

MINI-PROJET: PH12 PHYSIQUE II

Etude de pendules: simple, pesant, couples



Keve KOVACS, Elena IGNACZUK – Aero 1 U2

Table of content

Sommaire

1. Introduction

- 1.1. Basic notions
- 1.2. The experiment
- 1.3. The study

2. History of pendulum

3. Première étude: un pendule simple

- 3.1. L'équation différentielle du pendule pesant
- 3.2. L'inertie du pendule pesant
- 3.3. Comparaison des valeurs théoriques avec les mesures
- 3.4. Représentation graphique de l'équation horaire
- 3.5. Représentation graphique de la vitesse angulaire
- 3.6. Représentation graphique de l'accélération angulaire
- 3.7. Représentation graphique de la position
- 3.8. Représentation des énergies

4. Deuxième étude : un système de pendules couplés

- 4.1. Expérience 1 : un pendule écarté
- 4.2. Expérience 2 : deux pendules écartés en phase
- 4.3. Expérience 3 : deux pendules écartés en opposition de phase
- 4.4. Expérience 4 : transmission de l'oscillation à un pendule « bloqué »
- 4.5. Les battements

5. Les applications du modèle de l'oscillateur

Part 1 and 2 of this project are presented in English and marked with a  in the table of contents.

Les parties 1 et 2 du projet sont présentées en anglais et signalées avec un «  » dans le sommaire.

Introduction

1.1. Basic notions:

As part of the subject, in this project we will concentrate on the study of a weighted pendulum while we are influencing different parameters of the experiment. Furthermore, we are going to study the range of oscillation and the pseudo period in detail and try to understand these notions. These demonstrations should allow us to verify the law of the isochronism of small oscillations. The main experiment is realised in laboratorial conditions using the following equipment:

- ✓ One metal rode (indicated T) of a certain mass (called m_T), a certain length (called h_T) and of a certain radius (called R_T).
- ✓ One metal mass of the form of a cylinder (indicated C) of a certain mass (called m_C), a certain length (called h_C) and of a certain inner radius (called R_i) and a certain outer radius (called R_o).

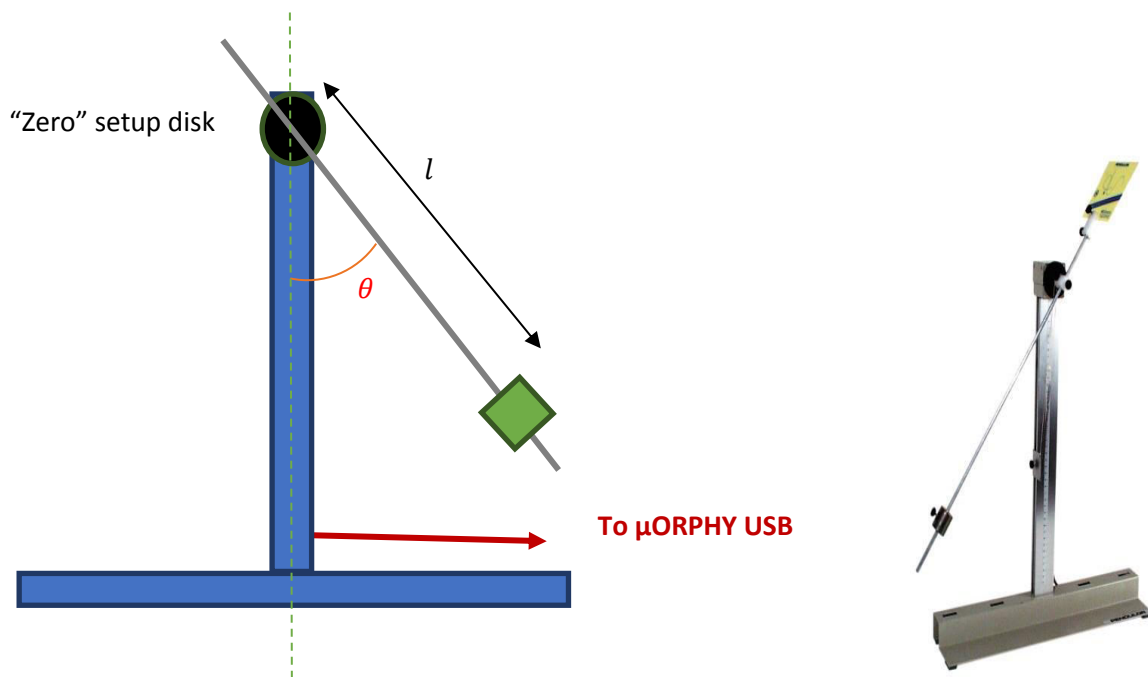
1.2. The experience:

We are recording the experimental data with the *Orphy* experiment data collector linked to a PC on one side and to a linear potentiometer (powered with +12V and -12V by *Orphy*) mounted to the point of rotation of the pendulum on the other side.

We're using one cylinder with the characteristics mentioned above. For the experience we need to calculate its inertial momentum referring to the point of rotation of the pendulum using the theorem of the parallel axes, also called Huygens theorem.

Referring to the notations we cited above, the inertial momentum of the cylinders can be written: $I\Delta = I_G + md^2$

This is how the experiment will look like:



The first part of this introduction as well as the graphical representations are inspired and partly translated from Mr. Bouguechal's instruction book provided on his website.

1.3. The study:

We would like to conduct a study on two linked pendulums to conclude on the different oscillation regiment of these pendulums.

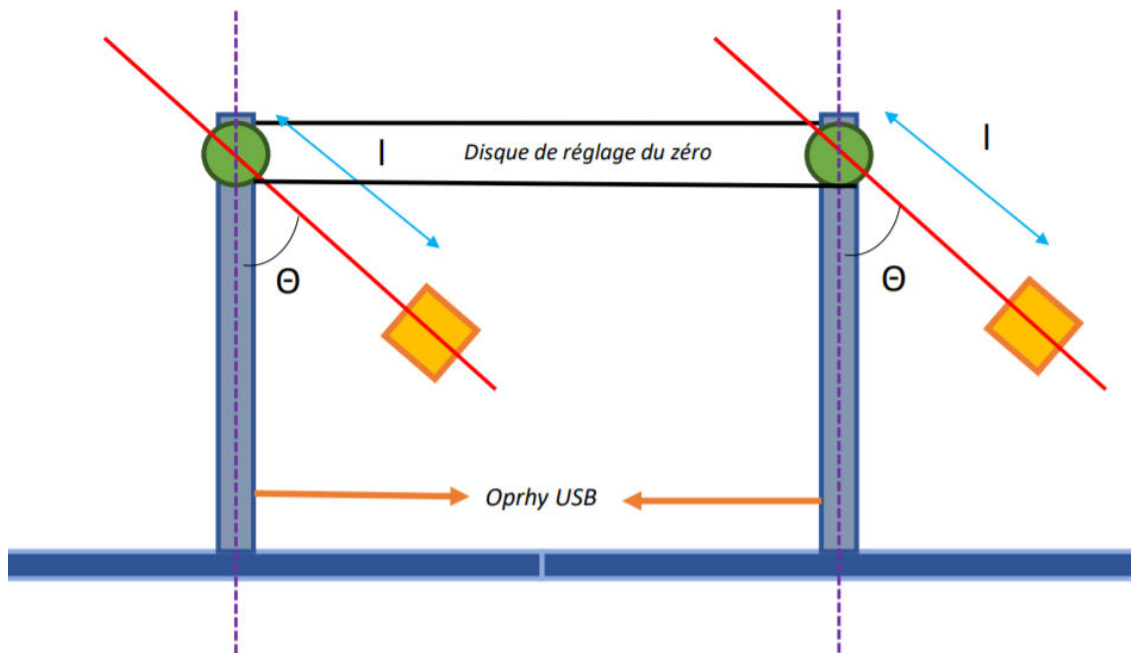
In this study we will use the following equipment:

- ✓ One metal rode (indicated T) of a certain mass (called m_T), a certain length (called h_T) and of a certain radius (called R_T).
- ✓ One metal mass of the form of a cylinder (indicated C) of a certain mass (called m_C), a certain length (called h_C) and of a certain inner radius (called R_i) and a certain outer radius (called R_o).

We are recording the experimental data with the *Orphy* experiment data collector linked to a PC on one side and to a linear potentiometer (powered with +12V and -12V by *Orphy*) mounted to the point of rotation of the pendulum on the other side.

We're using two cylinders with the characteristics mentioned above. For the experience we need to calculate their inertial momentum referring to the point of rotation of the pendulum using the theorem of the parallel axes, also called Huygens theorem.

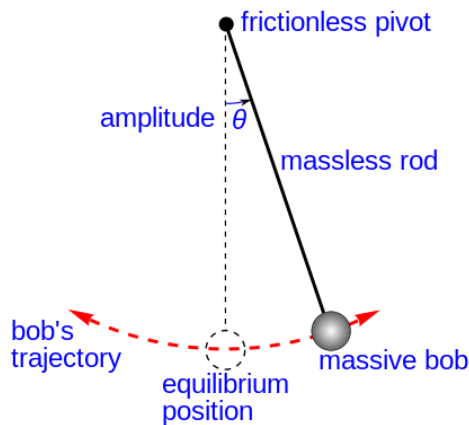
This is how the study will look like:



This second part of the introduction is inspired and partly translated from the provided instructions book.

History of pendulum

In order to understand what this subject is about, we'll have to explain what a pendulum is, where does it come from and how was it invented. To do so, let's turn back in time.



A pendulum is very basically a weight suspended from a pivot that allows it to swing freely. If this weight is displaced from its resting position which is the one that allows it to be the closest to the ground, its weight (\vec{P}) will act such that it will be accelerated towards the equilibrium position and rest again when it's released. This effect is due to gravity. But it also creates an effect called "oscillation" which makes the pendulum swing from one point where it's released to the opposite of this point symmetrical among the pivot's axis and then slow down until it stops at the *equilibrium*

point. The time that it takes to complete one "cycle" is called the *period*. It depends on the length of the pendulum and the slight degree on the *amplitude* when the weight is displaced from its equilibrium position.

The period of swing of a simple gravity pendulum depends on its length, the local strength of gravity, and to a small extent on the maximum angle that the pendulum swings away from vertical, θ_0 , called the amplitude. It is independent of the mass of the bob. If the amplitude is limited to small swings, the period T of a simple pendulum, the time taken for a complete cycle, is: $T \approx 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$ for any $\theta_0 \ll 1 \text{ rad}$, where L is the length of the pendulum and g is the local acceleration of gravity.

For small amplitudes the period is increased gradually as it is given by the equation above. For any larger amplitudes approaching $\theta_0 = 180^\circ$ it increases asymptotically (to infinity) because the value of 180° is an unstable equilibrium point. Small swings of a pendulum approaches approximately a harmonic oscillator and its motion as a function of time:

$\theta(t) = \theta_0 \cos(\frac{2\pi}{T}t + \varphi)$ where φ is a constant value, dependent on the initial conditions.

A *compound pendulum* or also called a *physical pendulum* is a weight composed of a rigid body free to rotate around a fixed horizontal axis. The equivalent for the length L for this kind of pendulums in order to calculate its oscillation period is the distance from the pivot point to the centre of oscillation which is located under the centre of mass which depends

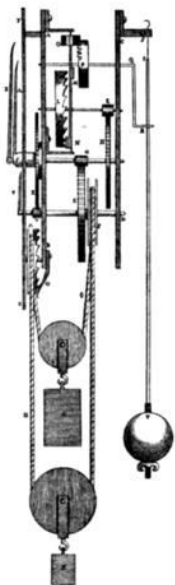
itself on the mass distribution of a specific pendulum. The radius of oscillation which is the equivalent of the length L for any physical pendulum is:

$L = \frac{I}{mR}$ where I is the moment of inertia of the pendulum about the pivot point.

Substituting this expression into our formula for classical pendulums, give for the physical pendulums:

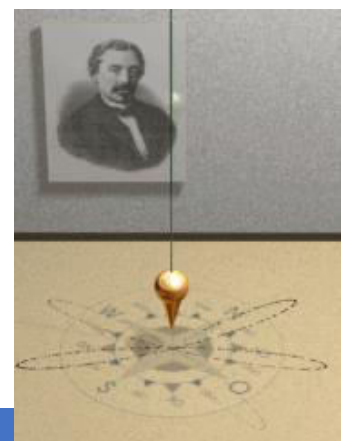
$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mgR}}$ for sufficiently small oscillations.

Now back in time, the very first experiments on pendulums took place around 1602 by Galileo Galilei. He discovered the crucial property that makes pendulums useful as timekeepers, called isochronism; the period of the pendulum is independent of the amplitude. He also found that the period is independent of the mass and proportional to the square root of the length of the pendulum from its pivot. In 1641 Galileo proposed a pendulum driven clock design to Vincenzo Viviani that became the first harmonic oscillator used by man.



In 1656, Christiaan Huygens, a Dutch scientist built the first pendulum clock. It was greatest improvement in timekeeping over existing mechanical clocks which had an accuracy of 15 minutes a day. In 1673, Huygens published his *theory of the pendulum*. Around 1636 it was discovered that the pendulum was not quite isochronous. In fact, its period increased somewhat with its amplitude. Huygens analysed this problem by determining what curve an object must follow to descend by gravity to the same point in the same time interval, regardless of starting point; the so-called *tautochrone* curve. By a complicated method that was an early use of calculus, he showed this curve was a cycloid, rather than the circular arc of a pendulum, confirming that the pendulum was not isochronous and Galileo's observation of isochronism was accurate only for small swings.

In 1851, Jean Bernard Léon Foucault showed that the plane of oscillation of a pendulum tends to be like a gyroscope. In fact, it tends to stay constant regardless the motion of the pivot that can be demonstrated using the rotation of the Earth (Foucault pendulum experiment in the Panthéon in Paris).



In the beginning of the 1900s several improvements were made to make pendulum clocks even more accurate. But in 1921 the quartz crystal oscillator and later in 1927 the quartz clocks replaced pendulum clocks as the world's best timekeepers. They still be one of the most accurate and common timekeepers today.

In sum, pendulums' regular notion was used for timekeeping and it was the world's most accurate timekeeper used everywhere for more than 270 year until the 1930s. It's accuracy was about one second per year. Pendulums were used and still be used in scientific experiments and instruments such as accelerometers or seismometers. They were used to measure the acceleration of gravity.

This historical part of the project was quite inspired from internet pages such as Wikipedia but sources were verified and the texts mostly rewritten and translated.

Première étude : un pendule simple

3.1. Dans cette partie nous étudions un pendule « réel » ou aussi appelé pendule « physique ». Nous chercherons à trouver et établir l'équation différentielle de ce pendule pesant. Le but de l'étude étant de trouver la période des oscillations dans le cas de petites oscillations qui elle est déductible de l'équations différentielle.

Pour procéder méthodiquement, voilà notre démarche :

1. Calcul du moment cinétique du pendule
2. Application du théorème du moment cinétique
3. Substitution des solutions
4. Mise de l'équation obtenue sous forme canonique

$$1. \vec{L} = \vec{r} \wedge \vec{p} = l\vec{u}_r + \dot{\theta}l\vec{U}_\theta = ml^2\dot{\theta}\vec{u}_z = I\dot{\theta}\vec{u}_z$$

$$2. \frac{d\vec{L}}{dt} = \sum \vec{M}$$

$$\text{Nous obtenons : } \frac{d\vec{L}}{dt} = I\ddot{\theta}\vec{u}_z$$

Soit :

$$\sum \vec{M} = \vec{M}_{\vec{R}/O} + \vec{M}_{\vec{P}/O} = 0 - mgl.\sin(\theta).\vec{u}_z$$

$$3. I\ddot{\theta}\vec{u}_z = -mgl.\sin(\theta).\vec{u}_z$$

$$I\ddot{\theta} = -mgl.\sin(\theta)$$

$$I\ddot{\theta} + mgl.\sin(\theta) = 0$$

Pour le cas précis de ce pendule nous nous devons de considérer que le cylindre et la tige du système pendulaire si nous l'étudions dans le cas de petites oscillations.

Compte tenu de cette situation nous faisons l'approximation :

$$\text{Pour } \theta < 20^\circ :$$

$$\sin\theta \approx \theta$$

Alors :

$$m = m_c + m_T$$

$$l = h_c + h_T$$

$$I = I_{total}$$

$$I_{total}\ddot{\theta} + g(m_c + m_T)(h_c + h_T)\theta = 0$$

$$4. \ddot{\theta} + \frac{g(m_c+m_T)(h_c+h_T)}{I_{total}}\theta = 0$$

$$\ddot{\theta} + \omega_0^2\theta = 0$$

$$\omega_0^2 = \frac{mgl}{I_{total}}$$

3.2. Dans cette partie nous étudions l'inertie du pendule pesant afin d'en établir l'expression. Pour cela nous allons utiliser un tableau généré avec le logiciel Excel pour faciliter la visualisation.

Voilà la démarche :

On pose :

$$I_{total} = I_{tige} + I_{cylindre}$$

$$I_z = \iiint (x^2 + y^2) \cdot \mu \cdot dv$$

On remplace en utilisant les coordonnées en base cylindrique :

$$\vec{r}: \quad x = \rho \cdot \cos\theta \qquad y = \rho \cdot \sin\theta$$

$$x^2 = \rho^2 \cdot \cos^2\theta \qquad y^2 = \rho^2 \cdot \sin^2\theta$$

$$\text{Soit : } x^2 + y^2 = \rho^2$$

Nous avons alors :

$$\begin{aligned}
 I_z &= \iiint (\rho^2) \cdot \mu \cdot dv = \int_0^R \int_0^{2\pi} \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \rho^2 \cdot \mu \cdot dv \\
 &= \int_0^R \int_0^{2\pi} \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \rho^3 \cdot \mu \cdot d\rho \cdot d\theta \cdot dz \\
 &= \mu \int_0^R \rho^3 \cdot d\rho \int_0^{2\pi} d\theta \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} dz \\
 &= \mu \cdot \frac{R^4}{4} \cdot 2\pi \cdot h = \frac{\mu \cdot R^4 \cdot 2\pi \cdot h}{4} \\
 &= \boxed{\frac{m_c R^2}{2}}
 \end{aligned}$$

Nous cherchons maintenant les expressions de I_x et I_y .

On sait que : $I_x = I_y$

Donc :

$$\begin{aligned}
 I_x &= \iiint (y^2 + z^2) \mu dv \\
 I_y &= \iiint (x^2 + z^2) \mu dv
 \end{aligned}$$

Soit :

$$\begin{aligned}
 \iiint (y^2 + z^2) \mu dv &= \iiint (x^2 + z^2) \mu dv \\
 I_x + I_y &= \iiint (y^2 + z^2) \mu dv + \iiint (x^2 + z^2) \mu dv = 2I_x \text{ ou alors } 2I_y \\
 &= I_z + 2 \int_0^R \int_0^{2\pi} \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} z \cdot \mu \cdot dv
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{m_c R^2}{2} + 2\mu \int_0^R \int_0^{2\pi} \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} z \cdot dz \cdot \rho \cdot d\rho \cdot d\theta \\
&= \frac{m_c R^2}{2} + 2\mu \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} z \cdot dz \int_0^R \rho \cdot d\rho \int_0^{2\pi} d\theta \\
&= \frac{m_c R^2}{2} + 2\mu \frac{\left(\frac{h}{2}\right)^3 - \left(-\frac{h}{2}\right)^3}{3} \cdot 2\pi \cdot \left(\frac{R^2}{2}\right) \\
&= \frac{m_c R^2}{2} + \mu \left(\frac{h^3}{12} + \frac{h^3}{12}\right) \cdot \pi \cdot R^2 \\
&= \frac{m_c R^2}{2} + \mu \cdot \frac{h^3}{6} \cdot \pi \cdot R^2 \\
&= \frac{m_c R^2}{2} + \frac{m_c h^2}{6}
\end{aligned}$$

Nous déduisons de ce résultat : $I_x = I_y = \frac{m_c R^2}{4} + \frac{m_c h^2}{12}$

En appliquant ce résultat et grâce au tableur *Excel* nous obtenons le tableau de résultats suivant :

	x	Cylindre	Tige
<i>Masse</i>	$\times 10^{-3}$	$m_c = 154$	$m_T = 43.3$
<i>Rayon</i>	$\times 10^{-2}$	$R_c = 1.5$	$R_T = 0.3$
<i>Hauteur</i>	$\times 10^{-2}$	$h_c = 2.9$	$h_T = 57.0$
<i>Distance du centre de gravité par rapport au point de rotation du pendule</i>	$\times 10^{-2}$	$OG_c = 33.5$	$OG_T = 19$
<i>Moment d'inertie du cylindre par rapport à son axe Perpendiculaire</i>		$1,94557 \times 10^{-5}$	$1,172740 \times 10^{-3}$
<i>Moment d'inertie du cylindre par rapport à son axe de rotation</i>		$17,302104 \times 10^{-3}$	$2,735872 \times 10^{-3}$
<i>Moment d'inertie total</i>		$20,037974 \times 10^{-3}$	

3.3. Dans cette partie de l'étude nous allons comparer les valeurs mesurées de la période et la valeur théorique que nous avons obtenu afin de calcul l'écart relatif

Calcul de la période théorique :

$$T_{th} = \frac{2\pi}{\omega_0} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{g}{l}}}$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{l}} = \sqrt{\frac{9.80665}{33.5 \times 10^{-2}}} = 5.4105 \text{ s}^{-1}$$

$$T_{th} = \frac{2\pi}{5.4105} = 1.161 \text{ s}$$

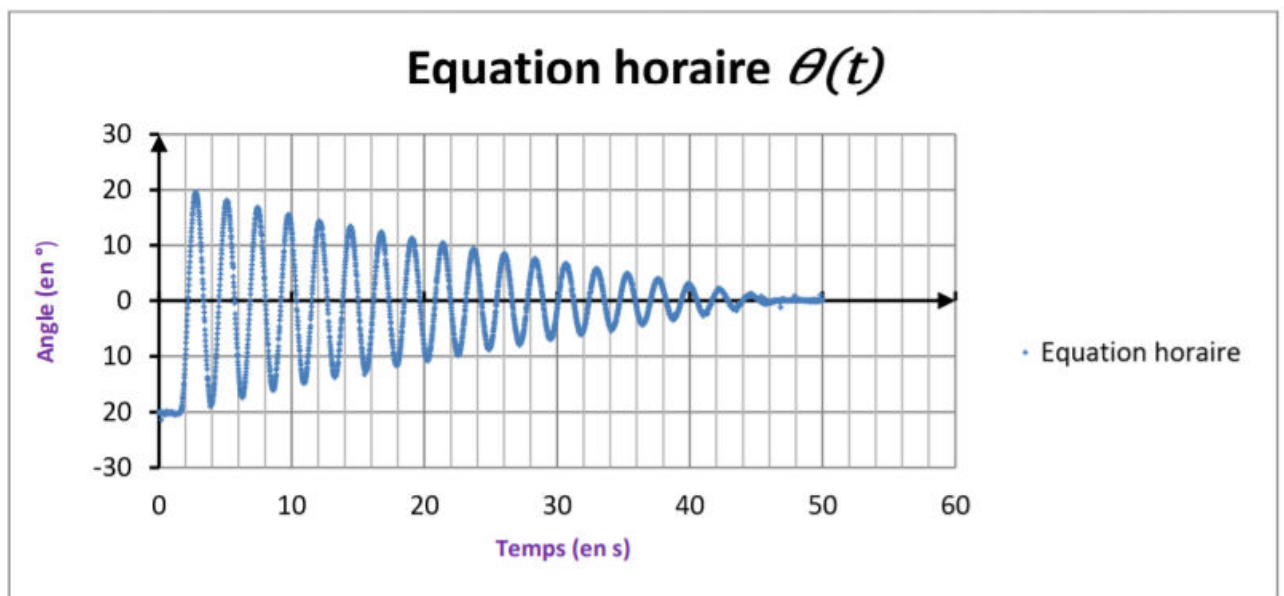
D'après les mesures nous avons : $T_{me} = 1.15 \text{ s}$

L'écart relatif est de : $e = \frac{T_{me} - T_{th}}{T_{th}} \times 100 = \frac{0.01}{1.161} \times 100 \approx 0.86\%$

Nous pouvons conclure de ce résultat que la mesure réalisée lors de l'expérience est extrêmement précise.

3.4. Dans cette partie nous cherchons à réaliser une courbe représentative sous Excel de l'équation horaire modélisant le mouvement de la pendule

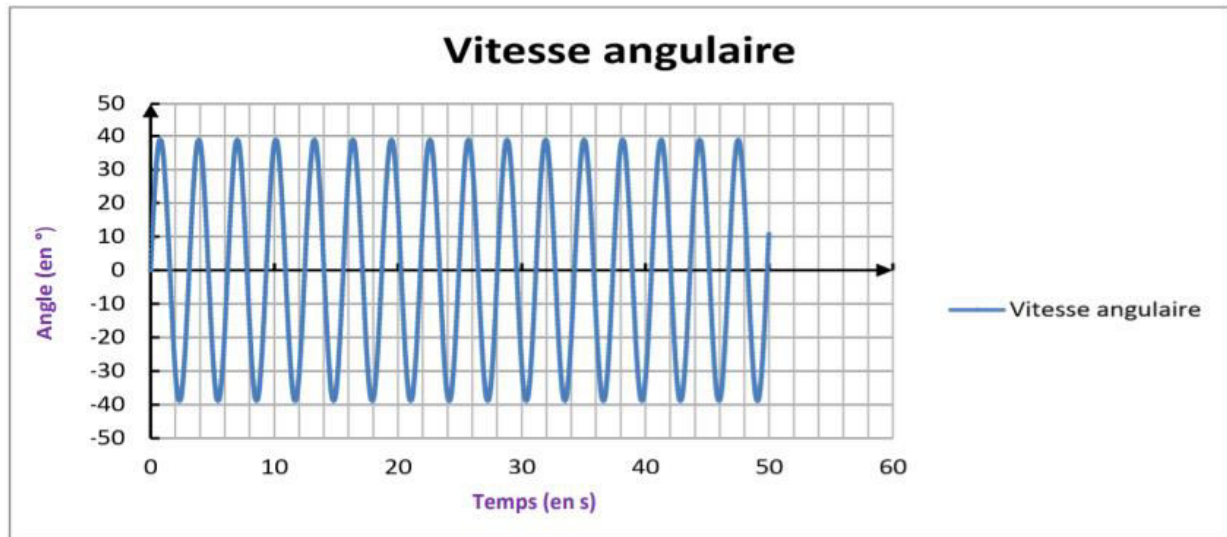
La courbe obtenue représente donc cette équation horaire $\theta(t)$. Cette équation est solution de l'équation différentielle obtenue plus tôt : $\ddot{\theta} + \omega_0^2 \theta = 0$



3.5. Nous cherchons maintenant une représentation de la vitesse angulaire du pendule pesant en fonction du temps

Nous dérivons la fonction $\dot{\theta}(t)$ par rapport au temps pour obtenir la Vitesse angulaire de la forme :

$$\dot{\theta}(t) = -A. \omega_0. \sin(\omega_0. t + \varphi)$$

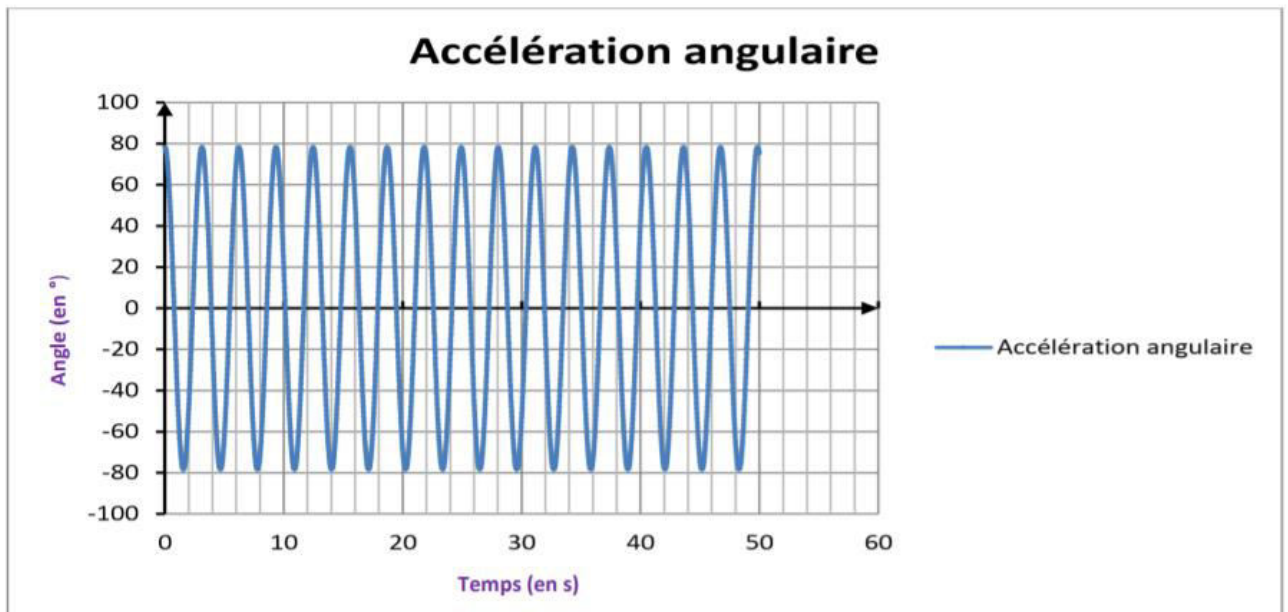


3.6. Dans cette partie nous représentons l'accélération angulaire en fonction du temps, soit $\ddot{\theta}(t)$, toujours à l'aide du tableur *Excel*

Pour ce faire nous dérivons simplement la vitesse angulaire par rapport au temps :

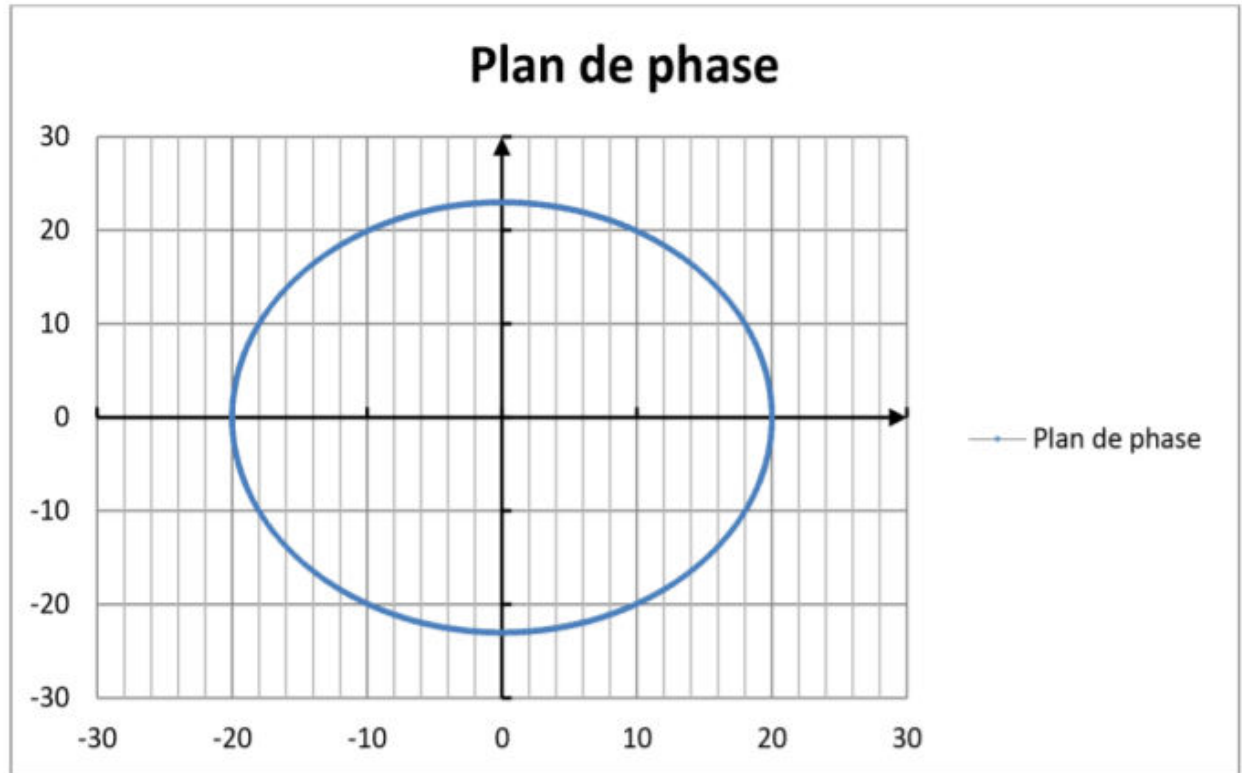
$$\ddot{\theta}(t) = -A. \omega_0. \cos(\omega_0 t + \varphi) = -\omega_0^2 \theta$$

A l'aide d'*Excel* nous obtenons le graphique ce dessous :



3.7. Dans cette partie nous cherchons à représenter la vitesse en fonction de la position dans le plan des phases

Encore une fois, à l'aide d'*Excel*, nous obtenons le graphique suivant, tel que l'axe $x = \text{vitesse}$ et $y = \text{position}$:



3.8. Dans cette partie nous réalisons un tableau pour visualiser les énergies cinétiques, potentielles et les énergies totales (mécaniques) des cylindres

Nous déduisons du cas précis avec des outils trigonométriques :

$$E_{pp} = mgl(1 - \cos\theta)$$

$$E_{pp_{cylindre}} = m_c \cdot g \cdot OG_c (1 - \cos\theta)$$

$$E_{pp_{tige}} = m_T \cdot g \cdot OG_T (1 - \cos\theta)$$

L'énergie cinétique est alors :

$$E_{c_{cylindre}} = \frac{1}{2} m_c (OG_c)^2 \dot{\theta}^2$$

$$E_{c_{tige}} = \frac{1}{2} m_T (OG_T)^2 \dot{\theta}^2$$

Il est maintenant facile de trouver l'énergie totale (mécanique) qui est la somme des énergies potentielle et cinétique :

$$\begin{aligned} E_{totale\ cylindre} &= E_{pp\ cylindre} + E_{c\ cylindre} \\ &= m_c \cdot g \cdot OG_c (1 - \cos\theta) + \frac{1}{2} m_c (OG_c)^2 \dot{\theta}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E_{totale\ tige} &= E_{pp\ tige} + E_{c\ tige} \\ &= m_T \cdot g \cdot OG_T (1 - \cos\theta) + \frac{1}{2} m_T (OG_T)^2 \dot{\theta}^2 \end{aligned}$$

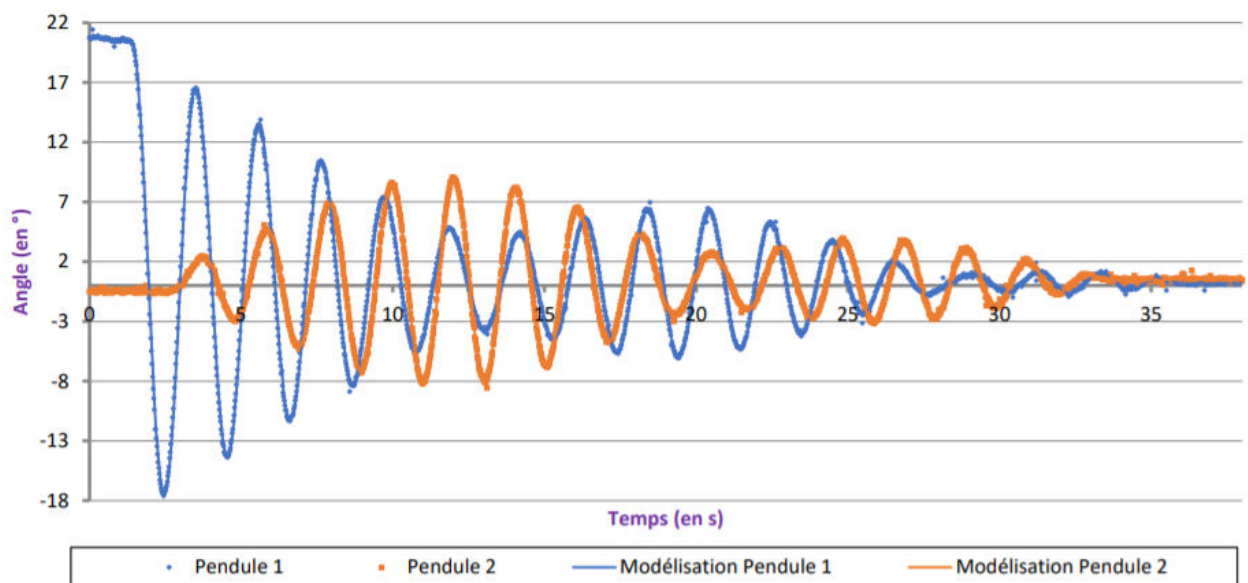
Voilà d'après ces calculs le tableau récapitulant les trois énergies pour chaque élément :

	E_c	E_{pp}	E_{totale}
<i>Cylindre</i>	$\frac{1}{2} m_c (OG_c)^2 \dot{\theta}^2$	$m_c \cdot g \cdot OG_c (1 - \cos\theta)$	$\frac{1}{2} m_c (OG_c)^2 \dot{\theta}^2 + m_c \cdot g \cdot OG_c (1 - \cos\theta)$
<i>Tige</i>	$\frac{1}{2} m_T (OG_T)^2 \dot{\theta}^2$	$m_T \cdot g \cdot OG_T (1 - \cos\theta)$	$\frac{1}{2} m_T (OG_T)^2 \dot{\theta}^2 + m_T \cdot g \cdot OG_T (1 - \cos\theta)$

Deuxième étude : un système de pendules couplés

4.1. Dans cette partie nous réalisons l'expérience suivante : on écarte un des deux pendules qu'on lâche sans vitesse initiale. On cherche alors à exprimer la période et conclure sur le comportement du système de pendules

Voilà la représentation graphique sous *Excel* de l'équation horaire avec excitation de l'un des deux pendules :



Nous observons que les deux oscillations n'ont pas le même comportement :

- θ_1 oscille à partir du moment t_0 avec une amplitude de 20° et se rapproche du point d'équilibre ensuite. Les oscillations diminuent.
- θ_2 ne présente aucune oscillation au moment t_0 mais uniquement à partir de $t \approx 12\text{ s}$ à une amplitude de 9° pour diminuer ensuite avec θ_1 et atteindre 0° .

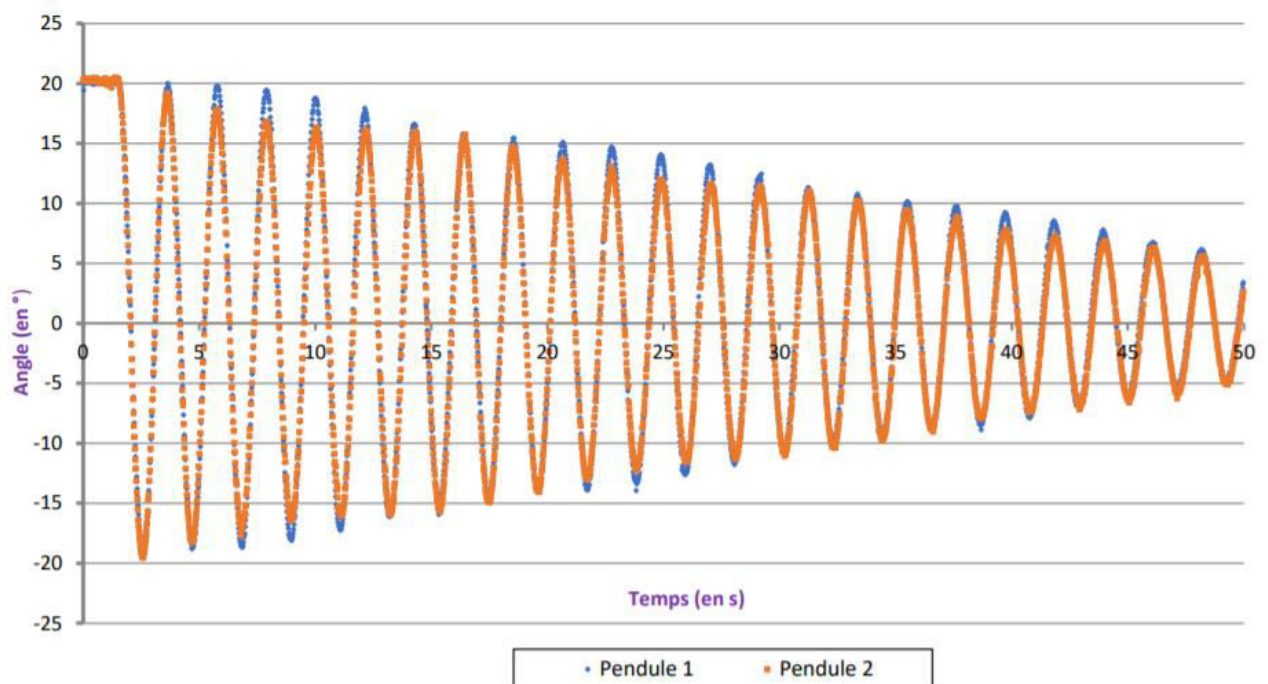
Les deux périodes semblent être identiques d'une valeur de 2 sec .

Nous pouvons alors déduire que les deux pendules ne s'amortissent pas de la même manière mais nous pouvons estimer que le second pendule se met en mouvement avec une fréquence similaire aux mouvements du premier, par conséquent, le premier pendule qui commence ses mouvement plus tôt, communique ces derniers au deuxième ce qui explique le décalage d'intensité mais une période similaire.

Nous ne pouvons rien conclure sur l'amortissement du mouvement quant aux deux pendules car celles-ci semblent indépendantes et toute à fait normales avec le temps.

4.2. Nous nous concentrons dans cette partie aux oscillations en phase. Pour ceci nous réalisons l'expérience suivante : nous écartons les deux pendules dans le même sens d'un même angle et on les lâche sans vitesse initiale et au même moment

Voilà la représentation graphique sous *Excel* de l'équation horaire avec excitation des deux pendules en même temps :



Nous observons que les deux oscillations ont un comportement très similaire et sont en phase :

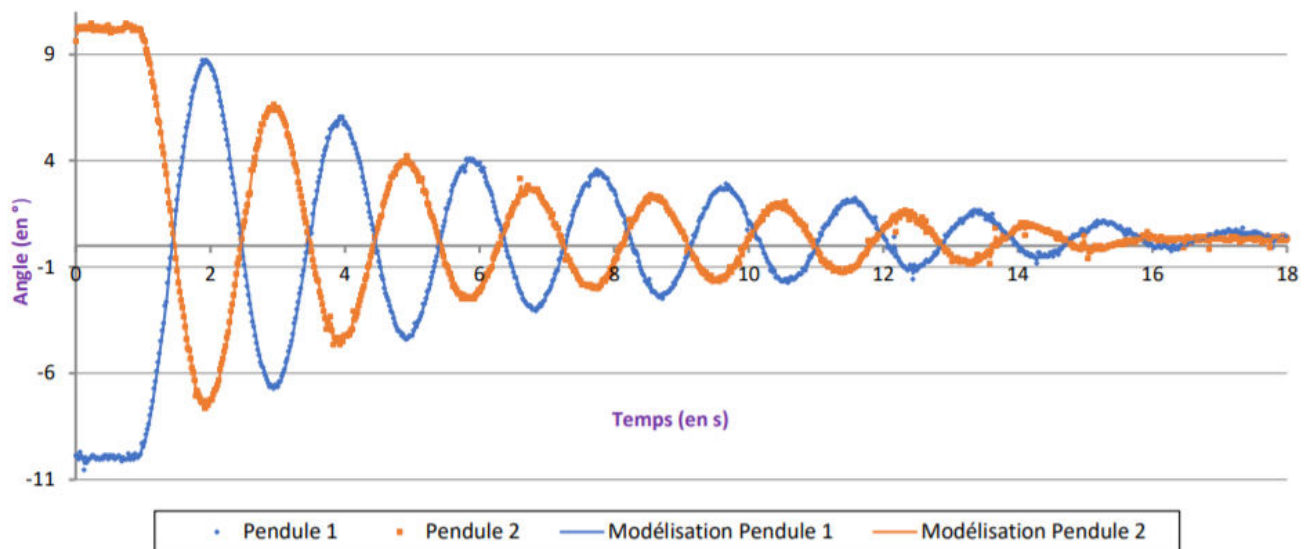
- θ_1 oscille à partir du moment t_0 où l'amplitude est maximale puis tend naturellement à diminuer.
- θ_2 oscille également à partir du moment t_0 où l'amplitude est maximale et égale à celle de θ_1 et diminue de la même façon avec un léger « décalage » au niveau de l'amplitude.

En observant les courbes nous pouvons conclure que la période des deux oscillateurs sont identiques et d'environ 2.15 sec. Il est possible d'en conclure que les deux périodes sont réellement équivalentes.

A l'aide de la partie précédente sur les pendules simples que lorsque nos deux pendules oscillent en même temps, ils effectuent des oscillations en phase et de la même manière. Au cours du temps, l'amortissement des oscillations est la même et indépendante. Cela signifie que dans cette situation précise où les deux pendules sont lâchées exactement au même moment ils oscillent de la même manière et indépendamment d'une même période et d'un même amortissement.

Mais en réalité les deux pendules ne sont pas si indépendants que cela. Lorsqu'ils se trouvent en phase ils se transmettent de l'énergie ralentissant leur amortissement au cours du temps, donnant des oscillations sur de plus longues périodes que dans le cas du même pendule mais non lié à un autre.

4.3. Dans cette partie nous effectuons la même expérience que dans la partie précédente mais avec les pendules en opposition de phase cette fois. On les écarte dans des sens opposés et on les lâche au même moment et sans vitesse initiale



Nous observons que les deux oscillations ont un comportement très similaire mais en opposition de phase :

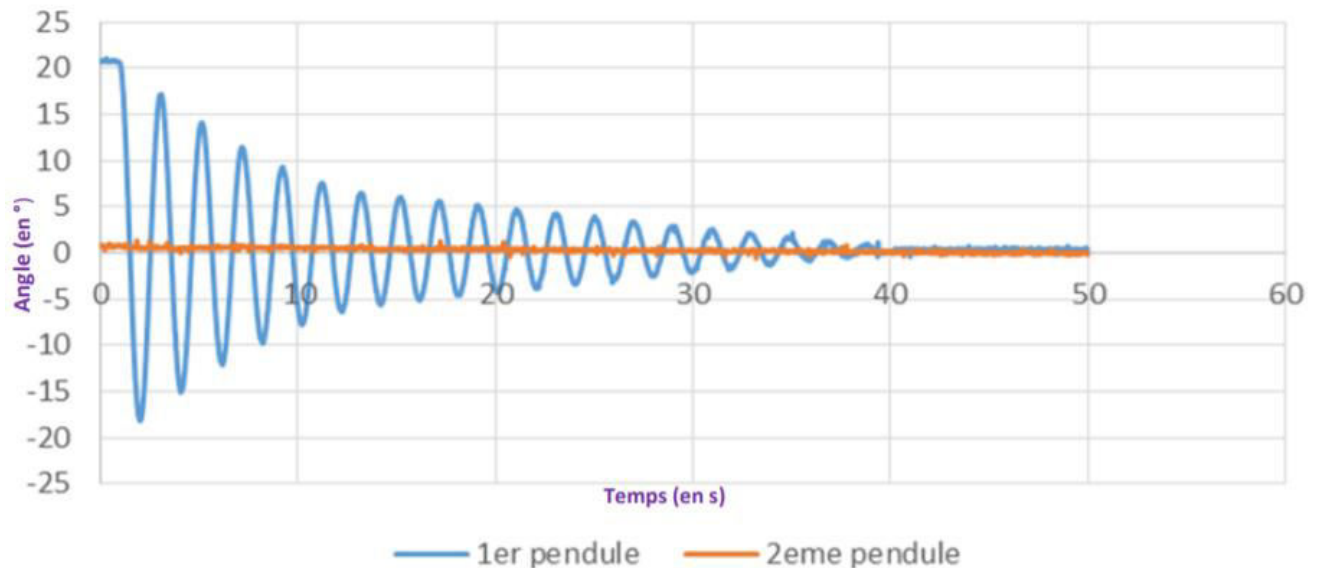
- θ_1 oscille à partir du moment t_0 où l'amplitude est maximale puis tend naturellement à diminuer comme dans l'expérience précédente
- θ_2 oscille également à partir du moment t_0 où l'amplitude est maximale mais en opposition de phase à θ_1 et diminue de la même façon avec un léger « décalage » au niveau de l'amplitude.

Contrairement aux autres cas, les oscillations sont très vite amorties et deviennent nulles à partir de la 18^{ème} seconde. Ils conservent la même période malgré tout.

Nous observons alors que dans ce cas les pendules s'amortissent très vite car contrairement au cas précédent ils subissent les frottements générés par l'autre pendule lors de leur passage côté à côté mais ils se transmettent également de l'énergie mais dans le sens négatif cette fois pour favoriser la décélération du mouvement.

Nous pouvons alors conclure que le couplage ne fait pas tendre les pendules à avoir une même phase. Cependant, il y a toujours cette entraide leur faisant conserver la même période et la même intensité.

4.4. Dans cette partie nous allons bloquer l'un des deux pendules dans sa position d'équilibre et lancer l'autre, sans vitesse initiale, indépendamment pour en observer le comportement



Dans le cas précis de cette expérience nous observons que :

- θ_1 a le même comportement que lorsqu'il est lancé seul
- θ_2 est évidemment à l'arrêt car on l'a bloqué en position d'équilibre

La conclusion est assez simple, le pendule θ_1 oscille indépendamment du deuxième et ne subit que des forces extérieures pour s'amortir c'est ce pourquoi il présente les mêmes caractéristiques que lorsqu'il est lancé seul.

4.5. Pour cette partie nous nous concentrons sur les battement. Nous maintenons le pendule θ_2 dans sa position d'équilibre et avec la même main on libère l'autre, sans vitesse initiale, tout comme dans la partie précédente

On observe les évènements suivants :

A l'instant $t = 0 \text{ sec}$ les conditions initiales sont $\theta_1 = 0$ et $\theta_2 = \theta_0$. On maintient ainsi les deux pendules, le deuxième dans sa position d'équilibre et le premier hors de sa position d'équilibre.

Une fois les pendules libérés on constate que le mouvement se transmet vers l'autre. Le premier pendule voit ses oscillations amorties alors que le deuxième, partant de sa position d'équilibre voit ses oscillations augmenter petit à petit. Lorsque le premier pendule se trouve de nouveau à sa position d'équilibre il se produit la même chose mais dans l'autre sens.

Nous venons d'observer le phénomène de battement.

Le mouvement de chaque pendule présente des battements de pulsation déphasés de $\pi/2$ l'un par rapport à l'autre. La période d'oscillation d'un pendule est donnée par :

$$T_0 = \frac{4\pi}{\omega_{A_1} + \omega_{A_2}}$$

Et celle d'un battement par :

$$T_b = \frac{4\pi}{\omega_{A_1} - \omega_{A_2}}$$

Les applications du modèle de l'oscillateur

Nous avons déjà vu dans la partie historique l'application importante du modèle de l'oscillateur dans la science ainsi que dans les horloges jusqu'en 1930 quand les modèles quartz les remplacent.

Cependant ce n'est pas le seul domaine d'application de ce principe. Il est aussi utilisé dans énormément de domaines de la mécanique jusqu'à l'acoustique comme par exemple dans la suspension de véhicules ou encore dans les enceintes, haut-parleurs ou microphones.

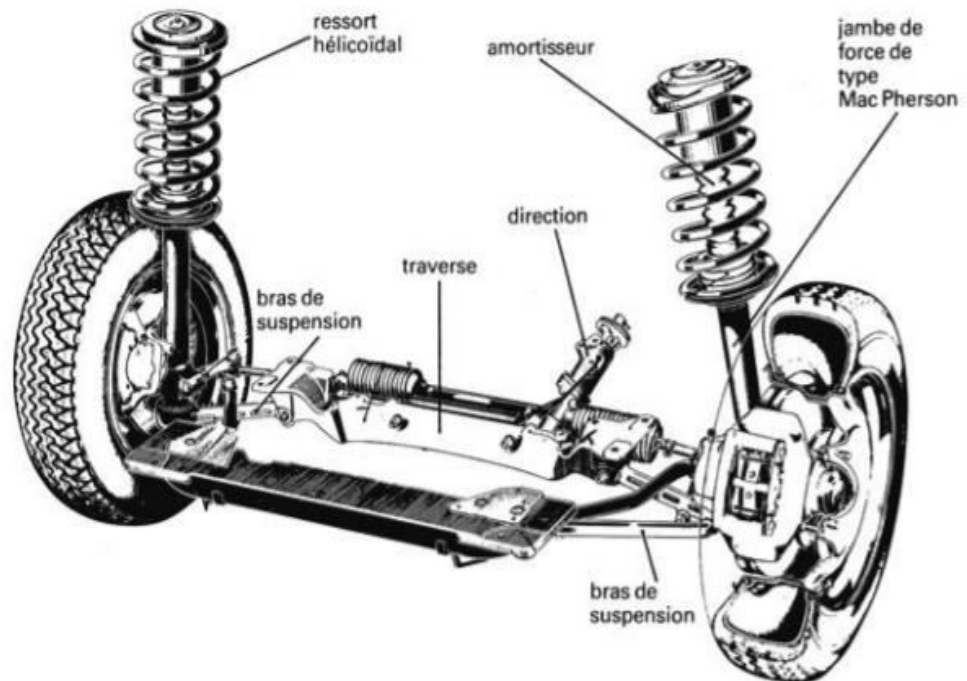
Les suspensions :

Lorsqu'un véhicule roule sur un revêtement présentant une succession d'irrégularités (type tôle ondulée sur le sable du désert), ces dernières engendrent des oscillations des suspensions. En

effet, lors d'une bosse sur la route, le ressort va se comprimer afin d'absorber le choc. Puis il va revenir à sa longueur initiale, pour y parvenir il va restituer les 3/4 de l'énergie absorbée. Cette énergie va se transmettre sous formes d'oscillations.

Pour limiter

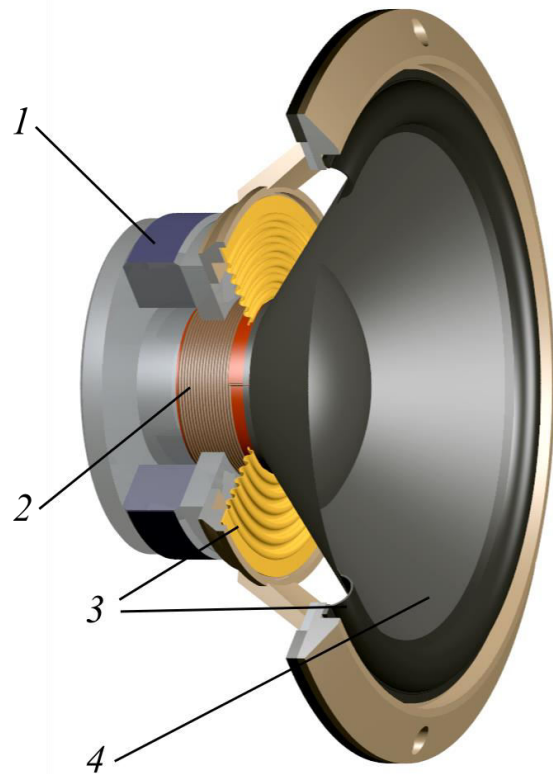
l'amplitude de ces oscillations forcées (pour le confort des passagers, la tenue de route et l'intégrité du véhicule), le système doit être fortement amorti. C'est pour cela que se trouve sur nos véhicules des amortisseurs qui sont présent afin de fortement amortir le système des oscillations des suspensions.



Source : <http://www.toutsurlamoto.com/lasuspension.htm>

L'acoustique :

La membrane d'un haut-parleur est le système oscillant qui engendre les vibrations sonores. On attend d'un haut-parleur que les vibrations de sa membrane (le résonateur) reproduisent fidèlement toutes les oscillations électriques (de périodes donc de fréquences différentes) engendrées par la source musicale (l'excitateur). Ces oscillations forcées doivent correspondre à une résonance « floue », sinon, selon leur fréquence, certains sons seraient amplifiés beaucoup plus que d'autres. On définit une « bande passante » du haut-parleur correspondant à l'ensemble des fréquences de tous les sons reproduits fidèlement. Ainsi les membranes de haut-parleurs utilisent le modèle de l'oscillateur forcé. Les haut-parleurs On voit alors que le modèle de l'oscillateur est un modèle assez répandu en physique qui regroupent plusieurs domaines différents et assez diverses. De plus de nombreuses applications que nous utilisons très souvent, voir tous le temps, sont régies par ce modèle.



Source : https://www.lerepairedessciences.fr/terminale_S/physique/chap12/TermS_PH_Chap12.pdf

Conclusion

Les oscillateurs nous permettent aujourd'hui d'effectuer de nombreuses expériences scientifiques et ont une réelle utilité dans le grand nombre de domaines d'applications. On peut les retrouver partout encore aujourd'hui alors qu'ils datent déjà d'une époque relativement distante.

Il reste cependant des choses que nous ne comprenons peut-être pas. Leur fonctionnement si complexe et les nombreux effets qu'ils génèrent sont d'une complexité considérable et il est probablement nécessaire de continuer encore des recherches dans ses directives.