

Tên học phần: Toán xác suất thống kê. Số TC: 03

Thi ngày.....tháng.....năm 20.....

Thời gian làm bài: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Đề số 2

Yêu cầu: Các kết quả tính toán làm tròn đến 4 chữ số thập phân.

Chú thích: Sinh viên được sử dụng bảng đính kèm.

Câu 1 (1,0 điểm). Cho X là biến ngẫu nhiên có phân bố chuẩn với kỳ vọng $\mu = 10$ và độ lệch chuẩn $\sigma = 2$. Tính $P(9 < X < 13)$.

Câu 2 (2,0 điểm). Một nhà máy ô tô A có ba phân xưởng I, II và III cùng sản xuất một loại pít-tông. Phân xưởng I, II, III sản xuất tương ứng 40%, 35%, 25% sản lượng của nhà máy, với tỉ lệ phế phẩm tương ứng là 5%, 8%, 4%. Chọn ngẫu nhiên một pít-tông do nhà máy A sản xuất.

(a) Tìm xác suất để pít-tông được chọn là phế phẩm.

(b) Biết pít-tông được chọn là phế phẩm. Tìm xác suất để sản phẩm đó do phân xưởng II sản xuất.

Câu 3 (2,0 điểm). Gọi X là số ngày khỏi bệnh của bệnh nhân khi sử dụng loại thuốc A. Theo dõi 8 bệnh nhân có điều trị bằng loại thuốc A, người ta thu được số ngày khỏi bệnh của các bệnh nhân đó lần lượt như sau: 4, 3, 7, 8, 10, 5, 3, 7. Với độ tin cậy 95%, tìm khoảng tin cậy cho số ngày điều trị trung bình μ của X . Giả sử X là biến ngẫu nhiên có phân bố chuẩn với độ lệch chuẩn $\sigma = 0,5$ (ngày).

Câu 4 (3,0 điểm). Để so sánh chiều cao trung bình của người dân ở vùng I và vùng II, người ta đo chiều cao của 7 người bất kỳ ở vùng I và 7 người bất kỳ ở vùng II và thu được số liệu sau:

Vùng I (cm)	160	162	164	153	162	170	168
Vùng II (cm)	165	170	180	145	160	185	180

Người ta cho rằng chiều cao trung bình của người dân ở vùng I thấp hơn ở vùng II. Với mức ý nghĩa 2,5%, hãy kiểm định nhận xét trên. Biết rằng chiều cao trung bình của người dân ở hai vùng I và II là các biến ngẫu nhiên có phân bố chuẩn với độ lệch chuẩn giống nhau.

Câu 5 (2,0 điểm). Để xác định mối liên hệ giữa năng suất Y và lượng phân bón X , người ta thực hiện thí điểm ở 6 thửa ruộng có cùng diện tích và thu được kết quả như sau:

$X(kg/ha)$	26	37	50	60	63	70
$Y(kg/ha)$	60	74	85	96	97	102

(a) Tính hệ số tương quan mẫu của X và Y .

(b) Tìm phương trình đường hồi quy tuyến tính mẫu của Y theo X .

Ghi chú:

- Sinh viên **không được** sử dụng tài liệu;
- Cán bộ coi thi không được giải thích gì thêm.

Trưởng bộ môn/khoa

Giảng viên ra đề

TS. Phan Quang Sáng

TS. Vũ Hữu Nhựt

Đáp án

SV giải đúng bằng cách khác vẫn được điểm tối đa.

Câu 1. Ta có $X \sim N(\mu, \sigma)$ với $\mu = 10$ và $\sigma = 2$

$$\begin{aligned} P(9 < X < 13) &= \Phi\left(\frac{13 - \mu}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{9 - \mu}{\sigma}\right) && (0,5 \text{ điểm}) \\ &= \Phi(1,5) - \Phi(-0,5) \\ &= \Phi(1,5) - 1 + \Phi(0,5) \\ &= 0,6247 && (0,5 \text{ điểm}) \end{aligned}$$

Câu 2. Gọi A_1 = "Pít-tông được chọn do sản xuất tại phân xưởng I"; A_2 = "Pít-tông được chọn do sản xuất tại phân xưởng II"; A_3 = "Pít-tông được chọn do sản xuất tại phân xưởng III" và B = "Pít-tông được chọn là phế phẩm".

+ Ta có

$$\begin{aligned} P(A_1) &= 0,4; \quad P(A_2) = 0,35; \quad P(A_3) = 0,25 \\ P(B|A_1) &= 0,05; \quad P(B|A_2) = 0,08; \quad P(B|A_3) = 0,04 && (0,5 \text{ điểm}) \end{aligned}$$

(a) Tỷ lệ sản phẩm được chọn là phế phẩm là

$$\begin{aligned} P(B) &= P(A_1)P(B|A_1) + P(A_2)P(B|A_2) + P(A_3)P(B|A_3) && (0,5 \text{ điểm}) \\ &= 0,05 \times 0,4 + 0,08 \times 0,35 + 0,04 \times 0,25 \\ &= 0,058 && (0,5 \text{ điểm}) \end{aligned}$$

(b) Tỷ lệ pít-tông phế phẩm được chọn do phân xưởng II sản xuất là

$$P(A_2|B) = \frac{P(A_2)P(B|A_2)}{P(B)} = 48,28\% \quad (0,5 \text{ điểm})$$

Câu 3. Ta có $X \sim N(\mu, \sigma)$ với $\sigma = 0,5$

+ Độ tin cậy $\gamma = 95\%$ (0,5 điểm)

+ Giá trị tới hạn

$$\begin{aligned} \Phi(U_0) &= \frac{1 + \gamma}{2} = 0,975 \\ \Rightarrow U_0 &= 1,960 && (0,5 \text{ điểm}) \end{aligned}$$

+ Trung bình mẫu $\bar{x} = 5,875$ và $k = \frac{U_0\sigma}{\sqrt{n}} = 2,0771$ (0,5 điểm)

+ Khoảng tin cậy cho trung bình μ là

$$\begin{aligned} \bar{x} - k &\leq \mu \leq \bar{x} + k \\ \Rightarrow 3,7979 &\leq \mu \leq 7,9521 && (0,5 \text{ điểm}) \end{aligned}$$

Câu 4. Gọi X và Y lần lượt là chiều cao trung bình của người dân ở vùng I và vùng II.

Ta có $X \sim N(\mu_X, \sigma^2)$ và $Y \sim N(\mu_Y, \sigma^2)$.

+ Giả thiết và đối thiết

$$H_0 : \mu_X = \mu_Y, \quad H_1 : \mu_X < \mu_Y, \quad (0,5 \text{ điểm})$$

+ $n_1 = n_2 = n = 7$ và

$$\begin{aligned} \bar{x} &= 162,7143, \quad \bar{y} = 169,2857 && (0,5 \text{ điểm}) \\ s_x^2 &= \frac{n}{n-1}(\overline{x^2} - \bar{x}^2) = 4,4142, \quad s_y^2 = \frac{n}{n-1}(\overline{y^2} - \bar{y}^2) = 27,8920 && (0,5 \text{ điểm}) \end{aligned}$$

+ Giá trị tới hạn

$$F(t_\alpha) = 1 - \alpha = 0,975$$

với F là hàm phân bố Student $(n_1 + n_2 - 2) = 12$ bậc tự do. Vậy

$$t_\alpha = 2,18 \quad (0,5 \text{ điểm})$$

+ Miền bác bỏ

$$W_\alpha = \left\{ T = \sqrt{n} \frac{\bar{X} - \bar{Y}}{\sqrt{S_X^2 + S_Y^2}} : T < -t_\alpha = -2,18 \right\}$$

+ Giá trị quan sát của T : $T_{qs} = -3,0589 < -2,18$. (0,5 điểm)

+ Do đó, bác bỏ H_0 và chấp nhận H_1 .

+ Vậy có cơ sở để cho rằng chiều cao trung bình của người dân ở vùng I thấp hơn người dân ở vùng II. (0,5 điểm)

Câu 5. Ta có

$$\bar{x} = 51, \quad \bar{y} = 85,6667, \quad (0,5 \text{ điểm})$$

$$s_x^2 = \frac{n}{n-1}(\overline{x^2} - \bar{x}^2) = 281,6, \quad s_y^2 = \frac{n}{n-1}(\overline{y^2} - \bar{y}^2) = 259,4667$$

$$s_{xy} = \frac{n}{n-1}(\overline{xy} - \bar{x} \cdot \bar{y}) = 269 \quad (0,5 \text{ điểm})$$

(a) Hệ số tương quan $r = \frac{s_{xy}}{s_x s_y} = 0,9952$. (0,5 điểm)

(b) Phương trình đường hồi quy tuyến tính mẫu

$$y = k_1(x - \bar{x}) + \bar{y}$$

$$\text{hay } y = 0,9553x + 36,9486. \quad (0,5 \text{ điểm}).$$