Corrigé-DS Mécanique des Fluides AERO2

(Epreuve du 09.12.2017)

Wissal KDOUS

Question de cours

1. Enoncé du Théorème d'Archimède :

   « Tout corps plongé dans un fluide reçoit de la part de ce fluide une force (poussée) verticale, vers le haut dont l'intensité est égale au poids du volume de fluide déplacé. »

$$F_{poussée} = -\rho_{fluide} V_{corps\ immergé} \vec{g}$$

Avec : **ρ** est la masse volumique du fluide
V le volume immergé du corps
g l'accélération de la pesanteur

2. Trajectoire : « *La trajectoire d'une particule de fluide est définie par le chemin suivi par cette particule au cours du temps, c'est-à-dire l'ensemble des positions successives de cette particule au cours du mouvement »*

   Ligne de courant : *« Une ligne de courant est définit comme la courbe qui en chacun de ses points est tangente au vecteur vitesse à l'instant t. »*

1. $\left.\begin{array}{l}\frac{\partial V_x}{\partial t} = 0 \\ \frac{\partial V_y}{\partial t} = 0\end{array}\right\}$ Donc l'écoulement est stationnaire

$div(\vec{V}) = \frac{\partial V_x}{\partial x} + \frac{\partial V_y}{\partial y} = 0$ Donc le fluide est incompressible

Equation des lignes de courants

$$\frac{dx}{V_x} = \frac{dy}{V_y} \longrightarrow \frac{dx}{-Ky} = \frac{dy}{Kx} \longrightarrow xdx = -ydy \longrightarrow \int xdx = -\int ydy$$

$$\longrightarrow \frac{1}{2}x^2 + c1 = -\frac{1}{2}y^2 + c2 \longrightarrow \boxed{x^2 + y^2 = 2(c2 - c1) = cst}$$ **Lignes de courant de forme circulaire**

L'écoulement est stationnaire donc les trajectoires des particules est les lignes de courants sont confondues

Exercice 1

1) Conservation de débit $\boldsymbol{S_A V_A = S_B V_B}$ Donc $\boldsymbol{V_B} = \frac{S_A}{S_B} V_A = \left(\frac{D}{d}\right)^2 V_A = \boldsymbol{9\, V_A}$

   Donc $V_B > V_A$
2) RFH entre A' et B' $\quad \boldsymbol{P_{A'} - P_{B'} = \rho_{mercure}\, g\, (Z_{B'} - Z_{A'})}$
3) RFH entre A et A' $\quad \boldsymbol{P_A - P_{A'} = \rho_{eau}\, g\, (Z_{A'} - Z_A)}$
4) RFH entre B' et B $\quad \boldsymbol{P_{B'} - P_B = \rho_{eau}\, g\, (Z_B - Z_{B'})}$
5) En faisant la somme de 2), 3) et 4)

$$\boldsymbol{P_A - P_B = g\, h\, (\rho_{mercure} - \rho_{eau})}$$

6) Théorème de Bernoulli entre A et B

$$\boldsymbol{\frac{1}{2}\rho V_B^2 + P_B + \rho g z_B = \frac{1}{2}\rho V_A^2 + P_A + \rho g z_A}$$

Or $Z_A = Z_B$ et $V_B = 9\, V_A$ Donc $\boldsymbol{V_A} = \sqrt{\frac{\boldsymbol{g\, h\, (\rho_{mercure} - \rho_{eau})}}{\boldsymbol{40\, \rho_{eau}}}}$

7) Débit volumique : $\boldsymbol{q_v = S_A V_A} = \frac{\boldsymbol{\pi . D^2}}{\boldsymbol{4}} \sqrt{\frac{\boldsymbol{g\, h\, (\rho_{mercure} - \rho_{eau})}}{\boldsymbol{40\, \rho_{eau}}}}$
8) Pour h= 4 mm, $\quad q_v = 7.10^{-4}\ m^3/s$

Exercice 2

1) $\boldsymbol{P_M = P_{atm} + \rho_1 g (H - h) + \rho_2 g (h - z)}$

2) $\boldsymbol{P_{G\,(hydraulique)} = P_{atm} + \rho_1 g (H - h) + \rho_2 g (h - \frac{a}{2})}$

   Donc $\quad \boldsymbol{P_{G\,(totale)} = P_M - P_{atm} = \rho_1 g (H - h) + \rho_2 g (h - \frac{a}{2})}$

3) $\boldsymbol{\vec{F} = \int_s -P\, dS\vec{n} = \int_s (P_M - P_{atm})\, Ldz\vec{x} = \rho_1 g L (H - h) a + \rho_2 g L \left(ha - \frac{1}{2}a^2\right)\vec{x}}$

4) $\boldsymbol{\vec{F} = \rho_1 g L (H - h) a + \rho_2 g L \left(ha - \frac{1}{2}a^2\right)\vec{x} = \left[\rho_1 g (H - h) + \rho_2 g \left(h - \frac{a}{2}\right)\right] La\,\vec{x}}$

$$\boldsymbol{= P_G S \vec{x}}$$

Force totale de poussée pour une plaque de forme circulaire de rayon D

$$\boldsymbol{\vec{F} = P_G \pi \frac{D^2}{4} \vec{x}}$$

5) $\boldsymbol{Z_c = \frac{a}{2}\, \frac{\rho_1 g \left(h - \frac{2a}{3}\right) + \rho_2 g (H - h)}{\rho_1 g \left(h - \frac{a}{2}\right) + \rho_2 g (H - h)}}$

   Si ρ1=ρ2 et H=h=a, on remplace dans l'expression précédente ρ2 par ρ1 et H et h par a ; donc $\boldsymbol{Z_c = \frac{a}{3}}$