

必修一、必修二注意力测试

广州市中学生第二精神病院选拔测试

@PhantomBird

3

4 6 3 +

6

5 于...

6

事

...

1. 已知四面体 中, 与 , , 相对的面分别为 , , , 四面体内有一点 , , , 分别为 , , , 与 , , 的交点. 分别连接 , , 与其所在的三角形的三个顶点, 将每个三角形分割为三个小三角形.

(1) 求证:

$$\text{————} = \text{————}$$

(2) 现在, 我们以如下规则在四面体表面上游走: 在分割出的 **12** 个小三角形中, 从一个三角形 开始, 每次选择一个与 有公共边的 + , 直至游走回 . 设在游走过程中共游走过 个小三角形, 且 **{ , , } {12... }**, , 不全共面.

当 > **2** 时, 求证: ... _ = ... ; 或者, 如果你看得懂连乘符号:

$$=$$

2.

不

下

——DeepSeek 《光年外的倒影》

有单调递增的连续函数 $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $a > 1$, b , 分别为方程 $f(x) = a^x$, $f(x) = b^x$ 的解, $g(x) = f(x) - x$ 单调递减.

(1) $f(x)$ 的定义域是否可以为 \mathbb{R} ? 给出判断并说明理由.

(2) 定义 $h(x) = f(x) - g(x)$, 当且仅当存在 x 使得 $h(x) > 0$, $f(x) > g(x)$.

① $h(x)$ 是否一定对所有 x 成立? 给出判断并说明理由.

(hack @qyc) 若 $a > 1$, $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 都有定义呢?

② 若 $h(x) > 0$ 对任意 $x > 0$ 成立, 求证: $f(x) > g(x)$.

3. (文 / DeepSeek)

于

...

...

...

不

于 ...

...

∠ +

...

时间紧迫。你现在需要解决这个问题：

平面上有一个正 n 边形 $A_1A_2\cdots A_n$ ，正 n 边形内部（含边界但不含顶点）有一点 P ，求

$$S = \sum_{i=1}^n \angle A_i P A_{i+1} \quad \left(A_{n+1} = A_1 \right)$$

的取值范围.

4. 星和流萤（游戏角色）正在看星星和萤火虫.

星在翁法罗斯学了一些**魔术技巧**，于是打算表演个魔术.

秘密基地的天空是一个无限的平面. 平面上的每个整点（横纵坐标都为整数的点）都有一颗星星. 星的魔术是这样的：

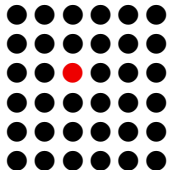


- (1) 选择一颗星星，将这颗星星变成「萤」；
- (2) 过一只「萤」作一条直线，并把直线上的星星全部变成「萤」. 与此同时，上一步产生的所有「萤」将变为萤火虫.

在这场魔术中，星会无限重复第 2 步，使得对于每一颗星星，总存在一个整数 k ，使得这颗星星在第 k 步变成萤火虫.

在筑梦边境，筑梦是需要消耗命途能量的. 星可以花费 1 点代价，为所有方向增加 1 点充能. 星每作一个方向的直线，都会消耗这个方向的 1 点充能.

求把所有星星都变成萤火虫的最小代价.

以下是一个示例（不保证代价最小）：

步数	1	2	3
平面局部			
各个方向消耗的充能	/	$k=-1:1$	$k=-1:1$ 竖直: 1
步数	4	5	6
平面局部	