



MINI PROJET PH12

La comète de Halley

Equipe :

Graisth Mboya De Loubassou

Taha Ghoul

William Bleuzen

Département Véhicules Aérospatiaux

October 12, 2020

Contents

1	Introduction du projet	2
2	La Mécanique Céleste	3
2.1	Qu'est ce que la mécanique ?	3
2.2	Les comètes	3
2.2.1	Définition	3
2.2.2	Edmond Halley	4
2.2.3	La Comète de Halley	4
2.3	Grandes personnes de l'histoire de la mécanique Céleste	5
2.3.1	Kepler	5
2.3.2	Newton	6
2.3.3	Nicolas Copernic	6
3	Compte Rendu du TP	6
3.1	Les Lois de Kepler	6
3.1.1	La 1ère Loi De Kepler	7
3.1.2	La 2e loi de Kepler	14
3.1.3	La 3e Loi De Kepler	15
4	La Loi de Gravitation Universelle	17
4.1	Force Attractive en $1/r$	17
4.2	Conservation du moment cinétique	20
4.3	Conservation de l'énergie mécanique	21
5	CONCLUSION	21

1 Introduction du projet

Le but de ce projet est d'étudier, au travers des outils numériques et des connaissances en mécanique (notamment les lois de Kepler et le traitement de données via Excel), la trajectoire d'une comète, à savoir ici la comète de Halley. Nous allons commencer par introduire le sujet en présentant les éléments essentiels à sa compréhension

2 La Mécanique Céleste

2.1 Qu'est ce que la mécanique ?

La mécanique est l'une des nombreuses branches de la physique. A l'origine, elle a longtemps été une branche des mathématiques de par son côté très théorique et calculatoire, faisant appel à de nombreuses notions mathématiques. En mécanique, on étudie le mouvement, les déformations ou les états d'équilibre d'un objet. On peut la diviser dans de nombreuses branches tels que la mécanique classique, relativiste et quantique.

Ici nous étudions la mécanique Newtonienne, donc la classique.

Cette branche se découpe en plusieurs sous domaines en fonction de ce que nous cherchons à étudier :

- La cinématique pour étudier le mouvement indépendamment des causes
- La statique pour les objets à l'équilibre
- La dynamique pour étudier les causes du mouvement

Mais aussi les mécaniques du point, des fluides, du solide...

Ici nous allons nous intéresser plus précisément à la mécanique céleste, c'est à dire celle qui étudie le mouvement des corps spatiaux.

2.2 Les comètes

2.2.1 Définition



Les comètes proviennent des régions les plus externes de notre Système Solaire, elles sont formées d'un noyau solide, d'un diamètre compris entre 1 et 20 kilomètres, composée d'un mélange de roches, de glace et de poussières. Au fur et à mesure que la comète s'approche du Soleil, son noyau se réchauffe, et les glaces superficielles s'évaporent, entraînant l'apparition d'une chevelure

gazeuse de dimension importante pouvant aller jusqu'à la centaine de milliers de kilomètres. Les gaz et poussières expulsés, sont repoussés par le vent solaire et composent alors les queues de la comète. Une première queue bleutée, dite queue de gaz (ou de plasma), pouvant atteindre plusieurs millions de kilomètres, se forme dans la direction opposée au Soleil, engendrée par les ions sous l'effet des vents solaires. Une seconde queue, composée de poussières éjectées du noyau par la pression du rayonnement solaire, forment une traînée jaunâtre, plus large, plus diffuse et incurvée, ayant tendance à s'étendre dans le sillage de la comète. D'ailleurs, les comètes peuvent être visible depuis la Terre, c'est ce que nous appelons des étoiles filantes.

2.2.2 Edmond Halley



Edmond Halley est un astronome né en Angleterre. Il est connu pour être le premier à avoir déterminé la périodicité de la comète de 1682, qui porte désormais son nom. Il avait estimé un délai de 76 ans, qui fut effectivement revenue à la date indiquée en 1758. Il dit de son travail de recherche « Dès mes plus tendres années, je me suis adonné à l'étude de l'astronomie. [...] Elle m'apportait (la comète) un plaisir si grand qu'il est impossible de l'expliquer à qui n'a pas fait cette expérience. »

2.2.3 La Comète de Halley

En 1705, Edmond Halley publia un livre avançant que les comètes qui étaient apparues dans le ciel en 1531, 1607 et 1682 étaient en fait une seule comète. Expliquant que la comète voyage sur une orbite elliptique, et prend 76 ans pour faire une révolution complète autour du Soleil, il prédit qu'elle reviendrait en 1758. En 1757, Lalande, Nicole-Reine Lepaute, et Clairaut, décida de calculer les déviations de la comète dues aux grosses planètes. Il prédit un retard de 518 jours dû à Jupiter et de 100 jours dû à Saturne. Il annonça donc le retour de la comète, non en 1758, mais en 1759 avec un

passage au périhélie en avril 1759, avec une incertitude d'un mois. Lorsque la comète réapparut en décembre 1758 avec un passage au périhélie le 13 mars 1759, ce fut un triomphe.

2.3 Grandes personnes de l'histoire de la mécanique Céleste

2.3.1 Kepler



Johannes Kepler, né le 27 décembre 1571 à Weil der Stadt, dans le Bade-Wurtemberg et mort le 15 novembre 1630 à Ratisbonne en Bavière, est un astronome allemand célèbre pour avoir étudié l'hypothèse héliocentrique (la Terre tourne autour du Soleil) de Nicolas Copernic, et surtout pour avoir découvert que les planètes ne tournent pas en cercle parfait autour du Soleil mais en suivant des ellipses. Il est notamment connu pour ses trois lois :

- Chaque planète décrit autour du soleil une orbite elliptique. Le soleil occupe l'un des foyers de l'ellipse.
- Le rayon vecteur qui joint la planète au soleil balaie des aires égales en des durées égales, quelles que soient ces durées.
- Si a est le demi-grand axe de l'orbite de la planète autour du soleil et T sa période, alors a^3/T est une constante pour l'ensemble des planètes du système solaire.

2.3.2 Newton

Sir Isaac Newton (4 janvier 1643 – 31 mars 1727) est un philosophe, mathématicien, physicien, astronome et théologien anglais. Il est surtout reconnu pour avoir fondé la mécanique classique, pour sa théorie de la gravitation universelle et la création, avec Leibniz, du calcul infinitésimal. En optique, il a développé une théorie de la couleur basée sur l'observation selon laquelle un prisme décompose la lumière blanche en un spectre visible. Il a aussi inventé le télescope à réflexion composé d'un miroir primaire concave appelé télescope de Newton. En mécanique, il a établi les trois lois universelles du mouvement. Newton a montré que le mouvement des objets sur Terre et des corps célestes sont gouvernés par les mêmes lois naturelles ; en se basant sur les lois de Kepler sur le mouvement des planètes, il développa la loi universelle de la gravitation.

2.3.3 Nicolas Copernic

Nicolas Copernic, (1473-1543), Prusse royale (Royaume de Pologne), est un chanoine, médecin et astronome polonais. Il est célèbre pour avoir développé et défendu la théorie de l'héliocentrisme selon laquelle le Soleil se trouve au centre de l'Univers et la Terre tourne autour. A l'époque, on pensait que la terre se trouvait au centre et le soleil tournait autour. C'est le début de ce qu'on appela La révolution copernicienne.

3 Compte Rendu du TP

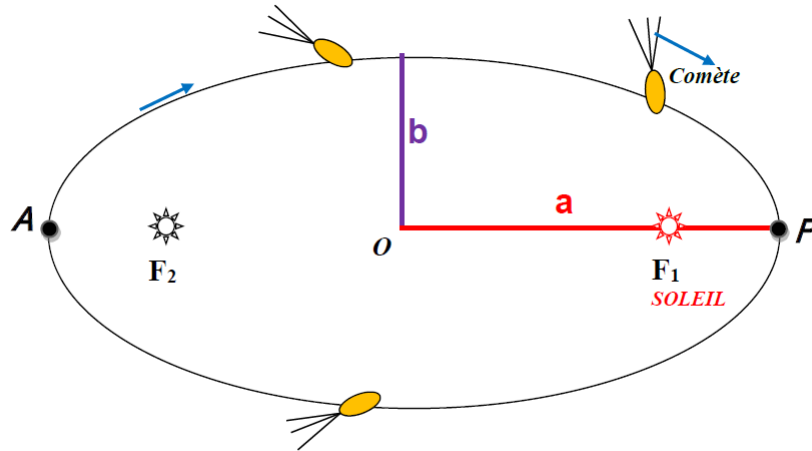
3.1 Les Lois de Kepler

Les lois de Kepler décrivent les propriétés du mouvement des planètes autour du Soleil et sont à la base de l'astronomie moderne. Johannes Kepler (1571-1630) établit ces lois au début du XVII^{ème} de manière empirique à partir des observations et mesures de Tycho Brahé (1546-1601). L'objectif est d'ici de les vérifier expérimentalement et ce grâce au traitement des données de la feuille A3.

3.1.1 La 1ère Loi De Kepler

Rappel :

CHAQUE PLANÈTE DÉCRIT AUTOUR DU SOLEIL UNE ORBITE ELLIPTIQUE.
LE SOLEIL OCCUPE L'UN DES Foyers DE L'ELLIPSE



On travaillera avec ce schéma, tout en notant que :

A : aphélie, le point le plus éloigné du soleil sur l'orbite elliptique

P : périhélie ; le point le plus proche du soleil sur l'ellipse

O : le centre de l'ellipse.

a : le demi grand axe.

b : le demi petit axe

F1 ; F2 : Foyers de l'ellipse

1) 1. A partir de la trajectoire de la comète (figure 1 de la feuille A3), mesurer les coordonnées $x(t)$ et $y(t)$ de la comète à chaque instant et rassembler ces données dans un tableau Excel.

Dates	X (U.A)	Y (U.A)
01/01/1950	-35	0,2
01/01/1955	-34,4	1,1
01/01/1960	-32,9	2,1
01/01/1965	-30,5	2,9
01/01/1970	-27	3,6
01/01/1972	-25,3	4
01/01/1974	-23,2	4,2
01/01/1976	-21	4,4
01/01/1978	-18,5	4,5
01/01/1980	-15,5	4,4
01/01/1982	-11,9	4,3
01/01/1983	-9,8	4,1
01/01/1984	-7,3	3,7
01/06/1984	-6,1	3,5
01/01/1985	-4,2	3
01/02/1985	-3,9	2,9
01/03/1985	-3,6	2,9
01/04/1985	-3,4	2,8
01/05/1985	-3	2,7
01/06/1985	-2,7	2,6
01/07/1985	-2,4	2,5
01/08/1985	-2	2,4
01/09/1985	-1,6	2,2
01/10/1985	-1,2	2
01/11/1985	-0,8	1,7
01/12/1985	-0,3	1,4
01/01/1986	0,2	1
01/02/1986	0,5	0,2
09/02/1986	0,6	0
15/02/1986	0,5	-0,1
01/03/1986	0,4	-0,6
15/03/1986	0,2	-0,8
01/04/1986	-0,1	-1,2
01/05/1986	-0,5	-1,5
01/06/1986	-0,9	-1,8
01/07/1986	-1,3	-2,1
01/08/1986	-1,7	-2,3
01/09/1986	-2,1	-2,4
01/10/1986	-2,4	-2,5
01/11/1986	-2,9	-2,6
01/12/1986	-3,2	-2,8
01/01/1987	-3,5	-2,9
01/02/1987	-3,8	-3
01/03/1987	-4,1	-3

IPSA

01/04/1987	-4,3	-3,1
01/05/1987	-4,6	-3,2
01/06/1987	-4,8	-3,3
01/07/1987	-5,1	-3,4
01/08/1987	-5,3	-3,4
01/09/1987	-5,6	-3,5
01/10/1987	-5,9	-3,5
01/11/1987	-6,2	-3,5
01/12/1987	-6,4	-3,6
01/01/1988	-6,6	-3,6
01/01/1989	-9,2	-4
01/01/1990	-11,5	-4,2
01/01/1991	-13,4	-4,3
01/01/1992	-15,1	-4,4
01/01/1993	-16,7	-4,5
28/02/1994	-18,2	-4,5
01/03/1995	-19,6	-4,5
01/01/1996	-20,8	-4,4
01/01/1997	-22	-4,3
01/01/1998	-23	-4,2
01/01/1999	-24,1	-4,1
01/01/2000	-25,1	-4
01/01/2002	-26,9	-3,8
01/01/2004	-28,3	-3,5
01/01/2006	-29,7	-3,2
01/01/2008	-30,9	-2,9
01/01/2010	-31,9	-2,5
01/01/2012	-32,8	-2,2
01/01/2014	-33,5	-1,8
01/01/2020	-34,8	-0,7
08/10/2023	-35	0

2) Montrer que la trajectoire de la comète est une ellipse.

Note : Une ellipse de foyer $F1$ et $F2$ est définie par un ensemble de points M vérifiant $MF1 + MF2 = cste = 2.a$ avec a le demi grand axe.

X (U.A)	Y (U.A)	MF1+MF2 (U.A)	MF1 (U.A): r	MF2 (U.A)
-35	0,2	35,5390879	35,0005714	0,538516481
-34,4	1,1	35,52211882	34,4175827	1,104536102
-32,9	2,1	35,60702891	32,9669532	2,640075756
-30,5	2,9	35,57820638	30,6375586	4,940647731
-27	3,6	35,55819749	27,2389427	8,319254774
-25,3	4	35,64620281	25,6142538	10,03194896
-23,2	4,2	35,63239684	23,5771075	12,0552893
-21	4,4	35,65494511	21,4560015	14,19894362
-18,5	4,5	35,6602029	19,0394328	16,62077014
-15,5	4,4	35,61523788	16,1124176	19,50282031
-11,9	4,3	35,65849701	12,6530629	23,00543414
-9,8	4,1	35,66105923	10,6230881	25,03797116
-7,3	3,7	35,63463189	8,18413099	27,45050091
-6,1	3,5	35,64763667	7,03278039	28,61485628
-4,2	3	35,60954781	5,16139516	30,44815265
-3,9	2,9	35,59715227	4,86004115	30,73711112
-3,6	2,9	35,65855553	4,62276973	31,0357858
-3,4	2,8	35,63033373	4,40454311	31,22579062
-3	2,7	35,65158974	4,03608721	31,61550253
-2,7	2,6	35,65444523	3,74833296	31,90611227
-2,4	2,5	35,66274954	3,46554469	32,19720485
-2	2,4	35,71259477	3,12409987	32,5884949
-1,6	2,2	35,69376829	2,7202941	32,97347419
-1,2	2	35,69238675	2,33238076	33,360006
-0,8	1,7	35,62168052	1,87882942	33,74285109
-0,3	1,4	35,66042508	1,43178211	34,22864298
0,2	1	35,73421013	1,0198039	34,71440623
0,5	0,2	35,5390879	0,53851648	35,00057142
0,6	0	35,7	0,6	35,1
0,5	-0,1	35,51004481	0,50990195	35,00014286
0,4	-0,6	35,62626747	0,72111026	34,90515721
0,2	-0,8	35,5338418	0,82462113	34,70922068
-0,1	-1,2	35,62508333	1,20415946	34,42092387
-0,5	-1,5	35,61421098	1,58113883	34,03307215
-0,9	-1,8	35,66064092	2,01246118	33,64817974
-1,3	-2,1	35,73616717	2,46981781	33,26634936
-1,7	-2,3	35,74061129	2,86006993	32,88054136
-2,1	-2,4	35,67781103	3,18904374	32,48876729
-2,4	-2,5	35,66274954	3,46554469	32,19720485
-2,9	-2,6	35,60165003	3,89486842	31,70678161
-3,2	-2,8	35,67704838	4,25205833	31,42499006
-3,5	-2,9	35,68067696	4,54532727	31,13534968
-3,8	-3	35,68771891	4,84148737	30,84623154

-4,1	-3	35,62802199	5,08035432	30,54766767
-4,3	-3,1	35,65963235	5,30094331	30,35868904
-4,6	-3,2	35,6743202	5,60357029	30,07074991
-4,8	-3,3	35,70771731	5,82494635	29,88277096
-5,1	-3,4	35,72538284	6,12943717	29,59594567
-5,3	-3,4	35,69410338	6,2968246	29,39727879
-5,6	-3,5	35,71495303	6,60378679	29,11116624
-5,9	-3,5	35,67339411	6,86002915	28,81336495
-6,2	-3,5	35,63530076	7,119691	28,51560976
-6,4	-3,6	35,67269033	7,3430239	28,32966643
-6,6	-3,6	35,64927775	7,51797845	28,13129929
-9,2	-4	35,64620281	10,031949	25,61425384
-11,5	-4,2	35,62329078	12,2429572	23,38033362
-13,4	-4,3	35,60671837	14,0730238	21,53369453
-15,1	-4,4	35,62071274	15,7280005	19,89271223
-16,7	-4,5	35,65567509	17,2956642	18,36001089
-18,2	-4,5	35,65782706	18,7480666	16,9097605
-19,6	-4,5	35,67465145	20,1099478	15,56470366
-20,8	-4,4	35,64952371	21,2602916	14,38923209
-22	-4,3	35,63521455	22,4162887	13,21892583
-23	-4,2	35,62329078	23,3803336	12,24295716
-24,1	-4,1	35,62526577	24,4462676	11,17899817
-25,1	-4	35,63240101	25,4167268	10,21567423
-26,9	-3,8	35,66413398	27,1670757	8,497058314
-28,3	-3,5	35,63530076	28,5156098	7,119691005
-29,7	-3,2	35,64077518	29,8718931	5,768882041
-30,9	-2,9	35,65855553	31,0357858	4,622769733
-31,9	-2,5	35,60475018	31,9978124	3,606937759
-32,8	-2,2	35,65398545	32,8736977	2,780287755
-33,5	-1,8	35,60744938	33,5483234	2,059126028
-34,8	-0,7	35,56861683	34,8070395	0,761577311
-35	0	35,5	35	0,5

Calculer les paramètres e et p de l'ellipse :
Sachant que

Le demi grand axe vaut $a \approx 17,5$ car $MF1 + MF2 = 35 \approx F1.F2$ vaut ≈ 33.7

On obtient une excentricité de : $\frac{c}{a} = \frac{16.9}{17.5} = 0.96$

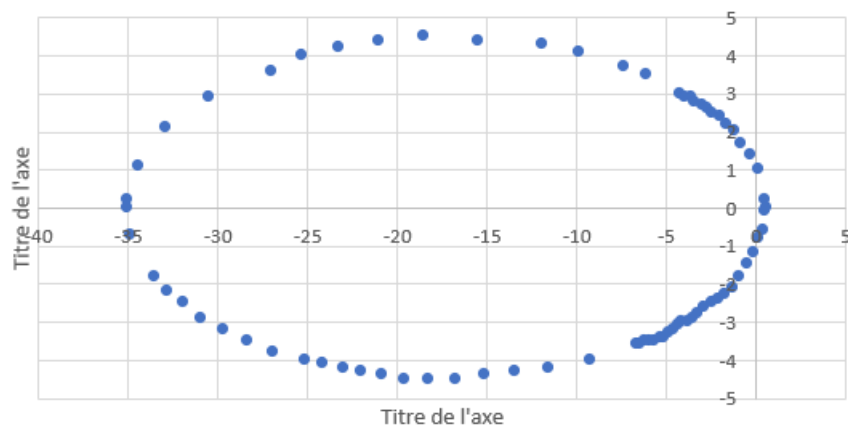
Paramètre focal : $p = a(1 - e^2) = 17.5 - (1 - 0.96^2) = 1.37UA$

3) Utiliser le Solveur Excel pour déterminer le paramètre focal p et l'excentricité e de l'ellipse. (Sans utiliser les formules !)

X (U.+B1:G67A)	Y (U.A)	r mesuré	θ	r(U.A) théorique	Ecart au carré (rth – rmes) ²
-35	0,2	35,00057142	3,13587843	34,93091954	0,004851385
-34,4	1,1	34,41758272	3,1096268	34,42273623	2,65587E-05
-32,9	2,1	32,96695315	3,07784934	32,94935182	0,000309807
-30,5	2,9	30,63755865	3,04679567	30,81565099	0,03171688
-27	3,6	27,23894271	3,00904112	27,69265764	0,205857239
-25,3	4	25,61425384	2,98478781	25,57618447	0,001449277
-23,2	4,2	23,57710754	2,96249788	23,65012367	0,005331355
-21	4,4	21,45600149	2,93505658	21,37813194	0,006063667
-18,5	4,5	19,03943276	2,90298333	18,92972418	0,012035973
-15,5	4,4	16,11241757	2,86499802	16,36750253	0,065068338
-11,9	4,3	12,65306287	2,79484731	12,58228319	0,005009763
-9,8	4,1	10,62308806	2,74535331	10,54522711	0,006062328
-7,3	3,7	8,184130986	2,67248062	8,268780069	0,007165467
-6,1	3,5	7,032780389	2,62068287	7,044092635	0,000127967
-4,2	3	5,16139516	2,52134317	5,32486527	0,026722477
-3,9	2,9	4,860041152	2,50220675	5,065072595	0,042037893
-3,6	2,9	4,622769733	2,46347335	4,593648871	0,000848025
-3,4	2,8	4,404543109	2,45266827	4,473804358	0,004797121
-3	2,7	4,036087214	2,40877755	4,032324122	1,41609E-05
-2,7	2,6	3,748332963	2,37506018	3,736508006	0,00013983
-2,4	2,5	3,46554469	2,33578916	3,431972352	0,001127102
-2	2,4	3,12409987	2,2655346	2,975181195	0,022176772
-1,6	2,2	2,720294102	2,19959261	2,627677072	0,008577914
-1,2	2	2,332380758	2,11121583	2,254648815	0,006042255
-0,8	1,7	1,878829423	2,01063891	1,925556555	0,002183425
-0,3	1,4	1,431782106	1,78188966	1,420144061	0,000135444
0,2	1	1,019803903	1,37340077	0,951637663	0,004646636
0,5	0,2	0,538516481	0,38050638	0,596410082	0,003351669
0,6	0	0,6	0	0,575432655	0,000603554
0,5	-0,1	0,509901951	-0,1973956	0,5809809	0,005052217
0,4	-0,6	0,721110255	-0,9827937	0,736774362	0,000245364
0,2	-0,8	0,824621125	-1,3258177	0,917018604	0,008537294
-0,1	-1,2	1,204159458	-1,6539376	1,231152038	0,000728599
-0,5	-1,5	1,58113883	-1,8925469	1,631404528	0,00252664
-0,9	-1,8	2,01246118	-2,0344439	1,995897693	0,000274349
-1,3	-2,1	2,469817807	-2,1251038	2,307372364	0,026388522
-1,7	-2,3	2,860069929	-2,2073045	2,664895953	0,038092881
-2,1	-2,4	3,189043744	-2,2896263	3,120539077	0,004692889
-2,4	-2,5	3,46554469	-2,3357892	3,431972352	0,001127102
-2,9	-2,6	3,894868419	-2,4106859	4,050123272	0,024104069
-3,2	-2,8	4,252058325	-2,4227627	4,165572678	0,007479767
-3,5	-2,9	4,545327271	-2,4496713	4,441393295	0,010802271
-3,8	-3	4,841487375	-2,4733032	4,706898614	0,018114135
-4,1	-3	5,080354318	-2,509902	5,167245213	0,007550028
-4,3	-3,1	5,300943312	-2,5169572	5,263615516	0,001393364
-4,6	-3,2	5,60357029	-2,5337907	5,504510816	0,00981278
-4,8	-3,3	5,824946352	-2,5393053	5,586950203	0,056642167
-5,1	-3,4	6,129437168	-2,5535901	5,809071815	0,102633959
-5,3	-3,4	6,296824597	-2,5712094	6,101172684	0,038279671
-5,6	-3,5	6,603786792	-2,5829933	6,308539253	0,087171109
-5,9	-3,5	6,860029154	-2,6061731	6,74709695	0,012753683
-6,2	-3,5	7,119691005	-2,627673	7,193825584	0,005495936

-6,4	-3,6	7,3430239	-2,6292032	7,227204109	0,013414224
-6,6	-3,6	7,517978452	-2,6422459	7,520778234	7,83878E-06
-9,2	-4	10,03194896	-2,7314653	10,05163763	0,000387644
-11,5	-4,2	12,24295716	-2,791426	12,42619126	0,033574735
-13,4	-4,3	14,07302384	-2,8310776	14,39173794	0,101578677
-15,1	-4,4	15,72800051	-2,8580529	15,93947427	0,044721153
-16,7	-4,5	17,2956642	-2,8783832	17,22752857	0,004642463
-18,2	-4,5	18,74806657	-2,8992013	18,65782035	0,00814438
-19,6	-4,5	20,10994779	-2,915912	19,88663529	0,049868473
-20,8	-4,4	21,26029163	-2,9331274	21,22402368	0,001315364
-22	-4,3	22,41628872	-2,9485715	22,4796495	0,004014588
-23	-4,2	23,38033362	-2,960974	23,52053515	0,019656469
-24,1	-4,1	24,44626761	-2,9730815	24,55857792	0,012613607
-25,1	-4	25,41672678	-2,983559	25,46894289	0,002726522
-26,9	-3,8	27,16707566	-3,0012573	27,01572819	0,022906057
-28,3	-3,5	28,51560976	-3,0185426	28,50973278	3,45389E-05
-29,7	-3,2	29,87189314	-3,0342626	29,82255497	0,002434256
-30,9	-2,9	31,0357858	-3,0480156	30,90904346	0,016063619
-31,9	-2,5	31,99781243	-3,0633826	32,02421019	0,000696842
-32,8	-2,2	32,87369769	-3,0746198	32,75480757	0,014134861
-33,5	-1,8	33,54832336	-3,0879129	33,50649369	0,001749721
-34,8	-0,7	34,80703952	-3,1214804	34,73812141	0,004749706
-35	0	35	-3,1415927	34,94795211	0,002708983

Trajectoire de la comète de Halley



Avec le solveur nous obtenons les valeurs suivantes :

a	e	$p=a(1-e^2)$
17,8205842	0,9676026	1,13222279

La question 3.f est donc vérifiée.

3.1.2 La 2e loi de Kepler

Rappel : LE RAYON VECTEUR QUI JOINT LA PLANÈTE AU SOLEIL BALAIE DES AIRES ÉGALES EN DES DURÉES ÉGALES, QUELLES QUE SOIENT CES DURÉES.

Cas	dates	Base (U.A)	Hauteur (U.A)	Aire(U.A ²)	Vitesse aréolaire (UA ² /an)
1	01/01/1974 01/01/1978	22,7	1,2	13,62	3,405
2	01/01/1980 01/01/1984	16,4	1,7	13,94	3,485
3	01/01/2000 01/01/2004	29,1	0,92	13,386	3,3465
4	T période = 76 ans			246,20112	3,239488421
	a=17,82				
	b=4,4				

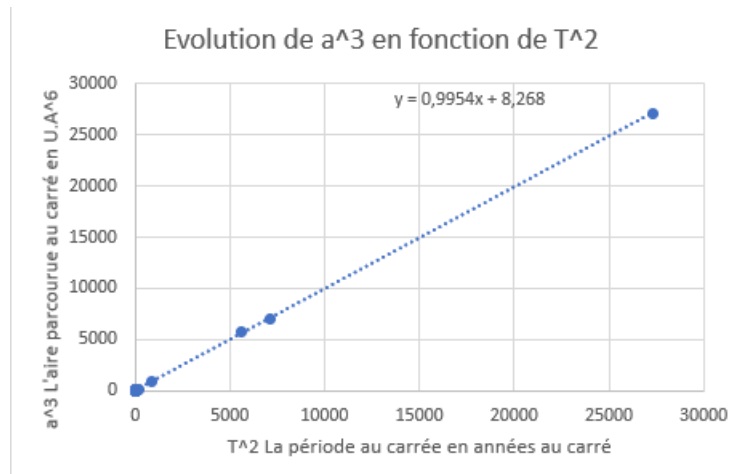
3.1.3 La 3e Loi De Kepler

Si a EST LE DEMI-GRAND AXE DE L'ORBITE DE LA PLANÈTE AUTOUR DU SOLEIL ET T SA PÉRIODE, $\frac{a^3}{T^2}$ EST UNE CONSTANTE POUR L'ENSEMBLE DES PLANÈTES DU SYSTÈME SOLAIRE.

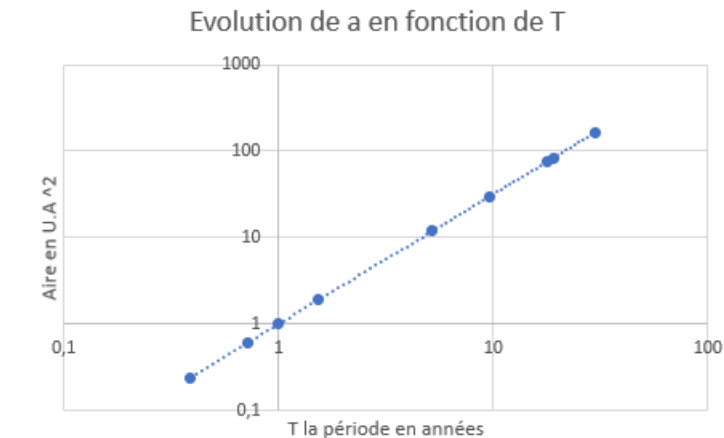
1) *Calculer le rapport a^3/T^2 pour la comète de Halley (et autres comètes) et les planètes du système solaire y compris les planètes naines. Faire un tableau. Conclusion.*

Planète/ Comète	a (U.A ²)	T (an)	a^3	T^2	a^3/T^2
Mercure	0,3871	0,2408	0,05800555	0,05798464	1,00036053
Vénus	0,7233	0,6152	0,37840372	0,37847104	0,99982212
Terre	1	1	1	1	1
Mars	1,5237	1,8808	3,53751592	3,53740864	1,00003033
Jupiter	5,2026	11,862	140,819017	140,707044	1,00079579
Saturne	9,5547	29,457	872,270463	867,714849	1,00525013
Uranus	19,218	84,02	7097,81323	7059,3604	1,00544707
Neptune	30,109	164,77	27295,3706	27149,1529	1,00538572
Halley	17,7878788	76	5628,23839	5776	0,974418
Encke	2,22222222	3,3	10,9739369	10,89	1,0077077
Biela	3,52868852	6,62	43,9379687	43,8244	1,00259145
Faye	3,83564815	7,52	56,4308101	56,5504	0,99788525
Brorsen	3,10526316	5,46	29,9429946	29,8116	1,0044075
D'arrest	3,48704663	6,51	42,4007233	42,3801	1,00048663
Pons-Winnecke	3,43169399	6,37	40,4134254	40,5769	0,99597124
Tuttle	5,67045455	13,5	182,328106	182,25	1,00042856
Tempel 1	3,11850312	5,51	30,3276352	30,3601	0,99893068
Tempel 2	3,10691824	5,57	29,9908983	31,0249	0,96667188

2) Représenter graphiquement l'évolution de a^3 en fonction de T^2 avec Excel en échelle linéaire. N'oubliez pas de mettre les étiquettes de données. Conclusion.



3+4) Représenter graphiquement l'évolution de a en fonction de T avec Excel en échelle logarithmique (log-log) pour les planètes du système solaire, ainsi que la comète de Halley. N'oubliez pas de compléter votre graphique (Etiquettes de données, échelles, titre... Sur le même graphique, même question pour Jupiter et ses satellites, Saturne et ses satellites. Conclusion).



Grace au graphique présent sur la page suivante, nous pouvons en conclure que l'évolution de a en fonction de T de toutes les planètes ou satellites qui gravitent autour d'un corps céleste forme une droite linéaire sur une échelle log-log donc qu' a est proportionnelle à T .

5) Nous pouvons donc dire que la 3e loi de Kepler est ici vérifiée.

4 La Loi de Gravitation Universelle

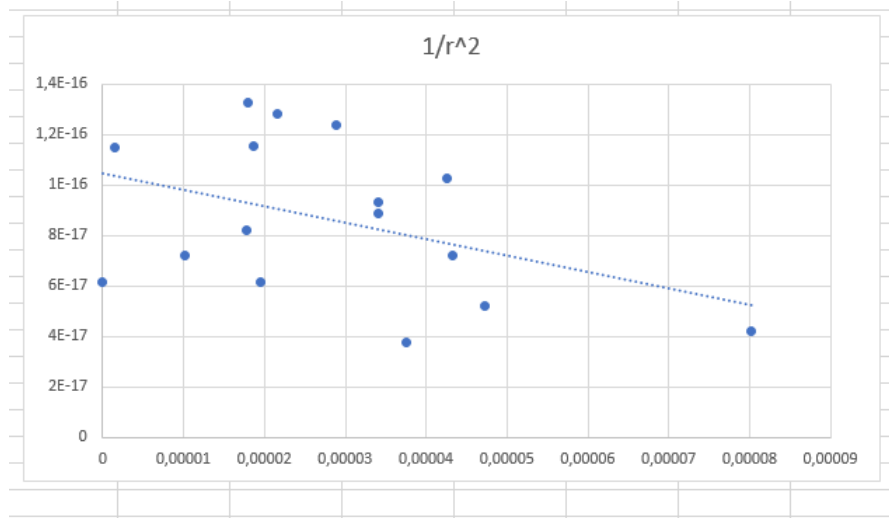
4.1 Force Attractive en $1/r$

Dates	x	y	x(Km)	y(Km)	vx	vy	ax	ay	Norme de v	DV	Norme de a	r (km)	1/r*2	r(U.A)	1/r*2
21/12/1985	0	1,16	0	173536000								173536000	3,3206E-17	1,16	0,7431629
25/12/1985	0,08	1,09	11968000	163064000	34,6296296	-30,3009259	0,0001002	-8,7676E-05	46,0147516		3,7576E-05	163502603	3,7407E-17	1,09293184	0,83717036
29/12/1985	0,13	1,02	19448000	152592000	21,6435185	-30,3009259	-3,7576E-05	0	37,2369172	8,77783431	8,02E-05	153826341	4,2261E-17	1,02825094	0,94580535
05/01/1986	0,22	0,9	32912000	134640000	38,9583333	-51,9444444	5,0101E-05	-6,2626E-05	64,9305556	27,6936383	4,7178E-05	138604218	5,2053E-17	0,92649879	1,16495806
10/01/1986	0,32	0,79	47872000	118184000	24,7354497	-27,2089947	-2,3517E-05	4,0899E-05	36,7718896	28,1586659	1,9468E-05	127511514	6,1504E-17	0,85234969	1,37646249
15/01/1986	0,38	0,69	56848000	103224000	20,7777778	-34,6296296	-9,1613E-06	-1,7177E-05	40,3847409	3,61285128	4,3168E-05	117842646	7,201E-17	0,78771822	1,61160355
20/01/1986	0,46	0,54	68816000	80784000	27,7037037	-51,9444444	1,6032E-05	-4,0081E-05	58,8703704	18,4856295	3,401E-05	106121141	8,8797E-17	0,70936591	1,9872814
25/01/1986	0,51	0,42	76296000	62832000	17,3148148	-41,5555556	-2,4048E-05	2,4048E-05	45,0185185	13,8518519	4,2586E-05	98837947,4	1,0237E-16	0,66068347	2,29095074
30/01/1986	0,55	0,29	82280000	43384000	17,3148148	-56,2731481	0	-4,2586E-05	58,8767358	13,8582172	1,8671E-05	93017040,7	1,1558E-16	0,62177166	2,58665287
05/02/1986	0,58	0,11	86768000	16456000	8,65740741	-51,9444444	-1,67E-05	8,3501E-06	52,6609534	6,21578238	2,1584E-05	88314697,3	1,2821E-16	0,59033889	2,86944046
10/02/1986	0,58	-0,03	86768000	-4488000	0	-48,4814815	-2,004E-05	8,0161E-06	48,4814815	4,17947191	1,7925E-05	86883991,4	1,3247E-16	0,58077534	2,96471983
15/02/1986	0,57	-0,19	85272000	-28424000	-3,46296296	-55,4074074	-8,0161E-06	-1,6032E-05	55,5155195	7,03403804	2,8903E-05	89884580,2	1,2377E-16	0,60083276	2,7700831
20/02/1986	0,53	-0,33	79288000	-49368000	-13,8518519	-48,4814815	-2,4048E-05	-1,6032E-05	50,4215018	5,0940177	1,5745E-06	93401211,8	1,1463E-16	0,62433965	2,56541816
26/02/1986	0,48	-0,5	71808000	-74800000	-14,4290123	-49,058642	-1,1133E-06	-1,1133E-06	51,13655	0,71504821	3,4062E-05	103689097	9,3011E-17	0,69310894	2,08159867
01/03/1986	0,43	-0,6	64328000	-89760000	-17,3148148	-34,6296296	-6,6801E-06	3,34E-05	38,7171029	12,4194471	1,7713E-05	110430744	8,2001E-17	0,73817342	1,83519912
05/03/1986	0,38	-0,69	56848000	-103224000	-21,6435185	-38,9583333	-1,2525E-05	-1,2525E-05	44,5667323	5,84962938	1,0219E-05	117842646	7,201E-17	0,78771822	1,61160355
10/03/1986	0,32	-0,79	47872000	-118184000	-20,7777778	-34,6296296	2,004E-06	1,002E-05	40,3847409	4,18199142	0	127511514	6,1504E-17	0,85234969	1,37646249

5) Montrer graphiquement que la force qui s'exerce est une force centrale

Nous constatons, d'après les tracés précédents, que les vecteurs $\delta \vec{v}$ sont dirigés vers le point focal de l'ellipse et ainsi vers le soleil. Tous les vecteurs étant dirigés vers le soleil sont des vecteurs centraux. Or l'accélération est colinéaire au vecteur $\delta \vec{v}$ et ainsi la force F est colinéaire aux vecteurs $\delta \vec{v}$ donc la force F qui s'exerce sur la comète est une force centrale

6) Montrer que cette force est en $1/r^2$. Tracer la courbe accélération en fonction de $1/r^2$.



On sait que $\sigma \vec{F} = m \vec{a}$

Or la loi de gravitation donne $\vec{F}_{A/B} = G \cdot \frac{Ma.Mb}{(AB)} \cdot \vec{u}_r$

D'où $ma = G \cdot \frac{M_{soleil} \cdot m}{r}$ avec $a = G \cdot \frac{M_{soleil}}{r}$

La masse du soleil et la constante de gravitation universelle ne variant pas, on pose la constante $k = G \cdot M_{soleil}$

Ainsi on obtient $a = k \cdot \frac{1}{r}$. On a donc la force du soleil/comète égale à $m \cdot k \cdot 1/r$
 $m \cdot k$ étant la force F se trouve en $1/r$.

7) On sait que la force exercée est inversement proportionnelle au vecteur r , donc lorsque la comète s'éloigne du soleil la force exercée diminue. La force dépendant de l'accélération car la masse de la comète étant constante on en déduit que plus la comète s'éloigne du soleil plus l'accélération diminue et ainsi la vitesse de la comète diminue in fine.

8) Déterminer la masse du soleil en partant des expressions de gravitation

On pose M la masse du soleil, G la constante de gravitation, b le demi petit axe de l'ellipse et $\mu = \frac{mM}{m + M}$.

D'après le PFD on a $-G \cdot \frac{mM}{r^2} = \mu \frac{d^2.r}{dt^2}$

D'après la loi de Binet : $\frac{d^2.r}{dt^2} = \left(\frac{s}{\mu}\right)^2 \cdot \frac{1}{r^2} \cdot \left(\frac{1}{r} + \frac{d^2.\frac{1}{r}}{dt^2}\right)$

D'où $G \cdot \frac{mM\mu}{s} = \frac{1}{r} + \frac{d^2.\frac{1}{r}}{dt^2}$

En intégrant et en comparant avec l'équation de l'orbite on obtient in fine $p = \frac{s}{GmM\mu}$

La loi des aires : $\pi.ab = \frac{sT}{2\mu}$. Or $b = ap$ donc on obtient après avoir élevé au carré

$$\pi^2.a^3 = \frac{GmM}{4\mu}.T^2$$

$$\frac{a^3}{T^2} = \frac{GmM}{4\pi^2 \cdot \frac{Mm}{M+m}}$$

$$\frac{a^3}{T} = \frac{G(m+M)}{4\pi^2}$$

Or, la masse du corps en orbite m (une planète par exemple) est négligeable devant celle du corps principal M (le Soleil dans cet exemple). Donc

$$\frac{a^3}{T^2} = \frac{GM}{4\pi^2}$$

Sachant que la masse du soleil est égale à $M = \frac{a^3.4\pi^2}{GT^2}$
Après application numérique nous trouvons $1.9.10^{30}$ kg

4.2 Conservation du moment cinétique

1+2) Calculer le moment de la force et vérifier si l'énergie cinétique est conservée

On sait que $\frac{dL}{dt} = M_{\vec{F}/O} = \overrightarrow{OM} \wedge \vec{F}$

D'où, d'après la 2^{de} Loi de Newton, $\frac{d\vec{L}}{dt} = M_{\vec{F}/O=0}$ ainsi $L = \text{cte}$.

Le moment d'une force se traduit par $M_F = \overrightarrow{r} \wedge \vec{F} = 0$ dans notre cas présent.

D'où $\frac{d\vec{L}}{dt} = \overrightarrow{M_{\vec{F}/O}} = 0$

La dérivée du moment cinétique est nulle, donc le moment cinétique est un vecteur constant, donc le moment cinétique est conservé.

3) Démontrer la relation entre moment cinétique et vitesse aréolaire

$$\vec{L} = \vec{r} \wedge \dot{\vec{p}}$$

$$\vec{L} = \dot{m}(\vec{r} \wedge \vec{v})$$

$$\vec{L} = mr \cdot \vec{u}_z$$

On sait que la vitesse aréolaire vaut $\frac{1}{2}(\vec{r} \wedge \vec{v}) = \frac{1}{2}r\vec{u}_z$

Donc

$$\frac{\vec{L}}{m} = 2 \frac{ds}{dt} \vec{u}_z$$

Pour la constance des aires, qui vaut $C = \frac{1}{2}r \cdot dt$ on a déterminé la valeur de L précédemment. Ainsi on peut écrire

$$C = \frac{1}{2} \cdot \left\| \frac{\vec{L}}{m} \right\|$$

4.3 Conservation de l'énergie mécanique

1+2 L'énergie mécanique est-elle conservée et déterminer E_p

$$\text{On sait } F = -\frac{dE_p}{dr}$$

$$\text{Et : } F = G \frac{m_c \times m_s}{r^2}$$

$$\text{Donc } E_{pg} = -G \frac{m_c \times m_s}{r}$$

$$E_m = E_c + E_{pg} \Leftrightarrow E_m = \frac{1}{2} m_c v^2 - G \frac{m_c \times m_s}{r} \Leftrightarrow \frac{E_m}{m_c} = \frac{1}{2} v^2 - G \frac{m_s}{r} \Leftrightarrow \frac{E_m}{m_c} = \frac{E_c}{m_c} + \frac{E_{pg}}{m_c}$$

Que peut on dire de l'énergie totale et son signe

Le signe de l'énergie totale est négative. Nous pouvons ainsi en déduire que la comète a une trajectoire bornée. Elle est donc dans un état lié.

5 CONCLUSION

En conclusion nous pouvons donc dire qu'au travers de ce TP, qui nous a appris les éléments essentiels de mesure de données (appliqué à l'astronomie) nous avons pu vérifier les lois de Kepler et même suivre une comète aux travers de l'outil purement physique, mais aussi de la mesure, et de l'outil numérique.