MINI PROJET PHYSIQUE

RESSORT

2019

IPSA

Classe : 1PG

[professeur : NGUYEN Thi-hanh]

INTRODUCTION :

L'invention du ressort remonterait a plus de 10 000 ans avec l'arc. Le ressort est présent dans notre quotidien et a toujours eu un rôle important depuis des milliers d'années.

Selon la norme ISO 26909:2010 on définit un ressort comme étant « un dispositif mécanique conçu pour emmagasiner de l'énergie lorsqu'il est déformé et en restituer la même quantité lorsqu'il est relâché ».

Le but de ce Mini Projet en première année d'IPSA sera donc d'étudier les ressorts :

-Les ressorts linéaire

-Les ressorts spiral

Ainsi, nous verrons dans les 2 cas comment se caractérise le mouvement du ressort, les énergies émanant des ressorts (Energie potentielle, cinétique et travail) puis nous en feront l'analogie.

Rappels :

Une force : une action mécanique exercée par un objet sur un autre. Lorsque 2 forces se compensent on dit que le système est en équilibre.

=========

Le moment d'une force : une grandeur scalaire traduisant la faculté de la force appliquée a faire tourner le système mécanique.

=========

Travail d'une force : c'est l'énergie fournie par cette force lorsque son point d'application se déplace. Le travail est responsable de la variation de l'énergie cinétique du système.

=========

Energie Cinétique : Energie que possède un corps du fait de son mouvement.

=========

Energie potentielle : Energie liée a une interaction (exemple : gravitationnelle ou du poids)

=========

Energie potentielle élastique : Energie potentielle emmagasinée dans un corps a caractère élastique (ressort)

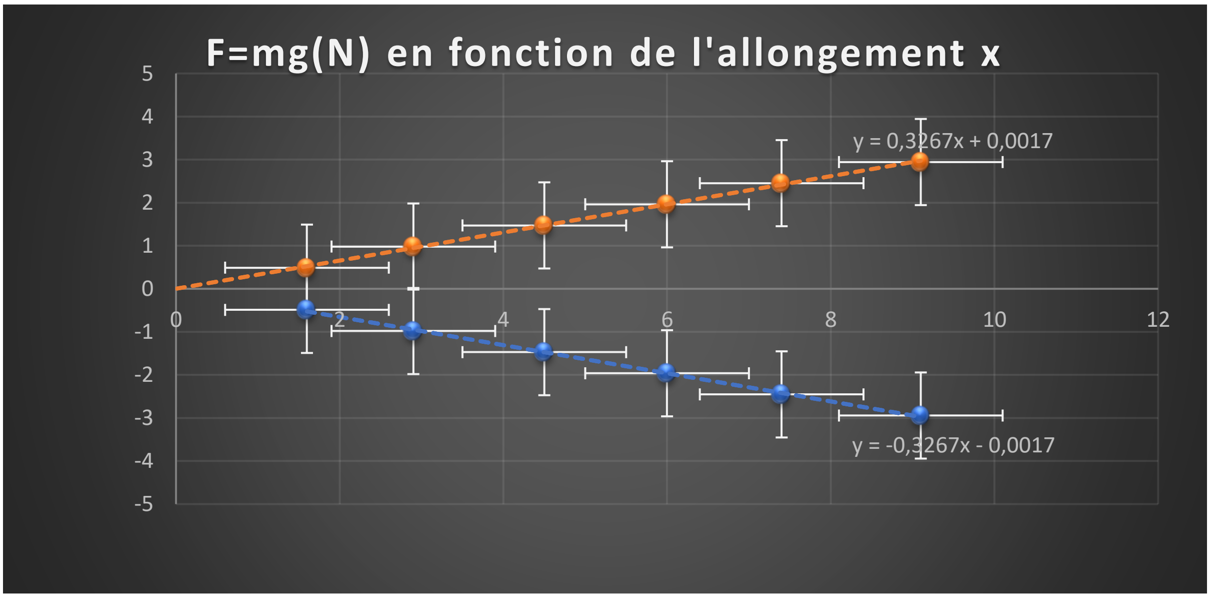
==========

Loi de Hooke : En 1678, en s'appuyant sur l'expérimentation, Robert Hooke, (1635-1703), astronome et mathématicien anglais né à Freshwater, établit que, dans le domaine élastique linéaire, l'allongement d'une structure dans une direction donnée était proportionnel à l'effort appliqué dans cette direction, et ceci pour plusieurs matériaux. *Source : futurascience, techno-science-wikipedia*

TABLE DES MATIERES :

2.1 RESSORT LINEAIRE/ETUDE DE LA FORCE DE RAPPEL OU TENSION DU RESSORT

	CONVERSION						
Masse(kg)	0,001	50	100	150	200	250	300
x(m)	0,01	1,6	2,9	4,5	6	7,4	9,1
δm		0,5	1	1,5	2	2,5	3
δm/m	0%	1%	1%	1%	1%	1%	1%
F=mg(N)		0,4905	0,981	1,4715	1,962	2,4525	2,943
δF		4,905	9,81	14,715	19,62	24,525	29,43
δF/F		10	10	10	10	10	10
δx(m)	0,001	1	1	1	1	1	1
δx/x	%	0,625	0,344827586	0,222222222	0,166666667	0,135135135	0,10989011



<u>**D'après la loi de Hooke**</u> : $F_r = -k.x$

$$\Leftrightarrow k = \frac{-F_r}{x}$$

$$\Leftrightarrow k = \frac{-(mg)}{(l-l0)}$$

<u>**Déterminons sa dimension**</u> : [m] = M ; [g] = LT^{-2} ; [mg] = LMT^{-2} ; [l-l0] = L ; [-1] = 1

Donc, [k] = $\frac{LMT^{-2}}{L} = MT^{-2}$

On en déduit alors son unité : kg.t^{-2} ⇔ kg.m.t^{-2}.m^{-1} avec N ⇔ kg.m.t^{-2} Donc k peut être exprime en N.m^{-1}

<u>**Que signifie la constante k ?**</u>

La constante k est la constante de raideur du ressort, elle correspond à la force fournie par un ressort en fonction de la compression / traction ou couple.

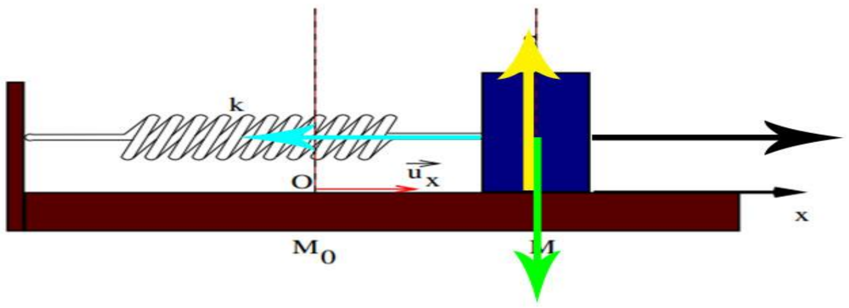
<u>**Donner la formule liant vecteur force de rappel et allongement x :**</u>

Soit $\overrightarrow{\boldsymbol{F_r}}$ le vecteur force de rappel, k la constante de raideur du ressort, x l'allongement qui est soit positif (s'il s'agit d'une traction) soit négatif (s'il s'agit d'une compression).

$$\overrightarrow{\boldsymbol{F_r}} = -\mathrm{kx}.\overrightarrow{U_x}$$

2.2 ETUDE DU TRAVAIL D'UNE FORCE

1. Schéma complet



Sur ce schéma :

la force de traction $\vec{f}$ est représentée en **noir ;**
la force de rappel du ressort $\vec{F_r}$ en **cyan** . Ces 2 forces se compensent entre elles et permettent à la masse m de rester en équilibre selon x.

le poids $\vec{P}$ de l'objet de masse m est représentée en **vert** ;
la réaction du sol $\vec{R}$ sur la masse m est représentée en jaune. Ces 2 forces se compensent entre elles et permettent à la masse m de rester en équilibre selon y.

2. Bilan des Forces, déterminer $\vec{f}$:

Tout d'abord, le solide S est en équilibre au point M pour les raisons évoquées précédemment (en tenant pas compte des frottements).

On peut écrire :

$\sum \vec{F}_{ext} = \vec{P} + \vec{R} + \vec{f} + \vec{F_r} = \vec{0}$

Soit selon $\vec{U_x}$,

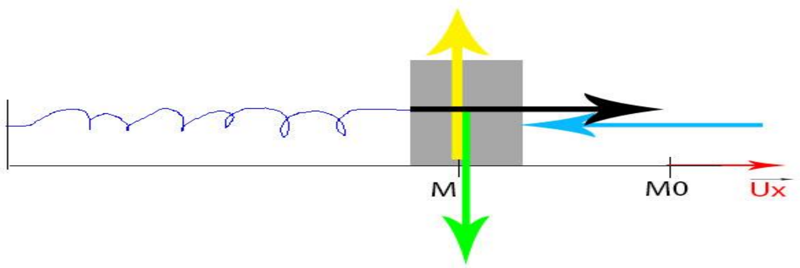
$\vec{f} + \vec{F_r} = \vec{0}$ c'est-à-dire $\vec{f} = - \vec{F_r}$

c'est-à-dire $\vec{f} = -$ (-k.x) $\vec{u_x}$; Ici x est positif car il s'agit d'une traction.

c'est-à-dire $\vec{f} =$ k.x $\vec{u_x}$

[professeur : NGUYEN Thi-hanh]

3. Schéma dans le cas compression, déterminer $\overrightarrow{f'}$:



Sur ce schéma :

la force de compression $\overrightarrow{f'}$ est représentée en **cyan ;**
la force de rappel du ressort $\overrightarrow{F_r}$ en **noir** . Ces 2 forces se compensent entre elles et permettent à la masse m de rester en équilibre selon x.

le poids $\overrightarrow{P}$ de l'objet de masse m est représentée en **vert** ;
la réaction du sol $\overrightarrow{R}$ sur la masse m est représentée en jaune. Ces 2 forces se compensent entre elles et permettent à la masse m de rester en équilibre selon y.

Tout d'abord, le solide S est en équilibre au point M pour les raisons évoquées précédemment (en tenant pas compte des frottements).

On peut écrire :

$\sum \vec{F}_{ext} = \overrightarrow{P} + \overrightarrow{R} + \overrightarrow{f'} + \overrightarrow{F_r} = \vec{0}$

Soit selon $\overrightarrow{U_x}$,

$\overrightarrow{f'} + \overrightarrow{F_r} = \vec{0}$ c'est-à-dire $\overrightarrow{f'} = - \overrightarrow{F_r}$

c'est-à-dire $\overrightarrow{f'} = -(-k.(-x))\,\overrightarrow{u_x}$; Ici x est négatif car il s'agit d'une compression.

c'est-à-dire $\overrightarrow{f'} = -k.x\,\overrightarrow{u_x}$

4. Travail d'une force:

Dans le cas du ressort, nous ne pouvons pas appliquer directement la formule du travail qui est : W = $f.M_0M$ puisque cette formule est valable uniquement pour une force f constante.

Or cette force dans notre cas, varie en fonction du ressort (la résistance du ressort nécessite une force plus forte et donc qui évolue en fonction de l'allongement).

5. Expression du travail élémentaire δW pour un déplacement élémentaire δx :

$\delta\vec{W}$ =$\vec{f}.dx$ avec $\vec{f} = k.x$; Ici on se place dans le cas général ou x est une valeur algébrique pouvant être soit négatif soit positif.

6.Determiner le travail qu'il faut fournir pour amener le solide de masse m de la position M_0 à la position M.

Dans le cas général, $\vec{f} = -\vec{F_r} = -(-k.x) = kx.$

Soit $\delta\overrightarrow{W_{\vec{f}(M_0 \to M)}}$ =$\vec{f}.dx$ ⇔ $\overrightarrow{W_{\vec{f}(M_0 \to M)}}$ = $\int \vec{f}\,.dx$

= $\int kx.dx$

=$\frac{1}{2}\ k.x^2$

7. Travail de la force élastique (de rappel) ou tension du ressort subissant un allongement ou une compression de la position M_0 a la position M.

Dans le cas général, $\vec{F_r} = -kx.$

Soit $\delta\overrightarrow{W_{\vec{F_r}(M_0 \to M)}}$ = $\vec{F_r}.dx$ ⇔ $\overrightarrow{W_{\vec{F_r}(M_0 \to M)}}$ = $\int \vec{F_r}\,.dx$ = $-\frac{1}{2}\ k.x^2$

8. Que vaut la somme des travaux ? Conclure :

La somme des travaux vaut 0. Ce résultat est en accords avec les interprétations de départ sur les 2 schémas (cas de la compression et de la traction).

De plus ce résultat est conforme au théorème du travail : $\sum \vec{W_f} = \vec{0}.$

2.3 ETUDE DE L'ENERGIE POTENTIELLE DU RESSORT

1.Expression de la force dans le cas ou l'énergie potentielle ne dépend que de x :

Dans ce cas, on a : $\vec{F} = -\frac{\partial E_p}{\partial x}\vec{u}_x$

On sait que : $\delta W = -dE_p$

Donc : $\vec{F} = \frac{dW}{dx}\vec{u}_x$ avec dW = -kx.dx

Donc $\vec{F} = -k.x\,\vec{u}_x$

2. Connaissant la force, montrer que l'on peut déterminer l'énergie potentielle :

On sait que : $\vec{F} = -\frac{\partial E_p}{\partial x}\vec{u}_x$

$\Leftrightarrow dE_p = -\vec{F}.dx\,\vec{u}_x$

$\Leftrightarrow dE_p = k.x\,dx\ \vec{u}_x$

$\Leftrightarrow dE_p = -dW\ \vec{u}_x$

D'où : $E_p = \int_0^x k\,.x\,dx$

$\Leftrightarrow E_p = -\int_0^x dW$

$\Leftrightarrow E_p = -\int_0^x -k.x\,dx$

$\Leftrightarrow -E_p = \left(-\frac{1}{2}\,k.x^2\right) - \left(-\frac{1}{2}\,k.0^2\right) = -\frac{1}{2}\,k.x^2$

Donc $E_p = \frac{1}{2}\,k.x^2$

3. En déduire la formule de l'énergie potentielle élastique d'un ressort.

On en déduit : $E_{pe} = \frac{1}{2}\,k.x^2$

4. Déterminer les différentes énergies potentielles :

On sait que : $E_p = -\int \vec{F}\,dx$

- Energie potentielle gravitationnelle :

$$E_{pg} = -\int -G\frac{m_a m_b}{r^2}\,dr$$

$$\Leftrightarrow \; E_{pg} = G m_a m_b \int \frac{1}{r^2}\,dr$$

Donc $E_{pg} = -G m_a m_b / r$

- Energie potentielle de pesanteur :

$$E_{pp} = -\int -mg\,dz$$

$$\Leftrightarrow \; E_{pg} = \; mg\int dz$$

Donc $E_{pp} = mgz$

- Energie potentielle de Coulomb :

$$E_{pp} = -\int \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_A q_B}{r^2}\,dr$$

$$\Leftrightarrow \; E_{pg} = \; -\frac{q_A q_B}{4\pi\epsilon_0}\int \frac{1}{r^2}\,dr$$

Donc $E_{pp} = \frac{q_A q_B}{4\pi\epsilon_0}.\frac{1}{r}$

- Energie potentielle électrostatique :

$$E_{pp} = -\int -kx\,dx$$

$$\Leftrightarrow \; E_{pg} = \; k\int x\,dx$$

Donc $E_{pp} = \frac{1}{2}k.x^2$

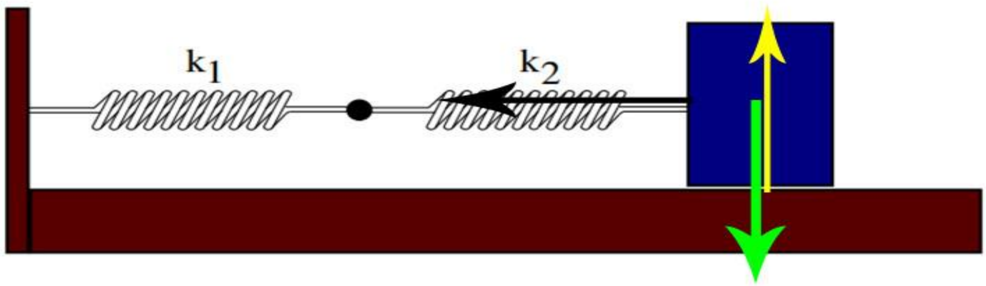
Tableau 3 :

FORCES DERIVANT D'UN POTENTIEL	ENERGIES POTENTIELLES
Force gravitationnelle : $\vec{F}_{A/B} = -G\frac{m_A m_B}{r^2}\,\vec{u}_{A\to B}$	Energie potentielle gravitationnelle : $E_{pg} = -Gm_a m_b/r$
Force de pesanteur : $\vec{P} = -mg\,\vec{u}_z$	Energie potentielle de pesanteur : $E_{pp} = mgz$
Force de Coulomb : $\vec{F}_{A/B} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_A q_B}{r^2}\,\vec{u}_{A\to B}$	Energie potentielle électrostatique : $E_{pp} = \frac{q_A q_B}{4\pi\epsilon_0}.\frac{1}{r}$
Force de rappel d'un ressort : $\vec{F} = -kx\,\vec{u}_x$	Energie potentielle élastique : $E_{pp} = \frac{1}{2}k.x^2$

2.4 ASSOCIATION DE RESSORTS

1. Constante de raideur équivalente de 2 ressorts de raideur k_1 et k_2 :

Schéma :



Ici, **la force de rappel** des 2 ressorts en série est représentée en **noir**.

Démonstration :

On sait que : $\vec{F} = -k.x\,\vec{u}_x$

On se place dans un système a double ressort tels que le premier ressort est lie au second.

Soit Δl l'allongement du système double ressort.

Ici notre référentiel est le sol, il est supposé galiléen.

On peut également écrire : $\Delta l = \Delta l_1 + \Delta l_2$ avec $\Delta l = x$

En reprenant l'expression de la Force de rappel du ressort, on peut déterminer k :

$x = -\frac{\vec{F}}{k_{eq}} \Leftrightarrow \Delta l = -\frac{\vec{F}}{k_{eq}}$

De plus, on a : $\Delta l_1 = -\frac{\vec{F_1}}{k_1}$ et $\Delta l_2 = -\frac{\vec{F_2}}{k_2}$

Donc : $\Delta l = \Delta l_1 + \Delta l_2 \;\Leftrightarrow\; -\frac{\vec{F}}{k_{eq}} = -\frac{\vec{F_1}}{k_1} - \frac{\vec{F}_2}{k_2}$

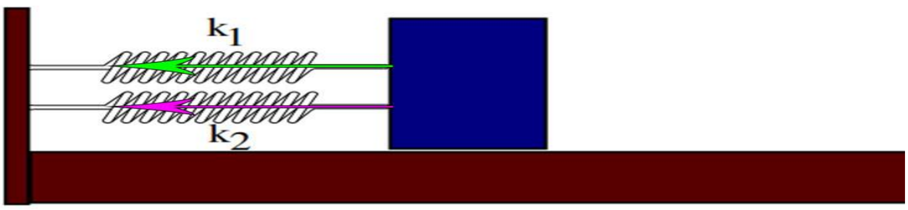
Comme les ressorts sont en série, les deux forces $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ sont équivalente a $\vec{F}$.

On peut donc écrire : $-\frac{1}{k_{eq}} = -\frac{1}{k_1} - \frac{1}{k_2} \;\Leftrightarrow\; -k_{eq} = \frac{k_1 k_2}{-k_1 - k_2}$

$$\Leftrightarrow \boxed{k_{eq} = \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2}}$$

<u>2. Constante de raideur équivalente de 2 ressorts en dérivation. Schéma :</u>

<u>Schéma :</u>



Ici, dans le cas de 2 ressorts en dérivation, on a 2 forces de rappel représentée en rose et vert.

<u>Démonstration :</u>

On sait que : $\vec{F} = -k.x\,\vec{u}_x$

On se place dans un système à double ressort tels que les 2 soit lies a la masse et en dérivation.

Soit Δl l'allongement du système double ressort.

Ici notre référentiel est le sol, il est supposé galiléen.

Remarque : il est évident qu'ici les forces de rappels des ressorts sont différentes. En revanche les distances Δl_1 *et* Δl_2 sont équivalentes avec Δl : $\Delta l_2 = \Delta l_1 = \Delta l$.

Cela revient à dire que : $\overrightarrow{F_{eq}} = \overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2}$

$$\Leftrightarrow -k_{eq}.\Delta l = -k_1.\Delta l_1 - k_2.\Delta l_2$$

$$\Leftrightarrow -k_{eq} = -k_1 - k_2$$

Donc : $\boxed{k_{eq} = k_1 + k_2}$

3.1 RESSORT SPIRAL

1.Definir le moment d'une force et écrire le bilan des forces et des moments a l'équilibre :

Le Moment d'une force peut être défini comme étant l'aptitude d'une force à faire tourner un système mécanique autour d'un point donne, qu'on nommera aussi pivot.

(Source : https://www.techno-science.net/definition/1732.html)

Ecriture du **moment d'une force F** ayant pour point d'application A et une distance AB avec le point A :

$$\boxed{\overrightarrow{M_A(F)} = \overrightarrow{AB} \wedge \vec{F}}$$

Sa norme :

$|| \overrightarrow{M_A(F)} || = ||\overrightarrow{AB}||.||\vec{F}||.\sin(\overrightarrow{AB}, \vec{F})$

$= F.AB.\sin(\theta)$

$= F.d$

A l'équilibre on a :

On étudie notre système selon l'axe horizontale :

Appelons $\vec{f}$ le vecteur force correspondant à celle de traction ou compression.

Appelons $\overrightarrow{F_{rappel}}$ le vecteur force correspondant à la force de rappel du ressort.

On a :

$$\sum \overrightarrow{F_{ext}} = \vec{0} \quad \Leftrightarrow \quad \overrightarrow{F_{rappel}} + \vec{f} = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow \quad \overrightarrow{F_{rappel}} = -\vec{f}$$

$$\sum \vec{M} = \vec{0} \quad \Leftrightarrow \quad \overrightarrow{M_A(F_{rappel})} + \overrightarrow{M_A(f)} = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow \quad \overrightarrow{M_A(F_{rappel})} = -\overrightarrow{M_A(f)}$$

<u>2.3.4 Tableau a compléter:</u>

On sait que : les distances sont mesurées a 0.1 cm près, la masse est connue a 0.1g près et les angles mesures à 1° près.

<u>Calcul Incertitude absolue :</u>

$\delta m = m*0.1*0.001$ avec m exprimée en kg.

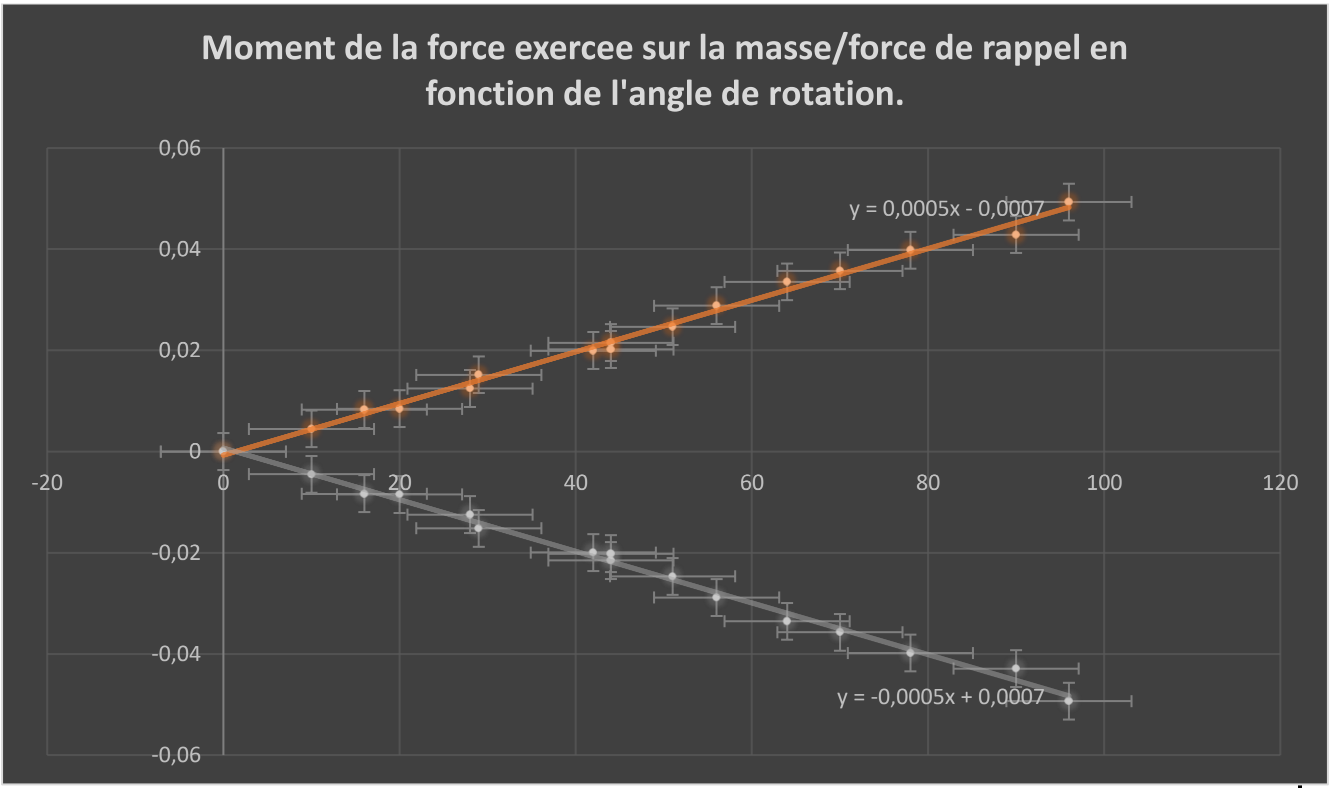
$\delta\theta = \theta*1$

$\delta d = d*0.1*0.01$ avec d exprimée en mètre.

On sait que le moment de la force est l'opposée du moment de rappel.

Tableau :

	CONVERSION																
Masse m (kg)	0,001	0	25,4	25,4	25,4	25,4	49,9	49,9	49,9	49,9	75,4	75,4	75,4	100,6	100,6	100,6	176,5
Distance d (m)	0,01	0	8,1	5	3,4	1,8	7,3	4,4	3,1	1,7	5,8	3,9	2,7	5	3,4	2,5	2,3
Angle θ (°)		0	44	28	20	10	70	44	29	16	90	56	42	96	64	51	78
Moment M(N.m)		0	0,02018309	0,0124587	0,0084719	0,0044851	0,0357349	0,0215388	0,0151751	0,0083218	0,0429011	0,0288473	0,0199712	0,0493443	0,0335541	0,0246722	0,0398237
Insert abs δm (kg)	0,001	0	0,00000254	2,54E-06	2,54E-06	2,54E-06	4,99E-06	4,99E-06	4,99E-06	4,99E-06	7,54E-06	7,54E-06	7,54E-06	1,006E-05	1,006E-05	1,006E-05	1,765E-05
Incert rel δm/m	(%)		0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001
Incert abs δd (m)	0,01	0	0,000081	0,00005	0,000034	0,000018	0,000073	0,000044	0,000031	0,000017	0,000058	0,000039	0,000027	0,00005	0,000034	0,000025	0,000023
Incert rel δd/d	(%)		0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001
Incert abs δθ (°)		0	44	28	20	10	70	44	29	16	90	56	42	96	64	51	78
Incert rel δθ/θ	(%)		1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1



En orange est représentée la force exercée sur la masse et en gris la force de rappel du ressort.

La constante de torsion C du ressort correspond au coefficient obtenu sur la courbe de tendance du moment de la force exercée (de torsion) sur la masse en fonction de l'angle de rotation.

Son unité est N.m (moment) / deg (unité d'un angle)

On a donc $\boxed{C \approx 5x10^{-4}\ N.m.deg^{-1}}$

Cette constante C représente l'aptitude d'un ressort à subir une Force dite force de torsion.

6.Formule liant le vecteur moment de rappel et l'angle de rotation θ :

Puisque le moment s'exprime en N.m et que le coefficient et le même à l'equilibre, on peut écrire :
$\boxed{\overrightarrow{M_{rappel}} = -C.\theta\,\vec{u}_z}$

3.2 TRAVAIL DU MOMENT D'UNE FORCE

1.Expression du travail élémentaire pour une rotation élémentaire :

Travail élémentaire :

$\delta W = \vec{F}.\overrightarrow{dl}$

On se place sur un plan vertical, notre système étudie est un solide (S) de masse m. la seule force agissante est le poids (on néglige les frottements).

Soit $\vec{F} = \vec{P} = m\vec{g}$

Soit $\overrightarrow{dl} = r.d\theta$ avec dθ le déplacement angulaire et h la distance entre le point d'application et le poids.

On a alors : $\delta W = \vec{P}.rd\theta$

$\Leftrightarrow \delta W = m.\vec{g}.rd\theta$; Or m$\vec{g}r$ = $\vec{M}$ (le moment du poids)

$\boxed{\text{Donc } \delta W = \vec{M}.d\theta}$

2.Travail à fournir pour amener le ressort de la position M_0 a la position M , avec un angle θ:

On a :

$$\delta W_{M_0 \to M} = \overrightarrow{M_{poids}}.d\theta$$

$$\Leftrightarrow W = \int_0^\theta \overrightarrow{M_{poids}} d\theta$$

De plus, lorsque notre système est à l'équilibre on a : $\sum \vec{M} = \vec{0}$

C'est-à-dire : $\overrightarrow{M_{poids}} + \overrightarrow{M_{torsion}} = \vec{0}$

Donc : $\overrightarrow{M_{poids}} = -\overrightarrow{M_{torsion}}$

Donc : $\overrightarrow{M_{poids}} = -(-C\theta) = C\theta$ (d'après 3.1-6))

Finalement, $W = \int_0^\theta C\theta d\theta \Leftrightarrow C\int_0^\theta \theta d\theta$

Donc : $W = \frac{1}{2}C\theta^2$

[professeur : NGUYEN Thi-hanh]

3.3 ETUDE DE L'ENERGIE POTENTIELLE DU RESSORT

1. **En déduire la formule de l'énergie potentielle élastique et cinétique d'un ressort spiral :**

On sait que : $\delta W = \vec{M}.d\theta$ et $\delta W = -dE_p$

On peut donc écrire : $\overrightarrow{M_{torsion}}.d\theta = -dE_{pelastique}$

Donc : $E_{pelastique} = -\int \vec{M}.d\theta$

Or, $\overrightarrow{M_{torsion}} = -C\theta$

Donc : $E_{pelastique} = -\int -C\theta.d\theta$

Donc : $E_{pelastique} = C\int \theta.d\theta$

$\boxed{\text{Donc : } E_{pelastique} = \frac{1}{2}C\theta^2}$

Cherchons à présent l'énergie cinétique du ressort spiral :

On sait que les 2 caractéristique du ressort spiral lors de son mouvement sont :

- Le moment d'inertie défini par : $I = md^2$ (m la masse du ressort, d une distance).
- Le moment angulaire $L_0 = I\vec{\omega}$ avec $\vec{\omega} = \theta\,\overrightarrow{u_z}$

On a donc : $\frac{L_0}{\vec{\omega}} = md^2$

........(on a bloque sur cette partie.)

4.ETUDE DE L'ENERGIE POTENTIELLE DU RESSORT

1. **Premier tableau : Analogie des ressorts linéaire et spiral.**

	Ressort linéaire	Ressort spiral
Caractéristiques	Translation selon l'axe Ox	Rotation autour de l'axe Δ
	Grandeur	Grandeur
Cause du mouvement	Force (N), F = mg	Moment du poids : M = m.g.r
Grandeur fondamentale	Masse (kg) : m	Moment d'inertie (kg.m^2) : I = m.d^2
Déplacement(déformation)	Linéaire (axe) : x	Angulaire : θ
Relation entre la cause et le déplacement du ressort	$\overrightarrow{F_{rappel}}$ = -k.x $\overrightarrow{u_x}$	$\overrightarrow{M_{rappel}} = -C\theta\overrightarrow{u_z}$

Second tableau page suivante.

2. Second tableau : Analogie travail, Energie des ressorts linéaire et spiral.

	Ressort linéaire	Ressort spiral
Caractéristiques	Translation selon l'axe Ox	Rotation autour de l'axe Δ
	Grandeur	Grandeur
Déformation élémentaire	Linéaire : dx	Angulaire : θ
Travail élémentaire	$\delta W = f dx = -kxdx$	$\delta W = M d\theta = -C\theta d\theta$
Energie potentielle élastique	$E_{pe} = \frac{1}{2} k.x^2$	$E_{pe} = \frac{1}{2} C\theta^2$
Energie cinétique	$E_c = \frac{1}{2} m.v^2$	….