

INSTITUT POLYTECHNIQUE

DES SCIENCES AVANCEES



# Mini projet Physique | Pendules simples, pesants, couplés

Département de physique



IPSA PARIS

Thomas Frauchot Aero 1B

## Table des matières

I.	Objectifs .....	2
II.	Pendule simple et pesant.....	2
I-	Etude et vérification des lois du pendule simple, équation différentielle et période des oscillations :.....	3
1.	Expérience 1 :.....	5
2.	Expérience 2 :.....	8
3.	Expérience 3 :.....	10
II.	Etude et vérification des lois du pendule pesant, équation différentielle et période des oscillations :.....	13
1.	Expérience 1 :.....	13
2.	Expérience 2 :.....	15
III.	Pendules couplés .....	16
A.	Pendules en phase.....	17
	Expérience .....	18
B.	Pendules en déphasage .....	19
	Expérience .....	20
	Conclusion	



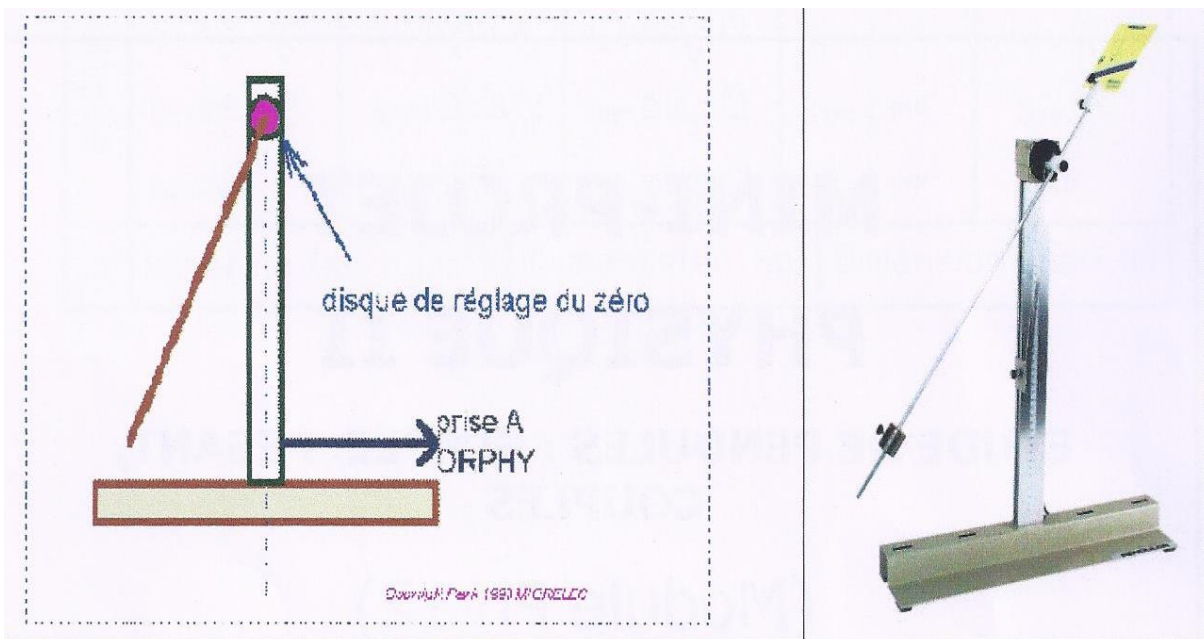
## Mini projet Physique | Pendules simples, pesants, couplés

Nous allons ici étudier les pendules simples, pesants et couplés et mettre en pratique notre cours. Nous avons utilisé un banc d'essai pour mesurer et enregistrer les mouvements de ces pendules. A la suite de cette étude en classe, nous pouvons analyser plus précisément les résultats à l'aide de Microsoft Excel. Ce document regroupe l'ensemble de nos résultats.

### I. Objectifs

- 1) Etude de pendule simple et pesant (influence de différents paramètres).
- 2) Notion d'amplitude, de période de pseudopériode.
- 3) Vérification de la loi d'isochronisme des petites oscillations.
- 4) Oscillateurs couplés.

### II. Pendule simple et pesant



Pour toutes les expériences, on a les données suivantes ( données de notre pendule) :

➤ Masse de la tige :  $m_t = 43,2 \text{ g}$

➤ Masse :

$$m_1 = 153,5 \text{ g}$$

$$m_2 = 154,5 \text{ g}$$

➤ Dimensions de la masse :

$$\text{Diamètre de la masse : } r_1 = 1,5 \text{ cm}$$

$$\text{Diamètre du trou : } r_2 = 0,4 \text{ cm}$$

$$\text{Hauteur de la masse : } h_m = 2,8 \text{ cm}$$

➤ Longueur de la tige :  $l_t = 57 \text{ cm}$

On utilisera ici un banc d'essai, une chaîne d'acquisitions et le boîtier Orphy.



### I- Etude et vérification des lois du pendule simple, équation différentielle et période des oscillations :

On choisit une orientation positive, en la marquant : la position de la masse est donc repérée par l'angle  $\theta$ .

Définition : Le pendule simple est une modélisation du pendule pesant, en considérant une masse  $m$  ponctuelle, centrée sur G, liée à l'axe de rotation par un fil inextensible, de longueur connue, et de masse négligeable, oscillant sous l'effet de la pesanteur.



Les lois du pendule simple :

▪ Loi d'isochronisme des petites oscillations :

Lorsque l'amplitude des oscillations d'un pendule simple est inférieure à  $10^\circ$ , la période est pratiquement indépendante de l'amplitude.

▪ Lois des masses :

La période  $T$  des oscillations d'un pendule simple est indépendante de la masse  $m$  de la boule suspendue à l'extrémité du fil.

▪ Bilan des forces :

- Le poids :  $\vec{P} = m \cdot \vec{g}$
- La tension  $\vec{T}$  de la tige, perpendiculaire au mouvement circulaire de la masse  $m$ .

Ici, les autres forces sont oubliées, notamment les forces de frottement, le pendule s'arrête d'osciller sous l'action des forces de frottements : le mouvement perpétuel n'existe.

▪ On applique le PFD en projetant  $\vec{P}$  et  $\vec{T}$  sur l'axe du repère :

$$\text{Soit } \sum \vec{F} = m \cdot \vec{a} \leftrightarrow -mgl \cdot \sin \theta = I\ddot{\theta}$$

$$\leftrightarrow I\ddot{\theta} + mgl \times \sin \theta = 0$$

$$\leftrightarrow \ddot{\theta} + \frac{mgl}{I} \times \sin \theta = 0$$

$$\leftrightarrow \ddot{\theta} + \omega_0^2 \theta = 0 \quad \text{Ceci est valable pour de petites oscillations}$$

Donc on en déduit  $\omega_0^2 = \frac{g}{l}$  pour un pendule simple

La solution de l'équation différentielle est :

$$\theta(t) = \theta_0 \cos(\omega_0 t)$$

De période  $T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$



### 1. Expérience 1 :

On positionne la tige pour que la longueur soit de  $50\text{ cm}$  sous l'axe de rotation et  $7\text{ cm}$  au-dessus. La masse est donc positionnée à  $30\text{ cm}$  du centre de rotation du dispositif et on lâche la masse avec un angle d'environ  $20^\circ$ .

#### a) Etude théorique de l'expérience

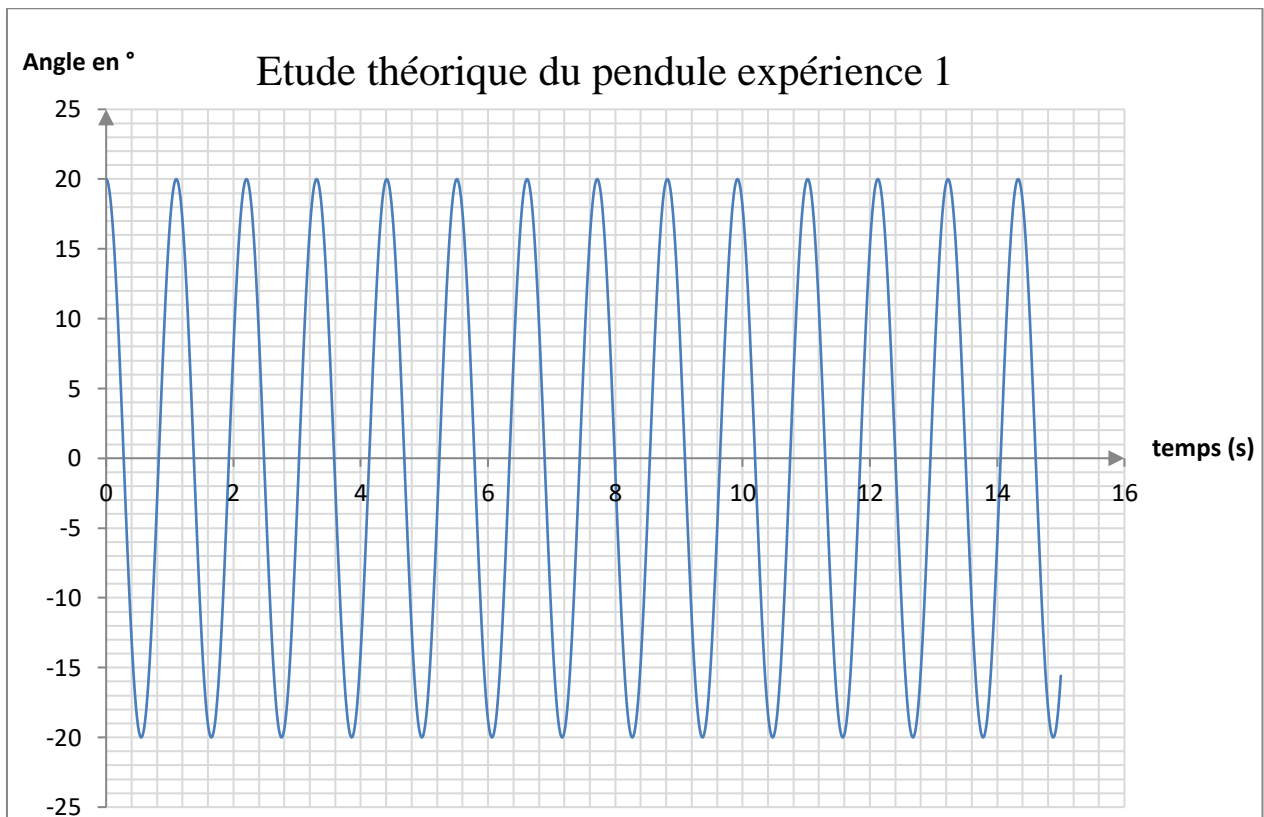
L'équation du mouvement est  $\theta(t) = \theta_0 \cos(\omega_0 t)$

$$\text{Avec } \theta_0 = 20 \text{ et } T_0(\text{expérimentale}) = 2\pi \sqrt{\frac{0,3}{9,81}} \simeq 1,09\text{ s}$$

$$\rightarrow \text{donc } \omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} \simeq 5,76\text{ s}^{-1}$$

On conclut que  $\theta(t) = 20 \cos \times (5,76t)$

On obtient le graphique dès l'évolution des angles en fonction du temps suivant :



On remarque que dans ce cas, que les frottements n'ayant pas été pris en compte, la courbe est non amortie.

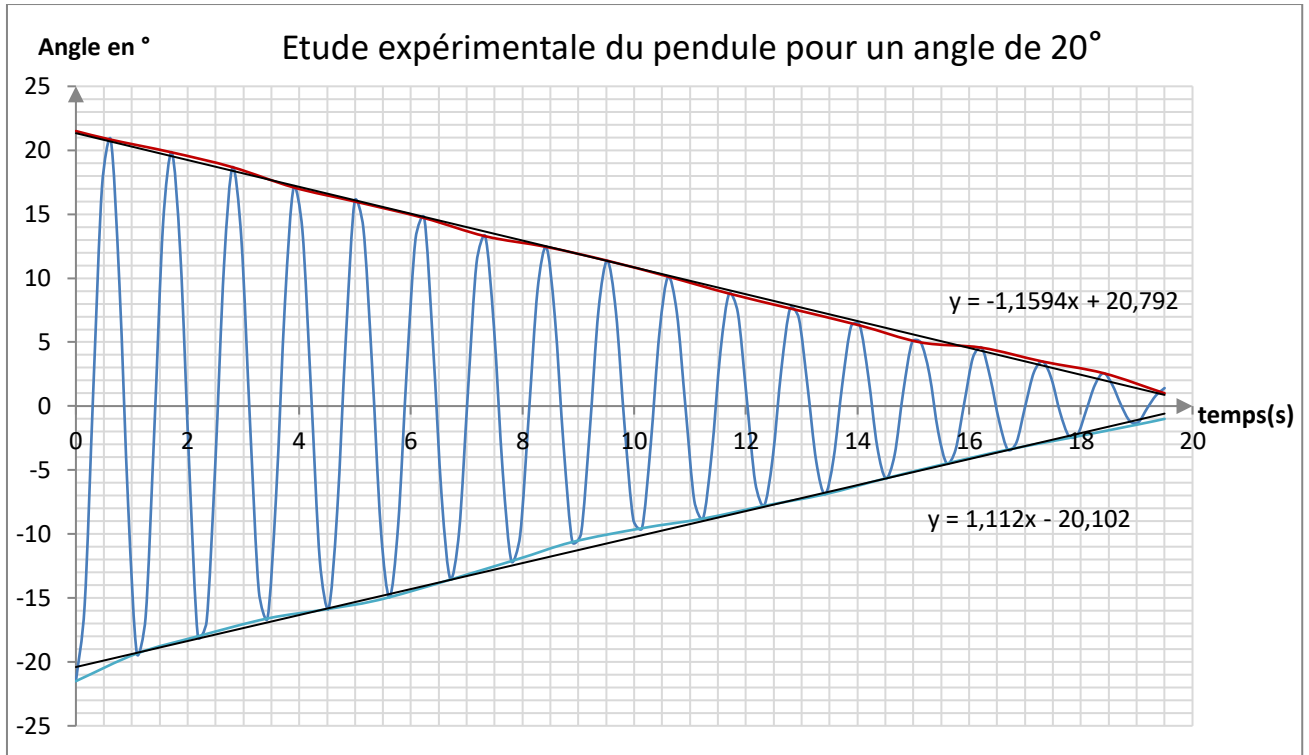


b) Etude expérimentale

On a une période approximative de  $16 T_0 \simeq 18 \text{ s}$  donc  $T = \frac{18}{16} = 1.125 \text{ s}$

On a un écart relatif de  $E = \frac{1.125-1.09}{1.09} \times 100 \simeq 3.2 \%$  ce qui est peu, donc le calcul théorique est précis.

On obtient le graphique dès l'évolution des angles en fonction du temps suivant :



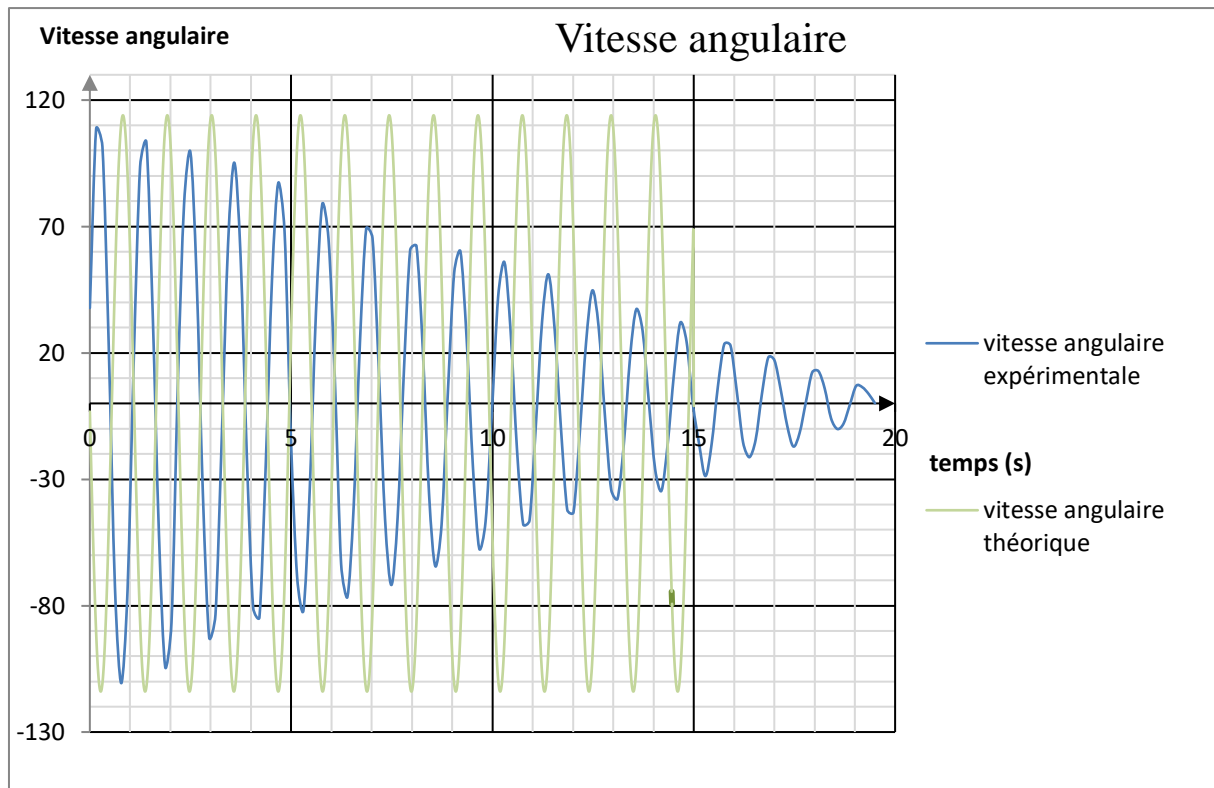
Ici l'on peut observer des frottements solides car la droite est progressivement décroissante. Il y a un système d'amortissement en place.



Nous pouvons faire l'étude de la vitesse angulaire du pendule :

$$\dot{\theta} = \frac{d\theta}{dt}$$

On obtient le graphique des vitesses angulaires en fonction du temps suivant :



Au niveau de ce graphique on remarque que la vitesse angulaire diminue avec le temps à cause de la présence de frottements, les oscillations sont amorties. On peut observer ici l'effet des frottements.

On détermine la vitesse angulaire  $\dot{\theta}(t)$  :

$$\text{Soit } \theta(t) = -A\omega_0 \sin(\omega_0 t + \varphi)$$

On détermine A et  $\varphi$  grâce aux conditions initiales :

$$\begin{cases} \theta(0) = A\cos(\varphi) = \theta_0 \\ \dot{\theta}(0) = -A\omega_0 \sin(\varphi) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A = \theta_0 \\ \varphi = 0 \end{cases}$$

On peut en déduire  $\dot{\theta}(t) = -\theta_0\omega_0 \sin(\omega_0 t)$

Puis l'accélération angulaire  $\ddot{\theta}(t)$  :  $\ddot{\theta}(t) = -\theta_0\omega_0^2 \cos(\omega_0 t)$





## 2. Expérience 2 :

On positionne la tige pour que la longueur soit de 50 cm en dessous d l'axe de rotation et 7 cm au-dessus. La masse est positionnée à 20 cm du centre de rotation. Et on lâche toujours la masse avec un angle de 20°.

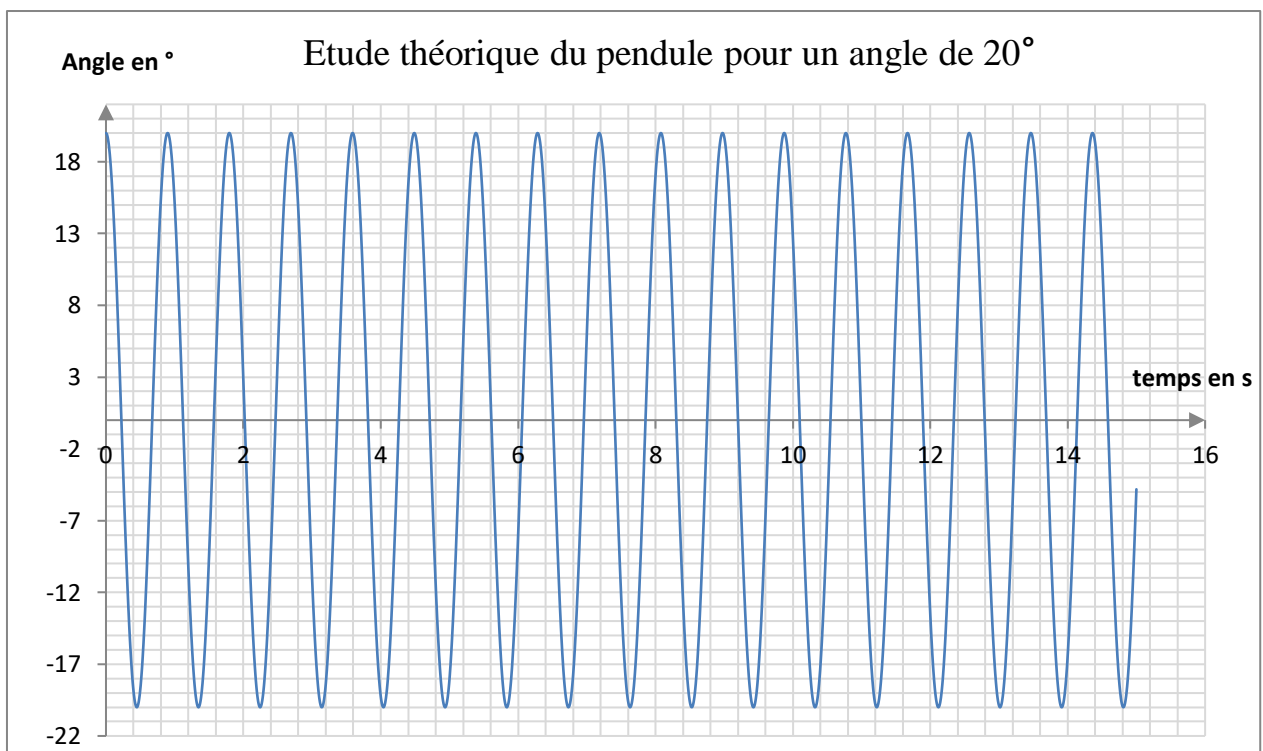
### a) Etude théorique :

L'équation du mouvement est  $\theta(t) = \theta_0 \cos(\omega_0 t)$

Avec  $\theta_0 = 20$  et  $T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{0,2}{9,81}} \simeq 0.89 \text{ s}$  donc  $\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = 7.1 \text{ s}^{-1}$

On a donc  $\theta(t) = 20 \cos(7.1t)$

On obtient le graphique dès l'évolution des angles en fonction du temps suivant :



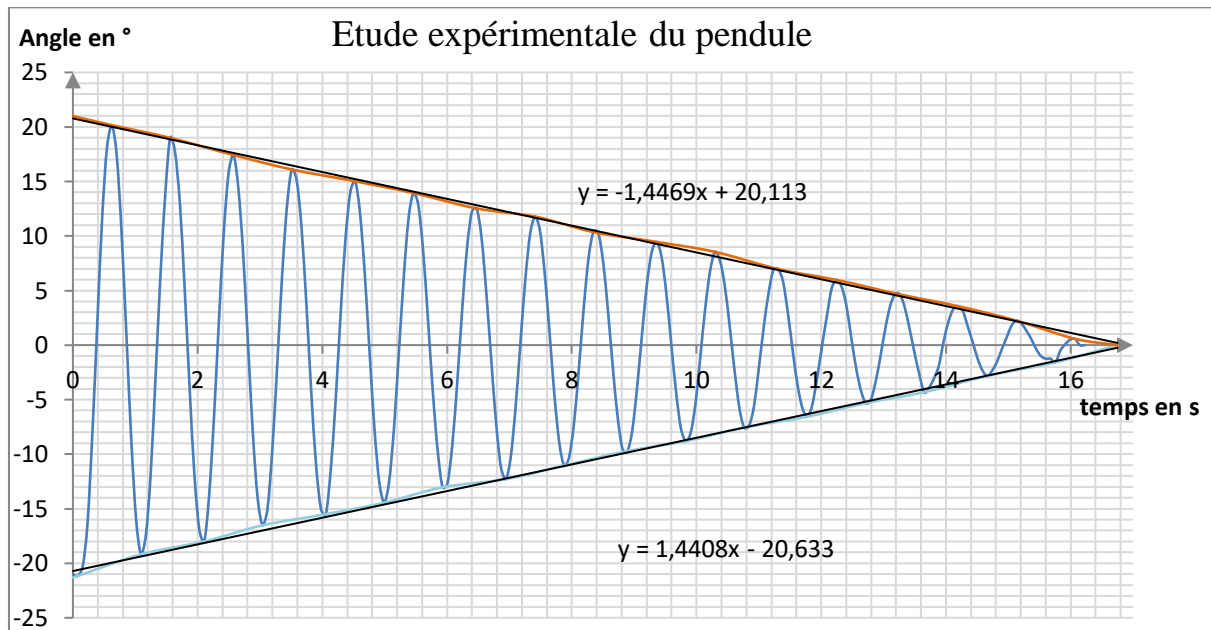
On observe un mouvement perpétuel dans le temps, car il n'y a pas de frottement.



b) Etude expérimentale

Expérimentalement, on a une période de  $16 T_0 = 14,9 \text{ s}$  donc  $T = \frac{14,9}{16} = 0,93 \text{ s}$  ce qui représente un écart relatif de  $E = \frac{0,93 - 0,89}{0,89} \times 100 = 4,45 \%$  ce qui est petit, cela montre que le calcul théorique est assez précis malgré les approximations.

On obtient le graphique dès l'évolution des angles en fonction du temps suivant :



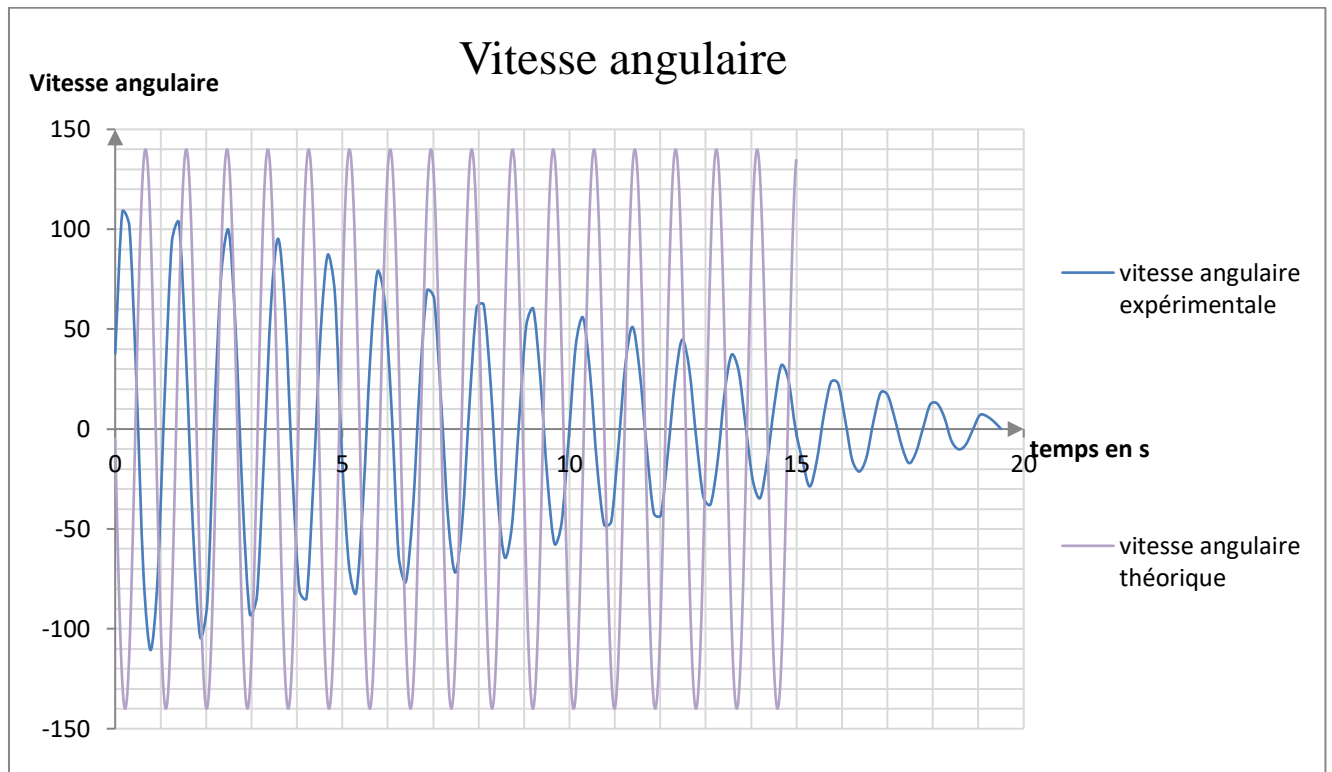
On observe sur la courbe expérimentale la présence d'amortissement cela signifie que le pendule subit des frottements solides.

Étude de la vitesse angulaire du pendule :

$$\dot{\theta} = \frac{d\theta}{dt}$$



On obtient le graphique des vitesses angulaires en fonction du temps suivant :



On peut constater ici la différence entre un système amorti et un système non amorti. Comme précédemment on peut observer ici l'effet des frottements.

### 3. Expérience 3 :

On positionne la tige de telle façon que la longueur soit de 30 cm en dessous d l'axe de rotation et 27 cm au-dessus. La masse 1 est positionnée à 20 cm du centre de rotation et la masse 2 à 10 cm, la masse 1 vers le bas et la masse 2 vers le haut. Et on lâche les masses avec un angle initial de 20°

#### a) Etude théorique

Comme précédemment, l'équation différentielle est :

$$\ddot{\theta} + \omega_0^2 \theta = 0$$

$$\text{Avec } \omega_0^2 = \frac{(m_1 l_1 + m_2 l_2)g}{(I_1 + I_2)}$$

La solution de l'équation différentielle est :  $\theta(t) = \theta_0 \cos(\omega_0 t)$

$$\text{De période } T_0(\text{théorique}) = 2\pi \sqrt{\frac{(m_1 \cdot l_1^2 + m_2 \cdot l_2^2)}{(m_1 \cdot l_1 + m_2 \cdot l_2)g}}$$

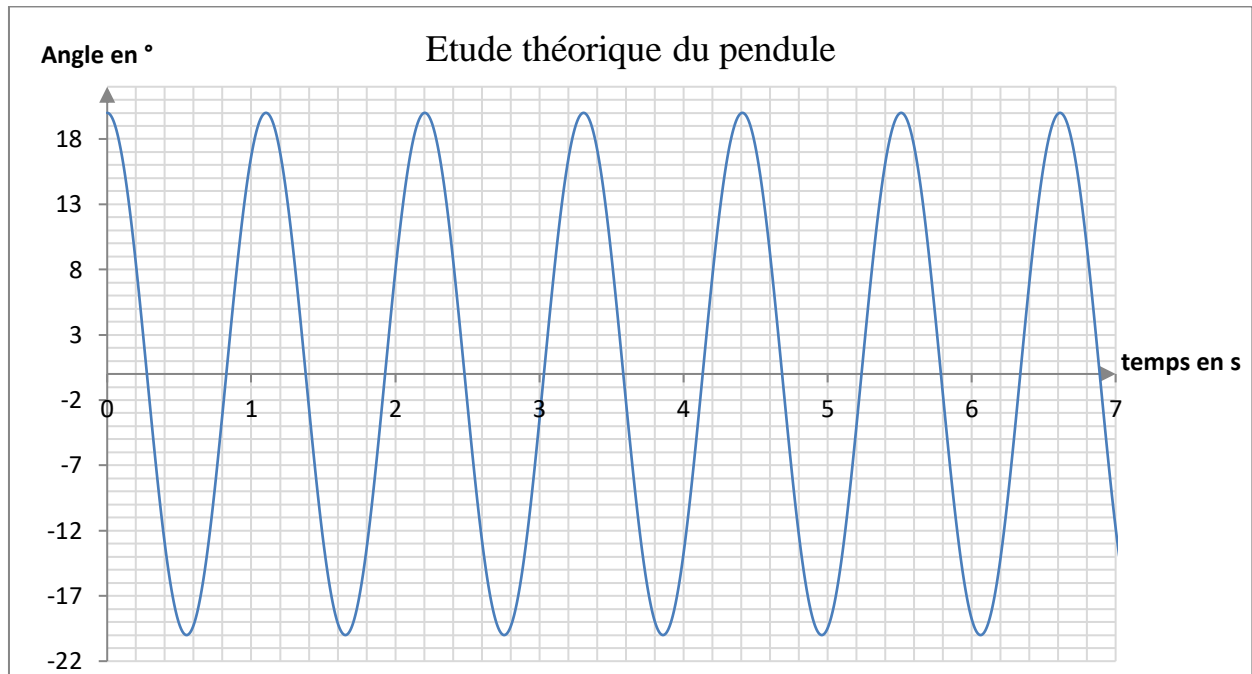


L'équation du mouvement est  $\theta(t) = \theta_0 \cos(\omega_0 t)$

$$\text{Avec } \theta_0 = 20 \text{ et } T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{(0,1535 \cdot 0,2^2 + 0,1545 \cdot (-0,1)^2)}{(0,1535 \cdot 0,2 + 0,1545 \cdot (-0,1))9,81}} \simeq 1,424 \text{ s}$$

donc  $\omega_0 \simeq 4,45 \text{ s}^{-1}$

On obtient le graphique dès l'évolution des angles en fonction du temps suivant :



On observe un mouvement perpétuel dans le temps, car il n'y a pas d'amortissement.

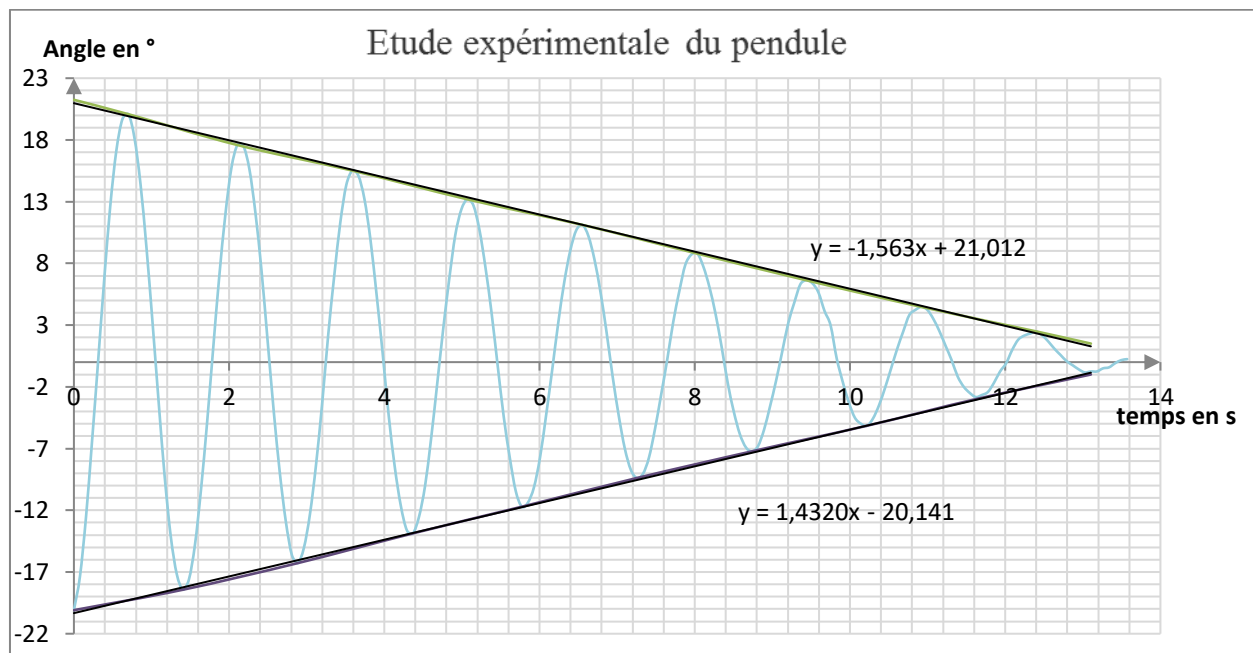
#### b) Etude expérimentale

Expérimentalement, on a une période de  $9 T_0 = 13,1 \text{ s}$  donc  $T = \frac{13,1}{9} \simeq 1,46 \text{ s}$  ce qui représente un écart relatif de

$$E = \frac{1,46 - 1,424}{1,424} \times 100 \simeq 2,53 \%$$



On obtient le graphique de l'évolution des angles en fonction du temps suivant :

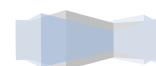
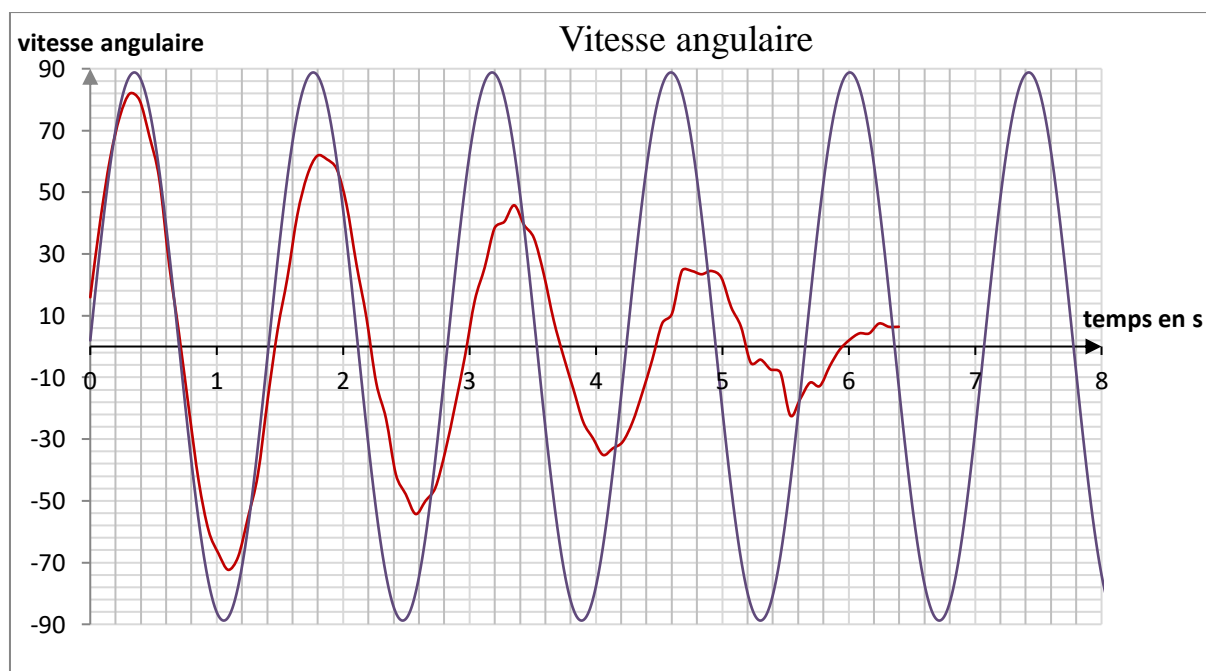


On observe une fois de plus que sur la courbe expérimentale la présence d'amortissement. Elle montre que le pendule subit des frottements solides.

On peut faire l'étude de la vitesse angulaire du pendule :

$$\dot{\theta} = \frac{d\theta}{dt}$$

On obtient le graphique des vitesses angulaires en fonction du temps suivant :



On observe dans ce graphique que le système est une fois de plus amorti, à cause des frottements.

## II. Etude et vérification des lois du pendule pesant, équation différentielle et période des oscillations :

Un pendule pesant est un système oscillant en rotation autour d'un axe horizontal ne passant pas par son centre d'inertie. Les lois à vérifier pour le pendule pesant sont les mêmes que pour le pendule simple.

Pour l'étude d'un pendule pesant on fait la même chose que pour un pendule simple sauf que le moment d'inertie est différent. Le centre d'inertie de la tige se trouve au centre de celle-ci donc à  $28.5 \text{ cm}$  de chaque extrémité.

Le moment d'inertie de la tige est :

$$I_{g_x t} = \frac{m \cdot l^2}{12} \text{ donc } I_{x t} = \frac{m \cdot l^2}{12} + m \cdot d^2$$

Le moment d'inertie de la masse est :

$$I_{g_x m} = \frac{m(R^2 + r^2)}{4} + \frac{m \cdot l^2}{12} \text{ donc } I_{x m} = \frac{m(R^2 + r^2)}{4} + \frac{m \cdot l^2}{12} + m_m \cdot d_m^2$$

Le moment d'inertie total, s'il y a une seule masse, est :

$$I_x = I_{x t} + I_{x m} = \frac{m_t \cdot l_t^2}{12} + m_t d_t^2 + \frac{m_m(R^2 + r^2)}{4} + \frac{m_m \cdot l_m^2}{12} + m_m \cdot d_m^2$$

L'équation différentielle est donc :

$$\ddot{\theta} + \frac{mgl}{I} \cdot \sin \theta = 0$$

$$\Leftrightarrow \ddot{\theta} + \omega_0^2 \theta = 0$$

$$\text{Avec } \omega_0^2 = \frac{mgl}{I} \text{ et } T_0 = 2\pi \times \sqrt{\frac{I}{mgl}}$$

### 1. Expérience 1 :

On positionne la tige pour que la longueur soit de  $50 \text{ cm}$  en dessous d l'axe de rotation et  $7 \text{ cm}$  au-dessus. La masse est positionnée à  $30 \text{ cm}$  du centre de rotation, et on lâche la masse avec un angle de  $20^\circ$ .



a) Etude théorique :

L'équation du mouvement est  $\theta(t) = \theta_0 \cos(\omega_0 t)$

Le moment d'inertie de la tige est :

$$I_x t = \frac{m \cdot l^2}{12} + m d^2 = \frac{0,0432 \times 0,57^2}{12} + 0,0432 \times (0,50 - 0,285)^2 \approx 3,17 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^{-2}$$

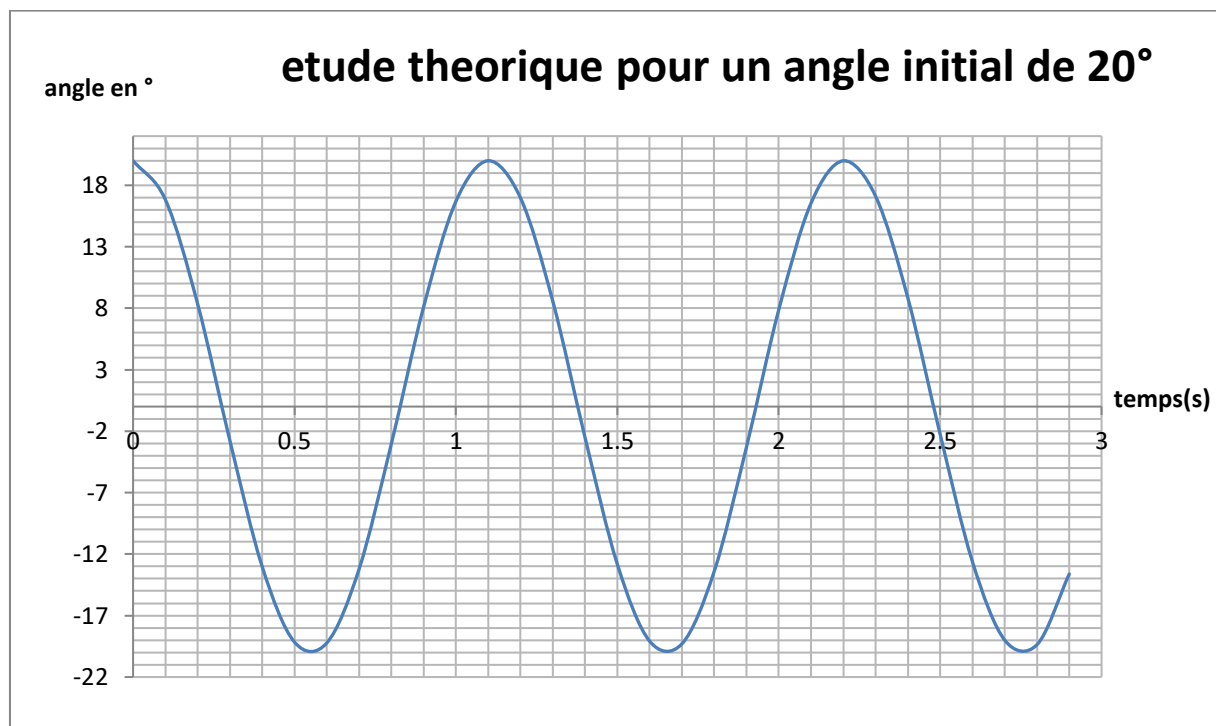
Le moment d'inertie de la masse est :

$$\text{donc } I_x m = \frac{m \cdot (R^2 + r^2)}{4} + \frac{m l^2}{12} + m d^2 = \frac{0,1435 \times (0,015^2 + 0,004^2)}{4} + \frac{0,1435 \times 0,028^2}{12} + 0,1435 \cdot 0,3^2 \approx 0,011 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-2}$$

Le moment d'inertie est :

$$I_x = 0,01 + 0,00317 = 0,0172 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-2}$$

$$\text{Avec } \theta_0 = 20 \text{ et } T_0 = 2\pi \times \sqrt{\frac{0,0172}{0,154 \times 9,81 \times 0,3}} \approx 1,22 \text{ s donc } \omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = 5,2 \text{ s}^{-1}$$



b) Etude expérimentale

Expérimentalement, on a une période de  $15T_0 = 17.9 \text{ s}$  donc  $T = \frac{17.9}{15} \approx 1.19 \text{ s}$  ce qui représente un écart relatif de  $E = \frac{1.22 - 1.19}{1.22} \times 100 \approx 2.45 \%$ . Cela montre la précision de nos calculs théoriques.



## 2. Expérience 2 :

On positionne la tige pour que la longueur soit de 50 cm en dessous d l'axe de rotation et 7 cm au-dessus. La masse est positionnée à 20 cm du centre de rotation et on lâche la masse avec un angle initial de 20°.

### a) Etude théorique :

L'équation du mouvement est  $\theta(t) = \theta_0 \cos(\omega_0 t)$  et Le moment d'inertie de la tige est le même que précédemment.

Le moment d'inertie de la masse est :

$$\text{donc } I_x m = \frac{m(R^2 + r^2)}{4} + \frac{ml^2}{12} + md^2 = \frac{0,1535(0,015^2 + 0,004^2)}{4} + \frac{0,1535 \cdot 0,028^2}{12} + 0,1535 \cdot 0,2^2 \sim \\ \simeq 0,0062 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-2}$$

Le moment d'inertie est :

$$I_x = 0,0062 + 0,00317 = 0,0094 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-2}$$

$$\text{Avec } \theta_0 = 20 \text{ et } T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{0,0094}{0,154 \times 9,81 \times 0,2}} \approx 1,1 \text{ s donc } \omega_0 = 6,9 \text{ s}^{-1}$$

On a donc  $\theta(t) = 20 \cos(6,9t)$

### b) Etude expérimentale

Expérimentalement, on a une période de 15  $T_0 = 15,4 \text{ s}$  donc  $T = \frac{15}{15,4} \simeq 0,97 \text{ s}$  ce qui représente un écart relatif de  $E = \frac{1,1 - 0,97}{1,1} * 100 \simeq 11 \%$ . Ici l'écart est grand à cause de nombreuse approximation.





### III. Pendules couplés

Définition : Le moment d'inertie du solide S par rapport à un axe ( $\Delta$ ) est la somme des quantités  $r^2 dm$

$$IQ\delta = \int_S r^2 dm$$

Remarque:

Un moment d'inertie caractérise la distribution de la masse autour d'une droite.

Le moment d'inertie  $IQ\delta$  caractérise de la masse du solide S par rapport à l'axe ( $\Delta$ ).

L'unité d'un moment d'inertie est le kilogramme mètre carré [ $kg.m^2$ ]

Considérons deux pendules qui sont couplés par un ressort horizontal de constante de rappel  $k$  à une distance  $a$  de l'axe de rotation. Pour déterminer les équations du mouvement pour les deux pendules, on utilise de nouveau le théorème du moment cinétique. Le ressort entre les deux pendules ajoute un moment de force supplémentaire. Avant de calculer ce moment de force, on doit déterminer la force créée par le ressort.

Soit :

$$\vec{F} = -k\Delta\vec{x}$$

Le moment de force supplémentaire pour le pendule 1 vaut :

$$\vec{M} = \vec{a} \wedge \vec{F} = aF \sin(\theta_1 + 90) = aF \cos \theta_1 \approx aF = -ka^2(\theta_1 - \theta_2)$$

Les équations du mouvement sont donc :

$$I \ddot{\theta}_1 = -m.g.l.\theta_1 - ka^2(\theta_1 - \theta_2)$$

$$I \ddot{\theta}_2 = -m.g.l.\theta_2 - ka^2(\theta_1 - \theta_2)$$

Les équations forment un système d'équations dites couplées, puisque  $\theta_1$  et  $\theta_2$  apparaissent dans chacun de ces deux équations. Pour découpler ces équations on ajoute et on soustrait les équations et on obtient :

$$I(\ddot{\theta}_1 + \ddot{\theta}_2) + mgl(\theta_1 + \theta_2) = 0$$

$$I(\ddot{\theta}_1 - \ddot{\theta}_2) + (mgl + 2ka^2)(\theta_1 - \theta_2) = 0$$



Par le changement de variable  $\varphi_1 = \theta_1 + \theta_2$  et  $\varphi_2 = \theta_1 - \theta_2$ , on arrive à deux équations qui ne mélangent plus  $\varphi_1$  et  $\varphi_2$ ,

$$\begin{aligned} I \ddot{\varphi}_1 + mgl\varphi_1 &= 0 \\ I \ddot{\varphi}_1 + (mgl + 2ka^2)\varphi_1 &= 0 \end{aligned}$$

Et deux solutions sont données par :

$$\begin{aligned} \varphi_1(t) &= A_1 \cos(\omega_1 t + \delta_1) \text{ avec } \omega_1 = \sqrt{\frac{mgl}{I}} \\ \varphi_2(t) &= A_2 \cos(\omega_2 t + \delta_2) \text{ avec } \omega_2 = \sqrt{\frac{mgl + 2ka^2}{I}} \end{aligned}$$

### 1. Pendules en phase

Conditions initiales :

Soit :

$$\theta_1(0) = \theta_2(0) = \theta_0 \text{ et } \dot{\theta}_1 = \dot{\theta}_2 = 0$$

$$\begin{aligned} \theta_1(t) &= A_1 \cos(\omega_1 t + \delta_1) - A_2 \cos(\omega_2 t + \delta_2) \\ \theta_2(t) &= A_1 \cos(\omega_1 t + \delta_1) + A_2 \cos(\omega_2 t + \delta_2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{\theta}_1(t) &= -A_1 \omega_1 \sin(\omega_1 t + \delta_1) + A_2 \omega_2 \sin(\omega_2 t + \delta_2) \\ \dot{\theta}_2(t) &= -A_1 \omega_1 \sin(\omega_1 t + \delta_1) - A_2 \omega_2 \sin(\omega_2 t + \delta_2) \end{aligned}$$

Les pendules sont en phase donc  $\theta_1(t) = \theta_2(t)$

$$\Leftrightarrow A_1 \cos(\omega_1 t + \delta_1) - A_2 \cos(\omega_2 t + \delta_2) = A_1 \cos(\omega_1 t + \delta_1) + A_2 \cos(\omega_2 t + \delta_2)$$

$$\Leftrightarrow 2A_2 \cos(\omega_2 t + \delta_2) = 0$$

$$\Leftrightarrow A_2 = 0$$

On obtient donc :

$$\theta_1(0) = A_1 \cos(\delta_1) = \theta_0$$

$$\dot{\theta}_1(0) = -A_1 \omega_1 \sin(\delta_1) = 0$$

On a donc  $A_1 = \theta_0$ ,  $A_2 = 0$ ,  $\delta_1 = 0$  et  $\delta_2$  ne pas être déterminé.

Il s'agit d'une oscillation à une seule fréquence. Le couplage ne joue aucun rôle. On retrouve la période du pendule simple :

$$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi \times \sqrt{\frac{I}{m \cdot g \cdot l}}$$



### Expérience :

#### a) Etude théorique

On positionne la tige pour que la longueur soit de 50 cm en dessous d l'axe de rotation et 7 cm au-dessus. La masse est positionnée à 40 cm du centre de rotation. Et on lâche la masse avec un angle initial de 20°

Le moment d'inertie est donc :

$$I_x = \frac{m_t \cdot l_t^2}{12} + m_t \cdot d_t^2 + \frac{m_m \cdot (R^2 + r^2)}{4} + \frac{m_m \cdot l_m^2}{12} + m_m \cdot d_m^2 = 0,027 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

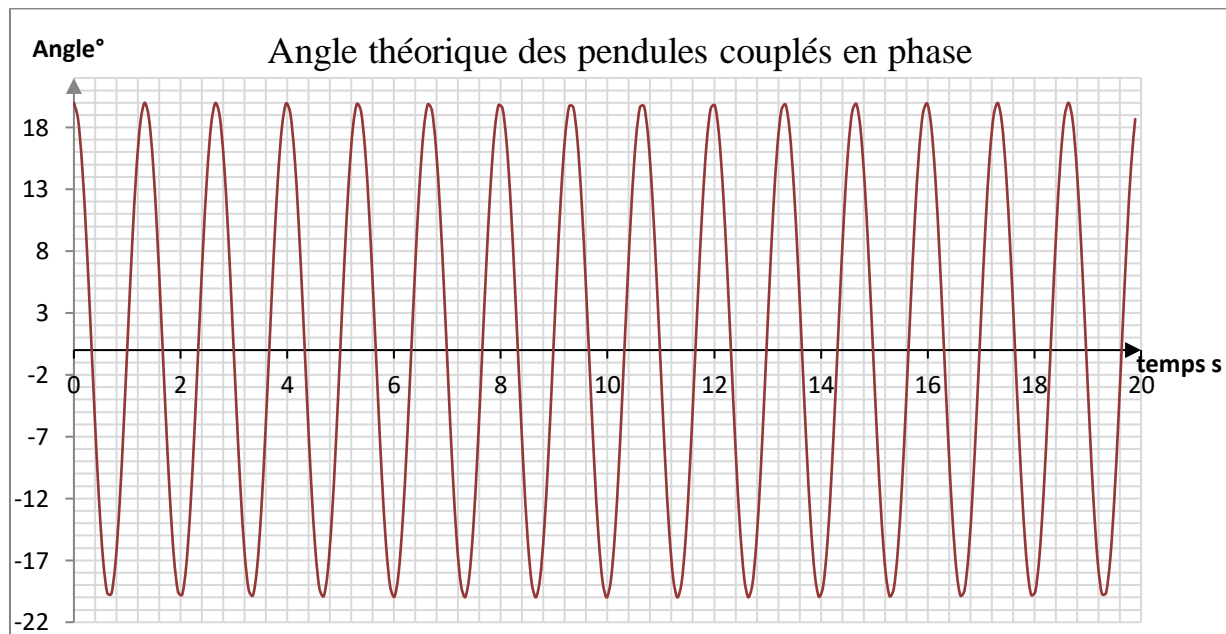
La période est donc :

$$T_0 = 2\pi \times \sqrt{\frac{I}{mgl}} = 1,33 \text{ s} \text{ et } \omega_0 = 4,7 \text{ s}^{-1}$$

La solution est donc :

$$\theta_1(t) = \theta_2(t) = 20 \cos(4,72t)$$

On obtient les variations des angles en fonction du temps suivant :



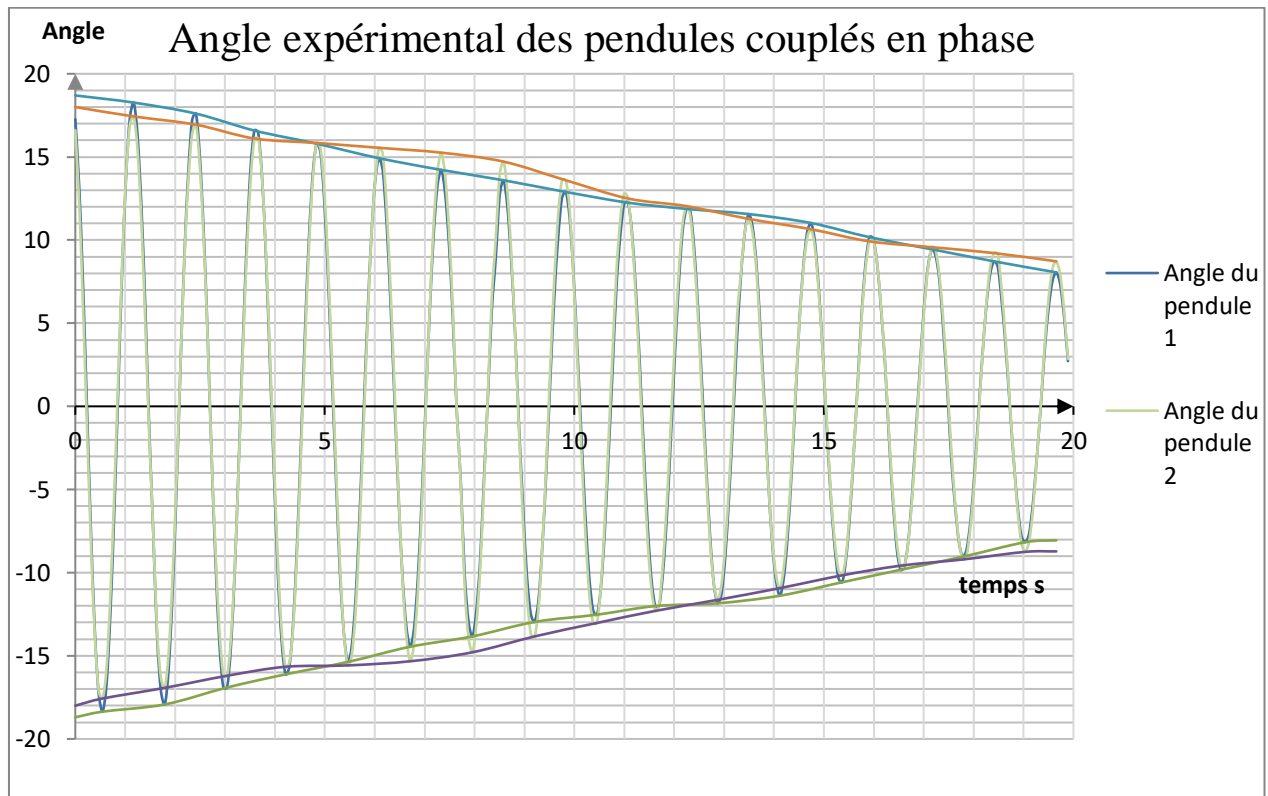
#### b) Etude expérimentale

Expérimentalement, on a une période de  $16 T_0 = 19,90 \text{ s}$  donc  $T = \frac{19,90}{16} = 1,24 \text{ s}$  ce qui représente un écart relatif de

$$E = \frac{1,3 - 1,24}{1,3} \times 100 = 4,9 \%$$



On obtient le graphique des angles expérimental des pendules couplés en phase suivant :



## 2. Pendules en déphasage

Conditions initiales :

$$\theta_1(0) = \theta_0 \text{ et } \theta_2(0) = \theta_0 \text{ et } \dot{\theta}_1 = \dot{\theta}_2 = 0$$

$$\theta_1(t) = A_1 \cdot \cos(\omega_1 t + \delta_1) - A_2 \cos(\omega_2 t + \delta_2)$$

$$\theta_2(t) = A_1 \cdot \cos(\omega_1 t + \delta_1) + A_2 \cos(\omega_2 t + \delta_2)$$

$$\dot{\theta}_1(t) = -A_1 \omega_1 \cdot \sin(\omega_1 t + \delta_1) + A_2 \omega_2 \cdot \sin(\omega_2 t + \delta_2)$$

$$\dot{\theta}_2(t) = -A_1 \omega_1 \cdot \sin(\omega_1 t + \delta_1) - A_2 \omega_2 \cdot \sin(\omega_2 t + \delta_2)$$

Les pendules sont en déphasage donc  $\theta_1(t) = -\theta_2(t)$

Il s'agit d'une oscillation à une seule fréquence mais le couplage entre les deux pendules résulte en une diminution de la période :

$$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi \times \sqrt{\frac{I}{m \cdot g \cdot l + 2 \cdot k \cdot a^2}}$$



## Expérience

### a) Etude théorique

On positionne la tige pour que la longueur soit de 50 cm en dessous d l'axe de rotation et 7 cm au-dessus. La masse est positionnée à 40 cm du centre de rotation et on lâche la masse avec un angle initial de 15°

Le moment d'inertie est donc :

$$I_x = \frac{m_t \cdot l_t^2}{12} + m_t \cdot d_t^2 + \frac{m_m \cdot (R^2 + r^2)}{4} + \frac{m_m \cdot l_m^2}{12} + m_m \cdot d_m^2 = 0,027 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

La période est donc :

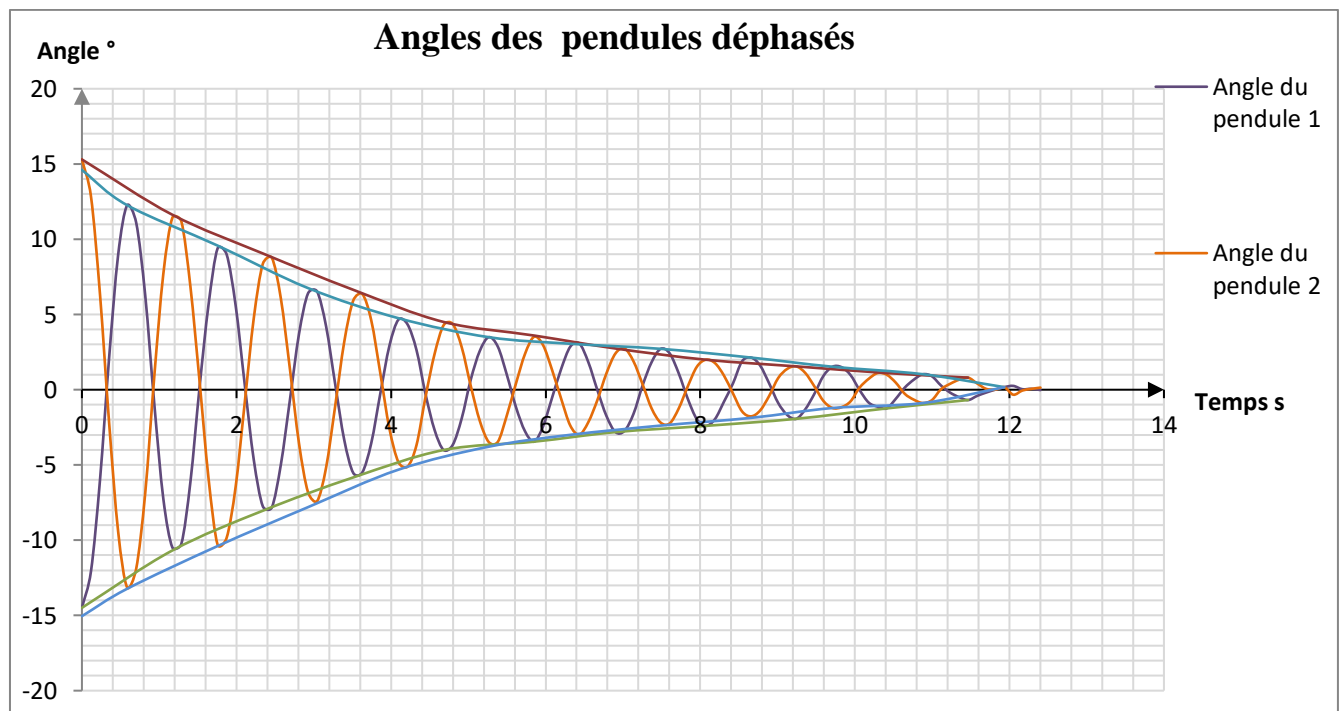
$$T_0 = 2\pi \times \sqrt{\frac{I}{m \cdot g \cdot l + 2 \cdot k \cdot a^2}} = s \text{ et } \omega_0 = s^{-1}$$

### b) Etude expérimentale

Expérimentalement, on a une période de 10  $T_0 = 11,47 \text{ s}$  donc  $T = 1,15 \text{ s}$  ce qui représente un écart relatif de

$$E = \frac{1,0 - 1,15}{1,0} = 0,0 \%$$

On obtient le graphique des angles des pendules déphasés suivant :



## IV. Conclusion

A travers ce mini projet nous avons pu vérifier les lois du pendule simple et du pendule pesant. Nous avons aussi appliqué notre cours vu ce semestre et démontrer certaine lois. Mais nous avons aussi comparé les courbes d'un pendule couplé, d'un pendule pesant et d'un pendule simple. On a également constaté que le pendule simple est un pendule pesant, nous avons vu les effets des frottements sur le moment des pendules.

Dans un autre projet nous pourrions étudier ce système de pendule dans un autre fluide que l'air, comme dans de l'eau par exemple.

