frac{32}{3} \Rightarrow \int_1^5 f(x) dx = \frac{28}{3}$$

d) **Sai:**

Giả sử hàm số bậc hai $y = f(x) = ax^2 + bx + c$ ta có:

$$\begin{cases} f(1) = 3 \\ f(5) = 7 \\ \int_1^5 f(x) dx = \frac{28}{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a + b + c = 3 \\ 25a + 5b + c = 7 \\ \int_1^5 (ax^2 + bx + c) dx = \frac{28}{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a + b + c = 3 \\ 25a + 5b + c = 7 \\ \left. \frac{ax^3}{3} + \frac{bx^2}{2} + cx \right|_1^5 = \frac{28}{3} \end{cases}.$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a + b + c = 3 \\ 25a + 5b + c = 7 \\ \frac{a(5^3 - 1^3)}{3} + \frac{b(5^2 - 1^2)}{2} + c(5 - 1) = \frac{28}{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a + b + c = 3 \\ 25a + 5b + c = 7 \\ \frac{124a}{3} + 12b + 4c = \frac{28}{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -5 \\ c = 7 \end{cases}$$

$\Rightarrow f(x) = x^2 - 5x + 7$ khi đó diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (P) và các đường thẳng

$$y = 7, x = 1, x = 5 \text{ là: } S = \int_1^5 [7 - f(x)] dx = \int_1^5 [7 - x^2 + 5x - 7] dx = \int_1^5 [-x^2 + 5x] dx = \frac{56}{3}.$$

Câu 3: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh có độ dài bằng a . Đường thẳng $A'C$ tạo với đáy $ABCD$ góc α sao cho $\tan \alpha = \sqrt{2}$.

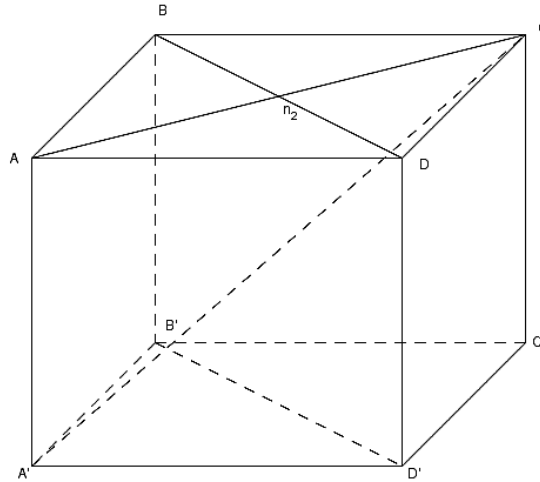
a) Thể tích khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ là $2a^3$

b) Góc nhị diện $[(BCC'B'), BB', (BDD'B')]$ có số đo bằng 45° .

c) Khoảng cách giữa BD và CD' bằng $\frac{a}{3}$.

d) $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}$.

Lời giải

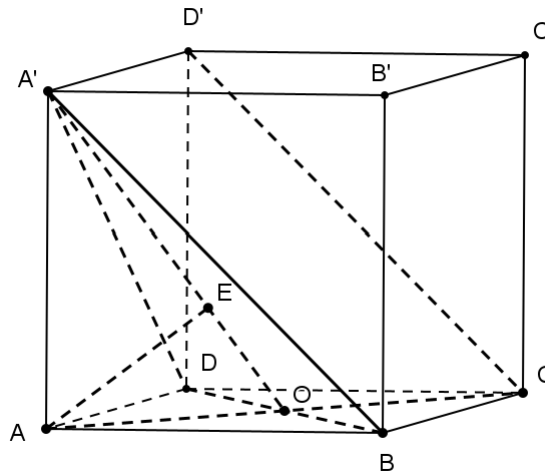


a) Đúng.

$$\text{Ta có } \tan \alpha = \sqrt{2} = \tan A'CA = \frac{A'A}{AC} = \frac{A'A}{a\sqrt{2}} \Rightarrow A'A = 2a \Rightarrow V = 2a^3.$$

b) Đúng.

$$\text{Ta có } [C, BB', D] = DBC = 45^\circ.$$



c) Sai.

$$\text{Do } CD' \parallel BA' \text{ nên } CD' \parallel (A'BD) \Rightarrow d(BD, CD') = d(CD', (A'BD)) = d(C, (A'BD)) = d(A, (A'BD))$$

$$\text{Gọi } O \text{ là giao điểm của } AC \text{ và } BD. \text{ Kẻ } AE \perp A'O \Rightarrow d(A, (A'BD)) = AE$$

$$\frac{1}{AE^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AD^2} + \frac{1}{AA'^2} = \frac{9}{4a^2} \Rightarrow AE = \frac{2a}{3}$$

$$\text{Vậy } d(BD, CD') = \frac{2a}{3}$$

d) Đúng.

Tăng tốc về đích – Vững bước tương lai

Theo quy tắc hình hộp ta có: $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}$.

Câu 4: Cho hàm số $f(x) = 2\sin x \cos x + \sqrt{2}x$

a) Hàm số đã cho liên tục trên đoạn $\left[\frac{\pi}{3}; \pi\right]$.

b) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x) = 2\cos 2x + \sqrt{2}$.

c) Trên đoạn $\left[\frac{\pi}{3}; \pi\right]$, phương trình $f'(x) = 0$ có đúng một nghiệm là $\frac{3\pi}{8}$.

d) Giá trị nhỏ nhất của $f(x)$ trên đoạn $\left[\frac{\pi}{3}; \pi\right]$ là $\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\pi\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải

a) Đúng.

Xét hàm số $f(x) = 2\sin x \cos x + \sqrt{2}x = \sin 2x + \sqrt{2}x$ liên tục trên \mathbb{R} nên liên tục trên $\left[\frac{\pi}{3}; \pi\right]$

b) Đúng.

$$f'(x) = (2x)' \cos 2x + \sqrt{2} = 2\cos 2x + \sqrt{2}$$

c) Sai.

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 2\cos 2x + \sqrt{2} = 0 \Leftrightarrow \cos 2x = -\frac{\sqrt{2}}{2} = \cos \frac{3\pi}{4}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi \\ 2x = -\frac{3\pi}{4} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{3\pi}{8} + k\pi \\ x = -\frac{3\pi}{8} + k\pi \end{cases}$$

$$\text{Trên đoạn } \left[\frac{\pi}{3}; \pi\right]: \frac{\pi}{3} \leq \frac{3\pi}{8} + k\pi \leq \pi \Leftrightarrow -\frac{1}{24} \leq k \leq \frac{5}{8}. \text{ Mà } k \in \mathbb{Z} \Rightarrow k = 0 \Rightarrow x = \frac{3\pi}{8}$$

$$\frac{\pi}{3} \leq -\frac{3\pi}{8} + k\pi \leq \pi \Leftrightarrow \frac{17}{24} \leq k \leq \frac{11}{8}. \text{ Mà } k \in \mathbb{Z} \Rightarrow k = 1 \Rightarrow x = \frac{5\pi}{8}$$

d) Sai.

$$\text{Trên đoạn } \left[\frac{\pi}{3}; \pi \right] : f\left(\frac{\pi}{3}\right) = \sin \frac{2\pi}{3} + \sqrt{2} \cdot \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\pi\sqrt{2}}{3}$$

$$f\left(\frac{3\pi}{8}\right) = \sin \frac{2.3\pi}{8} + \sqrt{2} \cdot \frac{3\pi}{8} = \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{3\pi\sqrt{2}}{8}$$

$$f\left(\frac{5\pi}{8}\right) = \sin \frac{2.5\pi}{8} + \sqrt{2} \cdot \frac{5\pi}{8} = -\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{5\pi\sqrt{2}}{8}$$

$$f(\pi) = \sin 2\pi + \sqrt{2} \cdot \pi = \pi\sqrt{2}$$

Vậy Giá trị nhỏ nhất của $f(x)$ trên đoạn $\left[\frac{\pi}{3}; \pi \right]$ là : $-\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{5\pi\sqrt{2}}{8}$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn (Tự luận). Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6. Ở mỗi câu thí sinh điền đáp án của câu đó.

Câu 1: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , $AB = 6, SBA = SCA = 90^\circ$, góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SAC) bằng 60° . Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng bao nhiêu ?

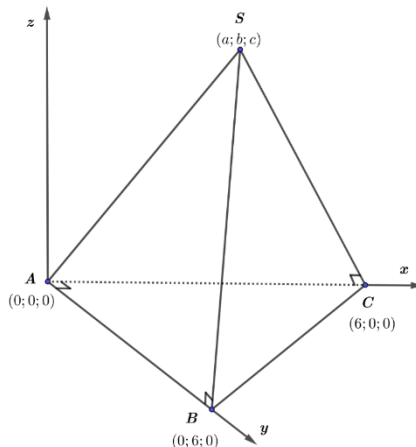
Lời giải

Đáp số: 36

Có ABC là tam giác vuông cân tại A , suy ra $AB = AC = 6$

Diện tích ΔABC bằng: $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 6 = 18 \text{ (dvdt)}$

Gán hệ trục tọa độ như hình vẽ, ta có



Có $\overrightarrow{BS} = (a, b-6, c), \overrightarrow{BA} = (0, -6, 0)$

Vì $SBA = 90^\circ \Rightarrow \overrightarrow{BS} \cdot \overrightarrow{BA} = 0 \Rightarrow a \cdot 0 + (b-6) \cdot (-6) + c \cdot 0 = 0 \Rightarrow b = 6$

Tăng tốc về đích – Vững bước tương lai

$$\text{Có } \overrightarrow{CS} = (a-6; b; c), \overrightarrow{CA} = (-6; 0; 0)$$

$$\text{Vì } \angle SCA = 90^\circ \Rightarrow \overrightarrow{CS} \cdot \overrightarrow{CA} = 0 \Rightarrow (a-6) \cdot (-6) + b \cdot 0 + c \cdot 0 = 0 \Rightarrow a = 6$$

$$\text{Có } \vec{n}_{(SAB)} = [\overrightarrow{BS}; \overrightarrow{BA}] = (6c; 0; -36)$$

$$\vec{n}_{(SAC)} = [\overrightarrow{CS}; \overrightarrow{CA}] = (0; -6c; 36)$$

$$\text{Có } \cos((SAB); (SAC)) = \left| \cos(\vec{n}_{(SAB)}; \vec{n}_{(SAC)}) \right| = \frac{|\vec{n}_{(SAB)} \cdot \vec{n}_{(SAC)}|}{|\vec{n}_{(SAB)}| \cdot |\vec{n}_{(SAC)}|} = \frac{1296}{\sqrt{36c^2 + 1296} \cdot \sqrt{36c^2 + 1296}}$$

Có góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SAC) bằng 60° . Suy ra:

$$\frac{1296}{\sqrt{36c^2 + 1296} \cdot \sqrt{36c^2 + 1296}} = \frac{1}{2} \Rightarrow c = 6$$

Vậy chiều cao của chóp bằng 6

$$\text{Suy ra thể tích khối chóp } S.ABC \text{ bằng: } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot 18 \cdot 6 = 36 \text{ (dvtt)}$$

Câu 2. Một máy bay cất cánh tại một sân bay, sau khi bắt đầu cất cánh trong thời gian ngắn máy bay sẽ bay theo một đường thẳng và sân bay nơi máy bay cất cánh được coi là một mặt phẳng. Chọn hệ tọa độ $Oxyz$, đơn vị độ dài trên mỗi trục là 1 km. Biết rằng, máy bay bắt đầu cất cánh tại điểm $O(0;0;0)$ và sau một thời gian ngắn máy bay bay đến điểm $A(2;5;1,2)$ và sân bay máy bay cất cánh nằm trên mặt phẳng (Oxy) . Góc tạo bởi đường bay của máy bay cất cánh và sân bay bằng bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị theo đơn vị độ là độ)?

Lời giải

Đáp số: 14.

Dựa vào đề bài ta có thể thấy góc tạo bởi đường bay của máy bay cất cánh và sân bay chính là góc của \overrightarrow{OA} và mặt phẳng (Oxy) .

Ta có: $\overrightarrow{OA} = (2; 5; 1,2)$ và vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (Oxy) là $\vec{n} = \vec{k} = (0; 0; 1)$.

Gọi α là góc tạo bởi \overrightarrow{OA} và mặt phẳng (Oxy) , suy ra:

$$\sin \alpha = \frac{|\overrightarrow{OA} \cdot \vec{k}|}{|\overrightarrow{OA}| \cdot |\vec{k}|} = \frac{|1,2|}{\sqrt{2^2 + 5^2 + (1,2)^2} \cdot \sqrt{1^2}} = \frac{6\sqrt{761}}{761}.$$

Suy ra $\alpha \approx 14^\circ$.

Câu 3. Một loại linh kiện do hai nhà máy I và II cùng sản xuất. Tỷ lệ phế phẩm của các nhà máy I và II lần lượt là 2% và 3%. Trong một lô linh kiện để lẫn lộn 100 sản phẩm của nhà máy I và 150 sản phẩm của nhà máy II. Một nhân viên kiểm tra lấy ngẫu nhiên một linh kiện từ lô hàng đó. Biết rằng linh

kiện được lấy ra không là phế phẩm. Tính xác suất để linh kiện đó do nhà máy II sản xuất (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải

Đáp số: 0,60

Gọi A là biến cố: “linh kiện được chọn do nhà máy II sản xuất được chọn”

B là biến cố: “linh kiện được chọn là phế phẩm”.

Yêu cầu bài toán tính $P(A|\bar{B}) = ?$.

Ta có $P(B|A) = 0,03$; $P(B|\bar{A}) = 0,02$; $P(A) = \frac{150}{250} = 0,6$; $P(\bar{A}) = 0,4$.

Suy ra $P(\bar{B}|A) = 1 - P(B|A) = 1 - 0,03 = 0,97$

Áp dụng công thức xác suất toàn phần,

$$P(B) = P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A})$$

$$= 0,6.0,03 + 0,4.0,02 = 0,026$$

Áp dụng công thức xác suất Bayes

$$P(A|\bar{B}) = \frac{P(A).P(\bar{B}|A)}{P(\bar{B})} = \frac{0,6.0,97}{1-0,026} = \frac{291}{487} \approx 0,60$$

Câu 4. Cho tích phân $I = \int_1^2 \frac{(x-1)^2}{x} dx = -\frac{a}{b} + c \ln 2$, trong đó a, b, c là các số nguyên dương, phân số $\frac{a}{b}$ tối giản. Giá trị của biểu thức $T = a + b + c$ bằng bao nhiêu?

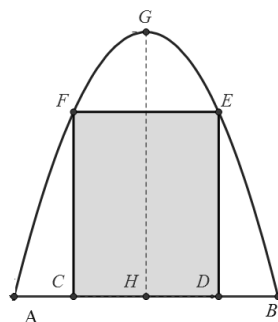
Lời giải

Đáp án: 4.

$$\text{Ta có } I = \int_1^2 \frac{(x-1)^2}{x} dx = \int_1^2 \left(x - 2 + \frac{1}{x} \right) dx = \left(\frac{1}{2}x^2 - 2x + \ln|x| \right) \Big|_1^2 = -\frac{1}{2} + \ln 2.$$

Do đó $a = 1$; $b = 2$; $c = 1$, như vậy $T = 4$.

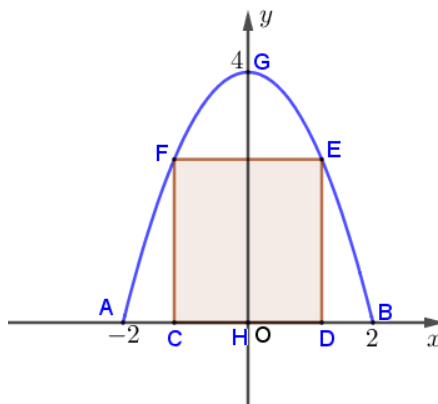
Câu 5. Một cái cổng hình Parabol như hình vẽ sau:



Chiều cao $GH = 4m$, chiều rộng $AB = 4m$, $AC = BD = 0,9m$. Chủ nhà làm hai cánh cổng nhựa lõi thép UPVC, khi đóng lại là hình chữ nhật $CDEF$ tô đậm có giá là $1500000 \text{ đồng}/m^2$, còn các phần để trắng làm xiên hoa có giá là $1000000 \text{ đồng}/m^2$. Tổng số tiền để làm hai phần nói trên là bao nhiêu triệu đồng? (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).

Lời giải

Đáp án: 13,7



Đặt hệ trục Oxy như hình vẽ.

+/- Gọi PT Parabol có dạng: $(P): y = ax^2 + bx + c$.

(P) có đỉnh $G(0;4)$ và đi qua $B(2;0)$ suy ra: $a = -1; b = 0; c = 4 \Rightarrow (P): y = -x^2 + 4$

+/- Ta có: $x_E = x_D = 1,1 \Rightarrow y_E = -1,1^2 + 4 = 2,79 \Rightarrow ED = 2,79$.

+/- $S_{CDEF} = CD \cdot DF = 2,2 \cdot 2,79 = 6,138 (m^2)$.

+/- Diện tích hình phẳng giới hạn bởi Parabol (P) và trục hoành là

$$S_{(P)} = \int_{-2}^2 (-x^2 + 4) dx = \frac{32}{3} (m^2)$$

Suy ra diện tích làm xiên hoa là: $S = S_{(P)} - S_{CDEF} = \frac{6793}{1500} (m^2)$.

Đổi đơn vị: $1500000 \text{ đồng}/m^2 = 1,5 \text{ triệu đồng}/m^2$, $1000000 \text{ đồng}/m^2 = 1 \text{ triệu đồng}/m^2$.

Tăng tốc về đích – Vững bước tương lai

Tổng số tiền để làm hai phần nói trên là:

$$T = 6,138.1,5 + \frac{6793}{1500}.1 \approx 13,7 \text{ (triệu đồng)}.$$

Câu 6. Một nhà máy sản xuất không quá 200 sản phẩm trong mỗi tháng. Chi phí sản xuất x sản phẩm ($1 \leq x \leq 200$) được cho bởi hàm chi phí $C(x) = 20000 + 800x - 3,6x^2 + 0,004x^3$ (nghìn đồng). Biết giá bán của mỗi sản phẩm là một hàm số phụ thuộc vào số lượng sản phẩm x và được cho bởi công thức $p(x) = 2000 - 9x$ (nghìn đồng). Hỏi mỗi tháng nhà máy sản xuất bao nhiêu sản phẩm để lợi nhuận thu được là lớn nhất? Biết rằng khảo sát thị trường cho thấy sản phẩm sản xuất ra sẽ được tiêu thụ hết.

Lời giải

Đáp số: 100.

Giá bán của x sản phẩm là: $x.p(x) = 2000x - 9x^2$ (nghìn đồng).

Chi phí sản xuất x sản phẩm là: $C(x) = 20000 + 800x - 3,6x^2 + 0,004x^3$ (nghìn đồng).

Lợi nhuận khi bán x sản phẩm là: $L(x) = x.p(x) - C(x) = -0,004x^3 - 5,4x^2 + 1200x - 20000$ (nghìn đồng).

$$\text{Ta có: } L'(x) = -0,012x^2 - 10,8x + 1200. \quad L'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 100 \\ x = -1000 \end{cases}$$

Với $1 \leq x \leq 200$, ta có:

x	$-\infty$	-1000	1	100	200	$+\infty$
$L'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$
$L(x)$				42000		

Vậy phải sản xuất 100 sản phẩm để lợi nhuận thu được là lớn nhất.

