



SUJET D'EXAMEN
Année universitaire 2019-2020

Classe :	Aéro-2
Type d'examen :	DS
Matière :	Thermodynamique 1
Code matière :	Phv 211
Date :	06 novembre 2019
Horaire :	
Durée :	1 h
Enseignant :	Bouguechal
Documents autorisés :	NON
Calculatrices autorisées :	NON

CADRE RÉSERVÉ A L'ENSEIGNANT :

Si au cours de l'épreuve, vous repérez ce qui vous paraît être une erreur ou un oubli dans l'énoncé, vous le signalez clairement dans votre copie et vous poursuivez l'examen en proposant une solution.
Le barème est donné à titre indicatif.
Pour les QCM, chaque question comporte une ou plusieurs réponses.
Lorsque l'étudiant ne répond pas à une question ou si la réponse est fausse, la note attribuée sera égale à zéro.
Rédigez directement sur la copie.
Il sera tenu compte du soin apporté à la rédaction.

Ex1:	/2,25	Ex2:	/2.5	Ex3:	/1,50	Ex4:	/1,5	Ex5 :	/12,00	Ex6:	/1,75
------	-------	------	------	------	-------	------	------	-------	--------	------	-------

Total : /21,25

CADRE RÉSERVÉ A L'ETUDIANT(E) :

Merci de compléter ce cadre et votre numéro en haut de page à gauche :

NOM :

Prénom :

Classe :

Exercice 1 : Transformations, système et grandeurs (2,25 points)

- A. Une transformation isochore est une transformation qui se fait à **volume constant**... 0,25.
- B. Une transformation isobare est une transformation qui se fait à **pression constante**.. 0,25
- C. Une transformation isotherme est une transformation qui se fait **température constante**..... 0,25
- D. Une transformation adiabatique est une transformation qui se fait **sans échange de chaleur**..... 0,25
- E. Un système fermé échange **(de l'énergie.... chaleur et/ou travail)** 0,25

F. Ecrire l'équation d'un gaz parfait d'un système comportant n moles, de volume V, de température T, à la pression P. On appellera R la constante des gaz parfaits.

$PV = nRT$	0,25
------------	-------------

G. Donner l'unité de chaque grandeur de l'équation des gaz parfaits

$ \begin{aligned} P &: Pa \\ V &: m^3 \\ n &: mol \\ R &: J \cdot mol^{-1} \cdot K^{-1} \\ T &: K \end{aligned} $	0,25
---	-------------

H. Ecrire l'équation d'un gaz parfait d'un système de masse m, comportant des molécules de masse molaire M, de volume V, de température T, à la pression P. on appellera r la constante spécifique du gaz. On donnera son expression.

$ \begin{aligned} PV &= m \frac{R}{M} T = mrT \\ r &= \frac{R}{M} \end{aligned} $	0,25
--	-------------

I. Ecrire l'équation d'un gaz parfait d'un système de masse volumique ρ , de volume V, de température T, à la pression P. on appellera r la constante spécifique du gaz.

$ \begin{aligned} P &= \frac{m}{V} rT \\ P &= \rho rT \end{aligned} $	0,25
--	-------------

Exercice 2 : Extensive ou intensive (2,5 points)

Mettre une croix si la réponse est exacte.

Dire si les grandeurs dans le tableau sont extensives ou intensives.

Grandeurs	Extensives	Intensives	
La pression P		X	0,25
Le volume V	X		0,25
La température T		X	0,25
La masse m	X		0,25
Le nombre de moles n	X		0,25
Le volume molaire V_m		X	0,25
La masse volumique		X	0,25
L'euro	X		0,25
L'euro/kg		X	0,25
L'énergie	X		0,25

Exercice 3 : Formes différentielles (1,50 points)

Entourez la ou les bonne(s) réponse.

Si la différentielle totale de F est	inexacte :	exacte :	
on la note	dF	dF	0,25
	δF	δF	
le théorème de Schwarz est vérifié	Oui	Oui	0,25
	Non	Non	
F est une fonction d'état	Oui	Oui	0,25
	Non	Non	
la valeur de ΔF dépend du chemin suivi	Oui	Oui	0,25
	Non	Non	
Son intégrale sur un cycle est nulle	Oui	Oui	0,25
	Non	Non	
La fonction F existe	Oui	Oui	0,25
	Non	Non	

Exercice 4 : Formules mathématiques (1.5 points)

On considère 3 variables liées x , y et z .

Les points . indiqués dans le tableau sont à remplir.

Remplir uniquement le tableau.

On pourra justifier éventuellement à la suite du tableau.

<i>Expressions générales</i>	
$dz = \left(\frac{\partial z}{\partial x} \right)_y dx + \left(\frac{\partial z}{\partial y} \right)_x dy$	0.25
$\left(\frac{\partial x}{\partial y} \right)_z \left(\frac{\partial y}{\partial z} \right)_x \left(\frac{\partial z}{\partial x} \right)_y = -1$	0.25
$\left(\frac{\partial x}{\partial y} \right)_z = \frac{1}{\left(\frac{\partial y}{\partial x} \right)_z}$	0.25

Les trois variables sont P , V et T : La pression, le volume et la température.
Compléter le tableau.

<i>Expressions générales</i>	
$dV = \left(\frac{\partial V}{\partial P} \right)_T dP + \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_P dT$	0.25
$\left(\frac{\partial P}{\partial V} \right)_T \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_P \left(\frac{\partial T}{\partial P} \right)_V = -1$	0.25
$\left(\frac{\partial V}{\partial P} \right)_T = \frac{1}{\left(\frac{\partial P}{\partial V} \right)_T}$	0.25

Exercice 5 : Coefficients thermoélastiques d'un gaz (12,0 points)

On rappelle la définition des différents coefficients thermoélastiques α , β et χ_T .

$$\alpha = \frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_P \quad \beta = \frac{1}{P} \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_V \quad \chi_T = -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial P} \right)_T$$

où α est le coefficient de dilatation volumique isobare, β le coefficient de compressibilité isochore et χ_T le coefficient de compressibilité isotherme.

P , V , T représentent respectivement la pression, le volume et la température absolue. n étant le nombre de moles du système supposé constant.

L'équation des gaz parfaits s'écrit :

$$PV = nRT$$

L'équation de Van der Waals est donnée par :

$$\left(P + \frac{n^2 a}{V^2} \right) (V - nb) = nRT$$

a , b étant des constantes positives. R est la constante des gaz parfaits.

Partie A : Gaz parfait

1. Déterminer la différentielle des deux membres de l'équation des gaz parfaits et la présenter sous la forme $A dV + B dP + C dT = 0$.

On donnera l'expression de A , B et C .

2. En déduire les dérivées partielles suivantes et expliquer la méthode :

$$\left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_P ; \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_V ; \left(\frac{\partial V}{\partial P} \right)_T$$

3. En déduire alors α , β et χ_T pour un gaz parfait, en fonction des paramètres d'état. Simplifiez.

Partie B : fluide de Van Der Waals

1. Déterminer la différentielle des deux membres de l'équation de Van Der Waals et la présenter sous la forme $A dV + B dP + C dT = 0$.

On donnera l'expression de A , B et C .

2. En déduire les dérivées partielles suivantes et expliquer la méthode :

$$\left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_P ; \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_V ; \left(\frac{\partial V}{\partial P} \right)_T$$

On écrira les expressions sans simplification.

3. En déduire alors α , β et χ_T pour ce gaz, en fonction des paramètres d'état.

On écrira les expressions sans simplification.

4. Retrouver les coefficients thermoélastiques du gaz parfait à partir du gaz de Van Der Waals.

Réponse :

Partie A : Gaz parfait

1. On prend la différentielle :

$$d(PV) = d(RT) \Rightarrow PdV + VdP = RdT$$

$$A = P ; B = V ; C = -R$$

0.25 * 3

2. On obtient alors :

$$\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P = \frac{R}{P} ; \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V = \frac{R}{V} ; \left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T = -\frac{V}{P}$$

0.25 * 3

3. On peut alors déterminer les coefficients thermoélastiques du gaz parfait :

$$\alpha = \frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P = \frac{1}{V} \frac{R}{P} = \frac{1}{T}$$

$$\beta = \frac{1}{P} \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V = \frac{1}{P} \frac{R}{V} = \frac{1}{T}$$

0.5 * 3

$$\chi_T = -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T = -\frac{1}{V} \left(-\frac{V}{P}\right) = \frac{1}{P}$$

Partie B : fluide de Van Der Waals

1. On prend la différentielle de Van Der Waals

$$\left(P + \frac{a}{V^2}\right)(V - b) = RT$$

$$d\left[\left(P + \frac{a}{V^2}\right)(V - b)\right] = d[RT]$$

$$(V - b)d\left(P + \frac{a}{V^2}\right) + \left(P + \frac{a}{V^2}\right)d(V - b) = RdT$$

$$(V - b)\left(dP - \frac{2a}{V^3}dV\right) + \left(P + \frac{a}{V^2}\right)dV = RdT$$

$$(V - b)dP + \left[-\frac{2a}{V^3}(V - b) + \left(P + \frac{a}{V^2}\right)\right]dV - RdT = 0$$

$$A = V - b ; B = -\frac{2a}{V^3}(V - b) + \left(P + \frac{a}{V^2}\right) ; C = -R$$

0.5 * 3

2. Dédution des dérivées partielles :

$$\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P = \frac{R}{-\frac{2a}{V^3}(V - b) + \left(P + \frac{a}{V^2}\right)}$$

$$\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V = \frac{R}{V - b}$$

$$\left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T = \frac{(V - b)}{+\frac{2a}{V^3}(V - b) - \left(P + \frac{a}{V^2}\right)}$$

0.5 * 3

3. Détermination des coefficients thermoélastiques

$$\alpha = \frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_P = \frac{1}{V} \frac{R}{-\frac{2a}{V^3}(V-b) + \left(P + \frac{a}{V^2} \right)}$$

$$\beta = \frac{1}{P} \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_V = \frac{1}{P} \frac{R}{V-b}$$

1.0 * 3

$$\chi_T = -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial P} \right)_T = -\frac{1}{V} \frac{(V-b)}{+\frac{2a}{V^3}(V-b) - \left(P + \frac{a}{V^2} \right)}$$

4. Si le gaz est parfait, on a : $a=0$ et $b=0$.

$$\alpha = \frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_P = \frac{1}{V} \frac{R}{-\frac{2a}{V^3}(V-b) + \left(P + \frac{a}{V^2} \right)} = \frac{1}{V} \frac{R}{P} = \frac{1}{T}$$

$$\beta = \frac{1}{P} \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_V = \frac{1}{P} \frac{R}{V-b} = \frac{1}{P} \frac{R}{V} = \frac{1}{T}$$

1.0 * 3

$$\chi_T = -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial P} \right)_T = -\frac{1}{V} * \frac{V}{-P} = \frac{1}{P}$$

Exercice 4 : Recherche de l'équation d'état d'un gaz (1,75 points)

On rappelle la définition des différents coefficients thermoélastiques α , β et χ_T .

$$\alpha = \frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_P \quad \beta = \frac{1}{P} \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_V \quad \chi_T = -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial P} \right)_T$$

où α est le coefficient de dilatation volumique isobare, β le coefficient de compressibilité isochore et χ_T le coefficient de compressibilité isotherme.

1. Déterminer l'équation d'état du gaz qui vérifie la relation suivante :

$$\alpha = \beta$$

Pour la démonstration, on partira de la relation précédente et on simplifiera l'expression.

On posera si $T = T_0$ alors $V = V_0$ et $P = P_0$

2. Que peut-on dire de la nature de ce gaz.

$$\alpha = \beta$$

$$\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_P = \frac{1}{P} \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_V$$

0.5

$$\left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_P \left(\frac{\partial T}{\partial P} \right)_V \left(\frac{\partial P}{\partial V} \right)_T = -1$$

0.5

$$\left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_P = \frac{-1}{\left(\frac{\partial T}{\partial P} \right)_V \left(\frac{\partial P}{\partial V} \right)_T} = - \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_V \left(\frac{\partial V}{\partial P} \right)_T$$

$$- \frac{1}{V} \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_V \left(\frac{\partial V}{\partial P} \right)_T = \frac{1}{P} \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_V$$

$$\frac{-1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial P} \right)_T = \frac{1}{P}$$

$$\left(\frac{\partial V}{\partial P} \right)_T = - \frac{P}{V} \quad T = \text{constante}$$

0.25 * 3

$$\int_{V_0}^V \frac{\partial V}{V} = - \int_{P_0}^P \frac{\partial P}{P} \Rightarrow \ln \left(\frac{V}{V_0} \right) = - \ln \left(\frac{P}{P_0} \right)$$

$$\ln \left(\frac{V}{V_0} \right) = \ln \left(\frac{P_0}{P} \right) \Rightarrow PV = P_0 V_0 = \text{cste}$$

C'est l'équation du gaz parfait.

