



**ĐỀ THI THỬ TN THPT NĂM 2025**

**Môn thi: Toán**

**Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian giao đề)**

**Đề số 01**

**PHẦN I: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

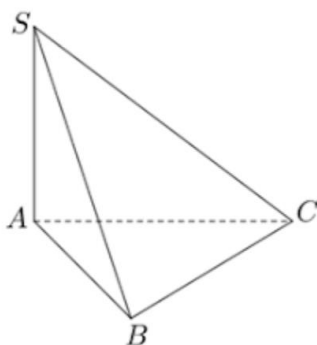
**Câu 1:** Cho cấp số cộng có năm số hạng là  $-4; -1; 2; 5; 8$ . Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

- A. 4.                      B. 3.                      C.  $-2$ .                      D.  $-3$ .

**Câu 2:** Số nghiệm của phương trình  $\log_7(x^2 - 2x) = \log_7(3x - 6)$  là

- A. 2.                      B. 0.                      C. 3.                      D. 1.

**Câu 3:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $SA$  vuông góc với mặt phẳng  $(ABC)$  (tham khảo hình vẽ bên dưới). Mệnh đề nào sau đây sai?



- A.  $SA \perp SB$ .                      B.  $SA \perp AB$ .                      C.  $SA \perp BC$ .                      D.  $SA \perp AC$ .

**Câu 4:** Phương trình  $5^{2x+1} = 125$  có nghiệm là

- A.  $x = 3$ .                      B.  $x = \frac{5}{2}$ .                      C.  $x = \frac{3}{2}$ .                      D.  $x = 1$ .

**Câu 5:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(7; -4; -2)$ ,  $B(-9; -9; 7)$ . Tọa độ của vector  $\overrightarrow{AB}$  là

- A.  $(-16; -5; 9)$ .                      B.  $(-2; -13; 5)$ .                      C.  $(16; 5; -9)$ .                      D.  $\left(-1; -\frac{13}{2}; \frac{5}{2}\right)$ .

**Câu 6:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho  $\vec{u} = -2\vec{i} - 3\vec{j} + 4\vec{k}$ . Tọa độ của  $\vec{u}$  là

- A.  $\vec{u} = (2; 3; -4)$ .                      B.  $\vec{u} = (2; 3; 4)$ .                      C.  $\vec{u} = (2; -3; 4)$ .                      D.  $\vec{u} = (-2; -3; 4)$ .

**Câu 7:** Họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \sin x$  là

- A.  $-\cos x + C$ .                      B.  $\cos x + C$ .                      C.  $\sin x + C$ .                      D.  $-\sin x + C$ .

**Câu 8:** Khẳng định nào dưới đây đúng

- A.  $\int (4x^3 - 2) dx = x^4 + C$ .                      B.  $\int (4x^3 - 2) dx = 12x^2 + C$ .

*Tăng tốc về đích – Vững bước tương lai*

C.  $\int (4x^3 - 2)dx = x^4 - 2x + C$ .

D.  $\int (4x^3 - 2)dx = 12x^4 - 2x + C$ .

**Câu 9:** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định trên  $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$  liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau :

$x$	$-\infty$	1	2	$+\infty$
$y'$	-		-	+
$y$	-3	$+\infty$	-5	2

Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

A.  $x = 2$ .

B.  $x = 1$ .

C.  $y = -3$ .

D.  $y = 2$ .

**Câu 10:** Cân nặng (kg) của một số quả mít trong một khu vườn được thống kê ở bảng sau:

Cân nặng (kg)	[4;6)	[6;8)	[8;10)	[10;12)	[12;14)
Số cây giống	6	12	19	9	4

Hãy tính phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên (kết quả làm tròn đến hàng phần mười)

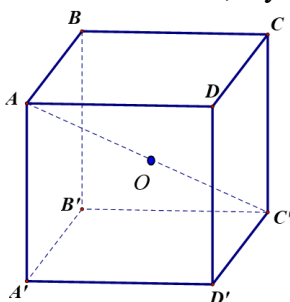
A. 4,7..

B. 4,6..

C. 1,9..

D. 4,8.

**Câu 11:** Cho hình hộp chữ nhật  $ABCD.A'B'C'D'$ ; lấy  $O$  là trung điểm  $AC'$  như hình vẽ



Biết rằng  $\overrightarrow{OC'} = m\overrightarrow{AB} + n\overrightarrow{AD} + p\overrightarrow{AA'}$  với  $m, n, p$  là số thực. Khi đó tổng  $m + n + 4p$  bằng

A.  $m + n + 4p = 3$ .

B.  $m + n + 4p = 2$ .

C.  $m + n + 4p = \frac{5}{2}$ .

D.  $m + n + 4p = 6$ .

**Câu 12:** Giá trị cực tiểu của hàm số  $y = x^4 - 2x^2 - 3$  bằng

A. -4.

B. -3.

C. -6.

D. 0.

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

**Câu 1:** Một lớp có 70% học sinh là nữ. Tỷ lệ học sinh đạt học sinh giỏi trong số học sinh nữ là 35% , tỷ lệ học sinh đạt danh hiệu học sinh giỏi trong số học sinh nam là 60% . Chọn ngẫu nhiên một học sinh của lớp đó. Gọi  $A$  là biến cố "Học sinh được chọn là nữ" và  $B$  là biến cố "Học sinh được chọn đạt danh hiệu học sinh giỏi".

a) Xác suất của biến cố  $\overline{A}$  là 0,3.

b) Xác suất của biến cố  $\overline{B}$  với điều kiện  $A$  là 0,65.

Tăng tốc về đích – Vững bước tương lai

c) Xác suất của biến cố  $A$  với điều kiện  $\bar{B}$  là  $\frac{91}{100}$ .

d) Xác suất của biến cố  $B$  là 0,49.

**Câu 2 :** Cho hàm số  $f(x) = 2x^2 + x$ . Giả sử  $F(x)$  là một nguyên hàm của  $f(x)$ . Khi đó

a)  $F'(x) = 4x + 1, \forall x \in \mathbb{R}$ .

b)  $\int_0^1 f(x) dx = 3$ .

c)  $\int_0^1 f(t) dt = \frac{7}{6}$ .

d) Hình thang cong giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = f(x)$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = 0, x = 1$  có diện tích bằng 1.

**Câu 3:** Cho hàm số  $f(x) = \sin 2x + 2x$ . Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a)  $f(0) = 0; f(\pi) = 2\pi$ .

b) Đạo hàm của hàm số đã cho là  $f'(x) = 2\cos 2x + 2$ .

c) Nghiệm của phương trình  $f'(x) = 0$  trên đoạn  $[0; \pi]$  là 0 và  $\pi$ .

d) Giá trị lớn nhất của  $f(x)$  trên đoạn  $[0; \pi]$  là  $\pi$ .

**Câu 4:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-3}{3}$  và điểm  $A(2; 3; -1)$ .

a) Điểm  $A$  không thuộc đường thẳng  $d$

b) Mặt phẳng  $(P)$  đi qua  $A$  và vuông góc với  $d$  có phương trình là  $2x + y + 3z + 4 = 0$ .

c) Tọa độ giao điểm của  $d$  và mặt phẳng  $(P)$  là điểm  $K\left(\frac{2}{7}; -\frac{33}{14}; \frac{27}{14}\right)$ .

d) Gọi  $(\alpha)$  là mặt phẳng chứa  $d$  sao cho khoảng cách từ  $A$  đến  $(\alpha)$  là lớn nhất. Khi đó mặt phẳng  $(\alpha)$  có phương trình là  $24x + 75y - 41z + 249 = 0$ .

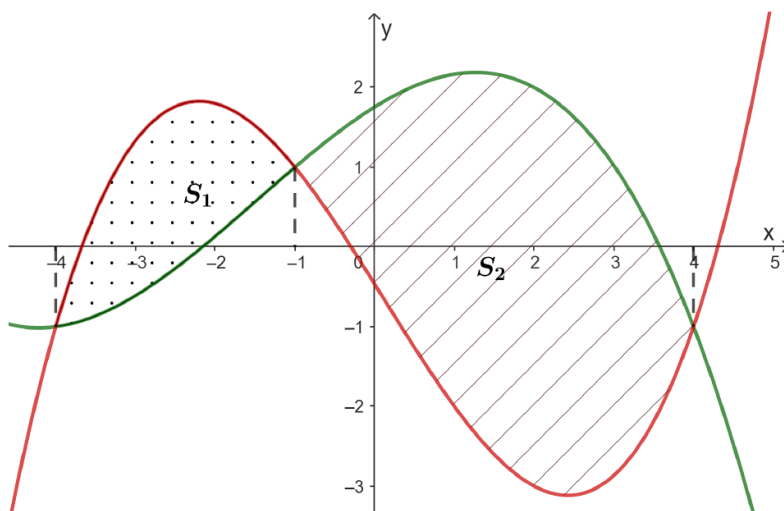
**PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

**Câu 1:** Cho lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có đáy là tam giác vuông tại  $A$ ,  $AB = 1$ ,  $BC = 2$ . Gọi  $M, N, P$  lần lượt là trung điểm của  $AC, CC', A'B$  và  $H$  là hình chiếu của  $A$  lên  $BC$ . Tính khoảng cách giữa  $MP$  và  $NH$ . (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

**Câu 2:** Trong một trường trung học phổ thông, người ta khảo sát về mối quan hệ giữa việc học sinh sử dụng tài liệu học tập trực tuyến và kết quả thi môn Toán. Kết quả khảo sát cho thấy 70% học sinh của trường có sử dụng tài liệu học tập trực tuyến. Trong số học sinh sử dụng tài liệu trực tuyến có 80% đạt điểm khá giỏi môn Toán. Trong số học sinh không sử dụng tài liệu trực tuyến, chỉ có 50% đạt điểm khá giỏi môn Toán. Nếu một học sinh được chọn ngẫu nhiên từ trường đạt điểm khá giỏi môn Toán thì xác suất học sinh này có sử dụng tài liệu học tập trực tuyến là bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

**Câu 3:** Cho hai hàm số  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$  và  $g(x) = mx^3 + nx^2 + px + q$

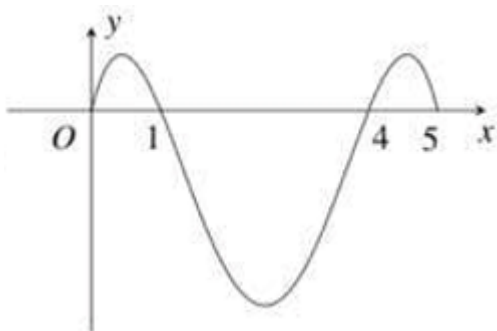
$(a, b, c, d, m, n, p, q \in \mathbb{R})$ . Biết rằng đồ thị của hai hàm số  $y = f(x)$  và  $y = g(x)$  cắt nhau tại ba điểm có hoành độ lần lượt là  $-4, -1, 4$  và  $f(2) = 2, g(2) = -3$  (tham khảo hình vẽ bên dưới)



Gọi  $S_1$  là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số  $y = f(x)$ ,  $y = g(x)$  và hai đường thẳng  $x = -4, x = -1$ . Gọi  $S_2$  là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số  $y = f(x)$ ,  $y = g(x)$  và hai đường thẳng  $x = -1, x = 4$ . Tính tỉ số  $\frac{S_1}{S_2}$  (làm tròn kết quả đến hàng phần chục)

**Câu 4:** Khi gắn hệ tọa độ  $Oxyz$  (đơn vị trên mỗi trục tính theo kilômét) vào một sân bay, mặt phẳng  $(Oxy)$  trùng với mặt sân bay. Một máy bay bay theo đường thẳng từ vị trí  $A(3; -2; 3)$  đến vị trí  $B(5; 6; 2)$ . Góc giữa đường bay (một phần của đường thẳng  $AB$ ) và sân bay (một phần của mặt phẳng  $(Oxy)$ ) bằng  $a$  độ (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị). Tính giá trị của  $a$ .

**Câu 5:** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên đoạn  $[0; 5]$  và có đồ thị hàm số  $y = f'(x)$  như hình vẽ dưới.



Giá trị nhỏ nhất của hàm số  $f(x)$  trên đoạn  $[0; 5]$  đạt được khi  $x$  bằng bao nhiêu?

**Câu 6:** Một khách hàng cần đặt một thợ mộc một số bàn học và một số ghế. Để làm một cái bàn học người thợ mất 6 giờ và mất 4 giờ để làm một cái ghế. Người thợ mộc có tối đa 36 giờ/tuần để làm bàn và ghế. Khách hàng yêu cầu người thợ mộc làm số ghế nhiều nhất là hơn số bàn một cái. Số lượng bàn và ghế tối đa người thợ mộc có thể làm được trong một tuần là 7 cái. Biết một cái bàn học bán ra lãi 180 nghìn đồng, mỗi cái ghế bán ra lãi 140 nghìn đồng. Gọi  $x$  và  $y$

Tăng tốc về đích – Vững bước tương lai

lần lượt là số ghế và số bàn học mà người thợ mộc làm được trong một tuần  $(x, y \geq 0)$ . Khi đó số tiền lãi lớn nhất mà xưởng thu được trong một tuần là bao nhiêu?

----- **HẾT** -----

### HƯỚNG DẪN GIẢI

**PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1:** Cho cấp số cộng có năm số hạng là  $-4; -1; 2; 5; 8$ . Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

A. 4.                                      B. 3.                                      C.  $-2$ .                                      D.  $-3$ .

**Lời giải**

Cấp số cộng trên có công sai  $d = u_2 - u_1 = -1 - (-4) = 3$ .

**Câu 2:** Số nghiệm của phương trình  $\log_7(x^2 - 2x) = \log_7(3x - 6)$  là

A. 2.                                      B. 0.                                      C. 3.                                      D. 1.

**Lời giải**

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} x^2 - 2x > 0 \\ 3x - 6 > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x < 0 \\ x > 2 \Rightarrow x > 2. \\ x > 2 \end{cases}$$

Phương trình đã cho tương đương:

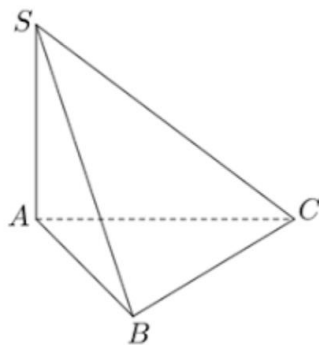
$$x^2 - 2x = 3x - 6$$

$$x^2 - 5x + 6 = 0$$

$$\begin{cases} x = 2 \\ x = 3 \end{cases}$$

Kết hợp điều kiện ta được  $x = 3$  là nghiệm của phương trình đã cho.

**Câu 3:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $SA$  vuông góc với mặt phẳng  $(ABC)$  (tham khảo hình vẽ bên dưới). Mệnh đề nào sau đây sai?



A.  $SA \perp SB$ .                                      B.  $SA \perp AB$ .                                      C.  $SA \perp BC$ .                                      D.  $SA \perp AC$ .

**Lời giải**

$$\text{Vì } SA \perp (ABC) \Rightarrow \begin{cases} SA \perp AB \\ SA \perp BC \\ SA \perp AC \end{cases} \text{ . Do đó } SA \perp SB \text{ là sai.}$$

**Câu 4:** Phương trình  $5^{2x+1} = 125$  có nghiệm là

- A.  $x = 3$ .                      B.  $x = \frac{5}{2}$ .                      C.  $x = \frac{3}{2}$ .                      D.  $x = 1$ .

**Lời giải**

Ta xét  $5^{2x+1} = 125 \Leftrightarrow 5^{2x+1} = 5^3 \Leftrightarrow 2x+1=3 \Leftrightarrow x=1$ .

**Câu 5:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(7; -4; -2)$ ,  $B(-9; -9; 7)$ . Tọa độ của vector  $\overrightarrow{AB}$  là

- A.  $(-16; -5; 9)$ .                      B.  $(-2; -13; 5)$ .                      C.  $(16; 5; -9)$ .                      D.  $\left(-1; -\frac{13}{2}; \frac{5}{2}\right)$ .

**Lời giải**

Ta có  $\overrightarrow{AB} = (-9-7; -9+4; 7+2) = (-16; -5; 9)$ .

**Câu 6:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho  $\vec{u} = -2\vec{i} - 3\vec{j} + 4\vec{k}$ . Tọa độ của  $\vec{u}$  là

- A.  $\vec{u} = (2; 3; -4)$ .                      B.  $\vec{u} = (2; 3; 4)$ .                      C.  $\vec{u} = (2; -3; 4)$ .                      D.  $\vec{u} = (-2; -3; 4)$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Từ  $\vec{u} = -2\vec{i} - 3\vec{j} + 4\vec{k}$  ta được  $\vec{u} = (-2; -3; 4)$ .

**Câu 7:** Họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \sin x$  là

- A.  $-\cos x + C$ .                      B.  $\cos x + C$ .                      C.  $\sin x + C$ .                      D.  $-\sin x + C$ .

**Lời giải**

Ta có  $\int \sin x dx = -\cos x + C$  với  $C$  là hằng số.

**Câu 8:** Khẳng định nào dưới đây đúng

- A.  $\int (4x^3 - 2) dx = x^4 + C$ .                      B.  $\int (4x^3 - 2) dx = 12x^2 + C$ .  
C.  $\int (4x^3 - 2) dx = x^4 - 2x + C$ .                      D.  $\int (4x^3 - 2) dx = 12x^4 - 2x + C$ .

**Lời giải**

Ta có  $\int (4x^3 - 2) dx = x^4 - 2x + C$

**Câu 9:** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định trên  $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$  liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau :

$x$	$-\infty$	1	2	$+\infty$
$y'$	-		-	+
$y$	-3	$+\infty$	-5	2

Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

*Tăng tốc về đích – Vững bước tương lai*

A.  $x = 2$ .

B.  $x = 1$ .

C.  $y = -3$ .

D.  $y = 2$ .

### Lời giải

Ta có  $\lim_{x \rightarrow 1^-} y = -\infty$  và  $\lim_{x \rightarrow 1^+} y = +\infty$  nên  $x = 1$  là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

**Câu 10:** Cân nặng (kg) của một số quả mít trong một khu vườn được thống kê ở bảng sau:

Cân nặng (kg)	[4;6)	[6;8)	[8;10)	[10;12)	[12;14)
Số cây giống	6	12	19	9	4

Hãy tính phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên (kết quả làm tròn đến hàng phần mười)

A. 4,7..

B. 4,6..

C. 1,9..

D. 4,8.

### Lời giải

Ta có bảng số liệu ghép nhóm

Cân nặng (kg)	[4;6)	[6;8)	[8;10)	[10;12)	[12;14)
Giá trị đại diện	5	7	9	11	13
Số cây giống	6	12	19	9	4

Số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

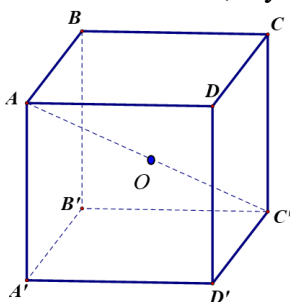
$$\bar{x} = \frac{5.6 + 7.12 + 9.19 + 11.9 + 13.4}{47} = 8,72$$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

$$s^2 = \frac{1}{50} \left[ 6 \left( 5 - \frac{436}{47} \right)^2 + 12 \left( 7 - \frac{436}{47} \right)^2 + 19 \left( 9 - \frac{436}{47} \right)^2 + 9 \left( 11 - \frac{436}{47} \right)^2 + \left( 13 - \frac{436}{47} \right)^2 \right] = 4,8$$

$\Rightarrow$  Chọn đáp án D.

**Câu 11:** Cho hình hộp chữ nhật  $ABCD.A'B'C'D'$ ; lấy  $O$  là trung điểm  $AC'$  như hình vẽ



Biết rằng  $\overrightarrow{OC'} = m\overrightarrow{AB} + n\overrightarrow{AD} + p\overrightarrow{AA'}$  với  $m, n, p$  là số thực. Khi đó tổng  $m + n + 4p$  bằng

A.  $m + n + 4p = 3$ .

B.  $m + n + 4p = 2$ .

C.  $m + n + 4p = \frac{5}{2}$ .

D.  $m + n + 4p = 6$ .

### Lời giải

**Chọn A**

Theo quy tắc hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$  ta có  $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}$ .

Tăng tốc về đích – Vững bước tương lai



Mà  $\overrightarrow{OC'} = \frac{1}{2} \overrightarrow{AC'}$  nên  $\overrightarrow{OC'} = \frac{1}{2} \overrightarrow{AB} + \frac{1}{2} \overrightarrow{AD} + \frac{1}{2} \overrightarrow{AA'}$  suy ra  $m = n = p = \frac{1}{2}$

Vậy  $m + n + 4p = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + 4 \cdot \frac{1}{2} = 3$ .

**Câu 12:** Giá trị cực tiểu của hàm số  $y = x^4 - 2x^2 - 3$  bằng

A. -4.

B. -3.

C. -6.

D. 0.

**Lời giải**

Tập xác định:  $D = \mathbb{R}$ .

$$y' = 4x^3 - 4x = 4x(x^2 - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$$

Ta có bảng biến thiên

$x$	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$y'$		-	0	+	0	-	0	+	
$y$	$+\infty$	$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$	
			-4		-3		-4		$+\infty$

Vậy giá trị cực tiểu bằng -4.

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

**Câu 1:** Một lớp có 70% học sinh là nữ. Tỷ lệ học sinh đạt học sinh giỏi trong số học sinh nữ là 35% , tỷ lệ học sinh đạt danh hiệu học sinh giỏi trong số học sinh nam là 60% . Chọn ngẫu nhiên một học sinh của lớp đó. Gọi  $A$  là biến cố "Học sinh được chọn là nữ" và  $B$  là biến cố "Học sinh được chọn đạt danh hiệu học sinh giỏi".

a) Xác suất của biến cố  $\overline{A}$  là 0,3.

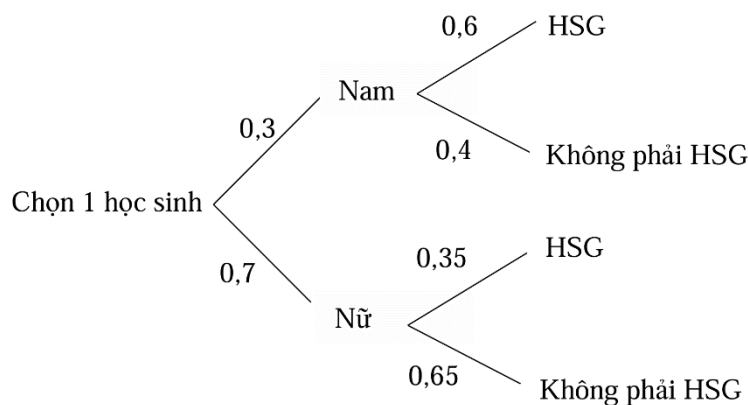
b) Xác suất của biến cố  $\overline{B}$  với điều kiện  $A$  là 0,65.

c) Xác suất của biến cố  $A$  với điều kiện  $\overline{B}$  là  $\frac{91}{100}$ .

d) Xác suất của biến cố  $B$  là 0,49.

**Lời giải**

Ta có sơ đồ cây:



**a) Đúng**

$$P(\bar{A}) = 0,3.$$

**b) Đúng**

$$P(\bar{B} | A) = 0,65$$

**c) Sai**

Áp dụng công thức Bayes:

$$P(A | \bar{B}) = \frac{P(A).P(\bar{B} | A)}{P(A).P(\bar{B} | A) + P(\bar{A}).P(\bar{B} | \bar{A})} = \frac{0,7.0,65}{0,7.0,65 + 0,3.0,4} = \frac{91}{115}.$$

**d) Sai**

Áp dụng công thức XSTP:

$$P(B) = P(A).P(B | A) + P(\bar{A}).P(B | \bar{A}) = 0,7.0,35 + 0,3.0,6 = 0,425.$$

**Câu 2 :** Cho hàm số  $f(x) = 2x^2 + x$ . Giả sử  $F(x)$  là một nguyên hàm của  $f(x)$ . Khi đó

**a)**  $F'(x) = 4x + 1, \forall x \in \mathbb{R}.$

**b)**  $\int_0^1 f(x) dx = 3.$

**c)**  $\int_0^1 f(t) dt = \frac{7}{6}.$

**d)** Hình thang cong giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = f(x)$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = 0, x = 1$  có diện tích bằng 1.

**Lời giải**

**Chọn a) Sai | b) Sai | c) Đúng | d) Sai**

**a) Sai.**

Ta có  $F'(x) = f(x) = 2x^2 + x, \forall x \in \mathbb{R}.$

**b) Sai.**

Tăng tốc về đích – Vững bước tương lai

Ta có  $\int_0^1 f(x) dx = \int_0^1 (2x^2 + x) dx = \left( \frac{2}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 \right) \Big|_0^1 = \frac{7}{6}.$

**c) Đúng.**

$$\int_0^1 f(t) dt = \int_0^1 f(x) dx = \int_0^1 (2x^2 + x) dx = \frac{7}{6}$$

**d) Sai.**

Hình thang cong giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = f(x)$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = 0, x = 1$  có diện tích là

$$S = \int_0^1 |f(x)| dx = \int_0^1 |2x^2 + x| dx = \int_0^1 (2x^2 + x) dx = \frac{7}{6}.$$

**Câu 3:** Cho hàm số  $f(x) = \sin 2x + 2x$ . Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

**a)**  $f(0) = 0; f(\pi) = 2\pi$ .

**b)** Đạo hàm của hàm số đã cho là  $f'(x) = 2\cos 2x + 2$ .

**c)** Nghiệm của phương trình  $f'(x) = 0$  trên đoạn  $[0; \pi]$  là 0 và  $\pi$ .

**d)** Giá trị lớn nhất của  $f(x)$  trên đoạn  $[0; \pi]$  là  $\pi$ .

**Lời giải**

**(a) Đúng:** Vì  $f(0) = 0; f(\pi) = 2\pi$ .

**(b) Đúng:** Vì  $f'(x) = 2\cos 2x + 2$ .

**(c) Sai:** Ta có  $f'(x) = 2\cos 2x + 2$ , Xét  $f'(x) = 0$

$$\Leftrightarrow 2\cos 2x + 2 = 0 \Leftrightarrow \cos 2x = -1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} \text{ do } x \in [0; \pi].$$

**(d) Sai:** Xét hàm số  $f(x)$  trên  $[0; \pi]$ .

Ta có  $f'(x) = 2\cos 2x + 2, f'(x) = 0$  có nghiệm trên  $[0; \pi]$  là  $x = \frac{\pi}{2}$ .

$$\text{Ta có } f(0) = 0; f(\pi) = 2\pi; f\left(\frac{\pi}{2}\right) = \pi.$$

Trong 3 số trên  $f(\pi) = 2\pi$  là lớn nhất, suy ra giá trị lớn nhất của  $f(x)$  trên đoạn  $[0; \pi]$  là  $2\pi$ .

**Câu 4:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-3}{3}$  và điểm  $A(2; 3; -1)$ .

**a)** Điểm  $A$  không thuộc đường thẳng  $d$

**b)** Mặt phẳng  $(P)$  đi qua  $A$  và vuông góc với  $d$  có phương trình là  $2x + y + 3z + 4 = 0$ .

**c)** Tọa độ giao điểm của  $d$  và mặt phẳng  $(P)$  là điểm  $K\left(\frac{2}{7}; -\frac{33}{14}; \frac{27}{14}\right)$ .

**d)** Gọi  $(\alpha)$  là mặt phẳng chứa  $d$  sao cho khoảng cách từ  $A$  đến  $(\alpha)$  là lớn nhất. Khi đó mặt phẳng  $(\alpha)$  có phương trình là  $24x + 75y - 41z + 249 = 0$ .

### Lời giải

**a) Đúng.**

Thay tọa độ điểm  $A$  vào phương trình đường thẳng  $d$  ta thấy không thỏa mãn nên điểm  $A$  không thuộc đường thẳng  $d$ .

Vậy a) là khẳng định **đúng**.

**b) Sai.**

Đường thẳng  $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-3}{3}$  có một VTCP là  $\vec{u}_d = (2; 1; 3)$

Mặt phẳng  $(P)$  vuông góc với  $d$  nên nhận véc tơ  $\vec{u}_d = (2; 1; 3)$  làm một VTPT.

Mặt khác mặt phẳng  $(P)$  đi qua  $A$ , từ đó ta có phương trình mặt phẳng  $(P)$  là:

$$2(x-2) + (y-3) + 3(z+1) = 0 \Leftrightarrow 2x + y + 3z - 4 = 0$$

Vậy b) **sai**.

**c) Đúng**

Phương trình tham số đường thẳng  $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-3}{3}$  là: 
$$\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 + t; t \in R \\ z = 3 + 3t \end{cases}$$

Gọi  $K$  là giao điểm của đường thẳng  $d$  và mặt phẳng  $(P)$

Do  $K$  thuộc đường thẳng  $d$  nên tọa độ của  $K$  là:  $K(1+2t; -2+t; 3+3t)$ . Mặt khác  $K$  thuộc mặt phẳng  $(P)$  nên ta có:  $2(1+2t) + (-2+t) + 3(3+3t) - 4 = 0 \Leftrightarrow t = -\frac{5}{14}$ .

Suy ra  $K\left(\frac{2}{7}; -\frac{33}{14}; \frac{27}{14}\right)$ .

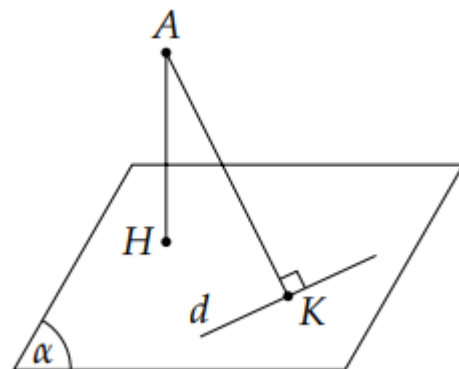
Vậy c) **Đúng**

**d) Sai**

Gọi  $H$  và  $K$  lần lượt là hình chiếu của  $A$  lên mặt phẳng  $(\alpha)$  và lên đường thẳng  $d$ . Dễ thấy  $AK$  không đôi

Ta có  $d(A;(\alpha)) = AH \leq AK$ , dấu " $=$ " xảy ra khi và chỉ khi  $H \equiv K$

Như vậy  $(\alpha)$  là mặt phẳng chứa  $d$  sao cho khoảng cách từ  $A$  đến  $(\alpha)$  là lớn nhất khi và chỉ khi mặt phẳng  $(\alpha)$  nhận véc tơ  $\overrightarrow{AK}$  làm một VTPT.



Vì  $K$  thuộc đường thẳng  $d$  nên tọa độ của  $K$  là:  $K(1+2t; -2+t; 3+3t)$ . Suy ra  $\overrightarrow{AK} = (-1+2t; -5+t; 4+3t)$ .

$\overrightarrow{u_d} = (2; 1; 3)$  là một VTCP của đường thẳng  $d$

Ta có  $\overrightarrow{AK} \cdot \overrightarrow{u_d} = 0 \Leftrightarrow 2(-1+2t) + (-5+t) + 3(4+3t) = 0 \Leftrightarrow t = -\frac{5}{14}$ . Suy ra

$\overrightarrow{AK} = \left(-\frac{12}{7}; -\frac{65}{14}; \frac{41}{14}\right)$ , chọn  $\vec{n}(24; 65; -41)$  làm một VTPT của mặt phẳng  $(\alpha)$  nên mặt phẳng  $(\alpha)$  có phương trình:  $24(x-1) + 65(y+2) - 41(z-3) = 0 \Leftrightarrow 24x + 65y - 41z + 229 = 0$

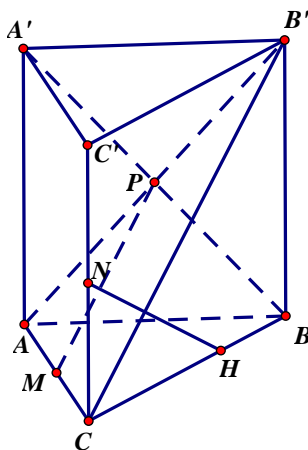
Vậy d) sai

### PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

**Câu 1:** Cho lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có đáy là tam giác vuông tại  $A$ ,  $AB=1$ ,  $BC=2$ . Gọi  $M, N, P$  lần lượt là trung điểm của  $AC, CC', A'B$  và  $H$  là hình chiếu của  $A$  lên  $BC$ . Tính khoảng cách giữa  $MP$  và  $NH$ . (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

**Lời giải**

**Đáp án:** 0,43



Vì  $A'B'BA$  là hình bình hành nên  $P$  cũng là trung điểm của  $AB'$ . Do đó  $MP \parallel B'C$ .

Tăng tốc về đích – Vững bước tương lai

Mặt phẳng  $BCC'B'$  chứa  $NH$  và song song với  $MP$  nên

$$d(MP, NH) = d(MP, (BCC'B')) = d(M, (BCC'B')) = \frac{1}{2} d(A, (BCC'B')) = \frac{1}{2} AH.$$

Tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$ ,  $AB = 1$ ,  $BC = 2$  suy ra  $AC = \sqrt{3} \Rightarrow AH = \frac{AC \cdot AB}{BC} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ .

Vậy  $d(MP, NH) = \frac{\sqrt{3}}{4} \approx 0,43$ .

**Câu 2:** Trong một trường trung học phổ thông, người ta khảo sát về mối quan hệ giữa việc học sinh sử dụng tài liệu học tập trực tuyến và kết quả thi môn Toán. Kết quả khảo sát cho thấy 70% học sinh của trường có sử dụng tài liệu học tập trực tuyến. Trong số học sinh sử dụng tài liệu trực tuyến có 80% đạt điểm khá giỏi môn Toán. Trong số học sinh không sử dụng tài liệu trực tuyến, chỉ có 50% đạt điểm khá giỏi môn Toán. Nếu một học sinh được chọn ngẫu nhiên từ trường đạt điểm khá giỏi môn Toán thì xác suất học sinh này có sử dụng tài liệu học tập trực tuyến là bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

**Lời giải**

**Đáp án: 0,79**

Gọi  $T$  là biến cố “Học sinh sử dụng tài liệu học tập trực tuyến” và  $K$  là biến cố “Học sinh đạt điểm khá giỏi môn Toán”

Xác suất học sinh sử dụng tài liệu trực tuyến là  $P(T) = 0,7$

Xác suất học sinh không sử dụng tài liệu trực tuyến là  $P(\bar{T}) = 1 - P(T) = 1 - 0,7 = 0,3$

Xác suất đạt điểm khá giỏi khi sử dụng tài liệu trực tuyến là  $P(K|T) = 0,8$

Xác suất đạt điểm khá giỏi khi không sử dụng tài liệu trực tuyến là  $P(K|\bar{T}) = 0,5$

Xác suất một học sinh đạt điểm khá giỏi môn Toán. Sử dụng công thức xác suất toàn phần:

$$P(K) = P(K|T) \cdot P(T) + P(K|\bar{T}) \cdot P(\bar{T}) = 0,8 \cdot 0,7 + 0,5 \cdot 0,3 = 0,71$$

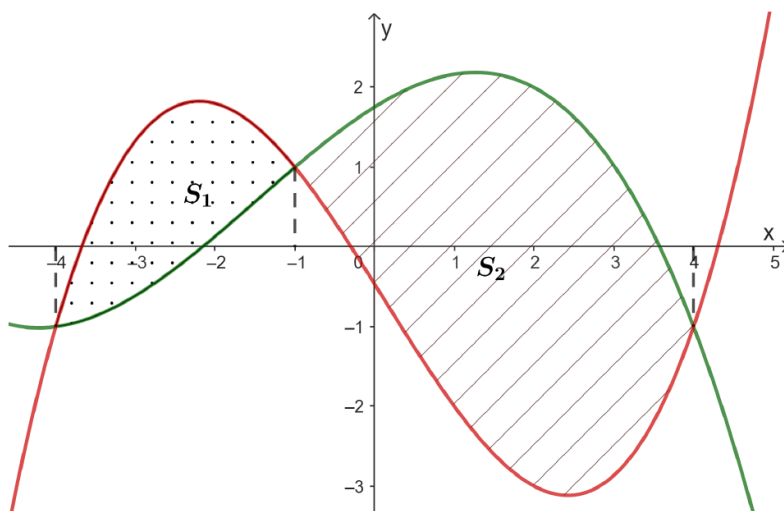
Xác suất học sinh sử dụng tài liệu trực tuyến khi biết học sinh đó đạt điểm khá giỏi môn Toán.

$$\text{Sử dụng công thức Bayes: } P(T|K) = \frac{0,8 \cdot 0,7}{0,71} = \frac{0,56}{0,71} \approx 0,79$$

Vậy nếu một học sinh đạt điểm khá giỏi môn Toán, xác suất học sinh này có sử dụng tài liệu học tập trực tuyến là 0,79

**Câu 3:** Cho hai hàm số  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$  và  $g(x) = mx^3 + nx^2 + px + q$

$(a, b, c, d, m, n, p, q \in \mathbb{R})$ . Biết rằng đồ thị của hai hàm số  $y = f(x)$  và  $y = g(x)$  cắt nhau tại ba điểm có hoành độ lần lượt là  $-4, -1, 4$  và  $f(2) = 2, g(2) = -3$  (tham khảo hình vẽ bên dưới)



Gọi  $S_1$  là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số  $y = f(x)$ ,  $y = g(x)$  và hai đường thẳng  $x = -4, x = -1$ . Gọi  $S_2$  là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số  $y = f(x)$ ,  $y = g(x)$  và hai đường thẳng  $x = -1, x = 4$ . Tính tỉ số  $\frac{S_1}{S_2}$  (làm tròn kết quả đến hàng phần chục)

**Lời giải**

**Đáp án:** 0,3

Theo đề, đồ thị của hai hàm số  $y = f(x)$  và  $y = g(x)$  cắt nhau tại ba điểm có hoành độ lần lượt là  $-4, -1, 4$  nên  $f(x) - g(x) = \alpha(x-4)(x+4)(x+1)$  (\*). (với  $\alpha \neq 0$ ).

Thay  $x = 2$  vào (\*) và kết hợp giả thiết ta được:  $2 - (-3) = \alpha(2-4)(2+4)(2+1) \Leftrightarrow \alpha = -\frac{5}{36}$ .

Suy ra  $f(x) - g(x) = -\frac{5}{36}(x-4)(x+4)(x+1) = -\frac{5}{36}(x^2-16)(x+1)$ .

$$\text{Vậy } \frac{S_1}{S_2} = \frac{\int_{-4}^{-1} |f(x) - g(x)| dx}{\int_{-1}^4 |f(x) - g(x)| dx} = \frac{\int_{-4}^{-1} \left| -\frac{5}{36}(x^2-16)(x+1) \right| dx}{\int_{-1}^4 \left| -\frac{5}{36}(x^2-16)(x+1) \right| dx} \approx 0,3$$

**Câu 4:** Khi gắn hệ tọa độ  $Oxyz$  (đơn vị trên mỗi trục tính theo kilômét) vào một sân bay, mặt phẳng  $(Oxy)$  trùng với mặt sân bay. Một máy bay bay theo đường thẳng từ vị trí  $A(3; -2; 3)$  đến vị trí  $B(5; 6; 2)$ . Góc giữa đường bay (một phần của đường thẳng  $AB$ ) và sân bay (một phần của mặt phẳng  $(Oxy)$ ) bằng  $a$  độ (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị). Tính giá trị của  $a$ .

**Lời giải**

+ Vector chỉ phương của đường thẳng  $AB$  là  $\vec{u} = \overrightarrow{AB} = (2; 8; -1)$ .

+ Vector pháp tuyến của mặt phẳng  $(Oxy)$  là  $\vec{n} = (0; 0; 1)$

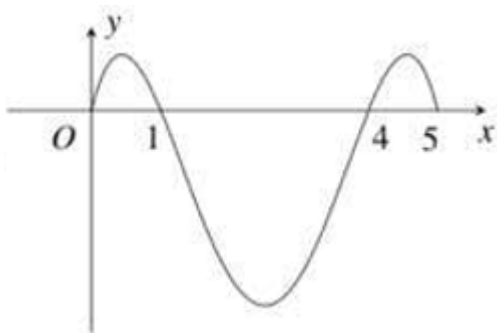
+ Góc giữa đường thẳng  $AB$  mặt phẳng  $(Oxy)$ :

$$\sin a = \frac{|\vec{n} \cdot \vec{u}|}{|\vec{n}| \cdot |\vec{u}|} = \frac{|2 \cdot 0 + 8 \cdot 0 - 1 \cdot 1|}{\sqrt{2^2 + 8^2 + (-1)^2} \cdot \sqrt{0^2 + 0^2 + 1}} = \frac{\sqrt{69}}{69}.$$

$$\Rightarrow a \approx 7 (\text{độ})$$

Góc giữa đường bay và sân bay là  $7$  (độ).

**Câu 5:** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên đoạn  $[0; 5]$  và có đồ thị hàm số  $y = f'(x)$  như hình vẽ dưới.



Giá trị nhỏ nhất của hàm số  $f(x)$  trên đoạn  $[0; 5]$  đạt được khi  $x$  bằng bao nhiêu?

**Lời giải**

**Trả lời:**  $x = 4$ .

Từ đồ thị  $f'(x)$  ta có:

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = 4 \\ x = 5 \end{cases}$$

Bảng biến thiên của hàm số trên đoạn  $[0; 5]$ :

Dựa vào bảng biến thiên, ta có:  $\min_{[0;5]} f(x) = \min \{f(0); f(4)\}.$

Bây giờ ta so sánh  $f(0)$  và  $f(4)$  như sau:

$$\text{Gọi } S_1 \text{ là diện tích hình phẳng giới hạn bởi: } \begin{cases} y = f'(x) \\ Ox \\ x = 1 \\ x = 4 \end{cases}.$$

$$S_2 \text{ là diện tích hình phẳng giới hạn bởi: } \begin{cases} y = f'(x) \\ Ox \\ x = 0 \\ x = 1 \end{cases}.$$



Cũng từ đồ thị  $f'(x)$  ta có:

$$S_1 > S_2 \Rightarrow -\int_1^4 f'(x)dx > \int_0^1 f'(x)dx \Leftrightarrow f(1) - f(4) > f(1) - f(0) \Leftrightarrow f(4) < f(0).$$

Vậy  $\min_{[0;5]} f(x) = f(4)$ , khi  $x = 4$ .

**Câu 6:** Một khách hàng cần đặt một thợ mộc một số bàn học và một số ghế. Để làm một cái bàn học người thợ mất 6 giờ và mất 4 giờ để làm một cái ghế. Người thợ mộc có tối đa 36 giờ/tuần để làm bàn và ghế. Khách hàng yêu cầu người thợ mộc làm số ghế nhiều nhất là hơn số bàn một cái. Số lượng bàn và ghế tối đa người thợ mộc có thể làm được trong một tuần là 7 cái. Biết một cái bàn học bán ra lãi 180 nghìn đồng, mỗi cái ghế bán ra lãi 140 nghìn đồng. Gọi  $x$  và  $y$  lần lượt là số ghế và số bàn học mà người thợ mộc làm được trong một tuần ( $x, y \geq 0$ ). Khi đó số tiền lãi lớn nhất mà xưởng thu được trong một tuần là bao nhiêu?

**Lời giải**

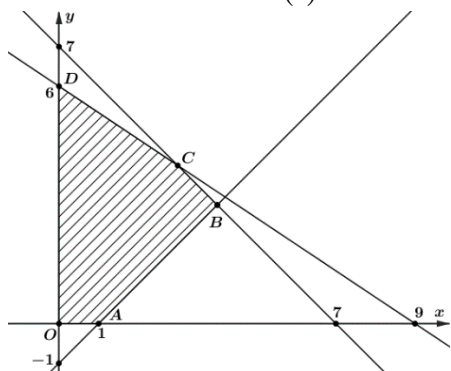
**Đáp án: 1140**

Theo giả thiết bài ra ta có hệ bất phương trình sau đây

$$\begin{cases} 4x + 6y \leq 36 \\ x \leq y + 1 \\ x + y \leq 7 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 3y \leq 18 \\ x - y \leq 1 \\ x + y \leq 7 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases} \quad (1)$$

Xét hệ phương trình  $\begin{cases} 2x + 3y - 18 = 0 & (d_1) \\ x + y = 7 & (d_2) \\ x - y - 1 = 0 & (d_3) \\ x = 0 \\ y = 0 \end{cases}$ . Với  $\begin{cases} E = d_1 \cap d_3 \\ D = d_1 \cap Oy \\ C = d_1 \cap d_2 \\ B = d_2 \cap d_3 \\ A = d_3 \cap Ox \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} E\left(\frac{21}{5}; \frac{16}{5}\right) \\ D(0; 6) \\ C(3; 4) \\ B(4; 3) \\ A(1; 0) \end{cases}$ .

Miền nghiệm của hệ (1) là miền trong đa giác  $OABCD$  (kể cả biên) như hình vẽ.



Khi đó số tiền lãi mà người thợ mộc thu được là:  $f(x, y) = 140x + 180y$  (nghìn đồng).

Ta có  $\begin{cases} f(A) = 140.1 = 140 \\ f(B) = 140.4 + 180.3 = 1100 \\ f(C) = 140.3 + 180.4 = 1140 \\ f(D) = 140.0 + 180.6 = 1080 \end{cases}$

*Trung tâm luyện thi đánh giá năng lực SHT*

*Liên hệ: 0972416216 – 0977580484*

$Max f(x, y) = f(C) = 1140$  nên người thợ mộc cần làm được 3 cái ghế và 4 cái bàn trong 1 tuần thì được số tiền lãi lớn nhất.

----- **HẾT** -----

*Tăng tốc về đích – Vững bước tương lai*