

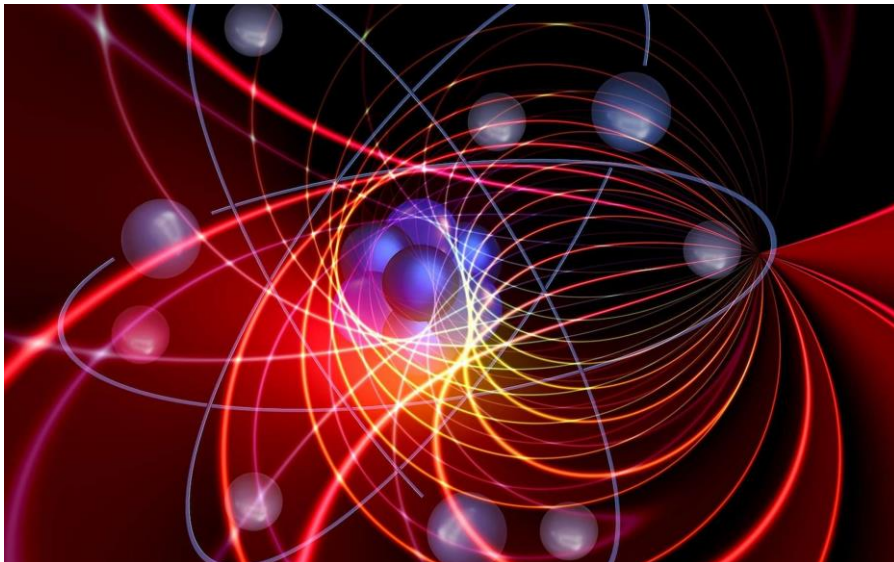


Département de physique

TP N°1

ELECTROMAGNETISME

**ETUDE D'UN CHAMP ELECTRIQUE A L'AIDE D'UNE CUVE
RHEOGRAPHIQUE**



CHAOUKI Zakaria et GANA Malek-Mahmoud Aéro 2PC2

Décembre 2020

Table des matières :

- A. But
- B. Montage expérimental
- C. Détermination des équipotentiels
- D. Détermination des lignes de champ
- E. Détermination des charges à la surface d'une armature
- F. Détermination de la circulation du champ électrique
- G. Électrodes de formes cylindriques
- H. Simulation numérique



A. But :

Le but de ce TP est de déterminer, par des mesures de potentiel, les équipotentielles ainsi que le champ électrique en différents points de l'espace pour des armatures métalliques de forme géométriques différentes auxquelles on applique une tension continue.

B. Montage Expérimental :

Le montage expérimental se compose d'un générateur de tension continu et d'une cuve rhéographique en matière plastique transparente avec un quadrillage de 0 à 11 cm sur un axe (axe Ox) et -9 cm à + 9 cm (axe Y'Oy).

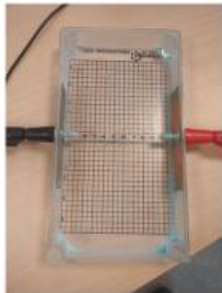
La cuve sera remplie d'eau distillée de manière à ce que le niveau d'eau affleure le sommet des conducteurs. L'eau distillée ne contient pas beaucoup d'ions pour éviter les courants.

Le générateur sera réglé sur une tension de 12 V.

Un capteur de tension relié à un boîtier d'acquisition de données (microphy) et un logiciel d'acquisition (OrphyLab) permettent la mesure en différents points de la cuve : maintenir la sonde métallique fine (aiguille) bien verticale au cours des mesures pour obtenir une précision maximale.

Matériel utilisé

Cuve



Générateur



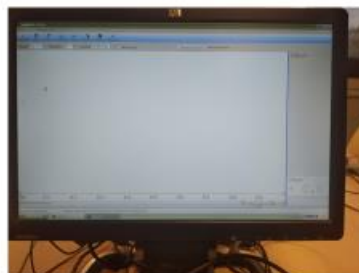
Boîtier d'acquisition



Capteur de tension

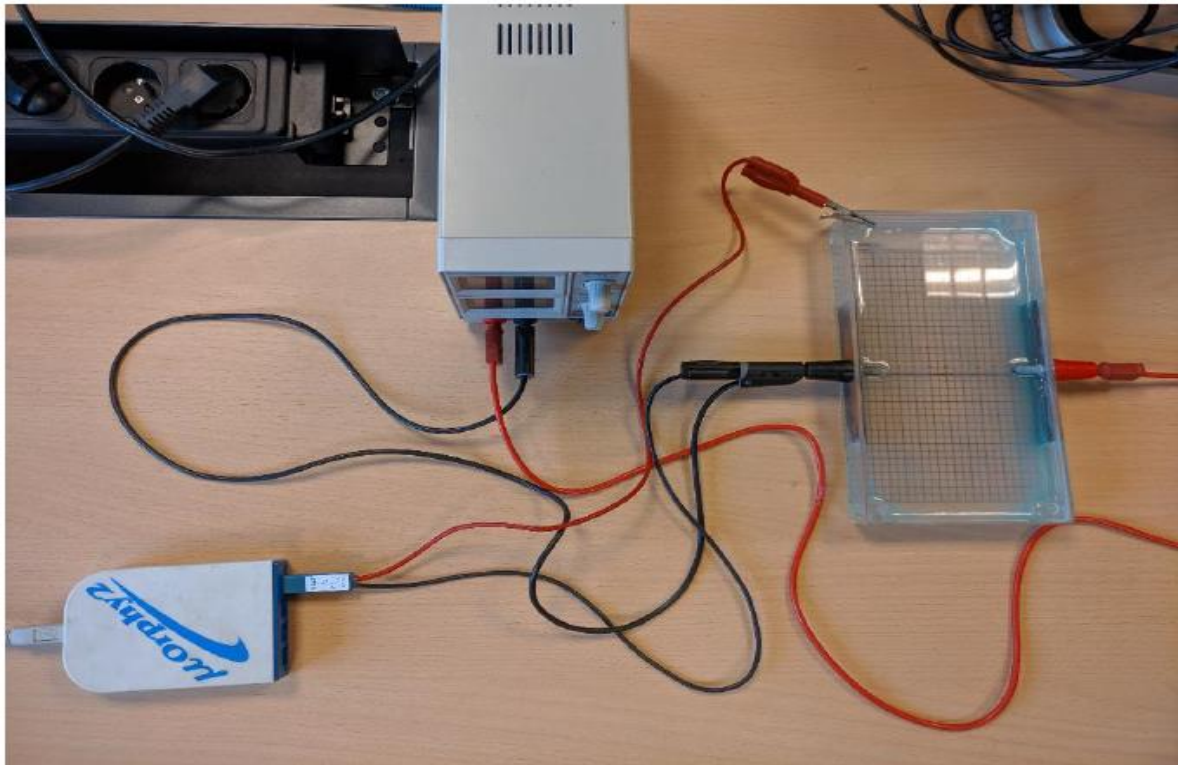


Ordinateur



C. Détermination des équipotentielles :

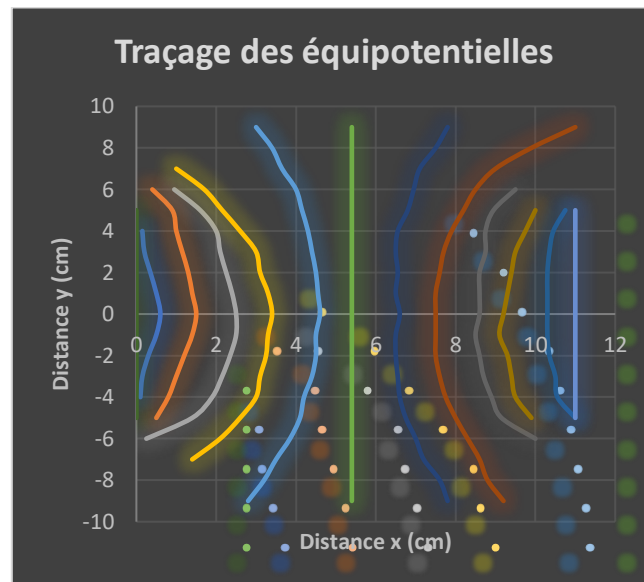
1/ Schéma du montage expérimental :



2/ Tableau des valeurs :

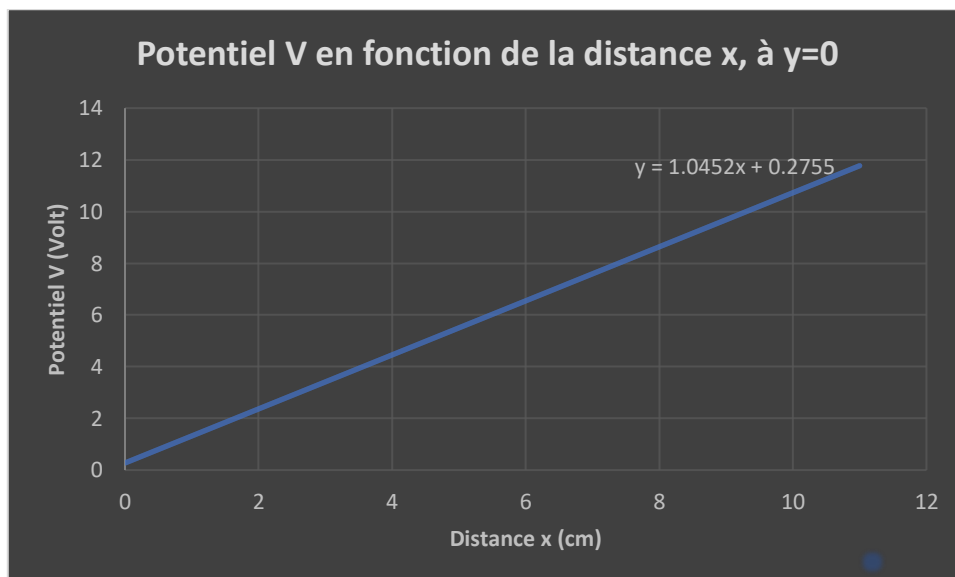
| | 0V | 1V | 2V | 3V | 4V | 5V | 6V | 7V | 8V | 9V | 10V | 11V | 12V |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Y(cm) | X(cm) | X(cm) | X(cm) | X(cm) | X(cm) | X(cm) | X(cm) | X(cm) | X(cm) | X(cm) | X(cm) | X(cm) | X(cm) |
| -9 | | | | | | 2,8 | 5,4 | 7,8 | 9,2 | | | | |
| -8 | | | | | | 3,2 | 5,4 | 7,6 | 8,8 | | | | |
| -7 | | | | | 1,4 | 3,5 | 5,4 | 7,2 | 8,6 | | | | |
| -6 | | | | 0,25 | 2,1 | 3,85 | 5,4 | 7 | 8,3 | 10 | | | |
| -5 | 0 | | 0,5 | 1,4 | 2,6 | 4,1 | 5,4 | 6,75 | 8 | 9,15 | 9,9 | 11 | 11 |
| -4 | 0 | 0,1 | 0,8 | 1,9 | 3 | 4,2 | 5,4 | 6,6 | 7,75 | 8,9 | 9,5 | 10,55 | 11 |
| -3 | 0 | 0,15 | 1 | 2,15 | 3,1 | 4,4 | 5,4 | 6,55 | 7,6 | 8,7 | 9,4 | 10,5 | 11 |
| -2 | 0 | 0,3 | 1,2 | 2,35 | 3,25 | 4,5 | 5,4 | 6,5 | 7,5 | 8,6 | 9,3 | 10,35 | 11 |
| -1 | 0 | 0,5 | 1,4 | 2,5 | 3,3 | 4,5 | 5,4 | 6,5 | 7,5 | 8,5 | 9,1 | 10,3 | 11 |
| 0 | 0 | 0,6 | 1,5 | 2,5 | 3,4 | 4,6 | 5,4 | 6,6 | 7,5 | 8,6 | 9,2 | 10,3 | 11 |
| 1 | 0 | 0,5 | 1,4 | 2,4 | 3,3 | 4,55 | 5,4 | 6,5 | 7,5 | 8,6 | 9,3 | 10,3 | 11 |
| 2 | 0 | 0,35 | 1,3 | 2,25 | 3,1 | 4,5 | 5,4 | 6,55 | 7,6 | 8,6 | 9,4 | 10,3 | 11 |
| 3 | 0 | 0,2 | 1,15 | 2,1 | 3 | 4,4 | 5,4 | 6,5 | 7,7 | 8,75 | 9,5 | 10,35 | 11 |
| 4 | 0 | 0,15 | 1 | 2 | 2,6 | 4,3 | 5,4 | 6,55 | 7,9 | 8,75 | 9,75 | 10,45 | 11 |
| 5 | 0 | | 0,9 | 1,6 | 2,15 | 4,15 | 5,4 | 6,8 | 8,2 | 8,95 | 10 | 10,75 | 11 |
| 6 | | | 0,4 | 0,95 | 1,7 | 4 | 5,4 | 6,95 | 8,5 | 9,5 | | | |
| 7 | | | | | 1 | 3,65 | 5,4 | 7,1 | 9 | | | | |
| 8 | | | | | | 3,4 | 5,4 | 7,5 | 9,9 | | | | |
| 9 | | | | | | 3 | 5,4 | 7,8 | 11 | | | | |

Traçage des équipotentiellles :



Une courbe équipotentielle représente l'ensemble des points où le potentiel prend une même valeur numérique. En analysant le graphique, on constate la présence d'un axe de symétrie qui est la droite $y=0$. Cet axe est le seul axe de symétrie sur le graphique. Donc, on peut dire que le champ est équiréparti. (Bords de la cuve : 0V et 12V)

3/ Potentiel V en fonction de la distance x, pour la ligne médiane des électrodes :



L'équation de la droite est de la forme : $y = ax + b$ avec $a=1,0452$ et $b=0,2755$. ($\Rightarrow V=1,0452X+0,2755$)

$$\vec{E} = -\overrightarrow{\text{grad}} \vec{V}$$

$$\Rightarrow E = -\delta V / \delta X$$

\Rightarrow On considère uniquement la norme de E

$$\Rightarrow E = \delta V / \delta X$$

$$\Rightarrow \delta V = E \cdot \delta X$$

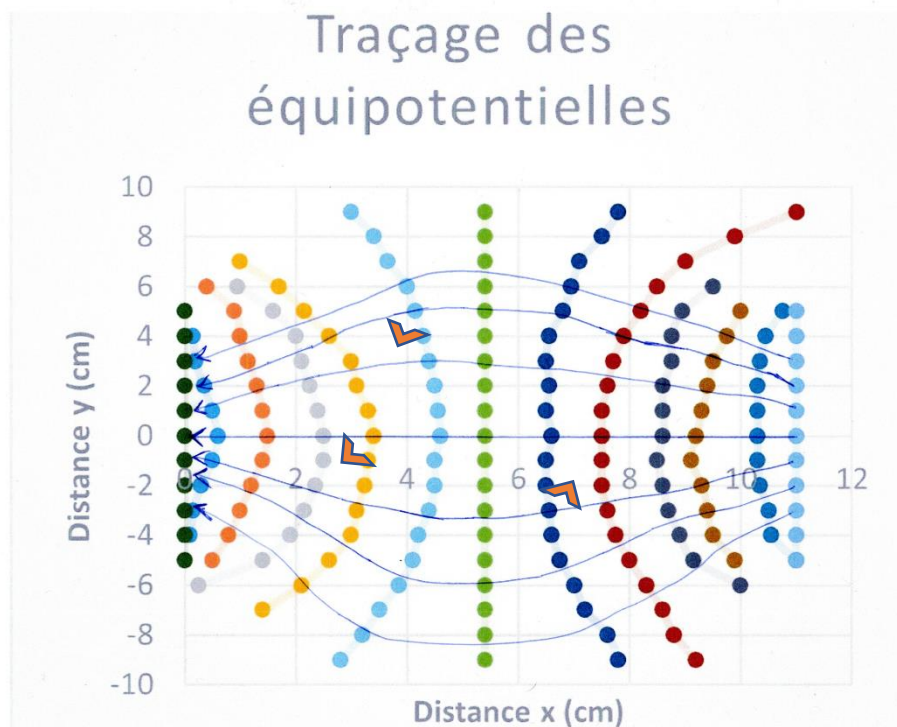
$$\Rightarrow V = E \cdot X$$

Par identification $a=E$, $V=E \cdot X$ et $V=a \cdot X$ Donc, $a=E(V/cm) \Rightarrow E = 1,0452 V/cm$

Le champ électrique est donc linéaire.

D. Détermination des lignes de champ :

1/ Pour tracer les lignes de champ, il faut faire des lignes qui parcourent toute la largeur du graphique (bords de la cuve) en partant de 12V vers 0V et en passant perpendiculairement à chaque équipotentielle, on aura donc un angle droit entre chaque ligne tracée et les équipotentielles.

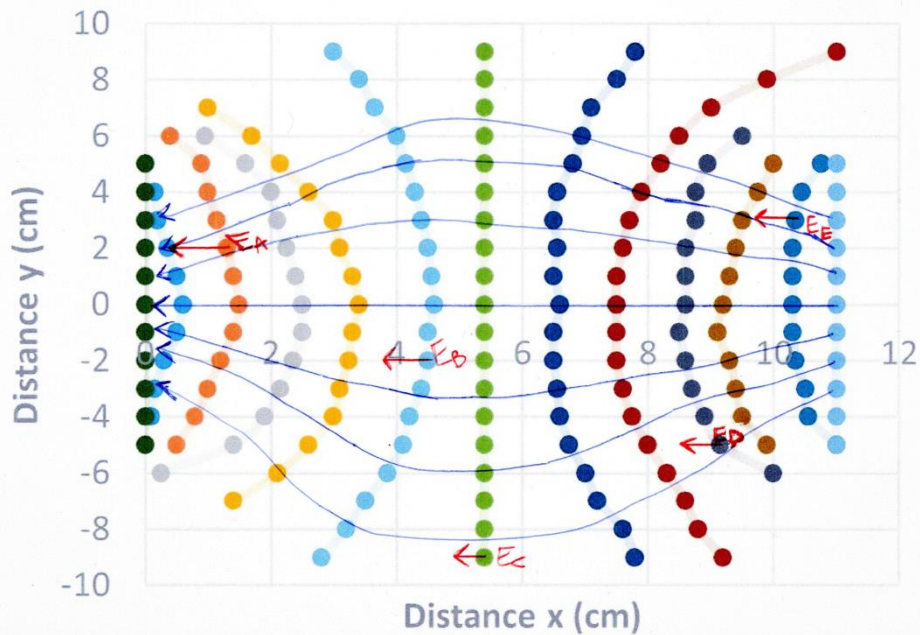


2/ $E = \Delta V / \Delta X$. On calcule ce champ électrique pour 5 points de la courbe.

$E_A = 1,54V/cm$; $E_B = 1,11V/cm$; $E_C = 0,76V/cm$; $E_D = 0,98V/cm$; $E_E = 1,06V/cm$

échelle: $1,54V/cm \Rightarrow 1,5cm$

Traçage des équipotentiellles



$$3/ \vec{E} = -\overrightarrow{\text{grad}} \vec{V}$$

$$\text{Donc } \overrightarrow{\text{rot}} \vec{E} = -\overrightarrow{\text{rot}} (\overrightarrow{\text{grad}} \vec{V})$$

$$\text{Finalement, } \overrightarrow{\text{rot}} \vec{E} = \vec{0} \text{ car } \overrightarrow{\text{rot}} (\overrightarrow{\text{grad}} \vec{V}) = \vec{0}$$

Le rotationnel du champ électrique en chaque point de la cuve est donc nul. En effet, les lignes de champ sont directionnelles et non rotationnelles ce qui explique pourquoi le rotationnel est nul.

E. Détermination des charges à la surface d'une armature :

1/ On cherche à déterminer le vecteur champ électrique autour de l'armature. On sait que :

$\vec{E} = -\overrightarrow{\text{grad}} \vec{V}$, les vecteurs champs électriques sont orientés vers les potentiels décroissants (borne + vers borne -). L'armature 12V est placée en $x=11\text{cm}$, et pour tout y , la valeur de la tension est égale à 12V puisque l'on est situé sur l'armature. Le vecteur champ électrique est normal à la surface de l'armature qui est plane, orienté dans le sens opposé à \overrightarrow{Ux} car on a vu que :

$$\vec{E} = -(\delta V / \delta x) \overrightarrow{Ux} = -1,0452 \text{ V/cm}$$

2/ On rappelle le théorème de Coulomb :

$$\vec{E} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \vec{u}_n$$

Avec : σ la densité surfacique de charge (C/cm^2), $\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} F/m$ = la permittivité du vide, et \vec{u}_n le vecteur unitaire normal au conducteur et dirigé vers l'extérieur.

Si l'on applique cette relation entre les deux plaques de la cuve on remarque que la densité de charge est plus importante dans les zones proches des armatures et plus faible au centre de la cuve. Cela est dû au fait que le champ électrique est plus important à proximité des armatures. Au centre de la cuve on aura également la densité surfacique qui sera proche de 0. Nous pouvons voir que lorsque le champ électrique augmente, la densité de charge augmente aussi. La densité de charge sera négative.

3/ Calcul de la densité de charges :

$$\sigma = E \cdot \epsilon_0$$

$$\sigma = 1,0452 \cdot 10^2 \cdot 8.854 \cdot 10^{-12} = 9,25 \cdot 10^{-10} V/m^2$$

Sur la surface interne de l'armature : $\sigma_{int} = \epsilon_0 \times (\delta V / \delta x)$

Sur la surface externe de l'armature : $\sigma_{ext} = \epsilon_0 \times (\delta V / \delta x + e)$ avec e = l'épaisseur de l'armature

Comme $x + e > x$ on a : $\sigma_{int} > \sigma_{ext}$

Cette différence de densité de charge est à l'origine d'une différence de potentiel.

4/ On rapproche les deux armatures et observons les effets causés.

$$\text{Dans ce cas on aura : } E_{0V} = \left| \frac{V_{12} - V_0}{1 - 0} \right| = \left| \frac{12}{1} \right| = 12 V \cdot cm^{-1}$$

Le champ électrique est plus élevé que dans la question 3 ; la densité de charge surfacique augmente aussi : on a alors le phénomène de condensation des charges.

Ce phénomène de condensation des charges sur la face interne des armatures est à l'origine du nom de condensateur donné à un ensemble de deux armatures conductrices en regard, face à face et très proches l'une de l'autre.

F. Détermination de la circulation du champ électrique :

1/Sur une équipotentielle, 2 points A et B sont de potentielle égaux.

On a donc : $V_A = V_B \Leftrightarrow V_A - V_B = 0$

2/On pose :

$$dC = \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

$$C = \int \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

Prenons cette fois-ci 2 points quelconques dans notre tableau :

A(1,3 ; 2) avec $V_A = 2V$

B(4,5 ; -2) avec $V_B = 5V$

Donc $C = V_A - V_B = -3V$

3/ Soit :

A(1,3 ; 2) avec $V_A = 2V$

B(4,5 ; -2) avec $V_B = 5V$

C(9,2 ; -9) avec $V_C = 7V$

D(9,15 ; -5) avec $V_D = 9V$

$$C = - \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l} - \int_B^C \vec{E} \cdot d\vec{l} - \int_C^D \vec{E} \cdot d\vec{l} - \int_D^A \vec{E} \cdot d\vec{l} = V_A - V_B + V_B - V_C + V_C - V_D + V_D - V_A = 0.$$

4/ Cette circulation est nulle. En effet sur un contour fermé les bornes des intégrales se suivent et donc s'annulent.

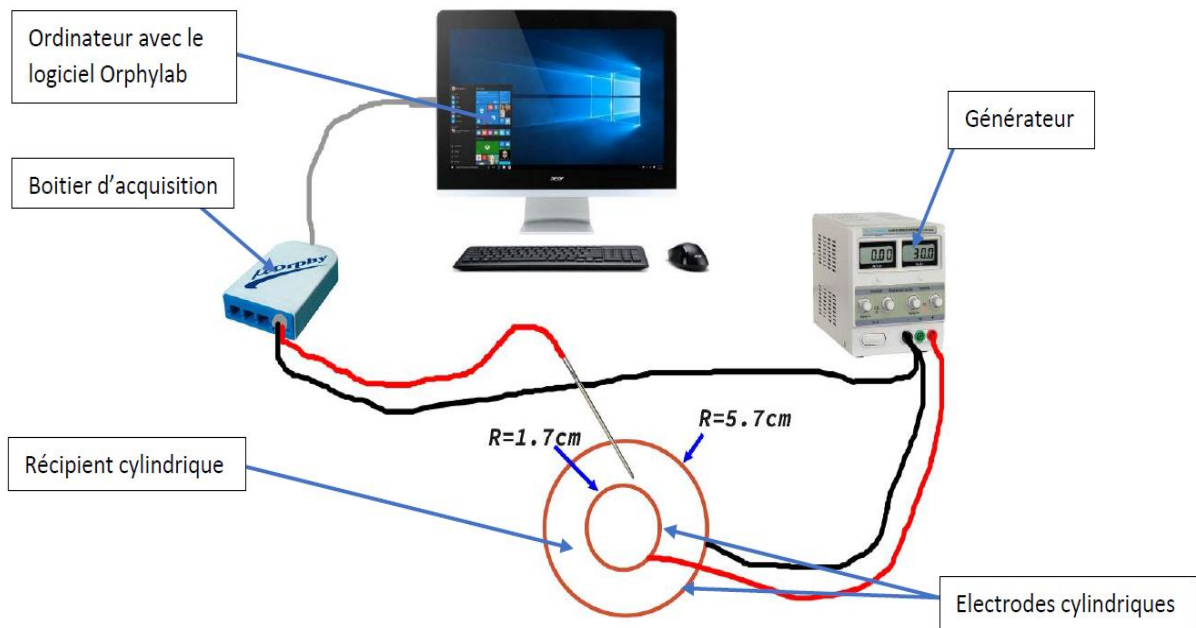
5/

- Circulation de A à B : $V_A - V_B = -3V$
- Circulation de B à C : $V_B - V_C = -2V$
- Circulation de C à D : $V_C - V_D = -2V$
- Circulation de D à A : $V_D - V_A = 7V$

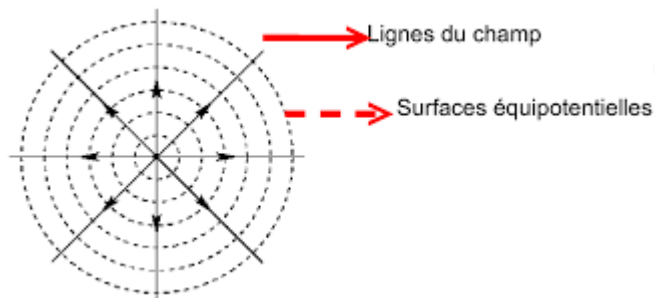
Finalement on a : $C = -3 -2 -2 +7 = -7 + 7 = 0$

G. Électrodes de formes cylindriques :

1/ Schéma du montage expérimental :

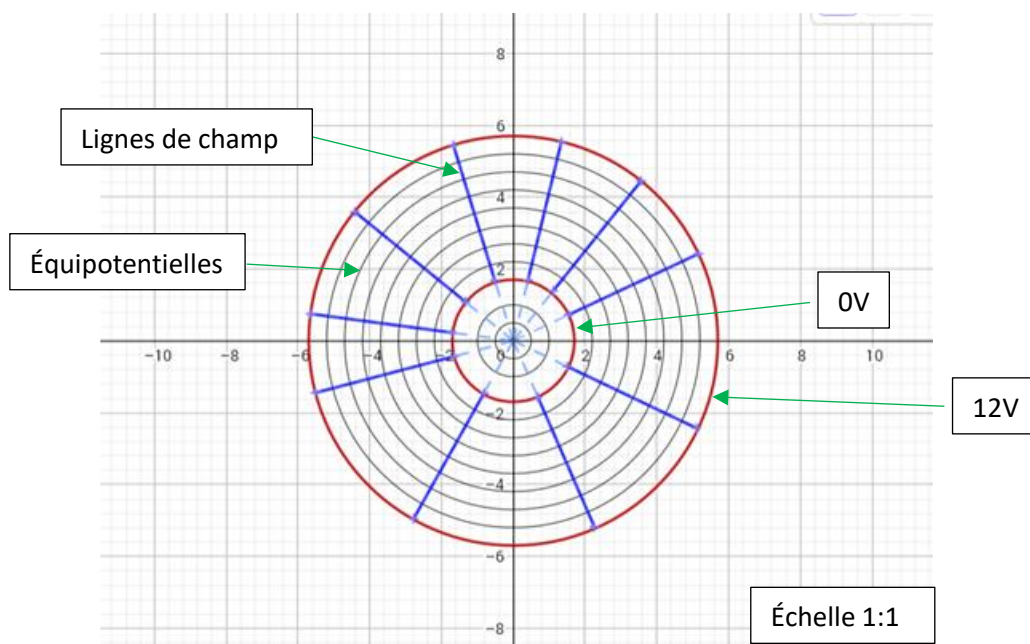


2/ Nous allons déterminer la forme des équipotentiels :

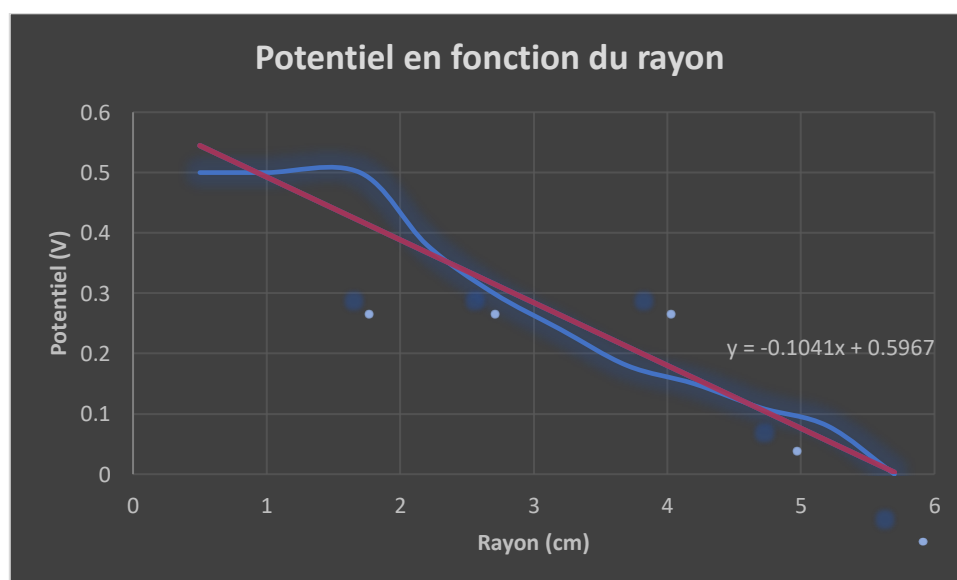


Les courbes des équipotentiels sont circulaires et concentriques, et les lignes de champ sont orthogonales aux surfaces équipotentielles. Ce sont donc des droites (les rayons) orientées selon les potentiels décroissants (du centre vers l'extérieur). Ainsi le vecteur champ électrique est orienté vers l'extérieur du cercle.

3/



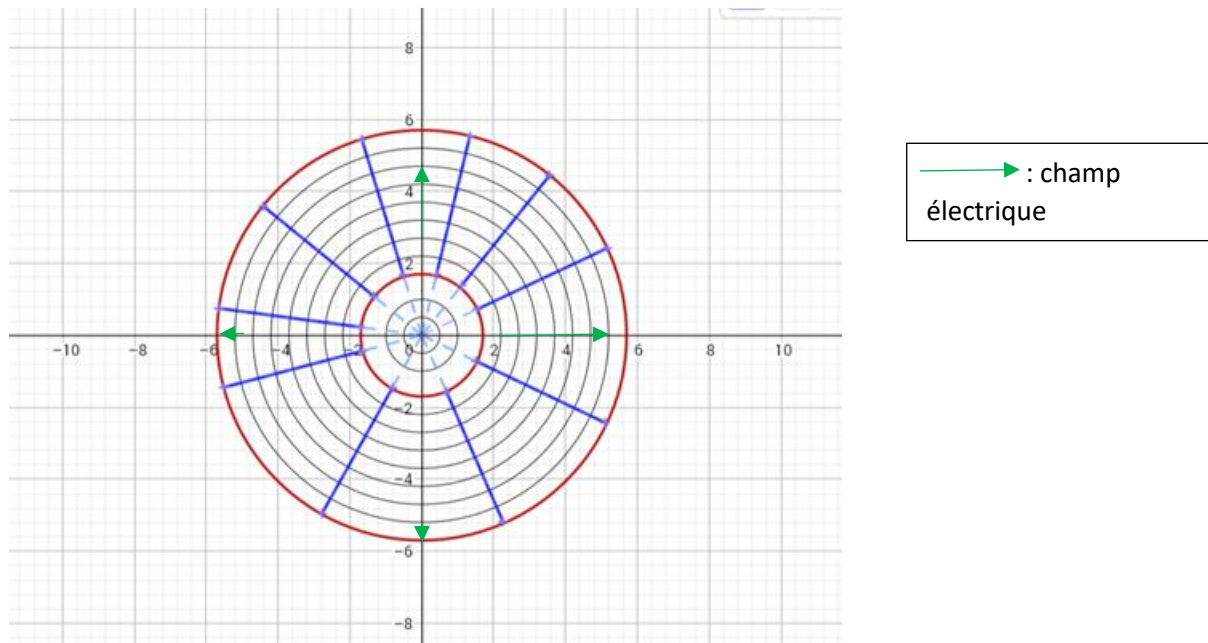
4/



Conclusion : On remarque que la tension diminue quand on s'éloigne du centre.

5/

| équipotentielle | ΔV (V) | Δr (m) | $E=(V/m)$ |
|-----------------|------------------|---------------------|-----------|
| A | $0,5-0,38=0,12$ | $0,022-0,017=0,005$ | 24 |
| B | $0,38-0,3=0,08$ | $0,027-0,022=0,005$ | 16 |
| C | $0,18-0,11=0,07$ | $0,047-0,037=0,01$ | 7 |
| D | $0,11-0,08=0,03$ | $0,052-0,047=0,005$ | 6 |



Conclusion : Cela montre encore une fois que plus on s'éloigne du centre des équipotentiels, plus la tension diminue et ainsi le champ électrique diminue aussi.

6/ On a vu précédemment que le calcul de la circulation du vecteur champ électrique sur un contour fermé ABCD était toujours nul.

Si l'on prenait un contour circulaire, l'intégrale serait une somme continue de chemin entre deux équipotentiels entre les deux armatures, et puisque ce contour revient à son point de départ (contour fermé), l'intégrale sera bien nulle donc la circulation du vecteur champ électrique sur un contour fermé est nulle.

H. Simulation numérique :

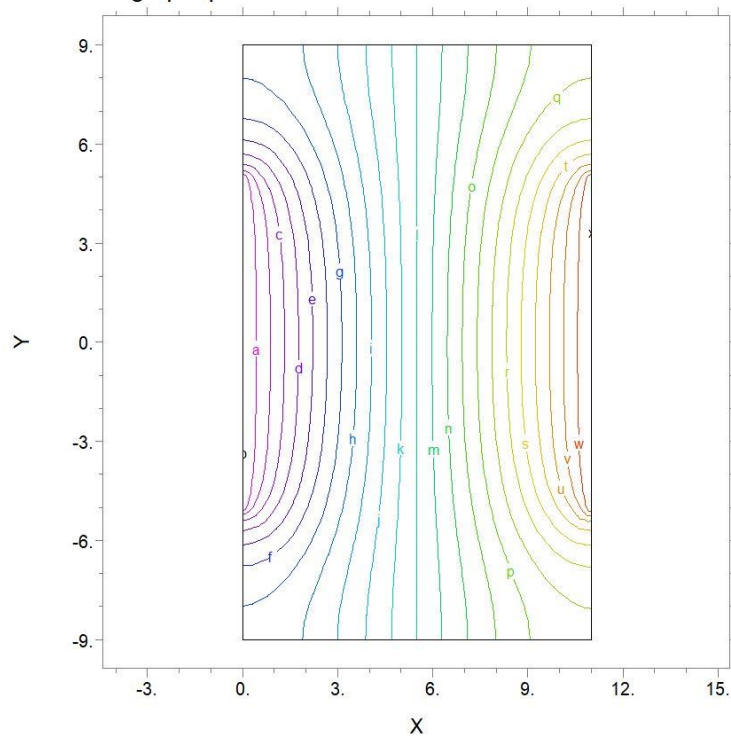
Première simulation : Référence à la partie C

```
{ Fill in the following sections (removing comment marks ! if necessary),
and delete those that are unused.}
TITLE 'Electrodes de forme cylindriques' { the problem identification }
COORDINATES cartesian2 { coordinate system, 1D,2D,3D, etc }
VARIABLES { system variables }
u { choose your own names }
! SELECT { method controls }
! DEFINITIONS { parameter definitions }
! INITIAL VALUES
EQUATIONS { PDE's, one for each variable }
div(grad(u))=0 { one possibility }
! CONSTRAINTS { Integral constraints }
BOUNDARIES { The domain definition }
REGION 1 { For each material region }
START (5.7,0) { Walk the domain boundary }
value(u)=0.5
ARC(CENTER=0,0) ANGLE=360

REGION 2
START (1.7,0)
value(u)=0
ARC (CENTER=0,0) ANGLE=360

! TIME 0 TO 1 { if time dependent }
MONITORS { show progress }
PLOTS { save result displays }
CONTOUR(u)
END
```

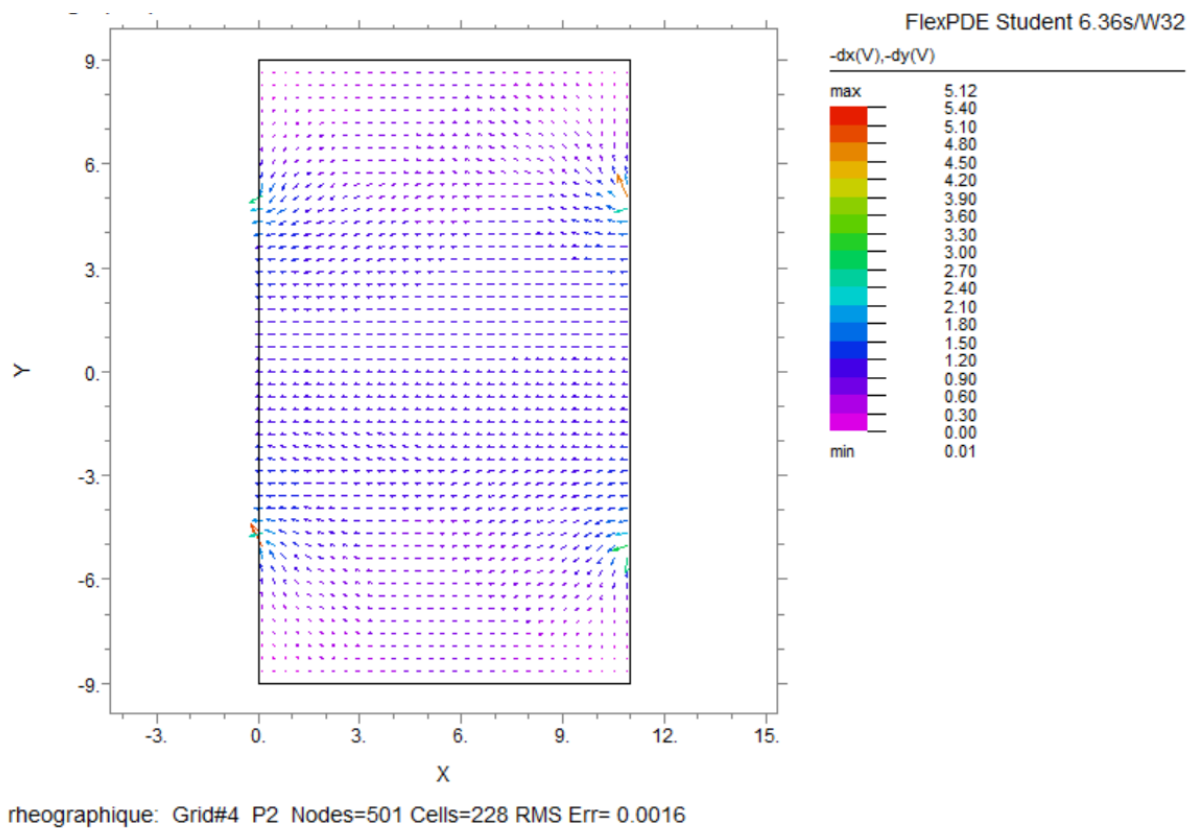
Cuve Rhéographique



15:39:52 12/6/20
FlexPDE Student 6.36s/W32

| u | |
|-----|------|
| max | 12.0 |
| x: | 12.0 |
| w: | 11.5 |
| v: | 11.0 |
| u: | 10.5 |
| t: | 10.0 |
| s: | 9.50 |
| r: | 9.00 |
| q: | 8.50 |
| p: | 8.00 |
| o: | 7.50 |
| n: | 7.00 |
| m: | 6.50 |
| l: | 6.00 |
| k: | 5.50 |
| j: | 5.00 |
| i: | 4.50 |
| h: | 4.00 |
| g: | 3.50 |
| f: | 3.00 |
| e: | 2.50 |
| d: | 2.00 |
| c: | 1.50 |
| b: | 1.00 |
| a: | 0.50 |
| min | 6e-4 |

Cuve_rhéographique: Grid#4 P2 Nodes=501 Cells=228 RMS Err= 0.0016
Integral= 1188.615



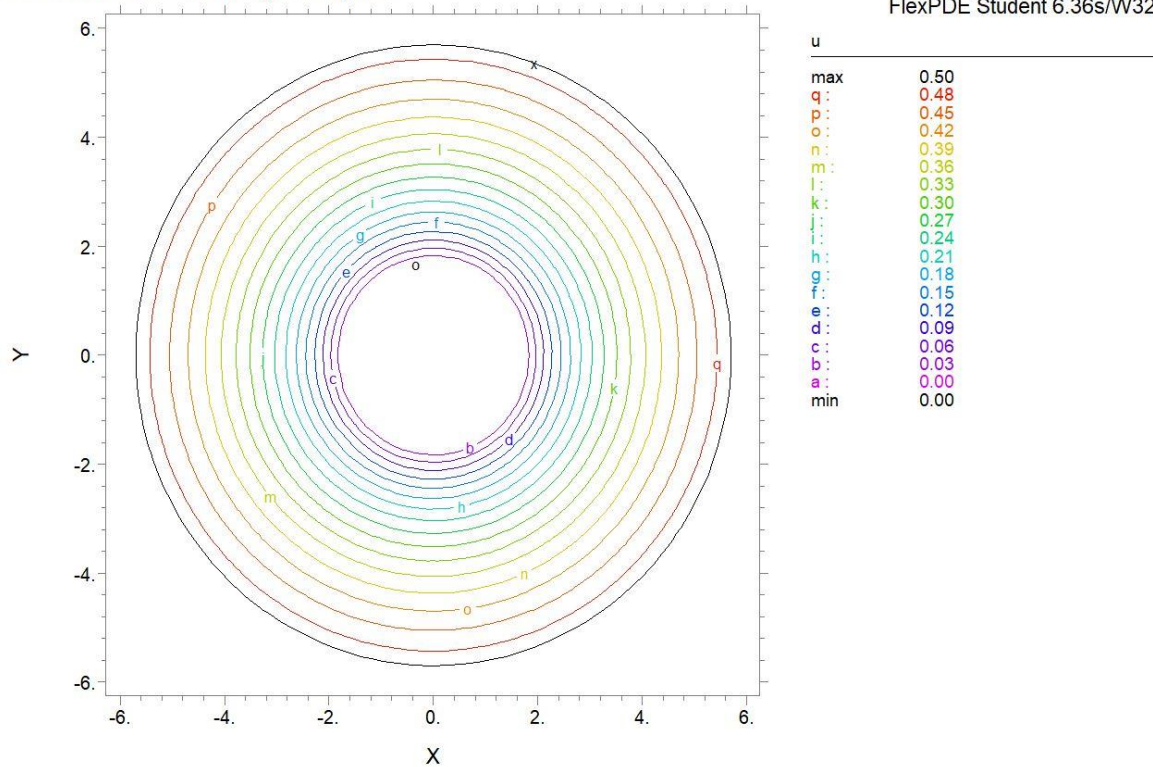
Deuxième simulation : Référence à la partie G

```
{ Fill in the following sections (removing comment marks ! if necessary),
and delete those that are unused.}
TITLE 'Electrodes de forme cylindriques' { the problem identification }
COORDINATES cartesian2 { coordinate system, 1D,2D,3D, etc }
VARIABLES { system variables }
  u { choose your own names }
! SELECT { method controls }
! DEFINITIONS { parameter definitions }
! INITIAL VALUES
EQUATIONS { PDE's, one for each variable }
  div(grad(u))=0 { one possibility }
! CONSTRAINTS { Integral constraints }
BOUNDARIES { The domain definition }
  REGION 1 { For each material region }
    START (5.7,0) { Walk the domain boundary }
    value(u)=0 ARC (CENTER=0,0) ANGLE=360
  REGION 2
    START (1.7,0)
    value(u)=0.5 ARC (CENTER=0,0) ANGLE=360

! TIME 0 TO 1 { if time dependent }
MONITORS { show progress }
PLOTS { save result displays }
  CONTOUR (u)
END
```

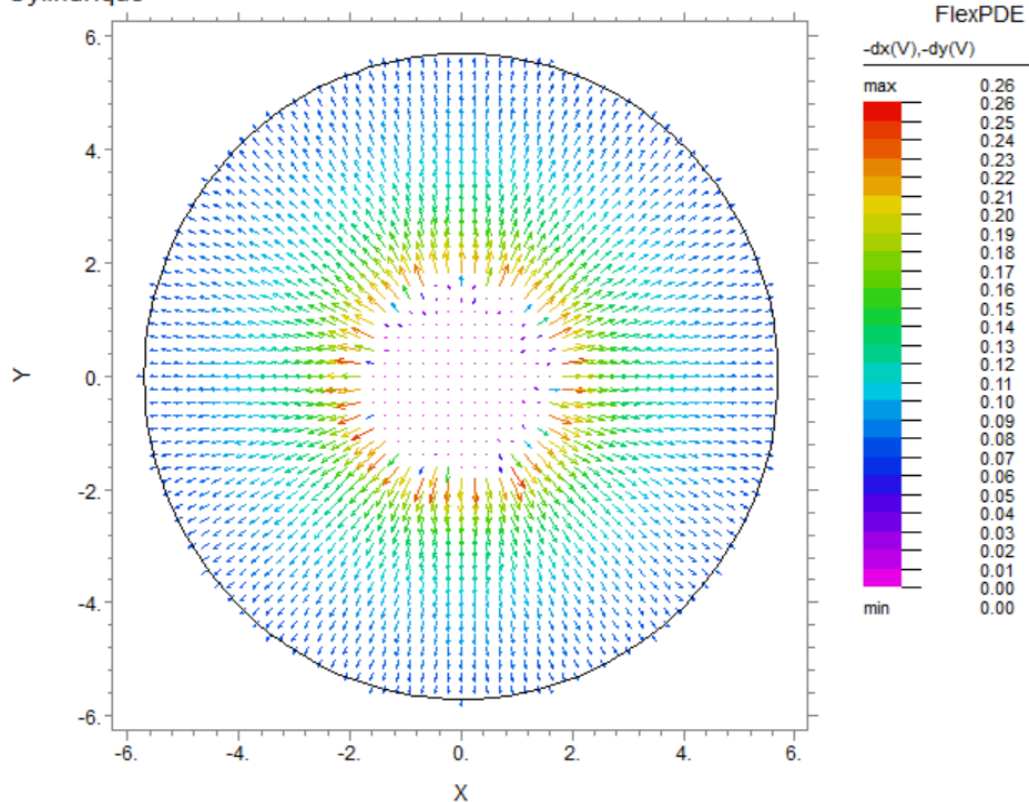
Electrodes de forme cylindriques

15:39:10 12/6/20
FlexPDE Student 6.36s/W32



script1: Grid#2 P2 Nodes=533 Cells=250 RMS Err= 0.0013
Integral= 31.80608

Cylindrique



Cylindrique: Grid#2 P2 Nodes=533 Cells=250 RMS Err= 0.0013