

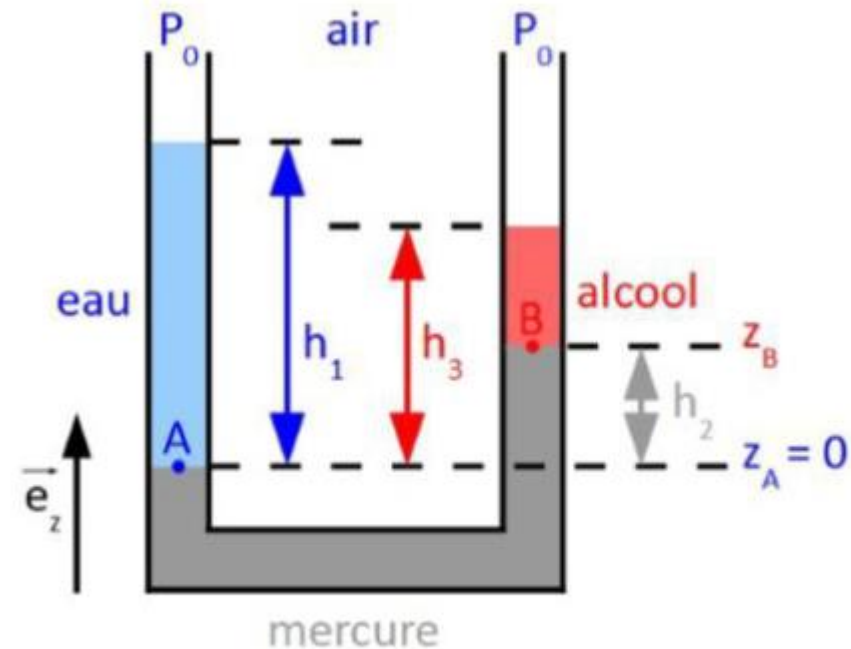
### Exercice 1 : Équilibre de trois liquides non miscibles

Un tube en U, ouvert à chaque extrémité à l'air libre, contient trois liquides non miscibles : eau, mercure et alcool. Le système est à l'équilibre. Les masses volumiques des 3 liquides sont notées  $\rho_e, \rho_m, \rho_a$ .

On mesure les hauteurs relatives correspondantes :  $h_1 = 0,8m$ ,  $h_2 = 0,05m$  et  $h_3 = 0,2m$ .

On donne la masse volumique de l'eau et du mercure:  $\rho_e = 10^3 \text{ Kg/m}^3$  et  $\rho_m = 1,36 \cdot 10^4 \text{ Kg/m}^3$ .

Déterminer la masse volumique de l'alcool  $\rho_a$ .



correction TD2.pdf - Adobe Acrobat Reader DC  
Fichier Edition Affichage Signer Fenêtre Aide

Accueil Outils TD2 Mécanique des... correction TD2.pdf x

1 / 6 124%

Commentaire

35 commentaires

**Ex1: Equilibre de 3 liquides non miscibles:**

$P(A') = P_0 = P_{atm}$   
 $P(B') = P_0 = P_{atm}$

PFS:

- Entre A et A': dans l'eau

$$P(A) = P(A') + \rho_e g(z_{A'} - z_A) = P_0 + \rho_e g h_1 \quad (1)$$

- Entre B et B': dans l'alcool

$$P(B) = P(B') + \rho_a g(z_{B'} - z_B) = P_0 + \rho_a g(h_3 - h_2) \quad (2)$$

- Entre C et B: dans le mercure

$$P(C) = P(B) + \rho_m g(z_B - z_A) = P(B) + \rho_m g h_2 \quad (3)$$

louja oct. 4  
Zone de texte

louja 12:37  
Crayon

louja 12:37  
Zone de texte

louja 12:36  
Zone de texte

louja 12:37  
Zone de texte

louja 16:01  
Crayon

louja 16:02  
Crayon

PAGE 2 7

louja 09:29

Loujaine Khouzam

+29

JJ

TP

KK



PS

GM

PK

TS

LK

OB

Paul Ruyneau de saint...

Garance Marey

Pritam charles Kantane

Thomas Schuhl

Loujaine Khouzam

Olivier Bietti

correction TD2.pdf - Adobe Acrobat Reader DC

Fichier Edition Affichage Signer Fenêtre Aide

Accueil Outils TD2 Mécanique des...

correction TD2.pdf x

?

Se connecter

Se connecter



1 / 6

100%

Commentaire

Fermer

$$P_A = P(B) + \rho_m g (z_B - z_A) = P(B) + \rho_m g h_2 \quad (3)$$

$$(2) \text{ dans } (3) \Rightarrow P(A) = P_0 + \rho_a g (h_3 - h_2) + \rho_m g h_2 \quad (4)$$

D'après (1) et (4)  $\Rightarrow$

$$P_0 + \rho_a g h_1 = P_0 + \rho_a g (h_3 - h_2) + \rho_m g h_2$$

$$\Rightarrow \rho_a = \frac{\rho_a h_1 - \rho_m h_2}{h_3 - h_2}$$

$$\text{Avec } \begin{cases} h_1 = h_e \\ h_2 = h_m \\ h_3 = h_a \end{cases}$$

$$\text{A.N.: } \rho_a = \frac{10^3 \times 0,8 - 1,36 \cdot 10^4 \times 0,05}{0,2 - 0,05}$$

$$\Rightarrow \rho_a = 800 \text{ Kg/m}^3$$

Loujaine Khouzam

+29

JJ

TP

KK



PS

Paul Ruyneau de saint...

GM

Garance Marey

PK

Pritam charles Kantane

TS

Thomas Schuhl

LK

Loujaine Khouzam

OB

Olivier Biéti



TD2 Mécanique des fluides.pdf - Adobe Acrobat Reader DC

Fichier Edition Affichage Signer Fenêtre Aide

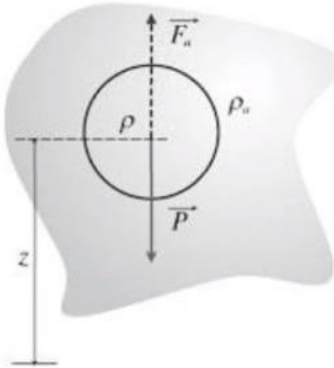
Accueil Outils TD2 Mécanique des... × correction TD2.pdf

1 / 2 125%

Commentaire

### Exercice 2 : Poussée d'Archimède sur un ballon

On considère un ballon météorologique rempli d'un gaz de masse volumique  $\rho_g$  et placé à une altitude  $z$  où son volume est  $V(z)$  à l'équilibre thermique correspondant à la température  $T(z)$ . Le ballon est entouré par de l'air au repos de masse volumique  $\rho_a > \rho_g$ . Les deux gaz se comportent comme des fluides parfaits.



- 1- Donner l'expression de la résultante des efforts exercée sur le ballon.
- 2- Quelle condition doit-on avoir pour que le ballon soit à l'équilibre ?

Loujaine Khouzam

+29

JJ

TP

KK



PS

Paul Ruyneau de saint...

GM

Garance Marey

PK

Pritam charles Kantane

TS

Thomas Schuhl

LK

Loujaine Khouzam

OB

Olivier Bietti



correction TD2.pdf - Adobe Acrobat Reader DC

Fichier Edition Affichage Signer Fenêtre Aide

Accueil Outils TD2 Mécanique des... correction TD2.pdf x

2 / 6 100% Se connecter

Commentaire Fermer

Exercice 2: Poussée d'Archimède sur un ballon:

1) Le ballon est soumis à son poids  $\vec{P}$  et à la poussée d'Archimède  $\vec{F}_a$

→ La résultante des forces appliquée au ballon:

$$\vec{R} = \vec{P} + \vec{F}_a$$

• Le module du poids à l'altitude  $z$ :

$$P = m_g g = \rho_g V(z) g$$

• La poussée d'Archimède est égale au poids de volume du fluide déplacé:

$$F_a = m_f g = \rho_a V(z) g$$

En projetant sur l'axe  $(Oz) \Rightarrow$

$$R = \rho_a V(z) g - \rho_g V(z) g = (\rho_a - \rho_g) V(z) g$$

Loujaine Khouzam

+30

JJ

TP

KK



PS

Paul Ruyneau de saint...

GM

Garance Marey

PK

Pritam charles Kantane

TS

Thomas Schuhl

LK

Loujaine Khouzam

OB

Olivier Biéti



01:04:39

Demander le contrôle



Quitter

correction TD2.pdf - Adobe Acrobat Reader DC

Fichier Edition Affichage Signer Fenêtre Aide

Accueil Outils TD2 Mécanique des... correction TD2.pdf x

Se connecter

Commentaire

2 / 6 100%

$$F_a = m_f g = \rho_a V(z) g$$

$$R = \rho_a V(z) g - \rho_g V(z) g = (\rho_a - \rho_g) V(z) g$$

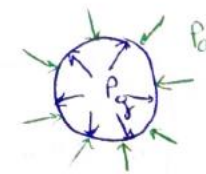
En projetant sur l'axe  $(Oz) \Rightarrow$

2/ Pour que le ballon soit à l'équilibre, il faut que les forces de Pression exercées sur la face interne du ballon soient égales à celles exercées sur la face externe.

→ Pour un gaz parfait  $P = \rho_g T$

→  $P_a = P_g \Rightarrow \rho_a r_a T(z) = \rho_g r_g T(z)$

A la même altitude →  $\rho_a r_a = \rho_g r_g$



Loujaine Khouzam

+30

TP

KK

PS

GM

PK

TS

LK

OB

MJ

Garance Marey

Pritam charles Kantane

Thomas Schuhl

Loujaine Khouzam

Olivier Biatti

Matthieu Janiaut

Taper ici pour rechercher

16:38

05/10/2020

### Exercice 3 : Variables de Lagrange, variables d'Euler

Soient  $(x, y, z)$  les coordonnées dans un repère cartésien orthonormé de la position d'une particule fluide M, située à l'instant initial  $t = 0$  au point  $M_0$  de coordonnées  $(x_0, y_0, z_0)$ . On considère les relations :

$$\begin{cases} x = x_0(1 + t^2) \\ y = y_0 = 0 \\ z = z_0 \end{cases}$$

- 1- Donner l'expression des variables de Lagrange et d'Euler.
- 2- Donner l'expression de la vitesse et de l'accélération à l'aide des variables de Lagrange.
- 3- Donner l'expression de la vitesse et de l'accélération à l'aide des variables d'Euler.





correction TD2.pdf - Adobe Acrobat Reader DC

Fichier Edition Affichage Signer Fenêtre Aide

Accueil Outils TD2 Mécanique des... correction TD2.pdf x

Se connecter

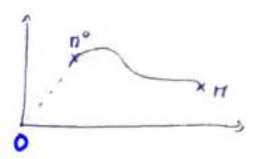
Commentaire

Variables de Lagrange, Variables d'Euler: (3)

$$\begin{cases} x = x_0(1+t^2) \\ y = y_0 = 0 \\ z = z_0 \end{cases}$$

1 - Les Variables de Lagrange  $\vec{OM}(\vec{OM}_0, t)$   
Avec  $\vec{OM}_0 \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{pmatrix}$

\* Les Variables d'Euler:  $(x, y, z, t)$   
Avec  $\begin{cases} x = x_0(1+t^2) \\ y = y_0 = 0 \\ z = z_0 \end{cases}$



Loujaine Khouzam

+30

PS

GM

PK

OB

TS

Thomas Schuhl

LK

Loujaine Khouzam

MJ

Matthieu Janiaut

LV

Louis Villenave

HF

Harold Foly

NO

Nadhir Ofkir







correction TD2.pdf - Adobe Acrobat Reader DC

Fichier Edition Affichage Signer Fenêtre Aide

Accueil Outils TD2 Mécanique des... correction TD2.pdf x

Se connecter

Commentaire

3 / 6

100%

Fermer

Avec  $\begin{cases} x = x_0(1+t^2) \\ y = y_0 = 0 \\ z = z_0 \end{cases}$

2 - Selon Lagrange:

Vitesse:  $\vec{U} = \frac{d\vec{OM}}{dt} = \frac{dx}{dt} \vec{i} + \frac{dy}{dt} \vec{j} + \frac{dz}{dt} \vec{k}$

$\vec{U} = 2x_0 t \vec{i}$

accélération:  $\vec{a} = \frac{d\vec{U}}{dt} = 2x_0 \vec{i}$

Selon Euler:

Vitesse:  $\vec{U}(\vec{OM}, t) = \begin{cases} u_x = \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}(x_0(1+t^2)) = 2x_0 t \\ u_y = \frac{dy}{dt} = \frac{dy_0}{dt} = 0 = 0 \\ u_z = \frac{dz}{dt} = \frac{dz_0}{dt} = 0 \end{cases}$

$\times u_x = 2x_0 t$  Or  $x = x_0(1+t^2) = x_0 + x_0 \frac{2}{2} t \cdot t = x_0 + u_x \frac{t}{2}$

$\rightarrow u_x = (x - x_0) \frac{2}{t}$

Δ Selon Euler, il faut

Loujaine Khouzam

+30



PS

GM

OB

TS

Thomas Schuhl

LK

Loujaine Khouzam

MJ

Matthieu Janiaut

LV

Louis Villenave

HF

Harold Foly

NO

Nadhir Ofkir



01:41:12

Demander le contrôle



Quitter

correction TD2.pdf - Adobe Acrobat Reader DC

Fichier Edition Affichage Signer Fenêtre Aide

Accueil Outils TD2 Mécanique des... correction TD2.pdf x

Se connecter

Commentaire

3 / 6 100%

$$\vec{U} = 2x_0 t \vec{i}$$

$$\text{accélération: } \vec{a} = \frac{d\vec{U}}{dt} = 2x_0 \vec{i}$$

Selon Euler:

$$\text{Vitesse: } \vec{U}(\vec{OM}, t) = \begin{cases} u_x = \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}(x_0(1+t^2)) = 2x_0 t \\ u_y = \frac{dy}{dt} = \frac{dy_0}{dt} = 0 = y \\ u_z = \frac{dz}{dt} = \frac{dz_0}{dt} = 0 \end{cases}$$

$$* u_x = 2x_0 t \quad \text{Or } x = x_0(1+t^2) = x_0 + \left(x_0 \cdot \frac{2}{2} \cdot t \cdot t\right) = x_0 + u_x \frac{t}{2}$$

$$\rightarrow u_x = (x - x_0) \frac{2}{t}$$

$$\rightarrow \vec{U} = \begin{cases} u_x = (x - x_0) \left(\frac{2}{t}\right) \\ u_y = y \\ u_z = 0 \end{cases}$$

⚠ Selon Euler, il faut apparaître les Variables d'Euler (x, y, z, t) dans l'expression de  $\vec{U}$ .

Loujaine Khouzam

+30



PS

GM

OB

TS

Thomas Schuhl

LK

Loujaine Khouzam

MJ

Matthieu Janiaut

LV

Louis Villenave

HF

Harold Foly

NO

Nadhir Ofkir

Taper ici pour rechercher

17:14  
05/10/2020

01:54:10

Demander le contrôle



Quitter

correction TD2.pdf - Adobe Acrobat Reader DC

Fichier Edition Affichage Signer Fenêtre Aide

Accueil Outils TD2 Mécanique des... correction TD2.pdf x

Se connecter

Commentaire

4 / 6

100%

4

accélération: Dérivée particulaire:

$$\vec{a} = \frac{D\vec{u}}{Dt} = \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \vec{grad} \vec{u} \cdot \vec{u}$$

\* terme temporel:  $\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} = \begin{pmatrix} 2x_0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial u_x}{\partial t} \\ \frac{\partial u_y}{\partial t} \\ \frac{\partial u_z}{\partial t} \end{pmatrix}$

\* terme advectif:  $\vec{grad} \vec{u} \cdot \vec{u}$

$$+ \vec{grad} \vec{u} = \begin{pmatrix} \frac{\partial u_x}{\partial x} & \frac{\partial u_x}{\partial y} & \frac{\partial u_x}{\partial z} \\ \frac{\partial u_y}{\partial x} & \frac{\partial u_y}{\partial y} & \frac{\partial u_y}{\partial z} \\ \frac{\partial u_z}{\partial x} & \frac{\partial u_z}{\partial y} & \frac{\partial u_z}{\partial z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{2}{t} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\rightarrow \vec{grad} \vec{u} \cdot \vec{u} = \begin{pmatrix} \frac{2}{t} & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \frac{2}{t}(x-x_0) \end{pmatrix}$$

Loujaine Khouzam

+30

PS

GM

OB

MJ

TS

LK

LV

HF

NO

PK

Thomas Schuhl

Loujaine Khouzam

Louis Villenave

Harold Foly

Nadhir Ofkir

Pritam charles Kantane

Taper ici pour rechercher

17:27  
05/10/2020

01:54:28

Demander le contrôle



Quitter

correction TD2.pdf - Adobe Acrobat Reader DC

Fichier Edition Affichage Signer Fenêtre Aide

Accueil Outils TD2 Mécanique des... correction TD2.pdf x

Se connecter

Commentaire

4 / 6 75%

terme advection:  $\vec{\text{grad}} \vec{u} \cdot \vec{u}$

$$+ \vec{\text{grad}} \vec{u} = \begin{pmatrix} \frac{\partial u_x}{\partial x} & \frac{\partial u_x}{\partial y} & \frac{\partial u_x}{\partial z} \\ \frac{\partial u_y}{\partial x} & \frac{\partial u_y}{\partial y} & \frac{\partial u_y}{\partial z} \\ \frac{\partial u_z}{\partial x} & \frac{\partial u_z}{\partial y} & \frac{\partial u_z}{\partial z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{2}{t} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$
$$\rightarrow \vec{\text{grad}} \vec{u} \cdot \vec{u} = \begin{pmatrix} \frac{2}{t} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{2}{t}(x-x_0) \\ y \\ 0 \end{pmatrix}$$
$$= \begin{pmatrix} \frac{4}{t^2}(x-x_0) \\ y \\ 0 \end{pmatrix}$$

Finalement  $\rightarrow$

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 2x_0 + \frac{4}{t^2}(x-x_0) \\ y \\ 0 \end{pmatrix} \rightarrow \vec{a} = \left[ 2x_0 + \frac{4}{t^2}(x-x_0) \right] \vec{x}$$

Loujaine Khouzam

+30

PS

GM

OB

MJ

TS

Thomas Schuhl

LK

Loujaine Khouzam

LV

Louis Villenave

HF

Harold Foly

NO

Nadhir Ofkir

PK

Pritam charles Kantane

Taper ici pour rechercher

17:28  
05/10/2020



