Réunion dans « Aé212 - TD F - Mécanique des fluides »

41:33 Demander le contrôle Quitter

Exercice 1: Hydrostatique pour un fluide compressible

Solution:

Remarque: Il n'y a pas la signe (-) car

$\partial P \nearrow \Rightarrow \partial V \searrow \Rightarrow \partial \rho \nearrow$

(la masse volumique est inversement proportionnelle au volume)

$$\left.\begin{aligned} \chi_T &= \frac{-1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T \\ \rho &= \frac{m}{V} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \boxed{\chi_T = \frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial \rho}{\partial P}\right)_T} \Rightarrow \frac{\partial \rho}{\rho} = \chi_T \partial P$$

On intègre: $\ln[\rho]_{\rho_0}^{\rho} = \chi_T [P]_{P_0}^{P}$ avec $\chi_T = cste$

$$\ln(\rho) - \ln(\rho_0) = \chi_T [P - P_0]$$

$$\ln\left(\frac{\rho}{\rho_0}\right) = \chi_T [P - P_0]$$

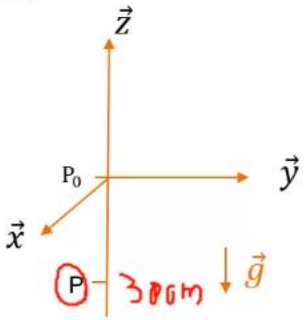
$$\boxed{\rho = \rho_0 e^{\chi_T [P - P_0]}} \qquad eq(1)$$

Or on sait que L.F.S $\boxed{dP(z)\vec{z} = \rho \vec{g} d(z)}$ avec $\boxed{\vec{g} = -g\,\vec{z}}$

on projette $\boxed{dP(z) = -\rho g d(z)}$ $eq(2)$

$eq(1)$ dans $eq(2)$ $\Rightarrow dP(z) = -\rho_0 e^{\chi_T [P - P_0]} g\, d(z)$

$$\boxed{e^{-\chi_T [P - P_0]} dP(z) = -\rho_0 g\, dz} \quad eq(3)$$



Loujaine Khouzam

Conversation de la réunion

13:29 La réunion a commencé

Louis Villenave 13:29
bonjour

Loujaine Khouzam 13:29
Bonjour

Edgar Bussiere 13:29
Bonjour !

13:32
Bonjour

Saisissez un message

+34 JJ AR PK PS TS LV LK

Paul Ruyneau de saint... Thomas Schuhl Louis Villenave Loujaine Khouzam

Taper ici pour rechercher 14:10 25/09/2020

Réunion dans « Aé212 - TD F - Mécanique des fluides »

55:33

Demander le contrôle

Quitter

Exercice 1: Hydrostatique pour un fluide compressible

On intègre: eq(3)

$$\int_{P_0}^{P} e^{-\chi_T[P-P_0]}dP(z) = -\rho_0 g\int_0^z d(z)$$

$$\frac{-1}{\chi_T}[e^{-\chi_T[P-P_0]}]_{P_0}^{P} = -\rho_0 g[z]_0^z$$

$$\frac{-1}{\chi_T}[e^{-\chi_T[P-P_0]} - 1] = -\rho_0 g(z-0)$$

$$e^{-\chi_T[P-P_0]} - 1 = \chi_T\rho_0 g\, z$$

$$-\chi_T[P-P_0] = \ln(1+\chi_T\rho_0 g\, z)$$

Finalement: $P = P_0 - \frac{1}{\chi_T}\ln(1+\chi_T\rho_0 g\, z)$

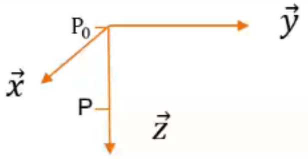
$$\int e^f = \frac{1}{f'}e^f$$

Attention: la valeur du z est négative ($z = -300$) puisqu'on a choisi l'axe des z vers le haut
$\vec{g} = -g\,\vec{z}$

Remarque: Dans le cas d'une profondeur nous pouvons prendre un sens opposé pour l'axe z
$\vec{g} = g\,\vec{z}$

1.f.5

$\boxed{dP(z) = \rho g d(z)}$ → $P = P_0 - \frac{1}{\chi_T}\ln(1-\chi_T\rho_0 g\, z)$



A.N.

$P = 1{,}013 * 10^5 - \frac{1}{5*10^{-10}}\ln(1 - 5*10^{-10}*10^3*9{,}81*300)$
$= 30{,}464 * 10^5$ Pa $= 30{,}46$ bar

Loujaine Khouzam

Conversation de la réunion

13:29 La réunion a commencé

Louis Villenave 13:29
bonjour

Loujaine Khouzam 13:29
Bonjour

Edgar Bussiere 13:29
Bonjour !

13:32
Bonjour

Saisissez un message

+34 AR PK PS TS Thomas Schuhl LV Louis Villenave LK Loujaine Khouzam LC Louis Calvo

Taper ici pour rechercher

14:24
25/09/2020

Exercice 2: Pression et température dans l'atmosphère

La variation de température et de masse volumique de l'air dans l'atmosphère est représentée en fonction de l'altitude sur la figure 1.

Données:

À $z=0$ ($P_0 = 10^5\, Pa, T_0 = 293[K]$)

La masse volumique de l'air est : $\rho_0 = 1{,}225\, kg/m^3$

L'accélération de la pesanteur $g = 9{,}81 m.S^{-2}$,

Constante des gaz parfaits pour l'air $r = 287 J/Kg.K$

1. fluide parfait incompressible,

Trouver:

Calculer la pression dans l'atmosphère à 10 km d'altitude en utilisant diverses lois de variation de la masse volumique en fonction de la température :

Solution:

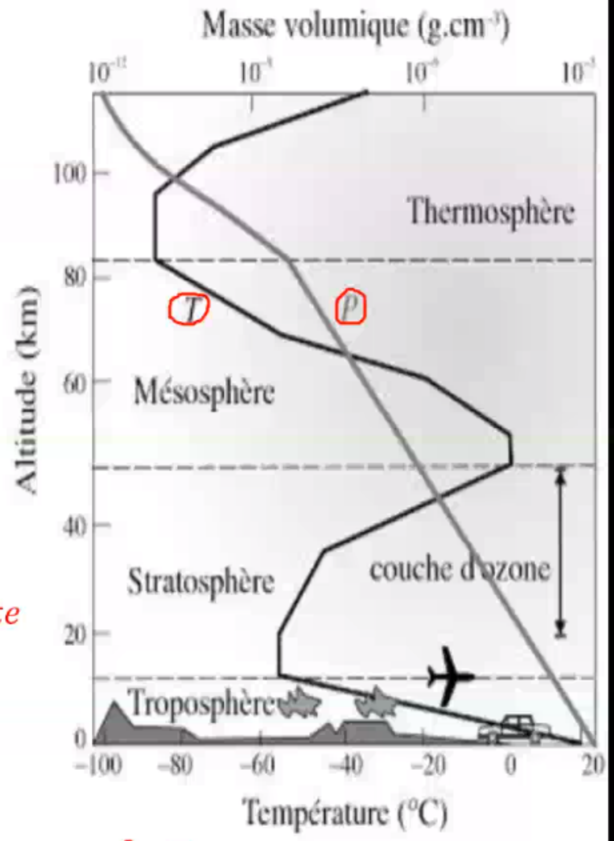
Pour un fluide parfait incompressible ➡ $\rho = cste$

$\boxed{P = P_0 - \rho g z}$ (z dirigé vers le haut)

avec: $P_0 = P(z=0) = 10^5$

A.N.

$P = 10^5 - 1{,}225 * 9{,}81 * 10^4 = -20{,}172 * 10^3 Pa$



Exp:
à 10 km : $P = 22.10^3$ [Pa]

Figure 1

Réunion dans « Aé212 - TD F - Mécanique des fluides »

01:13:21 Demander le contrôle Quitter

Exercice 2: Pression et température dans l'atmosphère

La variation de température et de masse volumique de l'air dans l'atmosphère est représentée en fonction de l'altitude sur la figure 1.

Données:

À $z=0$ ($P_0 = 10^5\, Pa, T_0 = 293[K]$)

La masse volumique de l'air est : $\rho_0 = 1{,}225\, kg/m^3$

L'accélération de la pesanteur $g = 9{,}81 m.S^{-2}$,

Constante des gaz parfaits pour l'air $r = 287 J/Kg.K$

1. fluide parfait incompressible,

Trouver:

Calculer la pression dans l'atmosphère à 10 km d'altitude en utilisant diverses lois de variation de la masse volumique en fonction de la température : $= 10^4 m$

Solution:

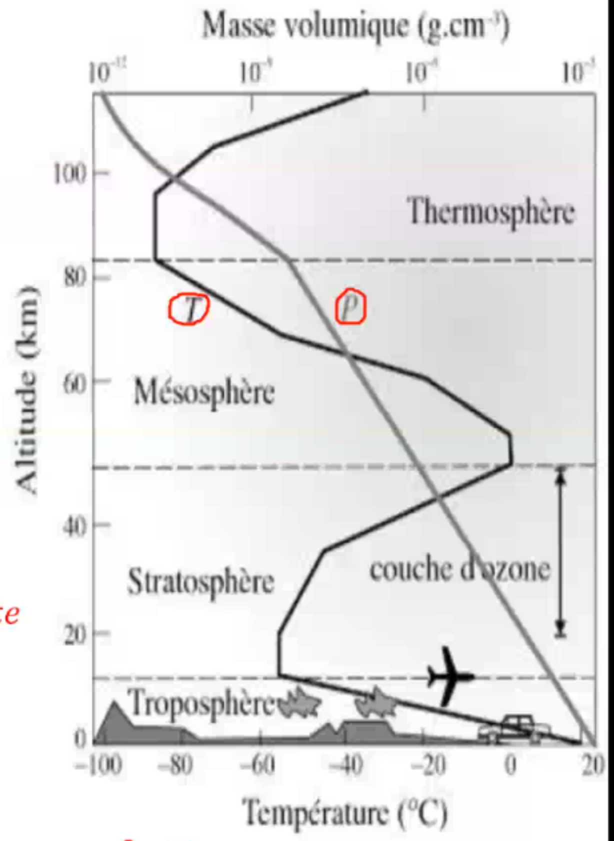
Pour un fluide parfait incompressible ➡ $\rho = cste$

$\boxed{P = P_0 - \rho g z}$ (z dirigé vers le haut)

avec: $P_0 = P(z=0) = 10^5$

A.N.

$P = 10^5 - 1{,}225 * 9{,}81 * 10^4 = \boxed{-20{,}172 * 10^3} Pa$



Exp:
à 10 km : $P \simeq 22.10^3 [Pa]$

Figure 1

Loujaine Khouzam

+31 PK TS LV LK Loujaine Khouzam LC Louis Calvo MH Marilyn Hermann DS Damien Soares OB Olivier Bietti PS Paul Ruyneau de saint...

Taper ici pour rechercher 14:42 25/09/2020

Exercice 2: Pression et température dans l'atmosphère

2. fluide parfait (G.P) compressible et isotherme, P à 10 km?

$\rho \neq cste$ & $T = cste = 293$

Pour un fluide parfait:

G.P → $\boxed{P = \rho r T}$ → $\rho = \dfrac{P}{rT}$ $eq(1)$

L.F.S → $\boxed{dP(z) = -\rho g\, d(z)}$ z vers le haut $eq(2)$

$eq(1)$ et $eq(2)$ → $dP(z) = -\dfrac{P}{rT} g\, d(z)$ → $\dfrac{dP(z)}{P} = -\dfrac{g\, dz}{r.T}$

On intègre $\displaystyle\int_{P_0}^{P} \frac{dP(z)}{P} = -\frac{g}{rT}\int_0^z d(z)$ $T = cste$

$$\ln\frac{P}{P_0} = -\frac{g}{rT} z$$

$$\boxed{P = P_0 e^{-gz/rT}}$$

A.N.

$P = 10^5 * e^{-9{,}81*\frac{10^4}{287*293}} = 31{,}142.10^3\ [Pa]$ $z = 10^4$ m

$T(z=0) = T(z=10^4) = 293$

Exercice 2: Pression et température dans l'atmosphère

3. fluide parfait compressible avec variation de la température (la variation de température entre 0 et 10 km est linéaire : $\boxed{T=-0{,}0065\,z+293}$

P à 10 km ?

Données:

L.F.S $\boxed{dP(z) = -\rho\, g\, d(z)}$ eq(1) $\boxed{T=-0{,}0065\,z+293}$

3 vers le haut

fluide parfait: $P = \rho\, r\, T$

$\rho \neq cste$ $\rightarrow$ $\boxed{\rho = \frac{P}{r\,T}}$ eq(2)

$eq(1)$ et $eq(2)$ $\rightarrow$ $dP(z) = -\frac{P}{r\,(-0{,}0065\,z+293)}\, g\, d(z)$

$$\boxed{\int \frac{u'}{u} = \ln u}$$

On intègre: $\int_{P_0}^{P} \frac{dP(z)}{P} = -\frac{g}{r\,(-0{,}0065)} \int_0^z \frac{d(z)\cdot(-0{,}0065)}{(-0{,}0065\,z+293)}$

$$\ln[P]_{P_0}^{P} = \frac{g}{0{,}0065*r} \ln[-0{,}0065\,z+293]_0^z$$

$$\ln(P) - \ln(P_0) = \frac{g}{0{,}0065*r} \ln(-0{,}0065\,z+293) - \ln(293)$$

$$\ln\frac{P}{P_0} = \frac{g}{0{,}0065*r}\ln\left(\frac{-0{,}0065\,z+293}{293}\right)$$

Finalement: $P = P_0\, e^{\frac{g}{0{,}0065*r}\ln\left(\frac{-0{,}0065\,z+293}{293}\right)}$

Avec: $z = 10^4 m$

A.N. $P = 10^5 * e^{\frac{9{,}81}{0{,}0065*287}\ln\left(\frac{-0{,}0065*10^4+293}{293}\right)} = 26{,}74*10^3\,[\mathrm{Pa}]$

Réunion dans « Aé212 - TD F - Mécanique des fluides »

01:52:22

Demander le contrôle

Quitter

Exercice 2: Pression et température dans l'atmosphère

Faire une analyse des solutions.

Conclusion:

1. La relation de GP incompressible donne un résultat incohérent $(P < 0)$.

→ Nécessité de conserver le caractère compressible de l'air

2. Le cas compressible mais à T uniforme ne conduit pas à un résultat très éloigné de la référence fournie par la dernière relation.

→ La prise en compte de l [...] n de l'altitude conduit au résultat le plus proche de la r [...] $2 \cdot 10^3$ Pa

Microsoft PowerPoint

Voulez-vous conserver vos annotations manuscrites ?

Conserver Ignorer

Loujaine.KHouzAM@ipsa.fr

Loujaine Khouzam

+23 BH JJ LC MH DS OB PS LK PK LV

Damien Soares Olivier Bietti Paul Ruyneau de saint... Loujaine Khouzam Pritam charles Kantane Louis Villenave

Taper ici pour rechercher

15:21 25/09/2020