

Лабораторная работа №1**Задание 1**

1. $\lambda xy.xz$
 - a) $\lambda xz.xz$ ($[z := y]$; $\lambda xy.xy$ – выражение не альфа-эквивалентное)
 - b) $\lambda mn.mz$ ($[m := x, n := y]$; $\lambda xy.xz$ - выражение альфа-эквивалентное)
 - c) $\lambda z(\lambda x).xz$ ($[z := x, x := y]$; $\lambda x(\lambda y).xy$ - выражение не альфа-эквивалентное)
2. $\lambda xy.xxy = \lambda x.\lambda y.xxy$
 - a) $\lambda mn.mnp$ ($[m := x, n := y]$; $\lambda xy.xyp$ - выражение не альфа-эквивалентное)
 - b) $\lambda x(\lambda y).xy$ ($\lambda x.\lambda y.xy$ - выражение не альфа-эквивалентное)
 - c) $\lambda a(\lambda b).aab$ ($[a := x, b := y]$; $\lambda x.\lambda y.xxy$ – выражение альфа-эквивалентное)
3. $\lambda xyz.zx - \lambda x.\lambda y.\lambda z.zx$
 - a) $\lambda x.(\lambda y).(\lambda z)$ - выражение не альфа-эквивалентное
 - b) $\lambda tos.st$ ($[t := x, o := y, s := z]$; $\lambda xyz.zx$ - выражение альфа-эквивалентное)
 - c) $\lambda mnp.mn$ ($[m := x, n := y, p := z]$; $\lambda xyz.xy$ - выражение не альфа-эквивалентное)

Задание 2

Выражения 1($\lambda x.xxx$), 3($\lambda xyz.xy(zx)$), 4($\lambda xyz.xy(zxy)$) являются комбинаторами, так как в них отсутствуют свободные переменные. В выражениях 2($\lambda xy.zx$) и 5($\lambda xy.xy(zxy)$) переменная z является свободной, так как не входит в число аргументов и не встречается в голове.

Задание 3

1. $\lambda x.xxx$ – выражение находится в бета-нормальной форме.
2. $(\lambda z.zz)(\lambda y.yy)$
 $[z := \lambda y.yy]$
 $(\lambda y.yy)(\lambda y.yy)$
 $[y := \lambda y.yy]$
 $(\lambda y.yy)(\lambda y.yy)$
 \dots
 Процесс бета-редукции не имеет остановки, следовательно, выражение расходится.
3. $(\lambda x.xxx)z$
 $[x := z]$
 zzz

Выражение редуцировано к бета-нормальной форме.

Задание 4

1. $(\lambda abc.cba)zz(\lambda wv.w)$
 $(\lambda a.\lambda b.\lambda c.cba)zz(\lambda wv.w)$
 $[a := z]$
 $(\lambda b.\lambda c.cbz)z(\lambda wv.w)$
 $[b := z]$
 $(\lambda c.czz)(\lambda wv.w)$
 $[c := (\lambda wv.w)]$
 $(\lambda wv.w)zz$
 $(\lambda w.\lambda v.w)zz$
 $[w := z]$
 $(\lambda v.z)z$
 $[v := z]$

Ответ: z

2. $(\lambda x.\lambda y.xyy)(\lambda a.a)b$
 $[x := (\lambda a.a)]$
 $(\lambda y.(\lambda a.a)yy)b$
 $[y := b]$
 $(\lambda a.a)bb$
 $[a := b]$

Ответ: bb

3. $(\lambda y.y)(\lambda x.xx)(\lambda z.zq)$
 $[y := (\lambda x.xx)]$
 $(\lambda x.xx)(\lambda z.zq)$
 $[x := (\lambda z.zq)]$
 $(\lambda z.zq)(\lambda z.zq)$
 $[z := (\lambda z.zq)]$
 $(\lambda z.zq)q$
 $[z := q]$

Ответ: qq

4. $(\lambda z.z)(\lambda z.zz)(\lambda z.zy) = (\lambda t.t)(\lambda n.nn)(\lambda z.zy)$
 $[t := (\lambda n.nn)]$
 $(\lambda n.nn)(\lambda z.zy)$
 $[n := (\lambda z.zy)]$
 $(\lambda z.zy)(\lambda z.zy) = (\lambda b.by)(\lambda z.zy)$
 $[b := (\lambda z.zy)]$
 $(\lambda z.zy)y$
 $[z := y]$

Ответ: yy

5. $(\lambda x.\lambda y.xyy)(\lambda y.y)y = (\lambda a.\lambda b.abb)(\lambda y.y)y$

$[a := (\lambda y.y)]$
 $(\lambda b.(\lambda y.y)bb)y$
 $[b := y]$
 $(\lambda y.y)yy = (\lambda t.t)yy$
 $[t := y]$

ОТВЕТ: yy

6. $(\lambda a.aa)(\lambda b.ba)c = (\lambda z.zz)(\lambda b.ba)c$
 $[z := (\lambda b.ba)]$
 $(\lambda b.ba)(\lambda b.ba)c = (\lambda x.xa)(\lambda b.ba)c$
 $[x := (\lambda b.ba)]$
 $(\lambda b.ba)ac$

ОТВЕТ: aac

7. $(\lambda xyz.xz(yz))(\lambda x.z)(\lambda x.a) = (\lambda mnk.mk(nk))(\lambda x.z)(\lambda y.a)$
 $(\lambda m.\lambda n.\lambda k.mk(nk))(\lambda x.z)(\lambda y.a)$
 $[m := (\lambda x.z)]$
 $(\lambda n.\lambda k.(\lambda x.z)k(nk))(\lambda y.a)$
 $[n := (\lambda y.a)]$
 $\lambda k.(\lambda x.z)k((\lambda y.a)k)$
 $[x := k]$
 $\lambda k.z((\lambda y.a)k)$
 $[y := k]$
 ОТВЕТ: $\lambda k.za$