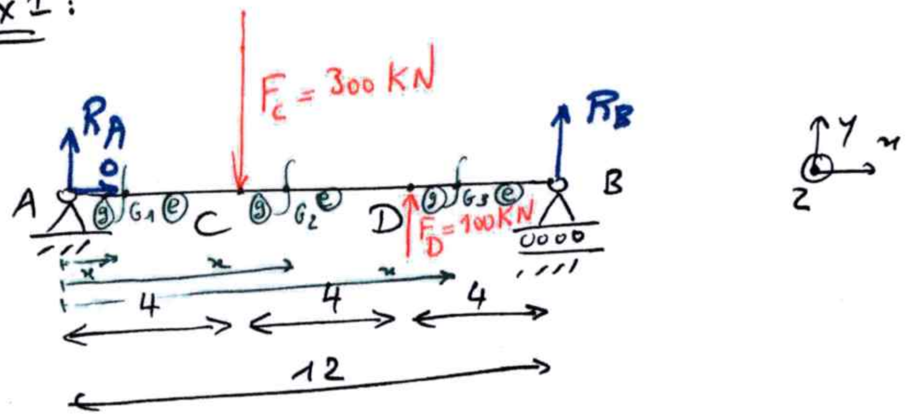
Correction Partiel RDM
(Me 213)
2019 - 2020

Ex 1 :



1) PFS : y : $R_A + R_B - 300 + 100 = 0$. $(\sum \vec{F} = \vec{0})$.

z : $-F_c \cdot 4 + F_D \cdot 8 + R_B \cdot 12 = 0$ $(\sum \vec{M}_A = \vec{0})$ 0,5

$\Rightarrow \boxed{R_B = \frac{300 \cdot 4 - 100 \cdot 8}{12} = 33{,}333 \text{ KN}}$ 0,5

Alors $\boxed{R_A = 200 - R_B = 200 - 33{,}333 = 166{,}666 \text{ KN}}$ 0,5

2) Coupure en G_1 (Tronçon AC).

$\{\tau_{coh}\}_{G_1} = -\{\tau_{eff\ ext} / (g)\}_{G_1}$ 0,5

$G_1(x,0,0)$, $0 \leq x \leq 4$ m

$$= -\begin{cases} N_x = 0 \\ T_y = R_A \\ M_{fz} = -R_A \cdot x \end{cases} = \begin{cases} N_x = 0 \\ T_y = -166{,}666 \text{ KN} \\ M_{fz} = 166{,}666 \cdot x \ (\text{KN.m}). \end{cases}$$

$\{\tau_{coh}\}_{G_2} = +\{\tau_{eff\ ext} / (e)\}_{G_2}$

$G_2(x,0,0)$, $4 \leq x \leq 8$ m

$$= +\begin{cases} N_x = 0 \\ T_y = F_D + R_B \\ M_{fz} = F_D \cdot (8-x) + R_B \cdot (12-x) \end{cases} = \begin{cases} N_x = 0 \\ T_y = 133{,}33 \text{ KN} \\ M_{fz} = 100(8-x) + 33{,}33 \cdot (12-x) \ \text{KN.m} \end{cases}$$ 0,5

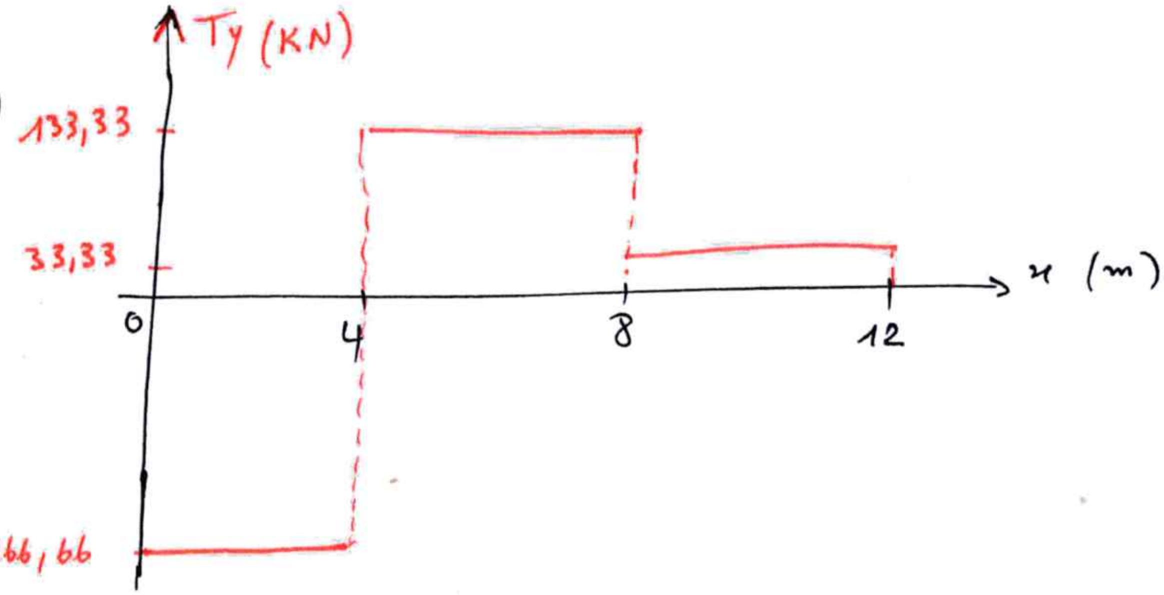
$$\left\{ \mathcal{T}_{coh} \right\}_{G_3} = + \left\{ \mathcal{T}_{eff\ ext} / \text{©} \right\}_{G_3}$$ 0,5

$G_3(x,0,0)$

$8m \leq x \leq 12m$

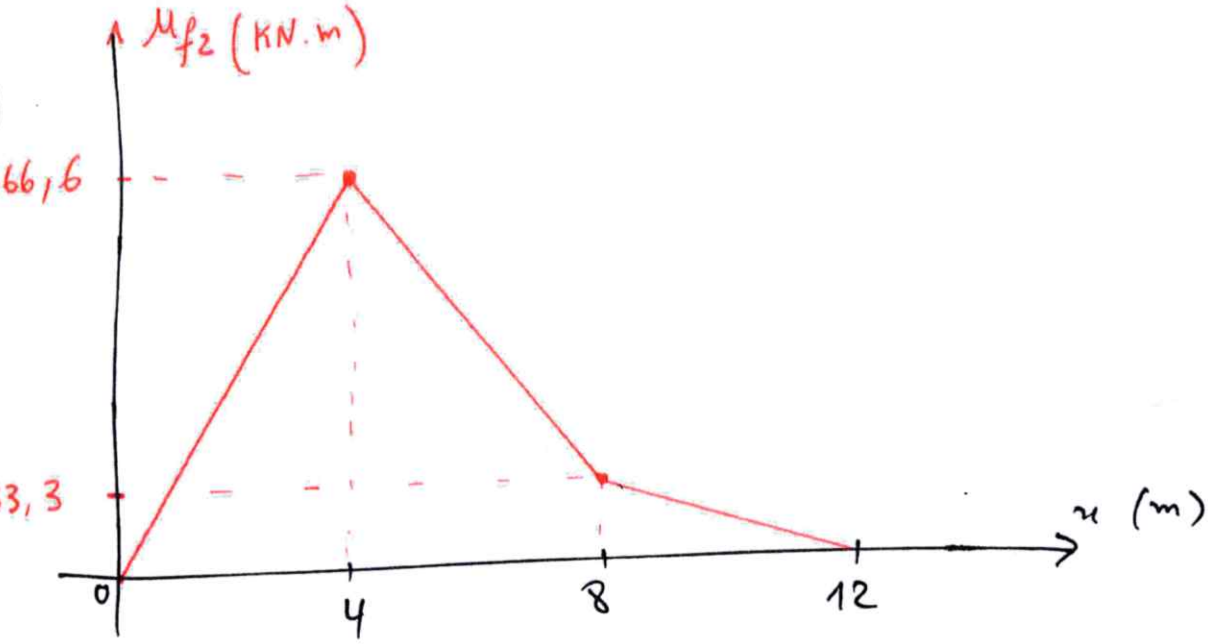
$$= \begin{cases} N_x = 0 \\ T_y = R_B = 33{,}33 \text{ KN} \\ M_{f_z} = R_B \cdot (12 - x) = 33{,}33 \cdot (12 - x) \quad \text{KN.m} \end{cases}$$

3)



1

4)

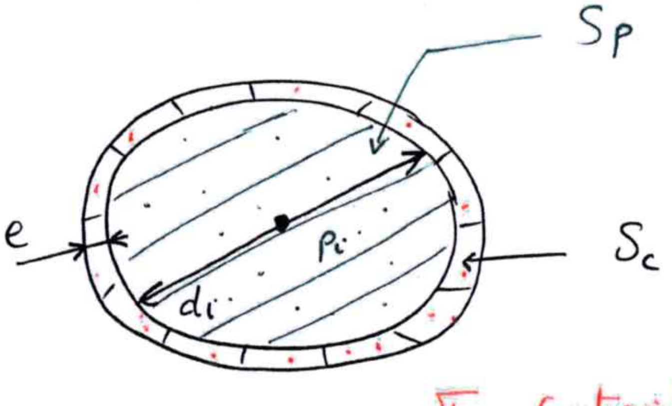


1

5) Le point le plus sollicité de la poutre est le point C car on a le maximum en terme d'efforts internes 0,5

Ex 2 : Enveloppe mince.

1)



0,5

σ_c : Contraintes Circonférentielles

2) $S_p = \dfrac{\pi \cdot d_i^2}{4}$ 0,5

$S_c = \dfrac{\pi}{4} \cdot \left[(d_i + 2e)^4 - d_i^4 \right] \sim \pi \cdot d_i \cdot e$ (Hypothèse des Coques minces) 0,5

3) $p_i \cdot S_p = \sigma_c \cdot S_c$

$\Rightarrow \sigma_c = \dfrac{p_i \cdot S_p}{S_c} = \dfrac{p_i \cdot \frac{\pi \cdot d_i^2}{4}}{\pi \cdot d_i \cdot e}$

$\boxed{\sigma_c = \dfrac{p_i \cdot d_i}{4 \cdot e}}$ 0,5

4) Condition de résistance en traction de l'enveloppe en tenant compte du coefficient de sécurité $c = 1,8$.

$\sigma_c = \dfrac{p_i \cdot d_i}{4 \cdot e} \leq \dfrac{R_e}{c}$

$\Rightarrow e \geq \dfrac{p_i \cdot d_i \cdot c}{4 \cdot R_e}$

$\Rightarrow e \geq \dfrac{10 \cdot 10^5 \cdot 3 \cdot 1,8}{4 \cdot 135 \cdot 10^6} = 1\,\text{cm}$

$\Rightarrow \boxed{e_{min} = 1\,\text{cm}}$ 1

5) $e_{min} \lll d_i$

Donc l'hypothèse d'enveloppe mince est validée 0,5

6) $p_i = 18$ bars.

$$\sigma_c = \frac{p_i \cdot d_i}{4 \cdot e} = \frac{Re}{c} \Rightarrow c = \frac{Re \cdot 4 \cdot e}{p_i \cdot d_i}$$

AN : $c = \dfrac{135 \cdot 10^6 \cdot 4 \cdot 1 \cdot 10^{-2}}{18 \cdot 10^5 \cdot 3} = 1.$ 1

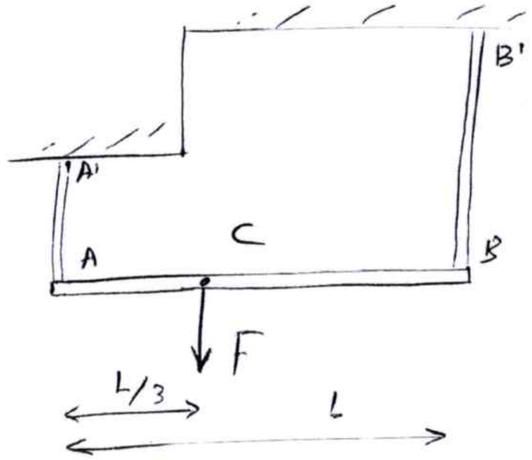
Avec un coefficient de securité $c = 1$, on est à la limite d'elasticité du materiau.

7) En renforçant l'installation en changeant le materiau ; $c = 1{,}8$ et en gardant les dimensions.
$p_i = 18$. bars

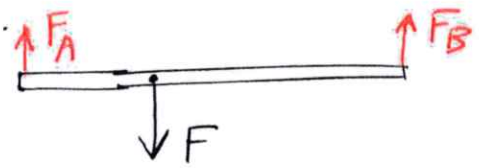
$$\sigma_c = \frac{p_i \cdot d_i}{4 \cdot e} = \frac{Re}{c} \Rightarrow Re = \frac{p_i \cdot d_i \cdot c}{4 \cdot e}$$ 1

AN : $Re = \dfrac{18 \cdot 10^5 \cdot 3 \cdot 1{,}8}{4 \cdot 1 \cdot 10^{-2}} = 243$ MPa.

Ex 3 : Traction



1) Equilibre statique (AB).



$$F_A + F_B - F = 0$$

$$\Rightarrow F_A + F_B = F \quad \left(\sum \vec{F} = \vec{0} : y \right).$$

$$-F \cdot \frac{L}{3} + F_B \cdot L = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{F_B = \frac{F}{3}} \quad \left(\sum \vec{M}_A = \vec{0} : z \right)$$

Donc $\boxed{F_A = \frac{2}{3} F}$ $\quad \boxed{F_A = 2000\,N}$ et $\boxed{F_B = 1000\,N}$

0,5 0,5

2) $S_1 = S_2 = 40\ mm^2$.

a) Allongement ΔL_1 de la barre déformable AA'

0,5

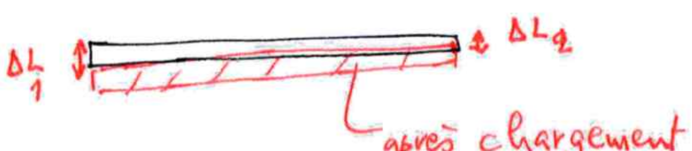
$$\Delta L_1 = \frac{F_A \cdot L_1}{E \cdot S_1} = \frac{\frac{2}{3} \cdot F \cdot L_1}{E \cdot S_1} = \frac{2 \cdot 3000 \cdot 500}{3 \cdot 20 \cdot 10^5 \cdot 40} = 0{,}0125\ mm$$

Allongement ΔL_2 de la barre déformable BB'

0,5

$$\Delta L_2 = \frac{F_B \cdot L_2}{E \cdot S_2} = \frac{\frac{F}{3} \cdot L_2}{E \cdot S_2} = \frac{3000 \cdot 700}{3 \cdot 20 \cdot 10^5 \cdot 40} = 0{,}00875\ mm$$

b)



$\Delta L_1 > \Delta L_2$

0,5

/5

3) Cherchons S_2 pour que $\Delta L_1 = \Delta L_2$.

1

$$\frac{2 F L_1}{3 E S_1} = \frac{F . L_2}{3 E S_2} \Rightarrow S_2 = \frac{L_2}{2 L_1} . S_1 = \frac{700}{2.500} . 40 = 28 \text{ mm}^2$$

4) $\sigma_{adm} = \frac{Re}{c} = \frac{300}{6} = 50$ MPa. 0,5

5) Conditions de résistances

$$\begin{aligned} &\text{Barre } AA' : \\ &\text{Barre } BB' : \end{aligned} \begin{cases} \frac{F_A}{S_1} \leq \sigma_{adm} \\ \frac{F_B}{S_2} \leq \sigma_{adm} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} d_1 \geq \sqrt{\frac{4 F_A}{\pi . \sigma_{adm}}} \\ d_2 \geq \sqrt{\frac{4 F_B}{\pi . \sigma_{adm}}} \end{cases}$$

AN :

$$\begin{cases} d_1 \geq \sqrt{\frac{4 . \frac{2}{3} . 3000}{\pi . 50}} \\ d_2 \geq \sqrt{\frac{4 . \frac{1}{3} 3000}{\pi . 50}} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} d_1 \geq 7,1 \text{ mm} \\ d_2 \geq 5 \text{ mm} \end{cases}$$

0,5

0,5

Ex 4 : Etude de clavette.

1) M est le couple transmis (1)

$$M = F.\frac{d}{2}$$

$$\Rightarrow \boxed{F = \frac{2M}{d} = \frac{2.\,65}{32.\,10^{-3}} = 4062{,}5\,N}$$

2) Soit p est la pression au contact clavette moyen.

la condition de non matage est :

$p \leqslant p_m$ avec $p = \frac{F}{S_m}$ (0,5) ;

S_m est la surface de matage : $S_m = AB \times \ell = 4.\ell$ (0,5)

Donc $\frac{F}{4\ell} \leqslant p_m \Rightarrow \ell \geqslant \frac{F}{4\,p_m} = \frac{4062{,}5}{4 \,.\, 30} = 33{,}85\,mm$

$$\Rightarrow \boxed{\ell_{min} = 33{,}85\,mm}$$ (0,5)

3) Condition de résistance en cisaillement.

les contraintes tangentielles $\tau \leqslant \frac{\tau_e}{c}$

$\Rightarrow \frac{F}{S_c} \leqslant \frac{\tau_e}{c}$ (0,5) avec $S_c = 10.\ell$ (0,5) est la surface cisaillée de la clavette.

$\Rightarrow \frac{F}{10.\ell} \leqslant \frac{\tau_e}{c} \Rightarrow \ell \geqslant \frac{F.c}{10.\tau_e} = \frac{4062{,}5.\,3}{10.\,108} = 11{,}28\,mm$

$\boxed{\ell_{min} = 11{,}28\,mm}$ (0,5)

(1) Conclusion : La condition de non matage conduit à choisir une clavette plus longue. Bien que résistante au cisaillement, on doit calculer notre clavette d'après la condition de non matage.

/7