I.P.S.A
63, Bvd de Brandebourg
94200 Ivry Sur Seine

Date de l'épreuve :
Mardi 6 février 2018

AERO 1 : Cycle Renforcé

Professeurs : FRIHA/PEREZ-RAMOS

Durée de l'épreuve : 2h

Sans : **Notes de cours**

Avec : **Calculatrice non programmable**

EXAMEN FINAL DE PHYSIQUE I

Question:	1	2	3	Total
Points:	6	8	10	24
Note:				

Si au cours de l'épreuve, vous repérez ce qui vous paraît être une erreur ou un oubli dans l'énoncé, vous le signalez clairement dans votre copie et vous poursuivez l'examen en proposant une solution.

Le barème est donné à titre indicatif.

Pour les QCM, chaque question comporte une réponse. Lorsque l'étudiant ne répond pas à une question ou si la réponse est fausse, il n'a pas de point de pénalité.

Rédigez directement sur la copie en dessous de chaque exercice.

Inscrivez vos : nom, prénom et classe. Justifiez vos affirmations si nécessaire. Il sera tenu compte du soin apporté à la rédaction.

NOM :

PRENOM :

CLASSE :

1. (6 points) **Cinématique en coordonnées sphériques**

On considère un point P, repéré par ses coordonnées sphériques sur le schéma de la figure 1.

(a) Donner les vecteurs unitaires de la base en coordonnées sphériques.

Solution: $(\vec{u}_r, \vec{u}_\theta, \vec{u}_\varphi)$ 0,25+0,25+0,25 = 0,75

(b) Tracez sur le schéma de la figure 1 les vecteurs unitaires de la base sphérique. 0,25+0,25+0,25 = 0,75.

(c) Donnez le domaine de définition de chaque coordonnée du point P.

Solution: $0 \leq r < +\infty$; $0 \leq \theta \leq \pi$; $0 \leq \varphi \leq 2\pi$ 0,25 0,25 0,25 0,75

(d) Ecrire le vecteur position.

Solution: $\vec{r} = r\,\vec{u}_r$ 0,75

(e) Ecrire l'élément de longueur ou déplacement élémentaire en sphérique.

Solution: $\vec{dl} = dr\,\vec{u}_r + r\sin\theta\, d\varphi\, \vec{u}_\varphi + r\,d\theta\,\vec{u}_\theta$ 0,25 0,5 0,25 1.

(f) En déduire le vecteur vitesse.

Solution: $\vec{v} = \dot{r}\,\vec{u}_r + r\sin\theta\,\dot{\varphi}\,\vec{u}_\varphi + r\dot{\theta}\,\vec{u}_\theta$ 0,25 0,5 0,25 1

(g) Ecrire l'élément de volume d'une sphère.

Solution: $dV = r^2 \sin\theta\, dr\, d\theta\, d\varphi$ 1

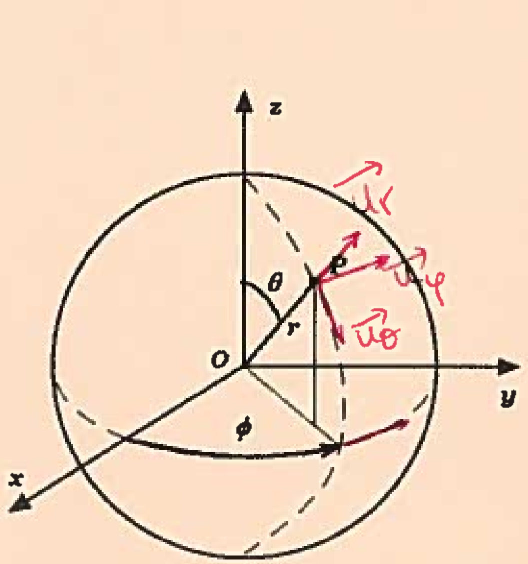


FIGURE 1 – Point P en coordonnées sphériques.

2. (8 points) **Choc de deux particules**

Étude d'un choc dans le référentiel du laboratoire

Deux particules A et B, de masses m_A et $m_B = 2m_A$, supposées ponctuelles, sont mobiles sans frottement sur un plan. La particule B, initialement au repos, est heurtée par la particule A dont la vitesse est V_A. Après le choc, les trajectoires des particules A et B sont respectivement à 30° et à 60° de la trajectoire incidente.

(a) Faire un schéma clair avec toutes les données du problème.

(b) Écrire vectoriellement la loi de conservation de la quantité de mouvement et justifier son application dans le cas présent.

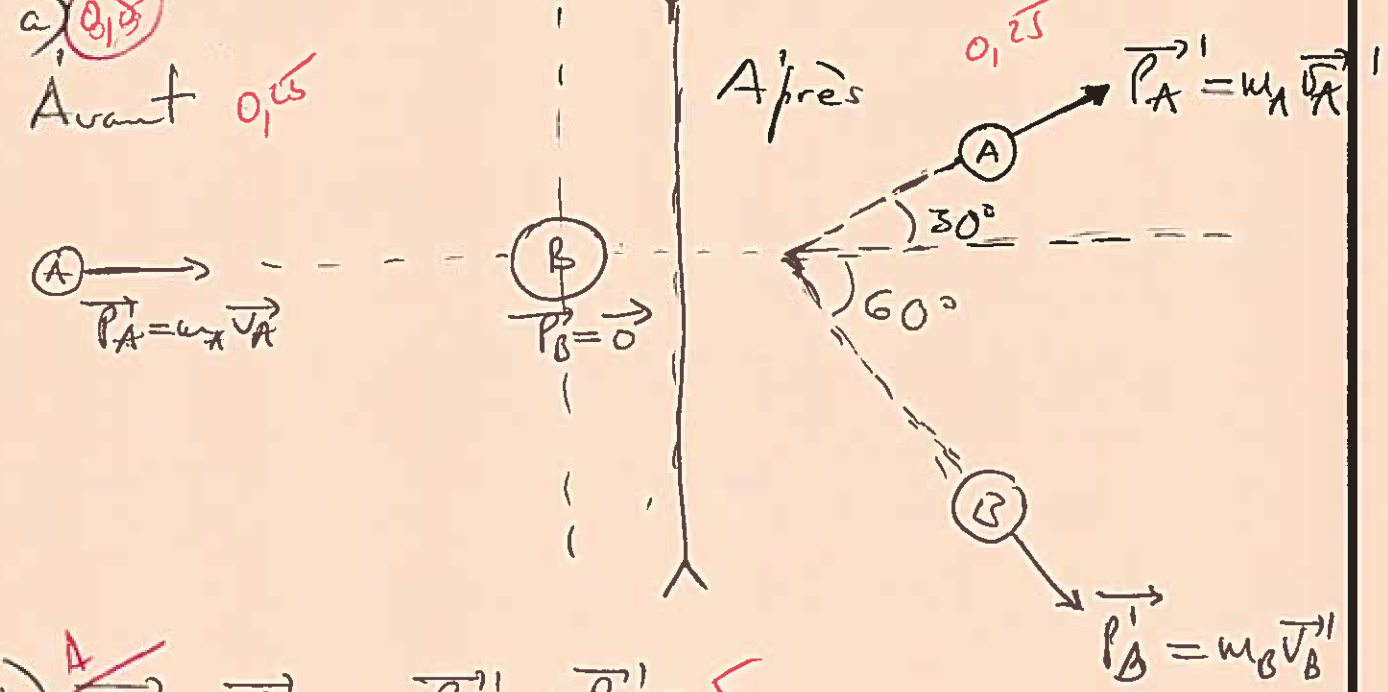
(c) Établir la formule des vitesses V'_A et V'_B des particules A et B après le choc en fonction de V_A.

(d) Calculer les vitesses V'_A et V'_B pour $V_A = 1$ m/s.

(e) Le choc, est-il élastique ? Justifier votre réponse.

(f) Le cas échéant, pour quel rapport des masses : m_B / m_A le choc est alors élastique ?

a) 0,5



b) $\vec{P_A} + \vec{P_B} = \vec{P_A}' + \vec{P_B}'$ 0,5

$\vec{P_B} = \vec{0} \Rightarrow \vec{P_A} = \vec{P_A}' + \vec{P_B}'$ 0,25

Pour justifier : $\sum \vec{F} = \frac{d\vec{P}}{dt} = \vec{0}$ 0,25 $\Rightarrow \vec{P} = \vec{cte}$ 0,25

3) $\vec{P}_A = \begin{pmatrix} m_A V_A \\ 0 \end{pmatrix}$ 0,5 , $\vec{P}'_A = \begin{pmatrix} m_A V'_A \cos(30°) \\ m_A V'_A \sin(30°) \end{pmatrix}$ 0,25

$$\vec{P}'_B = \begin{pmatrix} m_B V'_B \cos(60°) \\ -m_B V'_B \sin(60°) \end{pmatrix} \quad 0{,}25$$

d'où :

$$\begin{pmatrix} m_A V_A \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m_A V'_A \frac{\sqrt{3}}{2} \\ m_A V'_A \frac{1}{2} \end{pmatrix} \; 0{,}25 + \begin{pmatrix} m_B V'_B \frac{1}{2} \\ -m_B V'_B \frac{\sqrt{3}}{2} \end{pmatrix} \; 0{,}25$$

Donc : (avec $m_B = 2 m_A$)

$$\cancel{m_A} V_A = \cancel{m_A} V'_A \frac{\sqrt{3}}{2} + \cancel{2} \cancel{m_A} V'_B \frac{1}{\cancel{2}} \quad 0{,}25$$

$$\cancel{m_A} V'_A \frac{1}{2} = + \cancel{2} \cancel{m_A} V'_B \frac{\sqrt{3}}{\cancel{2}} \quad 0{,}25$$

$$V'_A = 2\sqrt{3}\, V'_B .$$

Alors on a le système :

$$\begin{cases} \sqrt{3}\, V'_A + 2 V'_B = 2 V_A . & (1) \quad 0{,}25 \\ V'_A = 2\sqrt{3}\, V'_B & (2) \quad 0{,}25 \end{cases}$$

On remplace (2) dans (1) :

$$8 V_B' = 2 V_A$$

$$V_B' = \frac{V_A}{4}$$

$$\Longrightarrow \quad V_A' = \frac{\sqrt{3}}{2} V_A \quad \text{et} \quad V_B' = \frac{1}{4} V_A .$$

0,25 0,25

d) 0,5 $V_A' = \frac{1,73}{2}$

$= 0,865 \, m \cdot s^{-1}$ 0,25 $\qquad V_B' = 0,25 \, m \cdot s^{-1}$ 0,25

e) 2 $E_{cA} = E_{ci} = \frac{1}{2} m_A V_A^2$ 0,5

$\hookrightarrow$ initial

$E_{cA}' + E_{cB}' = E_{cf} = \frac{1}{2} m_A \frac{3}{4} V_A^2 + \frac{1}{\cancel{2}} \cancel{2} m_A \frac{1}{16} V_A^2$ 0,25 0,25

$\hookrightarrow$ final

$$= \frac{3}{8} m_A V_A^2 + \frac{1}{16} m_A V_A^2$$

$$= \frac{7}{16} m_A V_A^2 = \frac{7}{8} \left(\frac{1}{2} m_A V_A^2 \right)$$ 0,25

$$= \frac{7}{8} E_{ci} = \alpha E_{ci}$$ 0,25

Avec $\alpha < 1$ on trouve $E_{ci} > E_{cf}$. 0,25

Non, le choc est inélastique. 0,25

f) 1 $m_B / m_A = 1$ (ça suffit) 1

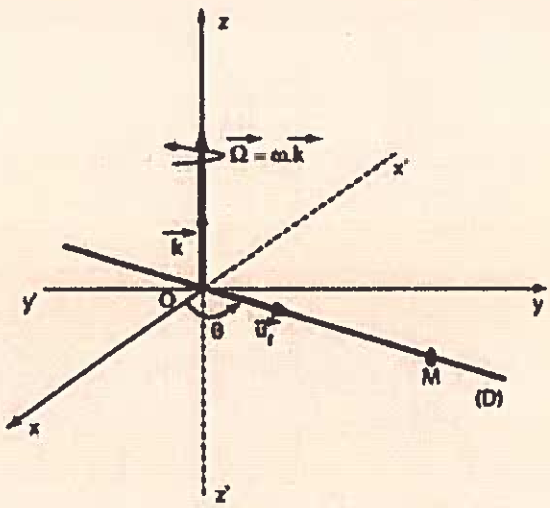


FIGURE 2 – Composition des mouvements.

3. (10 points) **Composition des mouvements**
Un anneau de faibles dimensions, assimilable à un point matériel M de masse m, glisse sans frottement sur une tige rigide (D). La tige (D) tourne dans un plan horizontal (xOy) autour de l'axe vertical (Oz) avec la vitesse angulaire $\omega = \frac{d\theta}{dt}$, où θ représente l'angle orienté $(\vec{i}, \vec{u}_r)$ et $\vec{u}_r$ un vecteur unitaire de (D).
Le mouvement du point matériel M sur la droite (D) est décrit par l'équation horaire : $r(t) = r_0 \cos(\omega t)$ où r_0 est une constante positive et $\vec{r} = \overrightarrow{OM} = r\,\vec{u}_r$. On appelle mouvement relatif de M son mouvement sur la droite (D) et mouvement absolu son mouvement par rapport au repère (Oxyz).
   (a) Donner les définitions de référentiel absolu et de référentiel relatif.
   (b) Enoncer le théorème de composition des vitesses en donnant le sens physique de chaque terme.
   (c) Enoncer le théorème de composition des accélérations en donnant le sens physique de chaque terme.
   Déterminer pour cet anneau dans la base $(\vec{u}_r, \vec{u}_\theta)$:
   (d) La vitesse relative.
   (e) L'accélération relative.
   (f) La vitesse d'entraînement.
   (g) L'accélération d'entraînement.
   (h) L'accélération de Coriolis.
   (i) Donner finalement les expressions de la vitesse et de l'accélération absolues.

1 a) Référentiel absolu : fixe, galiléen. 0,5
" relatif : mobile, non-galiléen. 0,5

1,5 b) $\vec{v_a} = \vec{v_r} + \vec{v_e}$ (0,75)

$\vec{v_a}$: vitesse absolue 0,25
$\vec{v_r}$: vitesse relative 0,25
$\vec{v_e}$: vitesse d'entraînement ou vitesse du point "p" coïncident à l'instant t. 0,25

2 c) $\vec{a_a} = \vec{a_r} + \vec{a_e} + \vec{a_c}$ (1)

$\vec{a_a}$: acc. absolue 0,25
$\vec{a_r}$: acc. relative 0,25
$\vec{a_e}$: acc. d'entraînement 0,25
$\vec{a_c}$: $2\,\vec{\omega_{R'/R}} \wedge \vec{v_r}$ 0,25 Coriolis

0,75 d) $\vec{V_r} = \begin{pmatrix} \dot{r} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ 0,5 où $\dot{r} = \dfrac{dr}{dt} = -r_0\omega_0 \sin(\omega_0 t)$ 0,25

ou

$= \begin{pmatrix} -r_0\omega_0 \sin(\omega_0 t) \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ 0,25

0,75 e) $\vec{a_r} = \begin{pmatrix} \ddot{r} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ 0,5 $= \begin{pmatrix} -r_0\omega_0^2 \cos(\omega_0 t) \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ 0,25

1,25 f) Vitesse en coordonnées polaires :

$\vec{v} = \dot{r}\vec{u_r} + r\dot{\theta}\vec{u_\theta}$ 0,5

Entraînement, point coïncident pour r = cte !

$$\Rightarrow \dot{r} = 0 \quad (0{,}25)$$

$$\vec{v}_e = \begin{pmatrix} 0 \\ r\dot{\theta} \\ 0 \end{pmatrix}^{0{,}25} = \begin{pmatrix} 0 \\ r_0\,\omega \cos(\omega_0 t) \\ 0 \end{pmatrix}^{0{,}25}$$

g) ~~1~~ En coordonnées polaires :

$$\vec{a} = (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)\vec{u}_r + (2\dot{r}\dot{\theta} + r\ddot{\theta})\vec{u}_\theta$$

$$\ddot{r} = 0, \quad \dot{r} = 0, \quad \dot{\theta} = \omega, \quad \ddot{\theta} = 0$$

$$\Rightarrow \vec{a}_e = \begin{pmatrix} -r\dot{\theta}^2 \\ r\ddot{\theta} \\ 0 \end{pmatrix}^{0{,}25} = \begin{pmatrix} -r_0\omega^2\cos(\omega_0 t) \\ 0 \quad 0{,}25 \\ 0 \end{pmatrix}$$

h) ~~1~~ $\vec{a}_c \overset{0{,}25}{=} 2\vec{\omega} \wedge \vec{v}_r = 2 \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \omega \end{pmatrix}^{0{,}25} \wedge \begin{pmatrix} -r_0\omega_0\sin(\omega_0 t) \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}^{0{,}25}$

$$= -2r_0\omega^2\sin(\omega_0 t)\vec{u}_\theta = \begin{pmatrix} 0{,}25 \\ -2r_0\omega^2\sin(\omega_0 t) \\ 0 \end{pmatrix}$$

i) $0{,}25$ $\vec{a}_a = \begin{pmatrix} -2r_0\omega^2\cos(\omega_0 t) \\ -2r_0\omega^2\sin(\omega_0 t) \\ 0 \end{pmatrix} = -2r_0\omega^2 \begin{pmatrix} \cos(\omega_0 t) \\ \sin(\omega_0 t) \\ 0 \end{pmatrix}$