Examen partiel de Phs 213 :

Électrostatique

Date de l'Examen : 30/11/2019

Durée de l'épreuve : 2h

Sans notes de cours ni documents

Avec calculatrice non programmable

Proposé par Hela FRIHA

2ème année cycle conventionnel

NOM :	Note
PRÉNOM :	

Consignes d'examen à observer attentivement

- ✍ **Inscrivez vos nom et prénom**
- ✍ **Rédigez directement sur la copie.**
- ✍ **Vos copies doivent être rédigées à l'encre bleue ou noire uniquement (l'usage du crayon à papier est interdit !)**
- ✍ **Justifiez vos affirmations si nécessaire**
- ✍ **Il sera tenu compte du soin apporté à la rédaction**

Si au cours de l'épreuve, vous repérez ce qui vous paraît être une erreur ou un oubli dans l'énoncé, vous le signalez clairement dans votre copie et vous poursuivez l'examen en proposant une solution.

Exercice 1 : Questions à choix multiple **(5 points)**

Cochez la ou les bonnes réponses :

1. Électriquement neutre, une molécule d'acide sulfurique H_2SO_4 est constituée de trois atomes différents : le soufre S, l'oxygène O et l'hydrogène H. Une fois solubilisé dans l'eau, l'ion sulfate est formé par l'association du soufre et des quatre atomes d'oxygène. La solubilisation fait également apparaître deux protons à partir des atomes d'hydrogène. L'ion sulfate se présente sous la forme d'un anion, chargé négativement. On peut affirmer que :
   (a) La charge électrique portée par l'ion sulfate est égale à (-2e).
   (b) La charge électrique totale portée par les deux protons est égale à (+2e).
   (c) La charge électrique portée par chaque proton est égale à (+2e).
   (d) La charge électrique totale portée par les deux neutrons est égale à (+2e).
2. On considère une molécule de dioxyde de carbone située dans le vide. On supposera que le carbone porte une charge électrique positive égale à (+4e), et que chaque atome d'oxygène porte une charge électrique négative égale à (-2e). Les trois atomes sont alignés selon un seul et même axe, le carbone étant au milieu des deux atomes d'oxygène. Dans ces conditions, on peut affirmer que :
   (a) La force de Coulomb résultante exercée sur l'atome de carbone est nulle.
   (b) Les forces de Coulomb résultantes exercées sur les atomes d'oxygène pointent nécessairement vers l'atome de carbone.
   (c) Les forces de Coulomb résultantes exercées sur les atomes d'oxygène ont la même orientation et le même sens.
   (d) La force de Coulomb exercée sur l'atome cible de carbone par un seul atome source d'oxygène est une force répulsive.
3. On considère deux charges sources ponctuelles égales de nature opposée. En ce qui concerne le champ électrique résultant, on peut affirmer que :
   (a) Celui-ci est nul au milieu du segment défini par les deux charges électriques.
   (b) Celui-ci est nul en tout point de l'espace.
   (c) Il n'existe qu'une seule ligne de champ parfaitement rectiligne, positionnée au niveau du segment formé par les deux charges électriques.
   (d) Le long de la médiatrice du segment formé par les deux charges électriques, la norme du champ électrique sera maximale en un unique point, celui de l'intersection du segment et de sa médiatrice.

4. On considère deux charges ponctuelles égales de même nature. En ce qui concerne le champ électrique, on peut affirmer que :
   (a) Il n'existe pas de lignes de champ rectilignes pour une telle configuration.
   (b) Il existe une et unique ligne de champ rectiligne, positionnée au niveau du segment formé par les deux charges électriques.
   (c) Celui-ci est nul au milieu du segment défini par les deux charges électriques.
   (d) Aucune réponse ne convient
5. On considère un anneau filiforme et circulaire de rayon a = 2 cm, plongé dans le vide, et portant une charge électrique Q = 1 nC. On cherche à calculer la valeur de la norme du champ électrique en différents points M de son axe central. On notera z la cote de ces points. Après avoir effectué les calculs correspondants, pouvez-vous déterminer quelles sont les valeurs pertinentes parmi celles proposées ?
   On donne : $\epsilon_0 = 8,85.10^{-12}\mathrm{A}^2 s^4 \mathrm{K}g^{-1} m^{-3}$
   (a) Pour z = 1,41 cm, on obtient la valeur maximale du champ électrique.
   (b) Pour z = 1 m, on obtient un champ électrique d'environ $9\mathrm{N.C}^{-1}$
   (c) Pour z = 1 m, on obtient un champ électrique d'environ $9.10^{-4}\mathrm{N.C}^{-1}$
   (d) Pour z = a, on obtient la valeur maximale du champ électrique.
6. On considère une surface plane en forme de carré, dont le côté vaut a = 50 mm. L'angle entre le vecteur normal à la surface et le champ électrique est de 125 °. Sachant que le champ électrique est uniforme et que sa norme vaut $\mathrm{E} = 600\mathrm{N.C}^{-1}$, quelle est la valeur du flux électrique à travers cette surface ?
   (a) $\Phi_\mathrm{E} = 1,23\mathrm{N}.m^2.\mathrm{C}^{-1}$
   (b) $\Phi_\mathrm{E} = 0,86\mathrm{N}.m^2.\mathrm{C}^{-1}$
   (c) $\Phi_\mathrm{E} = -1,23\mathrm{N}.m^2.\mathrm{C}^{-1}$
   (d) $\Phi_\mathrm{E} = -0,86\mathrm{N}.m^2.\mathrm{C}^{-1}$
7. La détermination du champ électrique émis par un fil rectiligne infini, chargé positivement, peut se faire simplement en utilisant le théorème de Gauss, à condition :
   (a) De choisir comme surface de Gauss un cube de côté quelconque.
   (b) De choisir comme surface de Gauss un cylindre de longueur quelconque.
   (c) De remarquer que le champ électrique est invariant selon les axes (Ox) et (Oy) d'un système cartésien.
   (d) De remarquer que le champ électrique est invariant selon les axes radial et axial d'un système cylindrique.

8. On considère une coquille sphérique chargé positivement. L'épaisseur de la coquille n'est pas négligeable et le matériau est non-conducteur. La détermination du champ électrique par le théorème de Gauss impose :
   (a) De choisir comme surface de Gauss un cylindre dont la longueur est plus grande que le rayon extérieur de la coquille.
   (b) De choisir comme surface de Gauss un cylindre dont la longueur est plus petite que le rayon intérieur de la coquille.
   (c) Nécessite l'étude du champ électrique dans deux zones différentes.
   (d) Nécessite l'étude du champ électrique dans trois zones différentes.
9. Pour obtenir le flash sur un appareil photographique, on utilise un condensateur de capacité C = 150µF, chargé électriquement par une différence de potentiel de 300 V. On peut affirmer que :
   (a) la charge électrique stockée par le condensateur est égale à 0.5µC
   (b) la charge électrique stockée par le condensateur est égale à 45mC
   (c) L'énergie potentielle électrique emmagasinée par le condensateur est égale à 6,75 J.
   (d) L'énergie potentielle électrique emmagasinée par le condensateur est égale à 2,03 kJ.
10. On considère un condensateur plan, chargé électriquement par une différence de potentiel de 12V. Celui-ci porte sur chaque armature une charge électrique de 0,4 nC et la distance d'écartement des deux armatures est de 3 mm. En supposant que la permittivité du milieu séparant les deux armatures soit le vide, et que les deux armatures sont géométriquement identiques, déterminer la valeur de l'aire d'une armature.
    On donne : $\epsilon_0 = 8,85.10^{-12}$F.$m^{-1}$
    (a) $\mathrm{A} = 11,3m^2$
    (b) $\mathrm{A} = 885m^2$
    (c) $\mathrm{A} = 3,33.10^{-10}m^2$
    (d) $\mathrm{A} = 725m^2$

Réponse :

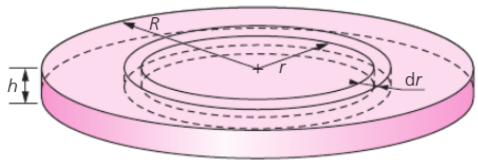
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
a	×	×			×					×
b	×	×			×		×		×	
c				×					×	
d			×			×		×		

Exercice 2 : Distributions de charge **(3.5 points)**

Un disque de rayon R et d'épaisseur h est chargé en volume par une densité volumique $\rho(r)$ variant avec la distance r d'un point du disque à l'axe de révolution :

$$\rho(r) = \frac{K}{r}$$

1. Rappeler la relation entre la charge totale et les différentes formes de distributions de charge.
2. Calculer la densité surfacique de charges $\sigma(r)$ correspondante.
3. Calculer la charge totale Q associée à cette distribution.



Réponse :

1. $Q_T = \begin{cases} \int \lambda dl \\ \int\int \sigma dS \\ \int\int\int \rho dV \end{cases}$
2. Étant donné que la densité volumique de charges varie avec la distance r à l'axe de révolution, la densité surfacique de charges varie également avec la distance r. Elle n'est pas simplement égale à la charge totale divisée par la surface du disque. On doit utiliser les relations locales :

$$dq = \rho(r)dV = \sigma dS$$

Le volume élémentaire dV de la couronne de hauteur h, d'épaisseur dr et de rayon r est :

$$dV = 2\pi r h dr$$

La surface élémentaire ds de sa section perpendiculaire à l'axe est :

$$dS = 2\pi r dr$$

On a donc :

$$\sigma(r) = h\rho(r) = \frac{hK}{r}$$

3. La charge totale Q contenue dans le disque peut être calculée indifféremment à partir de $\rho(r)$ ou de $\sigma(r)$. Voici le calcul à partir de $\rho(r)$:

$$Q = 2\pi h \int_0^R \rho(r) r dr = 2\pi h \int_0^R \frac{K}{r} r dr = 2\pi h K R$$

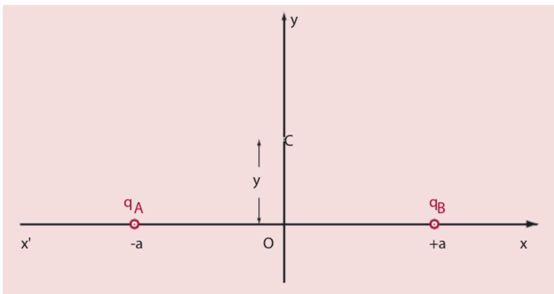
Exercice 3 : Calcul de la force électrostatique **(3.5 points)**

On considère deux charges ponctuelles q_A et q_B placées sur un axe Ox en deux points A et B distants de d= 2a.

1. Donner les caractéristiques des forces $\overrightarrow{F_{A/B}}$ et $\overrightarrow{F_{B/A}}$ s'exerçant sur chacune des charges.
2. On place une troisième charge q_C située sur la médiatrice du segment [AB].
   Déterminer en fonction de y l'expression de la résultante des forces exercées par les charges q_A et q_B sur la charge q_C.
3. En déduire la valeur de cette force.

☞ On donne a=3cm, q_A = q_B= q_C= 40nC, y=a=3cm.

☞ On rappelle que la constante de Coulomb $K = 9.10^9 N.m^2.C^{-2}$



Réponse :

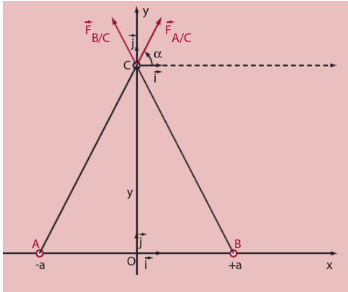
1. D'après la loi de Coulomb :

$$\overrightarrow{F_{A/B}} = -\overrightarrow{F_{B/A}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_A q_B}{AB^2} \overrightarrow{u_{AB}}$$

Comme le produit $q_A q_B$ >0, alors les forces sont répulsives.

$$F_{A/B} = F_{B/A} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{|q_A q_B|}{AB^2} = 4.10^{-3} N$$

2. La charge q_C est soumise à deux forces : $\overrightarrow{F_{A/C}}$ et $\overrightarrow{F_{B/C}}$



La force résultante est donnée par la formule suivante :

$$\vec{F} = \overrightarrow{F_{A/C}} + \overrightarrow{F_{B/C}}$$

Projetons les deux membres de cette équation selon x et y :

$$\vec{F} = \begin{cases} F_x &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{|q_A q_C|}{AC^2}\cos\alpha - \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{|q_B q_C|}{BC^2}\cos\alpha \\ F_y &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{|q_A q_C|}{AC^2}\sin\alpha + \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{|q_B q_C|}{BC^2}\sin\alpha \end{cases}$$

$$\vec{F} = \begin{cases} F_x = 0 \\ F_y = 2\frac{q_A^2}{4\pi\epsilon_0}\frac{y}{(a^2+b^2)^{\frac{3}{2}}} \end{cases}$$

On obtient : $F = 11,3.10^{-3}$N

Exercice 4 : Calcul du champ électrostatique par le théorème de gauss (7 points)

On considère un fil infini d'axe Oz portant une densité linéique de charges constante λ.

1. Rappeler l'énoncé du théorème de Gauss et **expliciter la méthode permettant de calculer un champ électrostatique à partir de ce théorème**.
2. Analyser les symétries du système ; en déduire la direction du champ électrique $\vec{E}$ en tout point de l'espace ; quel est le référentiel adapté pour cette étude ?
3. En déduire la surface à choisir pour appliquer le théorème de Gauss
4. Déterminer le champ électrostatique $\vec{E}$
5. De quelle coordonnée dépend $\vec{E}$?
6. En déduire le potentiel électrostatique V.
7. Tracer l'allure de E et V.
8. On considère deux fils infinis parallèles à l'axe Oz situés en (x=-a, y=0) et (x= a, y=0) portant respectivement des densités linéiques de charges $-\lambda$ et $+\lambda$. Donner l'expression du potentiel en un point de l'espace défini par les distances r_1 et r_2 aux deux fils, en choisissant V=0 à égale distance des deux fils.

✎ *Nota : la description des différentes étapes du raisonnement est demandée et sera notée.*

Réponse :

1. Énoncé : Le flux sortant du champ électrique au travers d'une surface fermée est égal au quotient de la somme algébrique des charges intérieures par ϵ_0 et ceci quelque soient les charges extérieures à la surface de Gauss fermée considérée.

$$\oiint_{\Sigma} \vec{E}.\vec{dS} = \frac{\sum Q_{int}}{\epsilon_0}$$

Méthode : différentes étapes de la méthode de Gauss

1 Caractérisation des lignes de champ

2 Choix de la surface de gauss

3 Calcul du flux

4 Calcul de la somme algébrique des charges intérieures

5 Application du théorème de gauss

2. les plans $\pi = (M, \vec{u_r}, \vec{u_\theta})$ et $\pi' = (M, \vec{u_r}, \vec{u_z})$ sont des plans de symétries des charges donc $\overrightarrow{E(M)} \in (\pi \bigcap \pi')$, soit $\overrightarrow{E(M)} = E\vec{u_r}$

   Système de coordonnées cylindriques.

3. On applique le théorème de Gauss à la surface fermée (Σ) : cylindre de hauteur h passant par M et de rayon r

4. $$\oiint_{\Sigma} \vec{E}.\vec{dS} = \frac{\sum Q_{int}}{\epsilon_0}$$
$$2\pi r h E(r) = \frac{\lambda h}{\epsilon_0}$$
$$\overrightarrow{E(r)} = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}\vec{u_r}$$

5. La distribution de charges est invariante par rotation d'angle θ et par translation d'axe (Oz), donc $\vec{E}$ aussi. Ses coordonnées ne dépendent pas de θ et z.

6. $dV = -\vec{E}.\vec{dl} = -\frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}dr$
$$V = -\frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0}\ln r \quad ; \quad V(\infty) = 0$$

7. Allure :

8. Appliquant le théorème de superposition :

$$V = -\frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0}\ln r_2 + \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0}\ln r_1 + Cte$$

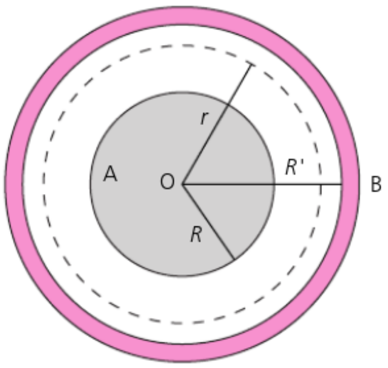
$$V = 0 \ \ pour r_1 = r_2$$

$$V = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0}\ln\frac{r_1}{r_2}$$

Exercice 5 : Condensateur sphérique **(4 points)**

On considère un condensateur sphérique dont les armatures interne et externe sont portées respectivement aux potentiels V_A et V_B ($V_A > V_B$). L'armature interne est une sphère de centre O et de rayon externe R et l'armature externe une sphère creuse de même centre O et de rayon interne R'.

1. Quelle est l'expression du champ électrique entre les deux armatures.
2. En déduire l'expression du potentiel $V_A - V_B$.
3. Quelle est alors la capacité de ce condensateur ?
4. Que devient cette capacité si $R \approx R'$.



Réponse :

1. De par la symétrie de la distribution, le champ électrostatique associé à ce condensateur est radial : $\vec{E} = E(r)\vec{u_r}$ Le module de ce champ pour $R < r < R'$, $E_r = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$, Q représente la charge totale sur l'armature A.
2. $\vec{E} = -\overrightarrow{grad}V$

$$V_A - V_B = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0}[\frac{1}{R} - \frac{1}{R'}]$$

3. $C = \frac{4\pi\epsilon_0 RR'}{R' - R}$

4. Si les armatures sont très proches, on pose : $R' - R = e$

   On obtient alors :

$$\frac{R'R}{R' - R} \approx \frac{R^2}{e}$$

$$C \approx 4\pi\epsilon_0 \frac{R^2}{e} = \frac{S\epsilon_0}{e}$$

   où S est la surface externe de A, expression trouvée pour le condensateur plan.