

Tóm tắt công thức Xác Suất - Thống Kê

I. Phần Xác Suất

1. Xác suất cổ điển

- Công thức cộng xác suất: $P(A+B)=P(A)+P(B)-P(AB)$.
- A_1, A_2, \dots, A_n xung khắc từng đôi $\Leftrightarrow P(A_1+A_2+\dots+A_n)=P(A_1)+P(A_2)+\dots+P(A_n)$.
- Ta có
 - A, B xung khắc $\Leftrightarrow P(A+B)=P(A)+P(B)$.
 - A, B, C xung khắc từng đôi $\Leftrightarrow P(A+B+C)=P(A)+P(B)+P(C)$.
 - $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$.
- Công thức xác suất có điều kiện: $P(A/B) = \frac{P(AB)}{P(B)}$, $P(B/A) = \frac{P(AB)}{P(A)}$.
- Công thức nhân xác suất: $P(AB)=P(A).P(B/A)=P(B).P(A/B)$.
- A_1, A_2, \dots, A_n độc lập với nhau $\Leftrightarrow P(A_1.A_2.\dots.A_n)=P(A_1).P(A_2).\dots.P(A_n)$.
- Ta có
 - A, B độc lập $\Leftrightarrow P(AB)=P(A).P(B)$.
 - A, B, C độc lập với nhau $\Leftrightarrow P(A.B.C)=P(A).P(B).P(C)$.
- Công thức Bernoulli: $B(k; n; p) = C_n^k p^k q^{n-k}$, với $p=P(A)$: xác suất để biến cố A xảy ra ở mỗi phép thử và $q=1-p$.
- Công thức xác suất đầy đủ - Công thức Bayes
 - Hệ biến cố gồm n phần tử A_1, A_2, \dots, A_n được gọi là một phép phân hoạch của $\Omega \Leftrightarrow \begin{cases} A_i.A_j = \Phi, \forall i \neq j; i, j \in \overline{1, n} \\ A_1 + A_2 + \dots + A_n = \Omega \end{cases}$
 - Công thức xác suất đầy đủ:

$$P(B) = \sum_{i=1}^n P(A_i).P(B/A_i) = P(A_1).P(B/A_1) + P(A_2).P(B/A_2) + \dots + P(A_n).P(B/A_n)$$
 - Công thức Bayes:

$$P(A_i/B) = \frac{P(A_i).P(B/A_i)}{P(B)}$$
 với $P(B) = P(A_1).P(B/A_1) + P(A_2).P(B/A_2) + \dots + P(A_n).P(B/A_n)$

2. Biến ngẫu nhiên

a. Biến ngẫu nhiên rời rạc

- Luật phân phối xác suất

X	x_1	x_2	...	x_n
P	p_1	p_2	...	p_n

với $p_i = P(X = x_i), i = \overline{1, n}$.

Ta có:

$$\sum_{i=1}^n p_i = 1 \text{ và } P\{a \leq f(X) \leq b\} = \sum_{a \leq f(x_i) \leq b} p_i$$

- Hàm phân phối xác suất

$$F_X(x) = P(X < x) = \sum_{x_i < x} p_i$$

- Mode

$$\text{Mod}X = x_0 \Leftrightarrow p_0 = \max\{p_i : i = \overline{1, n}\}$$

- Median

$$\text{Med}X = x_e \Leftrightarrow \begin{cases} P(X < x_e) \leq 0,5 \\ P(X > x_e) \leq 0,5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sum_{x_i < x_e} p_i \leq 0,5 \\ \sum_{x_i > x_e} p_i \leq 0,5 \end{cases}$$

- Kỳ vọng

$$EX = \sum_{i=1}^n (x_i \cdot p_i) = x_1 \cdot p_1 + x_2 \cdot p_2 + \dots + x_n \cdot p_n$$

$$E(\varphi(X)) = \sum_{i=1}^n (\varphi(x_i) \cdot p_i) = \varphi(x_1) \cdot p_1 + \varphi(x_2) \cdot p_2 + \dots + \varphi(x_n) \cdot p_n$$

- Phương sai

$$\text{Var}X = E(X^2) - (EX)^2$$

$$\text{với } E(X^2) = \sum_{i=1}^n (x_i^2 \cdot p_i) = x_1^2 \cdot p_1 + x_2^2 \cdot p_2 + \dots + x_n^2 \cdot p_n$$

b. Biến ngẫu nhiên liên tục.

- $f(x)$ là hàm mật độ xác suất của $X \Rightarrow \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = 1$,

$$P\{a \leq X \leq b\} = \int_a^b f(x) \cdot dx$$

- Hàm phân phối xác suất

$$F_X(x) = P(X < x) = \int_{-\infty}^x f(t)dt$$

- Mode

$$\text{Mod}X = x_0 \Leftrightarrow \text{Hàm mật độ xác suất } f(x) \text{ của } X \text{ đạt cực đại tại } x_0.$$

- Median

$$\text{Med}X = x_e \Leftrightarrow F_X(x_e) = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \int_{-\infty}^{x_e} f(x)dx = \frac{1}{2}.$$

- Kỳ vọng

$$EX = \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot f(x)dx.$$

$$E(\varphi(X)) = \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi(x) \cdot f(x)dx$$

- Phương sai

$$VarX = E(X^2) - (EX)^2 \text{ với } EX^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 \cdot f(x) dx.$$

c. Tính chất

- $E(C) = C, Var(C) = 0$, C là một hằng số.
- $E(kX) = kEX, Var(kX) = k^2VarX$
- $E(aX + bY) = aEX + bEY$
- Nếu X, Y độc lập thì $E(XY) = EX \cdot EY, Var(aX + bY) = a^2VarX + b^2VarY$
- $\sigma(X) = \sqrt{VarX}$: Độ lệch chuẩn của X, có cùng thứ nguyên với X và EX.

3. Luật phân phối xác suất

a. Phân phối Chuẩn ($X \sim N(\mu; \sigma^2)$)

- $X(\Omega) = \mathbb{R}, EX = \text{Mod}X = \text{Med}X = \mu, VarX = \sigma^2$
- Hàm mđxs $f(x, \mu, \sigma) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \Rightarrow$ Với $\mu = 0, \sigma = 1$:
$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} \text{ (Hàm Gauss)}$$
- $P(a \leq X \leq b) = \Phi\left(\frac{b-\mu}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{a-\mu}{\sigma}\right)$ với $\Phi(x) = \int_0^x \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{t^2}{2}} dt$ (Hàm Laplace)
- Cách sử dụng máy tính bỏ túi để tính giá trị hàm Laplace, hàm phân phối xác suất của phân phối chuẩn chuẩn tắc

Tác vụ	Máy CASIO 570MS	Máy CASIO 570ES
Khởi động gói Thống kê	Mode...(tìm)...SD	Mode...(tìm)...STAT 1-Var
Tính $\Phi(x) = \int_0^x \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{t^2}{2}} dt$	Shift 3 2 x) =	Shift 1 7 2 x) =
$F(x) = \int_{-\infty}^x \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{t^2}{2}} dt$	Shift 3 1 x) =	Shift 1 7 1 x) =
Thoát khỏi gói Thống kê	Mode 1	Mode 1

Lưu ý: $F(x) = 0,5 + \Phi(x)$

b. Phân phối Poisson ($X \sim P(\lambda)$)

- $X(\Omega) = \mathbb{N}, EX = VarX = \lambda. \text{Mod}X = k \Leftrightarrow \lambda - 1 \leq k \leq \lambda$
- $P(X=k) = e^{-\lambda} \frac{\lambda^k}{k!}, k \in \mathbb{N}$

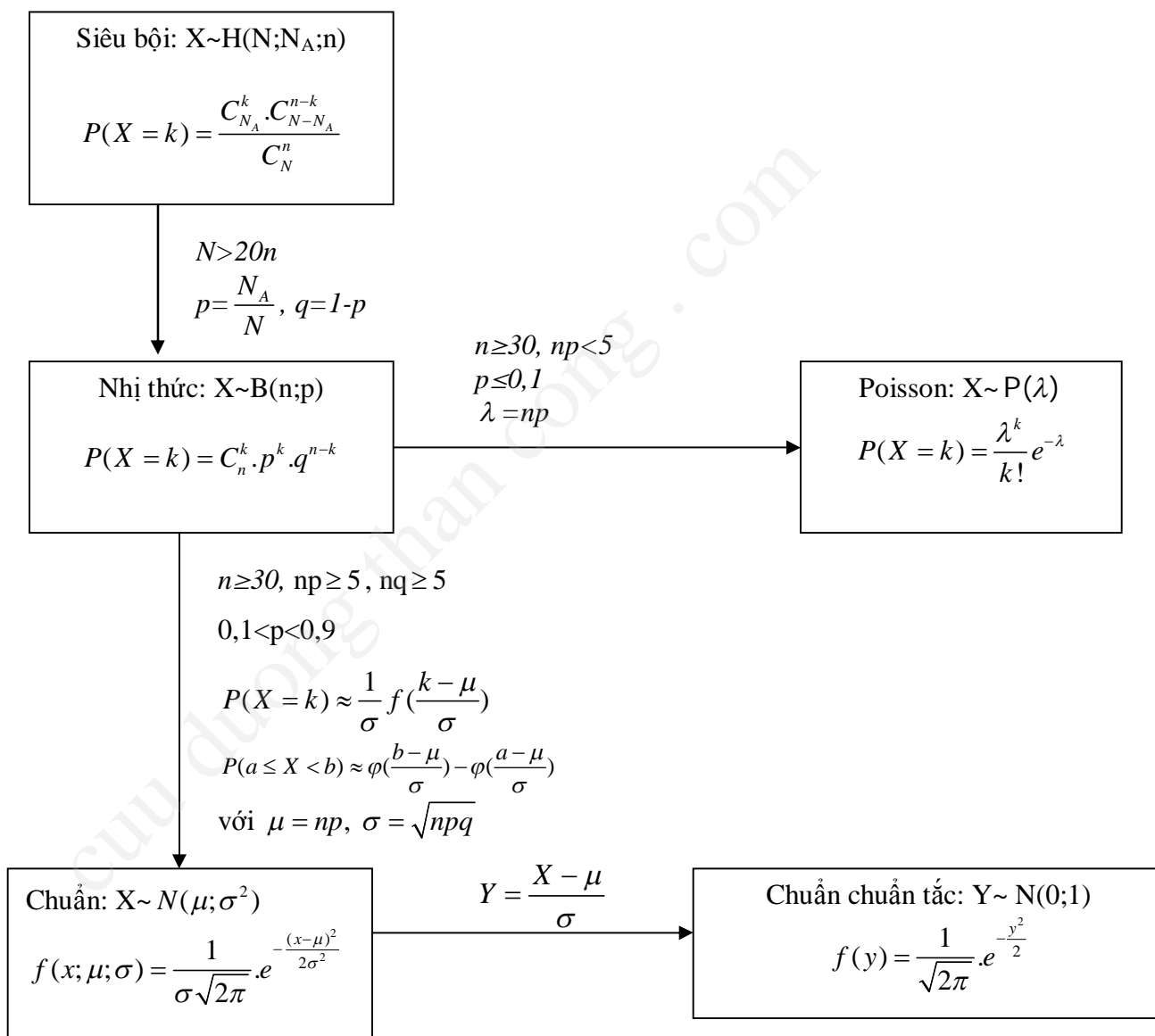
c. Phân phối Nhị thức ($X \sim B(n; p)$)

- $X(\Omega) = \{0..n\}$, $EX=np$, $VarX=npq$, $ModX=k \Leftrightarrow (n+1)p - 1 \leq k \leq (n+1)p$
- $P(X=k) = C_n^k \cdot p^k \cdot q^{n-k}$, $q = 1 - p$, $0 \leq k \leq n$, $k \in \mathbb{N}$
- Nếu ($n \geq 30$; $0,1 < p < 0,9$; $np \geq 5$, $nq \geq 5$) thì $X \sim B(n; p) \approx N(\mu; \sigma^2)$ với
 $\mu = n.p$, $\sigma = \sqrt{npq}$
 - $P(X=k) \approx \frac{1}{\sigma} f\left(\frac{k-\mu}{\sigma}\right)$, $0 \leq k \leq n$, $k \in \mathbb{N}$
 - $P(a \leq X < b) \approx \Phi\left(\frac{b-\mu}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{a-\mu}{\sigma}\right)$
- Nếu ($n \geq 30$, $p \leq 0,1$, $np < 5$) thì $X \sim B(n; p) \approx P(\lambda)$ với $\lambda = np$
 - $P(X=k) \approx e^{-\lambda} \frac{\lambda^k}{k!}$, $k \in \mathbb{N}$
- Nếu ($n \geq 30$, $p \geq 0,9$, $nq < 5$)
 $P(X=k) \approx e^{-\lambda} \frac{\lambda^{n-k}}{(n-k)!}$, $k \in \mathbb{R}$ với $\lambda = nq$

d. Phân phối Siêu bội ($X \sim H(N; N_A; n)$)

- $X(\Omega) = \{\max\{0; n - (N - N_A)\}.. \min\{n; N_A\}\}$
- $EX=np$, $VarX=npq \frac{N-n}{N-1}$ với $p = \frac{N_A}{N}$, $q=1-p$.
- $ModX = k \Leftrightarrow \frac{(N_A+1)(n+1)+2}{N+2} - 1 \leq k \leq \frac{(N_A+1)(n+1)+2}{N+2}$.
- $P(X=k) = \frac{C_{N_A}^k C_{N-N_A}^{n-k}}{C_N^n}$, $k \in X(\Omega)$
- Nếu $\frac{N}{n} > 20$ thì $X \sim H(N; N_A; n) \approx B(n; p)$ với $p = \frac{N_A}{N}$.
 $P(X=k) \approx C_n^k \cdot p^k \cdot q^{n-k}$, $k \in X(\Omega)$, $q = 1 - p$.

Sơ đồ tóm tắt các dạng phân phối xác suất thông dụng:



II. Phần Thống Kê.

1. Lý thuyết mẫu.

a. Các công thức cơ bản.

Các giá trị đặc trưng	Mẫu ngẫu nhiên	Mẫu cụ thể
Giá trị trung bình	$\bar{X} = \frac{X_1 + \dots + X_n}{n}$	$\bar{x} = \frac{x_1 + \dots + x_n}{n}$
Phương sai không hiệu chỉnh	$\hat{S}_x^2 = \frac{(X_1 - \bar{X})^2 + \dots + (X_n - \bar{X})^2}{n}$	$\hat{s}_x^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n}$
Phương sai hiệu chỉnh	$S_x^2 = \frac{(X_1 - \bar{X})^2 + \dots + (X_n - \bar{X})^2}{n-1}$	$s_x^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n-1}$

b. Để dễ xử lý ta viết số liệu của mẫu cụ thể dưới dạng tần số như sau:

x_i	x_1	x_2	\dots	x_k
n_i	n_1	n_2	\dots	n_k

Khi đó

Các giá trị đặc trưng	Mẫu cụ thể
Giá trị trung bình	$\bar{x} = \frac{x_1 n_1 + \dots + x_k n_k}{n}$
Phương sai không hiệu chỉnh	$\hat{s}_x^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 n_1 + \dots + (x_k - \bar{x})^2 n_k}{n}$
Phương sai hiệu chỉnh	$s_x^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 n_1 + \dots + (x_k - \bar{x})^2 n_k}{n-1}$

c. Cách sử dụng máy tính bỏ túi để tính các giá trị đặc trưng mẫu

- Nếu số liệu thống kê thu thập theo miền $[a;b)$ hay $(a;b]$ thì ta sử dụng giá trị đại diện cho miền đó là $\frac{a+b}{2}$ để tính toán.

Tác vụ	Dòng CASIO MS	Dòng CASIO ES							
Bật chế độ nhập tần số	Không cần	Shift Mode ↓ 4 1							
Khởi động gói Thống kê	Mode...(tìm)...SD	Mode...(tìm)...STAT 1-Var							
Nhập số liệu	x_1 Shift , n_1 M+								
	\vdots								
	x_k Shift , n_k M+								
	Nếu $n_i = 1$ thì chỉ cần nhấn x_i M+	<table><tr><th>X</th><th>FREQ</th></tr><tr><td>$x_1 =$</td><td>$n_1 =$</td></tr><tr><td>\vdots</td><td>\vdots</td></tr><tr><td>$x_k =$</td><td>$n_k =$</td></tr></table>	X	FREQ	$x_1 =$	$n_1 =$	\vdots	\vdots	$x_k =$
X	FREQ								
$x_1 =$	$n_1 =$								
\vdots	\vdots								
$x_k =$	$n_k =$								

Xóa màn hình hiển thị	AC	AC
Xác định:		
• Kích thước mẫu (n)	Shift 1 3 =	Shift 1 5 1 =
• Giá trị trung bình (\bar{x})	Shift 2 1 =	Shift 1 5 2 =
• Độ lệch chuẩn không hiệu chỉnh (\hat{s}_x)	Shift 2 2 =	Shift 1 5 3 =
• Độ lệch chuẩn hiệu chỉnh (s_x)	Shift 2 3 =	Shift 1 5 4 =
Thoát khỏi gói Thống kê	Mode 1	Mode 1

2. Ước lượng khoảng.

a) Khoảng tin cậy cho giá trị trung bình.

Trường hợp 1. (σ đã biết)

- Ước lượng đối xứng.

$$\varphi(z_{\frac{\alpha}{2}}) = \frac{1-\alpha}{2} \rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} \Rightarrow \varepsilon = z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \Rightarrow (\bar{x} - \varepsilon; \bar{x} + \varepsilon)$$

- Ước lượng chệch trái.

$$\varphi(z_{\alpha}) = 0,5 - \alpha \rightarrow z_{\alpha} \Rightarrow \varepsilon = z_{\alpha} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \Rightarrow (-\infty; \bar{x} + \varepsilon)$$

- Ước lượng chệch phải.

$$\varphi(z_{\alpha}) = 0,5 - \alpha \rightarrow z_{\alpha} \Rightarrow \varepsilon = z_{\alpha} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \Rightarrow (\bar{x} - \varepsilon; +\infty)$$

Trường hợp 2. (σ chưa biết, $n \geq 30$)

- Ước lượng đối xứng.

$$\varphi(z_{\frac{\alpha}{2}}) = \frac{1-\alpha}{2} \rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} \Rightarrow \varepsilon = z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}} \Rightarrow (\bar{x} - \varepsilon; \bar{x} + \varepsilon)$$

- Ước lượng chệch trái.

$$\varphi(z_{\alpha}) = 0,5 - \alpha \rightarrow z_{\alpha} \Rightarrow \varepsilon = z_{\alpha} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}} \Rightarrow (-\infty; \bar{x} + \varepsilon)$$

- Ước lượng chệch phải.

$$\varphi(z_{\alpha}) = 0,5 - \alpha \rightarrow z_{\alpha} \Rightarrow \varepsilon = z_{\alpha} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}} \Rightarrow (\bar{x} - \varepsilon; +\infty)$$

Trường hợp 3. (σ chưa biết, $n < 30$)

- Ước lượng đối xứng.

$$1 - \alpha \rightarrow \frac{\alpha}{2} \rightarrow t_{(n-1; \frac{\alpha}{2})} \Rightarrow \varepsilon = t_{(n-1; \frac{\alpha}{2})} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}} \Rightarrow (\bar{x} - \varepsilon; \bar{x} + \varepsilon)$$

- Ước lượng chệch trái.

$$1 - \alpha \rightarrow \alpha \rightarrow t_{(n-1; \alpha)} \Rightarrow \varepsilon = t_{(n-1; \alpha)} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}} \Rightarrow (-\infty; \bar{x} + \varepsilon)$$

- Ước lượng chệch phải.

$$1 - \alpha \rightarrow \alpha \rightarrow t_{(n-1; \alpha)} \Rightarrow \varepsilon = t_{(n-1; \alpha)} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}} \Rightarrow (\bar{x} - \varepsilon; +\infty)$$

b) Khoảng tin cậy cho tỉ lệ.

- Ước lượng đối xứng.

$$\varphi(z_{\frac{\alpha}{2}}) = \frac{1-\alpha}{2} \rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} \Rightarrow \varepsilon = z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sqrt{f(1-f)}}{\sqrt{n}} \Rightarrow (f - \varepsilon; f + \varepsilon)$$

- Ước lượng chệch trái.

$$\varphi(z_{\alpha}) = 0,5 - \alpha \rightarrow z_{\alpha} \Rightarrow \varepsilon = z_{\alpha} \cdot \frac{\sqrt{f(1-f)}}{\sqrt{n}} \Rightarrow (0; f + \varepsilon)$$

- Ước lượng chệch phải.

$$\varphi(z_{\alpha}) = 0,5 - \alpha \rightarrow z_{\alpha} \Rightarrow \varepsilon = z_{\alpha} \cdot \frac{\sqrt{f(1-f)}}{\sqrt{n}} \Rightarrow (f - \varepsilon; 1)$$

c) Khoảng tin cậy cho phương sai.

Trường hợp 1. (μ chưa biết)

- Nếu đề bài chưa cho s mà cho mẫu cụ thể thì phải xác định s (bằng máy tính).

- Ước lượng không chệch.

$$1 - \alpha \rightarrow \frac{\alpha}{2} \rightarrow \chi_2 = \chi^2_{(n-1; \frac{\alpha}{2})}, 1 - \alpha \rightarrow 1 - \frac{\alpha}{2} \rightarrow \chi_1 = \chi^2_{(n-1; 1 - \frac{\alpha}{2})}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{(n-1)s^2}{\chi_2}; \frac{(n-1)s^2}{\chi_1} \right)$$

- Ước lượng chệch trái.

$$1 - \alpha \rightarrow \chi_1 = \chi^2_{(n-1; 1 - \alpha)} \Rightarrow \left(0; \frac{(n-1)s^2}{\chi_1} \right)$$

- Ước lượng chệch phải.

$$1 - \alpha \rightarrow \alpha \rightarrow \chi_2 = \chi^2_{(n-1; \alpha)} \Rightarrow \left(\frac{(n-1)s^2}{\chi_2}; +\infty \right)$$

Trường hợp 2. (μ đã biết)

$$- \text{Tính } (n-1)s^2 = \sum_{i=1}^k n_i \cdot (x_i - \mu)^2$$

- Ước lượng không chệch.

$$1 - \alpha \rightarrow \frac{\alpha}{2} \rightarrow \chi_2 = \chi^2_{(n; \frac{\alpha}{2})}, 1 - \alpha \rightarrow 1 - \frac{\alpha}{2} \rightarrow \chi_1 = \chi^2_{(n; 1 - \frac{\alpha}{2})}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{(n-1)s^2}{\chi_2}; \frac{(n-1)s^2}{\chi_1} \right)$$

- Ước lượng chệch trái.

$$1 - \alpha \rightarrow \chi_1 = \chi^2_{(n; 1-\alpha)} \Rightarrow (0; \frac{(n-1)s^2}{\chi_1})$$

- Ước lượng chệch phải.

$$1 - \alpha \rightarrow \alpha \rightarrow \chi_2 = \chi^2_{(n; \alpha)} \Rightarrow (\frac{(n-1)s^2}{\chi_2}; +\infty)$$

3. Kiểm định tham số.

- Kiểm định giá trị trung bình.

Trường hợp 1. (σ đã biết)

- $H_0 : \mu = \mu_o, H_1 : \mu \neq \mu_o$

$$\varphi(z_{\frac{\alpha}{2}}) = \frac{1-\alpha}{2} \rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}}, z = \frac{\bar{x} - \mu_o}{\sigma} \cdot \sqrt{n}$$

- Nếu $|z| > z_{\frac{\alpha}{2}}$: Bác bỏ H_0 , chấp nhận H_1 .

- Nếu $|z| \leq z_{\frac{\alpha}{2}}$: Chấp nhận H_0 .

- $H_0 : \mu = \mu_o, H_1 : \mu < \mu_o$

$$\varphi(z_{\alpha}) = 0,5 - \alpha \rightarrow z_{\alpha}, z = \frac{\bar{x} - \mu_o}{\sigma} \cdot \sqrt{n}$$

- Nếu $z < -z_{\alpha}$: Bác bỏ H_0 , chấp nhận H_1 .

- Nếu $z \geq -z_{\alpha}$: Chấp nhận H_0 .

- $H_0 : \mu = \mu_o, H_1 : \mu > \mu_o$

$$\varphi(z_{\alpha}) = 0,5 - \alpha \rightarrow z_{\alpha}, z = \frac{\bar{x} - \mu_o}{\sigma} \cdot \sqrt{n}$$

- Nếu $z > z_{\alpha}$: Bác bỏ H_0 , chấp nhận H_1 .

- Nếu $z \leq z_{\alpha}$: Chấp nhận H_0 .

Trường hợp 2. (σ chưa biết, $n \geq 30$)

- $H_0 : \mu = \mu_o, H_1 : \mu \neq \mu_o$

$$\varphi(z_{\frac{\alpha}{2}}) = \frac{1-\alpha}{2} \rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}}, z = \frac{\bar{x} - \mu_o}{s} \cdot \sqrt{n}$$

- Nếu $|z| > z_{\frac{\alpha}{2}}$: Bác bỏ H_0 , chấp nhận H_1 .

- Nếu $|z| \leq z_{\frac{\alpha}{2}}$: Chấp nhận H_0 .

- $H_0 : \mu = \mu_o, H_1 : \mu < \mu_o$

$$\varphi(z_{\alpha}) = 0,5 - \alpha \rightarrow z_{\alpha}, z = \frac{\bar{x} - \mu_o}{s} \cdot \sqrt{n}$$

- Nếu $z < -z_\alpha$: Bác bỏ H_0 , chấp nhận H_1 .
- Nếu $z \geq -z_\alpha$: Chấp nhận H_0 .
- $H_0 : \mu = \mu_o, H_1 : \mu > \mu_o$
 $\varphi(z_\alpha) = 0,5 - \alpha \rightarrow z_\alpha, z = \frac{\bar{x} - \mu_o}{s} \cdot \sqrt{n}$
 - Nếu $z > z_\alpha$: Bác bỏ H_0 , chấp nhận H_1 .
 - Nếu $z \leq z_\alpha$: Chấp nhận H_0 .

Trường hợp 3. (σ chưa biết, $n < 30$)

- $H_0 : \mu = \mu_o, H_1 : \mu \neq \mu_o$
 $\alpha \rightarrow \frac{\alpha}{2} \rightarrow t_{(n-1; \frac{\alpha}{2})}, t = \frac{\bar{x} - \mu_o}{s} \cdot \sqrt{n}$
 - Nếu $|t| > t_{(n-1; \frac{\alpha}{2})}$: Bác bỏ H_0 , chấp nhận H_1 .
 - Nếu $|t| \leq t_{(n-1; \frac{\alpha}{2})}$: Chấp nhận H_0 .
- $H_0 : \mu = \mu_o, H_1 : \mu < \mu_o$
 $\alpha \rightarrow t_{(n-1; \alpha)}, t = \frac{\bar{x} - \mu_o}{s} \cdot \sqrt{n}$
 - Nếu $t < -t_{(n-1; \alpha)}$: Bác bỏ H_0 , chấp nhận H_1 .
 - Nếu $t \geq -t_{(n-1; \alpha)}$: Chấp nhận H_0 .
- $H_0 : \mu = \mu_o, H_1 : \mu > \mu_o$
 $\alpha \rightarrow t_{(n-1; \alpha)}, t = \frac{\bar{x} - \mu_o}{s} \cdot \sqrt{n}$
 - Nếu $t > t_{(n-1; \alpha)}$: Bác bỏ H_0 , chấp nhận H_1 .
 - Nếu $t \leq t_{(n-1; \alpha)}$: Chấp nhận H_0 .

b) Kiểm định tỉ lệ.

- $H_0 : p = p_o, H_1 : p \neq p_o$
 $\varphi(z_\alpha) = \frac{1-\alpha}{2} \rightarrow z_\alpha, f = \frac{k}{n}, z = \frac{f - p_o}{\sqrt{p_o(1-p_o)}} \cdot \sqrt{n}$
 - Nếu $|z| > z_\alpha$: Bác bỏ H_0 , chấp nhận H_1 .
 - Nếu $|z| \leq z_\alpha$: Chấp nhận H_0 .
- $H_0 : p = p_o, H_1 : p < p_o$
 $\varphi(z_\alpha) = 0,5 - \alpha \rightarrow z_\alpha, f = \frac{k}{n}, z = \frac{f - p_o}{\sqrt{p_o(1-p_o)}} \cdot \sqrt{n}$

- Nếu $z < -z_\alpha$: Bác bỏ H_0 , chấp nhận H_1 .

- Nếu $z \geq -z_\alpha$: Chấp nhận H_0 .

- $H_0 : p = p_o, H_1 : p > p_o$

$$\varphi(z_\alpha) = 0,5 - \alpha \rightarrow z_\alpha, f = \frac{k}{n}, z = \frac{f - p_o}{\sqrt{p_o(1-p_o)}} \cdot \sqrt{n}$$

- Nếu $z > z_\alpha$: Bác bỏ H_0 , chấp nhận H_1 .

- Nếu $z \leq z_\alpha$: Chấp nhận H_0 .

c) Kiểm định phương sai.

Trường hợp 1. (μ chưa biết)

- Nếu đề chưa cho s mà cho mẫu cụ thể thì phải sử dụng máy tính để xác định s .

- $H_0 : \sigma^2 = \sigma_o^2, H_1 : \sigma^2 \neq \sigma_o^2$

$$\alpha \rightarrow 1 - \frac{\alpha}{2} \rightarrow \chi_1^2 = \chi_{(n-1; 1-\frac{\alpha}{2})}^2, \alpha \rightarrow \frac{\alpha}{2} \rightarrow \chi_2^2 = \chi_{(n-1; \frac{\alpha}{2})}^2, \chi^2 = \frac{(n-1)s^2}{\sigma_o^2}$$

- Nếu $\begin{cases} \chi^2 > \chi_2^2 \\ \chi^2 < \chi_1^2 \end{cases}$: Bác bỏ H_0 , chấp nhận H_1 .

- Nếu $\chi_1^2 \leq \chi^2 \leq \chi_2^2$: Chấp nhận H_0 .

- $H_0 : \sigma^2 = \sigma_o^2, H_1 : \sigma^2 < \sigma_o^2$

$$\alpha \rightarrow 1 - \alpha \rightarrow \chi_1^2 = \chi_{(n-1; 1-\alpha)}^2, \chi^2 = \frac{(n-1)s^2}{\sigma_o^2}$$

- Nếu $\chi^2 < \chi_1^2$: Bác bỏ H_0 , chấp nhận H_1 .

- Nếu $\chi^2 \geq \chi_1^2$: Chấp nhận H_0 .

- $H_0 : \sigma^2 = \sigma_o^2, H_1 : \sigma^2 > \sigma_o^2$

$$\alpha \rightarrow \chi_2^2 = \chi_{(n-1; \alpha)}^2, \chi^2 = \frac{(n-1)s^2}{\sigma_o^2}$$

- Nếu $\chi^2 > \chi_2^2$: Bác bỏ H_0 , chấp nhận H_1 .

- Nếu $\chi^2 \leq \chi_2^2$: Chấp nhận H_0 .

4. Kiểm định so sánh tham số.

a) Kiểm định so sánh giá trị trung bình.

Trường hợp 1. (σ_1, σ_2 đã biết)

- $H_0 : \mu_1 = \mu_2, H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$

$$\varphi(z_\alpha) = \frac{1-\alpha}{2} \rightarrow z_\alpha, z = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}}$$

- Nếu $z > z_{\frac{\alpha}{2}}$: Bác bỏ H_0 , chấp nhận H_1 .

- Nếu $|z| \leq z_{\frac{\alpha}{2}}$: Chấp nhận H_0 .

- $H_0 : \mu_1 = \mu_2, H_1 : \mu_1 < \mu_2$

$$\varphi(z_{\alpha}) = 0,5 - \alpha \rightarrow z_{\alpha}, z = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}}$$

- Nếu $z < -z_{\alpha}$: Bác bỏ H_0 , chấp nhận H_1 .

- Nếu $z \geq -z_{\alpha}$: Chấp nhận H_0 .

- $H_0 : \mu_1 = \mu_2, H_1 : \mu_1 > \mu_2$

$$\varphi(z_{\alpha}) = 0,5 - \alpha \rightarrow z_{\alpha}, z = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}}$$

- Nếu $z > z_{\alpha}$: Bác bỏ H_0 , chấp nhận H_1 .

- Nếu $z \leq z_{\alpha}$: Chấp nhận H_0 .

Trường hợp 2. (σ_1, σ_2 chưa biết, $n_1, n_2 \geq 30$)

- $H_0 : \mu_1 = \mu_2, H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$

$$\varphi(z_{\frac{\alpha}{2}}) = \frac{1 - \alpha}{2} \rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}}, z = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}}$$

- Nếu $|z| > z_{\frac{\alpha}{2}}$: Bác bỏ H_0 , chấp nhận H_1 .

- Nếu $|z| \leq z_{\frac{\alpha}{2}}$: Chấp nhận H_0 .

- $H_0 : \mu_1 = \mu_2, H_1 : \mu_1 < \mu_2$

$$\varphi(z_{\alpha}) = 0,5 - \alpha \rightarrow z_{\alpha}, z = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}}$$

- Nếu $z < -z_{\alpha}$: Bác bỏ H_0 , chấp nhận H_1 .

- Nếu $z \geq -z_{\alpha}$: Chấp nhận H_0 .

- $H_0 : \mu_1 = \mu_2, H_1 : \mu_1 > \mu_2$

$$\varphi(z_{\alpha}) = 0,5 - \alpha \rightarrow z_{\alpha}, z = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}}$$

- Nếu $z > z_{\alpha}$: Bác bỏ H_0 , chấp nhận H_1 .
- Nếu $z \leq z_{\alpha}$: Chấp nhận H_0 .

Trường hợp 3. ($\sigma_1 = \sigma_2$ chưa biết, $n_1, n_2 < 30$)

- $H_0 : \mu_1 = \mu_2, H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$

$$\alpha \rightarrow \frac{\alpha}{2} \rightarrow t_{(n_1+n_2-2; \frac{\alpha}{2})}, t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{s^2(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2})}}, \text{ với } s^2 = \frac{(n_1-1).s_1^2 + (n_2-1).s_2^2}{n_1 + n_2 - 2}$$

- Nếu $|t| > t_{(n_1+n_2-2; \frac{\alpha}{2})}$: Bác bỏ H_0 , chấp nhận H_1 .

- Nếu $|t| \leq t_{(n_1+n_2-2; \frac{\alpha}{2})}$: Chấp nhận H_0 .

- $H_0 : \mu_1 = \mu_2, H_1 : \mu_1 < \mu_2$

$$\alpha \rightarrow t_{(n_1+n_2-2; \alpha)}, t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{s^2(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2})}}, \text{ với } s^2 = \frac{(n_1-1).s_1^2 + (n_2-1).s_2^2}{n_1 + n_2 - 2}$$

- Nếu $t < -t_{(n_1+n_2-2; \frac{\alpha}{2})}$: Bác bỏ H_0 , chấp nhận H_1 .

- Nếu $t \geq -t_{(n_1+n_2-2; \frac{\alpha}{2})}$: Chấp nhận H_0 .

- $H_0 : \mu_1 = \mu_2, H_1 : \mu_1 > \mu_2$

$$\alpha \rightarrow t_{(n_1+n_2-2; \alpha)}, t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{s^2(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2})}}, \text{ với } s^2 = \frac{(n_1-1).s_1^2 + (n_2-1).s_2^2}{n_1 + n_2 - 2}$$

- Nếu $t > t_{(n_1+n_2-2; \frac{\alpha}{2})}$: Bác bỏ H_0 , chấp nhận H_1 .

- Nếu $t \leq t_{(n_1+n_2-2; \frac{\alpha}{2})}$: Chấp nhận H_0 .

b) Kiểm định so sánh tỉ lệ.

$$f_1 = \frac{k_1}{n_1}, f_2 = \frac{k_2}{n_2}, f = \frac{k_1 + k_2}{n_1 + n_2}$$

- $H_0 : p_1 = p_2, H_1 : p_1 \neq p_2$

$$\varphi(z_{\frac{\alpha}{2}}) = \frac{1-\alpha}{2} \rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}}, z = \frac{f_1 - f_2}{\sqrt{f(1-f)(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2})}}$$

- Nếu $|z| > z_{\frac{\alpha}{2}}$: Bác bỏ H_0 , chấp nhận H_1 .

- Nếu $|z| \leq z_{\frac{\alpha}{2}}$: Chấp nhận H_0 .

- $H_o : p_1 = p_2, H_1 : p_1 < p_2$

$$\varphi(z_\alpha) = 0,5 - \alpha \rightarrow z_\alpha, z = \frac{f_1 - f_2}{\sqrt{f(1-f) \cdot \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}}$$

- Nếu $z < -z_\alpha$: Bác bỏ H_o , chấp nhận H_1 .

- Nếu $z \geq -z_\alpha$: Chấp nhận H_o .

- $H_o : p_1 = p_2, H_1 : p_1 > p_2$

$$\varphi(z_\alpha) = 0,5 - \alpha \rightarrow z_\alpha, z = \frac{f_1 - f_2}{\sqrt{f(1-f) \cdot \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}}$$

- Nếu $z > z_\alpha$: Bác bỏ H_o , chấp nhận H_1 .

- Nếu $z \leq z_\alpha$: Chấp nhận H_o .

c. Kiểm định so sánh phương sai.

- μ_1, μ_2 chưa biết nên tính s_1 và s_2 từ mẫu (sử dụng máy tính) nếu đề bài chưa cho.

- $H_o : \sigma_1^2 = \sigma_2^2, H_1 : \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$

$$f = \frac{s_1^2}{s_2^2}, f_1 = f(n_1 - 1; n_2 - 1; 1 - \frac{\alpha}{2}), f_2 = f(n_1 - 1; n_2 - 1; \frac{\alpha}{2})$$

- Nếu $\begin{cases} f < f_1 \\ f > f_2 \end{cases}$: Bác bỏ H_o , chấp nhận H_1 .

- Nếu $f_1 \leq f \leq f_2$: Chấp nhận H_o .

- $H_o : \sigma_1^2 = \sigma_2^2, H_1 : \sigma_1^2 < \sigma_2^2$

$$f = \frac{s_1^2}{s_2^2}, f_1 = f(n_1 - 1; n_2 - 1; 1 - \alpha)$$

- Nếu $f < f_1$: Bác bỏ H_o , chấp nhận H_1 .

- Nếu $f_1 \leq f$: Chấp nhận H_o .

- $H_o : \sigma_1^2 = \sigma_2^2, H_1 : \sigma_1^2 > \sigma_2^2$

$$f = \frac{s_1^2}{s_2^2}, f_2 = f(n_1 - 1; n_2 - 1; \alpha)$$

- Nếu $f > f_2$: Bác bỏ H_o , chấp nhận H_1 .

- Nếu $f \leq f_2$: Chấp nhận H_o .

5. Hệ số tương quan mẫu và phương trình hồi quy tuyến tính mẫu.

a. Hệ số tương quan mẫu:
$$r = \frac{n \sum_{i=1}^n x_i y_i - \sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n y_i}{\sqrt{n \sum_{i=1}^n x_i^2 - (\sum_{i=1}^n x_i)^2} \sqrt{n \sum_{i=1}^n y_i^2 - (\sum_{i=1}^n y_i)^2}}$$

Phương trình hồi quy tuyến tính mẫu: $\bar{y}_x = A + Bx$ với

$$B = \frac{n \sum_{i=1}^n x_i y_i - \sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n y_i}{n \sum_{i=1}^n x_i^2 - (\sum_{i=1}^n x_i)^2} \quad \text{và} \quad A = \frac{\sum_{i=1}^n y_i - B \cdot \sum_{i=1}^n x_i}{n}.$$

b. Trong trường hợp sử dụng bảng tần số:

x_i	x_1	x_2	\dots	x_k
y_i	y_1	y_2	\dots	y_k
n_i	n_1	n_2	\dots	n_k

Ta tính theo công thức thu gọn như sau:

Hệ số tương quan mẫu:
$$r = \frac{n \sum_{i=1}^k n_i x_i y_i - \sum_{i=1}^k n_i x_i \sum_{i=1}^k n_i y_i}{\sqrt{n \sum_{i=1}^k n_i x_i^2 - (\sum_{i=1}^k n_i x_i)^2} \sqrt{n \sum_{i=1}^k n_i y_i^2 - (\sum_{i=1}^k n_i y_i)^2}}$$

Phương trình hồi quy tuyến tính mẫu: $\bar{y}_x = A + Bx$ với

$$B = \frac{n \sum_{i=1}^k n_i x_i y_i - \sum_{i=1}^k n_i x_i \sum_{i=1}^k n_i y_i}{n \sum_{i=1}^k n_i x_i^2 - (\sum_{i=1}^k n_i x_i)^2} \quad \text{và} \quad A = \frac{\sum_{i=1}^k n_i y_i - B \cdot \sum_{i=1}^k n_i x_i}{n}.$$

c. Sử dụng máy tính bỏ túi để tính hệ số tương quan mẫu và phương trình hồi quy tuyến tính mẫu:

Tác vụ	Dòng CASIO MS	Dòng CASIO ES												
Bật chế độ nhập tần số	Không cần	Shift Mode ↓ 4 1												
Khởi động gói Hồi quy tuyến tính	Mode...(tìm)...REG Lin	Mode...(tìm)...STAT A+BX												
Nhập số liệu	x_1, y_1 Shift , n_1 M+ \vdots x_k, y_k Shift , n_k M+ $n_i = 1$ thì chỉ cần nhấn x_i, y_i M+	<table border="1"> <thead> <tr> <th>X</th><th>Y</th><th>FREQ</th></tr> </thead> <tbody> <tr> <td>$x_1 =$</td><td>$y_1 =$</td><td>$n_1 =$</td></tr> <tr> <td>\vdots</td><td>\vdots</td><td>\vdots</td></tr> <tr> <td>$x_k =$</td><td>$y_k =$</td><td>$n_k =$</td></tr> </tbody> </table>	X	Y	FREQ	$x_1 =$	$y_1 =$	$n_1 =$	\vdots	\vdots	\vdots	$x_k =$	$y_k =$	$n_k =$
X	Y	FREQ												
$x_1 =$	$y_1 =$	$n_1 =$												
\vdots	\vdots	\vdots												
$x_k =$	$y_k =$	$n_k =$												
Xóa màn hình hiển thị	AC	AC												
Xác định: <ul style="list-style-type: none"> Hệ số tương quan mẫu (r) Hệ số hằng: A Hệ số ẩn (x): B 	Shift 2 → → 3 = Shift 2 → → 1 = Shift 2 → → 2 =	Shift 1 7 3 = Shift 1 7 1 = Shift 1 7 2 =												
Thoát khỏi gói Hồi quy	Mode 1	Mode 1												

Lưu ý: Máy ES nếu đã kích hoạt chế độ nhập tần số ở phần Lý thuyết mẫu rồi thì không cần kích hoạt nữa.

.....