IGNACZUK
Eléna
A1

MINI PROJET
PH11
LES RESSORTS

11/2018

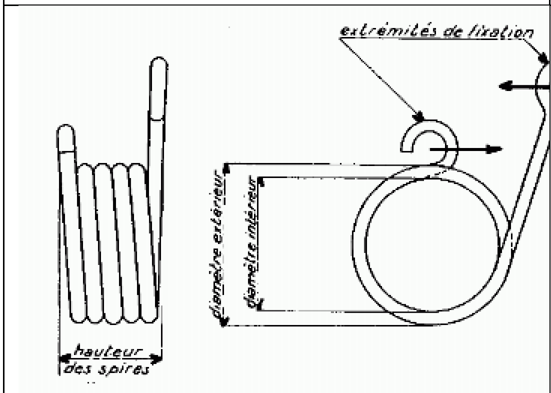
SOMMAIRE

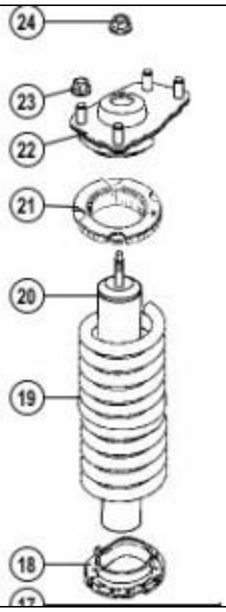
Partie 1 : Généralités sur les ressorts

1.1 Définition et différents types de ressorts

Un ressort est un organe ou pièce mécanique qui utilise les propriétés élastiques de certains matériaux pour absorber de l’énergie mécanique, produire un mouvement, ou exercer un effort ou un couple.

Il en existe différents types en fonction de la nature du besoin, en voici quelques-uns :

Ressort conique	Ressort de compression
	
Ressort hélicoïdal	Ressort de traction
	
Ressort spiral	Ressort en lames

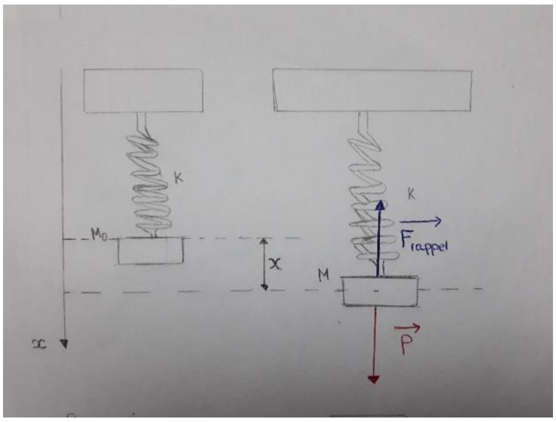
	
Ressort en coupelles	Ressort en fil
	

Nous allons nous intéresser seulement aux ressorts linéaires et spirales.

1.2 Motivation sur le sujet

Les ressorts ont une capacité très intéressante et très recherché dans les outils, machines…. En effet, ceux-là sont capables d'être déformé puis de retrouver leurs formes initiales. Il va également accumuler de l'énergie et va la renvoyer pour entrainer un mouvement ou à contrario pour restreindre un mouvement. On retrouve ces ressorts dans les objets du quotidien, comme les stylos, les amortisseurs, dans les machines… il est donc intéressant de savoir comment ils fonctionnent. De plus au second semestre, nous allons étudier les systèmes oscillants, donc les pendules, systèmes qui utilisent le principe du ressort. Cela nous permet donc d'avoir une introduction à ce cours.

Partie 2 : Les ressorts linéaires



2.1 Etude de la force de rappel ou force de tension

1. Bilan des forces à l'équilibre :

   La force de rappel notée $\overrightarrow{F_{rappel}}$ correspond à la force exercée par un objet sur un objet liée à son extrémité, ici la masse.

   Elle est caractérisée par :

   - Son point d'application (l'extrémité du ressort),
   - Son sens (du point d'application vers l'extérieur si le ressort est comprimé, ou de sens contraire si le ressort est étiré),
   - Sa direction (qui concorde à celle du ressort),
   - Et sa norme, donc sa valeur, notée T en Newton. Elle est proportionnelle à l'allongement que l'on note x (en mètre).

   D'après la FIGURE 1, on observe que $\overrightarrow{F_{rappel}}$ est de même norme, de même direction mais de sens opposé par rapport au Poids. Le Poids et la Force de rappel sont opposées. Le Poids entre donc dans le bilan des forces qui s'exercent sur le ressort.

A l'équilibre, $\sum\vec{F} = \vec{0}$. On a donc :

$$\vec{P} + \overrightarrow{F_{rappel}} = \vec{0}$$

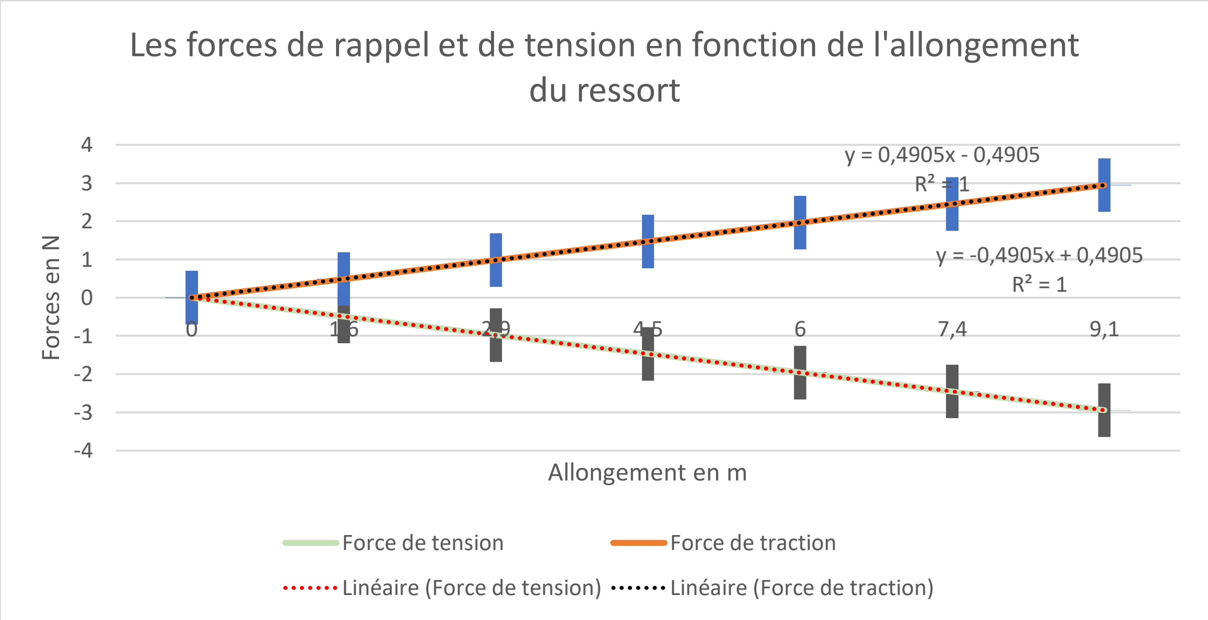
$$\Leftrightarrow \overrightarrow{F_{rappel}} = -\vec{P}$$

<u>Protocole</u>

- Attacher une masse de masse m =$50*10^{-3}$ kg au ressort,
- Prendre la position du centre de gravité de la masse lorsque le ressort est au repos,
- Etirer le ressort jusqu'à obtenir un allongement égal à $1,6*10^{-2}$ m,
- Lâcher le ressort
- Remplir le tableau pour m==$50*10^{-3}$ kg et x=$1,6*10^{-2}$ m, puis pour toutes les autres valeurs demandées.

Tableau des valeurs obtenues par l'application du protocole

Masse (kg)	10^-3	0	50	100	150	200	250	300
Allongement x (m)	10^-2	0	1,6	2,9	4,5	6	7,4	9,1
Incertitude absolue δm (kg)		0	0,5	1	1,5	2	2,5	3
Incertitude relative δm/m	%	0	1	1	1	1	1	1
Force de traction F=mg (N)		0	0,4905	0,981	1,4715	1,962	2,4525	2,943
Incertitude absolue δF (N)		0	490,5	981	1471,5	1962	2452,5	2943
Incertitude relative δF/F	%	0	1000	1000	1000	1000	1000	1000
Incertitude absolue δx (m)		0	0,0016	0,0029	0,0045	0,006	0,0074	0,0091
Incertitude relative δx/x	%	0	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1
Force de tension (N)		0	-0,4905	-0,981	-1,4715	-1,962	-2,4525	-2,943

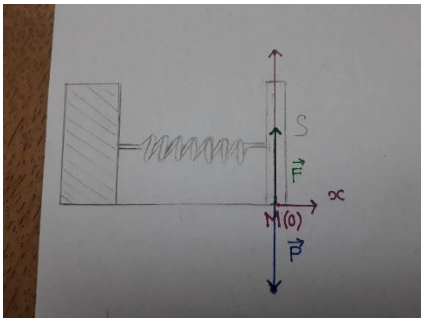


2. La constante de raideur correspond au coefficient directeur de la droite de tension. On va donc prendre sa valeur absolue. D'où k=0,4905 N/m. La constante de raideur permet de déterminer la capacité du ressort à se déformer.

3. $\overrightarrow{F_{rappel}} = -k.x.\vec{u}_x$. En effet on remarque sur le graphique que lorsque l'allongement augmente, la Force de rappel devient négative. De plus k est bien négatif dans ce cas.

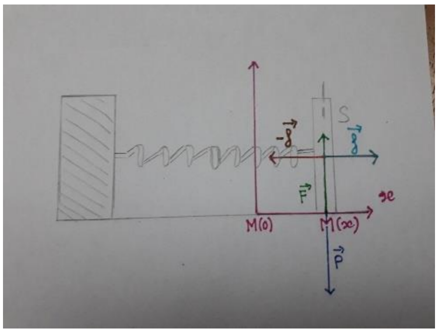
2.2 Etude du travail d'une force

1.



En effet, il n'y a pas de déformation, ainsi $\sum\vec{F}_{ext} = \vec{0}$. Ainsi les forces qui agissent sur la masse, sont $\vec{F}\ et\ \vec{P}$, telle que $\vec{F} = -\vec{P}$.

2.



On peut expliquer l'équilibre au point M du solide par le fait que toutes les forces qui s'appliquent sur le solide se compensent. Le déplacement est très petit, donc la constante de raideur permet la déformation sans que la force de rappel ne se manifeste.

$$\sum\vec{F}a = \vec{f} + \vec{F} + \vec{P} + (-\vec{f}) = \vec{0}$$

Or on sait que $\vec{F} = -\vec{P}$, d'où $\vec{f} - \vec{f} = \vec{P} - \vec{P} = \vec{0}$

$$\sum\vec{F}a = \vec{f} - \vec{f} = \vec{0}$$

Puisque l'on a $\vec{f} = -k.x.\vec{u}_x$ alors $-\vec{f} = k.x.\vec{u}_x$.

1. De la même façon que pour l'étirement du ressort, l'équilibre du solide est dû au fait que toutes les forces qui s'appliquent sur le solide se compensent. Le déplacement est très petit, donc la constante de raideur permet la déformation sans que la force de rappel ne se manifeste.

$$\sum\vec{F}a = \vec{f'} + \vec{F} + \vec{P} + (-\vec{f'}) = \vec{0}$$

Or on sait que $\vec{F} = -\vec{P}$, d'où $\vec{f} - \vec{f'} = \vec{P} - \vec{P} = \vec{0}$

$$\boldsymbol{\sum\vec{F}a = \vec{f'} - \vec{f'}} = \vec{0}$$

2. On ne peut pas calculer le travail de la force f sur un déplacement $\overline{M_0M}$ par

$W = f.\overline{M_0M}$, car la force peut varier dans son orientation et son intensité.

3. La formule du travail élémentaire est la suivante : $\delta W(\vec{f}) = \vec{f}.\overrightarrow{\delta x}$

   $\delta W(f) = kxdx$

4. $\delta W = \vec{f}.\overrightarrow{\delta x} \Leftrightarrow W = \int_{M_0}^{M} \vec{f}.\overrightarrow{dx} \Leftrightarrow W = \int_{M_0}^{M} \mathrm{kx.dx} \Leftrightarrow W = k\int_{M_0}^{M} \mathrm{x.dx}$

   $\Leftrightarrow W = \left[\frac{1}{2}kx^2\right]_{M_0}^{M} \Leftrightarrow W = \frac{1}{2}kM^2 - \frac{1}{2}kM_0{}^2 \Leftrightarrow W = \frac{1}{2}k(M^2 - M_0{}^2)$

   D'où $W = \frac{1}{2}k\left(M^2 - M_0{}^2\right)$, est le travail qu'il faut fournir pour déplacer le solide de masse m, de M_0 à M.

5. On a $W = \int_{M_0}^{M} \vec{f}.\overrightarrow{dx} \Leftrightarrow W = k\int_{M_0}^{M} xdx \Leftrightarrow W = \frac{1}{2}k\left(M^2 - M_0{}^2\right)$

   Or dans notre cas $-\frac{1}{2}kM_0{}^2 = 0$, car le point M est d'abscisse 0. On a donc

   $W = \frac{1}{2}kM^2$, dans le cas d'une compression ou d'un allongement.

6. La somme des travaux effectués par l'ensemble des forces sur un solide est égale à la variation de l'énergie cinétique entre $M_O$et M. Ainsi pour connaître les variations de l'énergie cinétique il suffit de calculer les travaux des différentes forces qui s'appliquent sur le solide et inversement.

2.3 Etude de l'énergie potentielle du ressort

1. D'après l'énoncé, pour $\vec{F}$ ne dépendant que de x, nous avons l'expression suivante :

$$\vec{F} = \frac{\delta E_p}{\delta x}\overrightarrow{u_z}$$

2. On a $\vec{F} = \frac{\delta E_p}{\delta x}\overrightarrow{u_z}$ et $\delta W = F(x).dx = -dE_p$

$$\Leftrightarrow -F(x)dx = -dE_p$$

$$\Leftrightarrow \int_{x_0}^{x} F(x).dx = -\mathrm{E}_p$$

   On peut donc retrouver la valeur de l'énergie potentielle si on connait la valeur de la force avec cette formule.

3. D'après la question précédente on a :

$$E_p = \int_{x_0}^{x} F(x).dx$$

avec F(x)=kx

$$\Leftrightarrow \quad E_p = -\int_{x_0}^{x} kx.dx$$

$$\Leftrightarrow \; E_p = -k\int_{x_0}^{x} x.dx$$

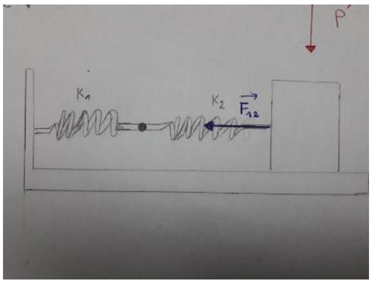
$$\Leftrightarrow \boldsymbol{E_p} = \frac{1}{2}\mathbf{kx}^2$$

4.

FORCES DERIVANT D'UN POTENTIEL	ENERGIES POTENTIELLES
Force gravitationnelle :	Energie potentielle gravitationnelle $E_{pg} = -G\dfrac{m_A m_B}{r}$
Force de pesanteur : $\vec{P} = -mg\vec{u}_z$	Energie potentielle de pesanteur $E_{pp} = mgz$
Force de Coulomb :	Energie potentielle électrostatique $E_{pelec} = qV + cste$
Force de rappel d'un ressort : $\vec{F} = -kx\overrightarrow{u_x}$	Energie potentielle élastique : $E_{pe} = \frac{1}{2}kx^2$

2.4 Association de ressort

1.



Les ressorts appliquent une force sur le solide. On considère un ressort équivalent qui a une longueur L, telle que L= L1 +L2, lesquelles sont les longueurs du ressort 1 et 2 placés en série. Ce même ressort équivalent exerce une force, telle que F=keq.ΔL. De plus on considère les masses des ressorts comme négligeables.

On obtient donc que la force exercée par le ressort 1 est $\overrightarrow{F_{12}}$

Et que le poids du ressort peut s'écrire $\vec{P} = m2.\vec{g}$

Pour contrebalancer la force $\overrightarrow{F_{12}}$, il existe une deuxième force, de même intensité mais de sens contraire que l'on note $\vec{F}$.

On a donc $$\overrightarrow{F_{12}} + m2.\vec{g} - \vec{F} = m2.\vec{a}$$ d'après la seconde loi de Newton

Or, puisque la masse des ressorts est négligeables, on a m2=0.

On se retrouve avec :

$$\overrightarrow{F_{12}} - \vec{F} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{F_{12}} = -\overrightarrow{F_{21}} = -\vec{F}$$

D'où $F_{21} = k1.\Delta L1 = F$

Donc F= $k1.\Delta L1$=k2. ΔL2

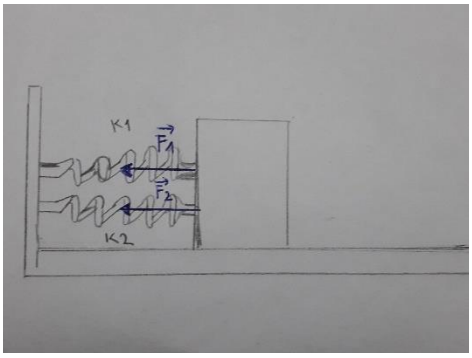
On a ainsi : $\frac{F}{keq} = \frac{F}{k1} + \frac{F}{k2}$ et puisque F≠0, on obtient $\frac{1}{keq} = \frac{1}{k1} + \frac{1}{k2}$

2. Les deux ressorts doivent rester constamment à la même longueur, leurs allongements seront donc les mêmes. De plus, les deux ressorts vont exercer la même force sur les solides. On a donc : F1 = k1.ΔL et F2 = k2.ΔL

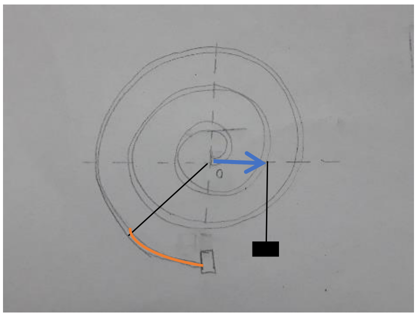
   Les deux forces restent colinéaires, de même sens. On a donc $\overrightarrow{F} = \overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2}$. Comme on l'a précisé plus haut, les deux forces sont identiques, donc leur intensité est la même. On peut donc écrire :

   Feq=F1 + F2= (k1+k2)ΔL

   L'allongement ne peut être égale à 0. On a donc keq= k1+k2



Partie 3 : Ressort spiral



Distance (d)

Angle(θ)

Masse (m)

3.1 Etude du moment d'une force

1. Le moment d'une force, notée $M\delta(\vec{F})$ est une grandeur vectorielle qui traduit la capacité d'une force $\vec{F}$ à faire tourner un système mécanique autour d'un axe δ.

   Bilan des forces à l'équilibre : $\vec{P} + \overrightarrow{F_{rappel}} = 0 \iff \overrightarrow{F_{rappel}} = -\vec{P}$

   Bilan des moments d'une force à l'équilibre :

   $$(M_{\overrightarrow{ux}}(\vec{P}) = -mg\overrightarrow{u_x}.a) + (M_{\overrightarrow{ux}}(\overrightarrow{F_{rappel}}))$$

   $$= -kx\overrightarrow{u_x}.a)$$

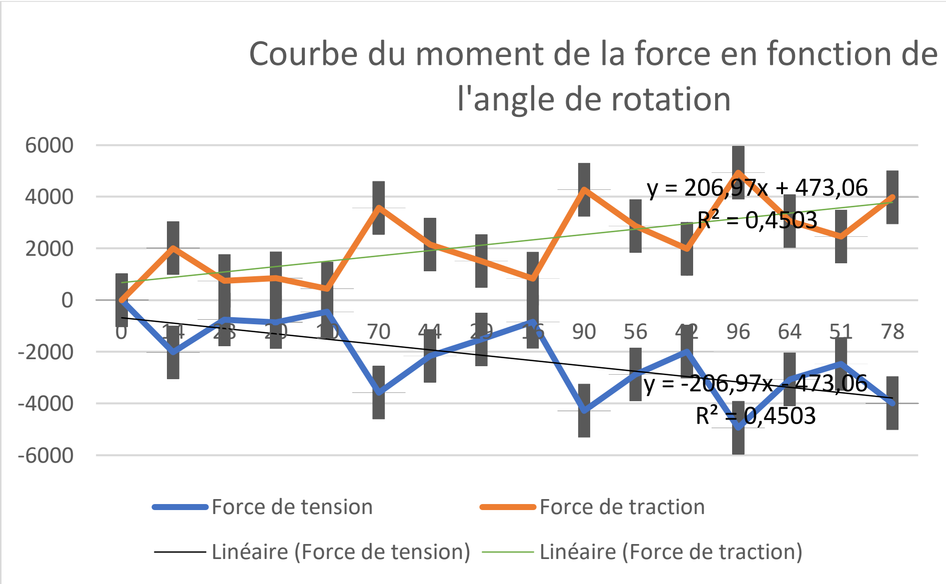
<u>Protocole</u>

- Attacher une masse de $24{,}5*10^{-3}$ kg sur le ressort spiral
- Pour cette même masse, faire varier la distance de cette masse avec le centre de gravité du ressort (d= 8,1 cm, d=3cm, d=3,4cm, d=1,3cm)
- Observer les effets sur le mouvement du ressort,
- Remplir le tableau avec les valeurs données pour l'angle, la distance et la masse.

<u>Tableaux des valeurs obtenues par l'application du protocole</u>

masse m (kg)			0,001	0	25,4	25,4	25,4	25,4	49,9	49,9	49,9
distance d (m)			0,01	0	8,1	3	3,4	1,8	7,3	4,4	3,1
angle thêta (°)				0	14	28	20	10	70	44	29
Moment de la force M (N.m)				0	2018,3094	747,522	847,1916	448,5132	3573,4887	2153,8836	1517,5089
Incert. Absolue δm (kg)			0,001	0	0,0254	0,0254	0,0254	0,0254	0,0499	0,0499	0,0499
incert relative δm/m			%	0	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1
incert absolue δd (m)			0,01	0	0,081	0,03	0,034	0,018	0,073	0,044	0,031
incert absolue δd/d			%	0	1	1	1	1	1	1	1
incert absolue δϑ (°)				0	14	28	20	10	70	44	29
incert relative δϑ/ϑ			%	0	100	100	100	100	100	100	100
incert relative δM/M			%	0	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1
Moment de rappel				0	-2018,3094	-747,522	-847,1916	-448,5132	-3573,4887	-2153,8836	-1517,5089
incert absolue δM			0,001	0	2,0183094	0,747522	0,8471916	0,4485132	3,5734887	2,1538836	1,5175089

49,9	75,1	75,1	75,1	100,6	100,6	100,6	176,5
1,7	5,8	3,9	2,7	5	3,1	2,5	2,3
16	90	56	42	96	64	51	78
832,1823	4273,0398	2873,2509	1989,1737	4934,43	3059,3466	2467,215	3982,3695
0,0499	0,0751	0,0751	0,0751	0,1006	0,1006	0,1006	0,1765
0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1
0,017	0,058	0,039	0,027	0,05	0,031	0,025	0,023
1	1	1	1	1	1	1	1
16	90	56	42	96	64	51	78
100	100	100	100	100	100	100	100
0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1
-832,1823	-4273,0398	-2873,2509	-1989,1737	-4934,43	-3059,3466	-2467,215	-3982,3695
0,8321823	4,2730398	2,8732509	1,9891737	4,93443	3,0593466	2,467215	3,9823695



2. D'après le graphique, on a la constante de torsion qui équivaut au coefficient directeur. On a donc, $C = 207{,}97\ m^2.kg.s^{-2}$

   En effet, on remarque $[C] = [mdg]\ [\theta] = [m][g][d] = L^2MT^{-2}$

3. La formule qui lie le moment de rappel et l'angle de rotation est la suivante :

$$\vec{M} = -C\vartheta\vec{u}_z$$

3.2 Travail du moment d'une force

1. $\delta W = M\delta(\vec{F}).\delta\vartheta$

2. On s'est à partir des questions précédentes que $W = \int_{x_0}^{x} \delta W\,.\,dx = \int_{\vartheta_0}^{\vartheta} M(F)\,.\,d\vartheta$

   A l'équilibre on a : $\sum M(\vec{F}_{ext}) = 0 \Leftrightarrow M(\vec{F}) + M(\overrightarrow{F_{torsion}}) = 0 \Leftrightarrow M(\vec{F}) = -M(\overrightarrow{F_{torsion}})$

$$\Leftrightarrow M(\vec{F}) = C.\vartheta$$

D'où $W = \int_{\vartheta_0}^{\vartheta} C\vartheta.d\vartheta \Leftrightarrow W = C\int_{\vartheta_0}^{\vartheta} \vartheta.d\vartheta \Leftrightarrow W = \frac{C\theta^2}{2}$

On peut remarquer que la solution est de la même forme que dans le cas du ressort linéaire.

3.3 Etude de l'énergie potentielle du ressort

1. L'énoncé nous permet de dire que $\delta W = -dE_p$

   On en déduit donc que E_p=$\frac{1}{2}C\theta^2$

2. On remarque qu'on a la même forme dans le cas du ressort linéaire, en changeant les variables ainsi que le coefficient qui est un coefficient de raideur dans le cas du ressort linéaire.

CONCLUSION :

	Ressort linéaire	Ressort spiral
Caractéristiques	Translation selon l'axe Ox	Rotation autour de l'axe Δ
	Grandeur	Grandeur
Cause du mouvement	Force(N), F= -kx	Moment (N/m), M(F)= Cϑ
Grandeur fondamentale	Masse (kg)	I=md^2
Déplacement(déformation)	Linéaire(axe): x	Angulaire:ϑ
Relation entre la cause et le déplacement du ressort	F = -kx	M(F)= -Cϑ

	Ressort linéaire	Ressort spiral
	Grandeur	Grandeur
Déformation élémentaire	Linéaire: dx	Angulaire: dθ
Travail élémentaire	δW=fdx=-kxdx	δW=-Cθdθ
Energie potentielle élastique	Epe= (1/2)*k*x^2	Epe=(1/2)*k*ϑ^2
Energie cinétique	Ec=(1/2)mv^2	Ec=(1/2)Iω^2