Grado en Ingeniería Informática

Curso 2020/2021

Teoría Avanzada de la Computación

Máquinas de Turing

Autores:

Iván Miguelez García	*100383387*
Alba Reinders Sánchez	*100383444*
Alejandro Valverde Mahou	*100383383*

Índice

1. Palíndromos I

1.1. MT Determinista de 1 cinta

1.1.1. Implementación Propuesta

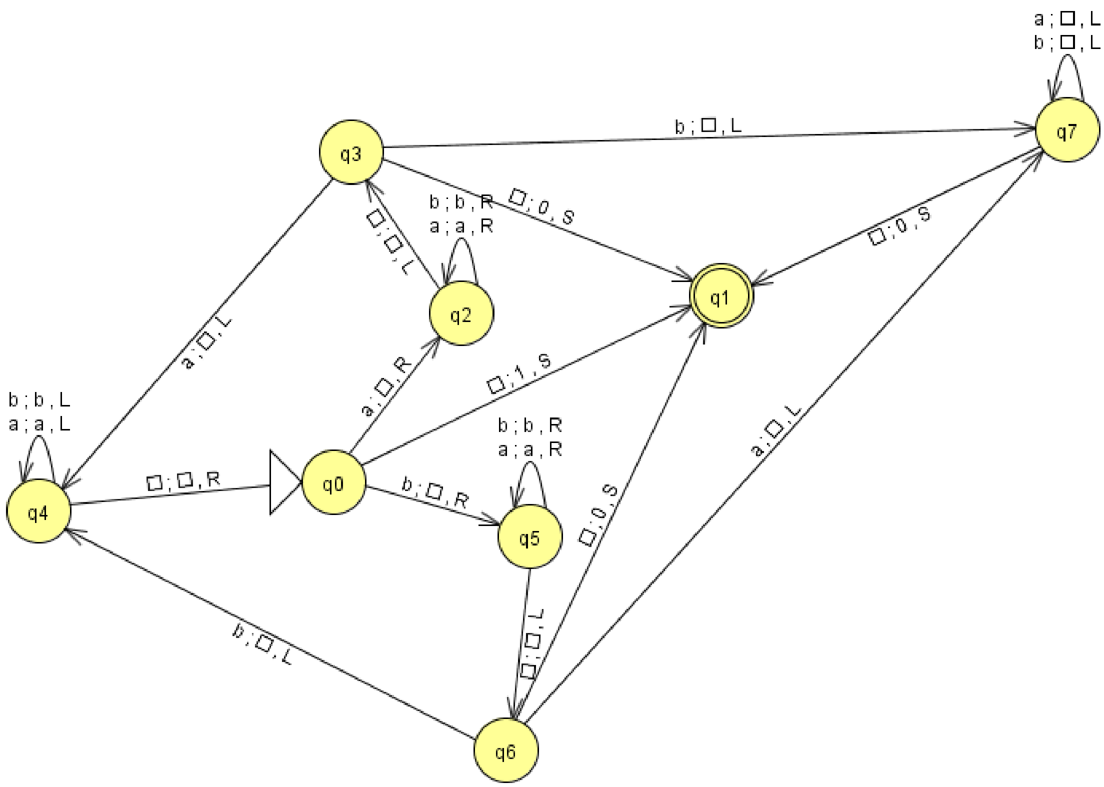

Figura 1: MT Determinista 1 cinta - Palíndromos

1.1.2. Determinación del Peor Caso

El peor caso ocurre cuando la entrada es palíndromo con cardinalidad par. Las palabras son de tamaño n=2k, según el espacio definido donde está contenido el conjunto de palíndromos. Cada recorrido completo de la cinta comprueba dos símbolos. Se recorren más símbolos cuando la palabra introducida es un palíndromo, ya que si no lo es, la máquina deja de recorrer la cinta.

Entrada	Pasos	Palíndromo
aaaa	15	SÍ
aabb	9	NO
aabbaa	28	SÍ
aabaaa	27	NO
babaaa	13	NO

Tabla 1: Peor caso

1.1.3. Simulación con Diferentes Tamaños

Entrada	Tamaño	Pasos
λ	0	1
aa	2	6
abba	4	15
abaaba	6	28
ababbaba	8	45
ababaababa	10	66

Tabla 2: Diferentes tamaños

1.1.4. Cálculo de $T(n)$

N	0	2	4	6	8	10
Pasos	1	6	15	28	45	66
Diferencia 1		5	9	13	21	25
Diferencia 2		4	4	4	4	
Diferencia 3			0	0		

Tabla 3: Diferencias finitas

Dado que en la *Diferencia 2* se encuentran valores constantes, es una ecuación de segundo grado:

$$T(n) = an^2 + bn + c$$

Despejando sus valores se obtiene:

$$T(0) = c = 1$$
$$T(2) = 4a + 2b + c = 6$$
$$T(4) = 16a + 4b + c = 15$$

$$a = \frac{1}{2}, \quad b = \frac{3}{2}, \quad c = 1$$

La complejidad de esta máquina de Turing es:

$$T(n) = \frac{1}{2}n^2 + \frac{3}{2}n + 1$$

Por tanto el valor de la cota asintótica superior $g(n)$ con $n_0 = 10$ es:

$$g(n) = kn^2$$

$$g(n) > T(n)$$

$$kn^2 > \frac{1}{2}n^2 + \frac{3}{2}n + 1$$
$$k > \frac{1}{2} + \frac{3}{2n} + \frac{1}{n^2}$$
$$n_0 = 10$$

$$k > \frac{1}{2} + \frac{3}{2*10} + \frac{1}{10^2}$$

$$k > \frac{1}{2} + \frac{3}{20} + \frac{1}{100}$$

$$k > \frac{66}{100}$$

$$k > 0.66$$

$$k = 0.67$$

$$g(n) = 0.67n^2$$

1.2. MT Determinista de 2 cintas

1.2.1. Implementación Propuesta

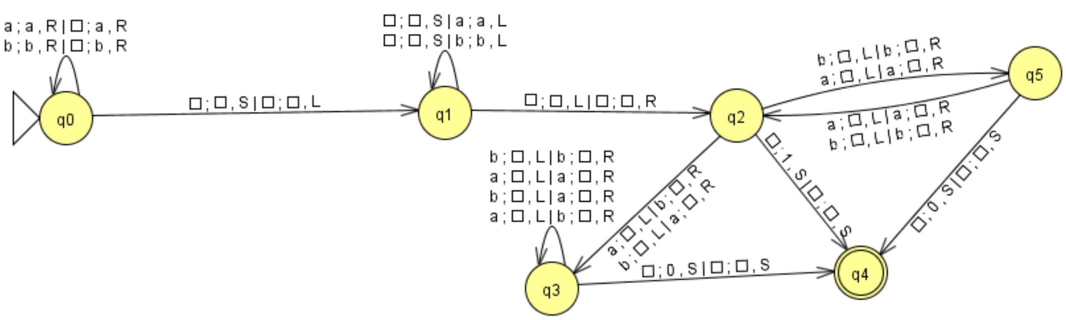

Figura 2: MT Determinista de 2 cintas - Palíndromos

1.2.2. Determinación del Peor Caso

En este caso, todos los ejemplos del mismo tamaño tardan lo mismo, independientemente de si son palíndromos o no.

Entrada	Pasos	Palíndromo
aaaa	15	SÍ
aabb	15	NO
aabbaa	21	SÍ
aabaaa	21	NO
babaaa	21	NO

Tabla 4: Peor caso

1.2.3. Simulación con Diferentes Tamaños

Entrada	Tamaño	Pasos
λ	0	4
aa	2	9
abba	4	15
abaaba	6	21
ababbaba	8	27
ababaababa	10	33

Tabla 5: Diferentes tamaños

1.2.4. Cálculo de $T(n)$

N	**0**	**2**	**4**	**6**	**8**	**10**
Pasos	3	9	15	21	27	33
Diferencia 1		6	6	6	6	6
Diferencia 2		0	0	0	0	

Tabla 6: Diferencias finitas

Dado que en la *Diferencia 1* se encuentran valores constantes, es una ecuación de primer grado:

$$T(n) = an + b$$

Despejando sus valores se obtiene:

$$T(0) = b = 3$$
$$T(2) = 2a + b = 9$$

$$a = 3, \quad b = 3$$

La complejidad de esta máquina de Turing es:

$$T(n) = 3n + 3 = 3(n + 1)$$

Por tanto el valor de la cota asintótica superior $g(n)$ con $n_0 = 10$ es:

$$g(n) = kn$$

$$g(n) > T(n)$$

$$kn > 3(n+1)$$
$$k > \frac{3(n+1)}{n}$$
$$k > 3 + \frac{3}{n}$$
$$n_0 = 10$$
$$k > 3 + \frac{3}{10}$$
$$k > \frac{33}{10}$$

$$k > 3.3$$
$$k = 3.31$$

$$g(n) = 3.31n$$

1.3. MT No Determinista de 2 cintas

1.3.1. Implementación Propuesta

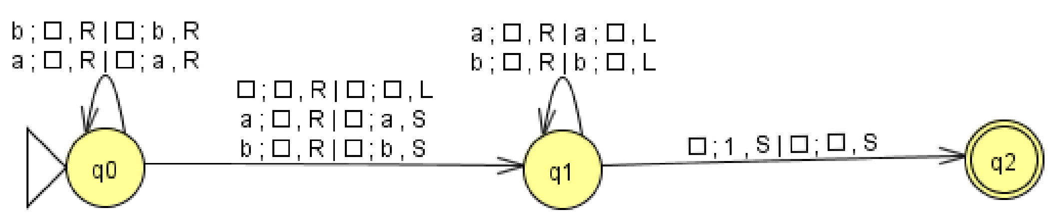

Figura 3: MT No Determinista de 2 cintas - Palíndromos

1.3.2. Determinación del Peor Caso

En este caso, todos los ejemplos del mismo tamaño tardan lo mismo, independientemente de si son palíndromos o no. Por ese motivo no es necesario realizar la comprobación para determinar el peor caso.

Entrada	**Tamaño**	**Pasos**
λ	0	2
aa	2	3
abba	4	5
abaaba	6	7
ababbaba	8	9
ababaababa	10	11

Tabla 7: Diferentes tamaños

N	**0**	**2**	**4**	**6**	**8**	**10**
Pasos	2	3	5	7	9	11
Diferencia 1		1	2	2	2	2
Diferencia 2		1	0	0	0	

Tabla 8: Diferencias finitas

1.3.3. Simulación con Diferentes Tamaños

1.3.4. Cálculo de $T(n)$

Nota: Para poder aceptar lambda es necesario utilizar una regla especializada, que hace que no se cumplan las diferencias finitas, añadiendo un paso más. Para el cálculo de T(n) se ignora este primer caso.

Dado que en la *Diferencia 1* se encuentran valores constantes, es una ecuación de primer grado:

$$T(n) = an + b$$

Despejando sus valores se obtiene:

$$T(2) = 2a + b = 3$$
$$T(4) = 4a + b = 5$$

$$a = 1, \quad b = 1$$

La complejidad de esta máquina de Turing es:

$$T(n) = n + 1 \quad \forall\, n > 0$$

Por tanto el valor de la cota asintótica superior $g(n)$ con $n_0 = 10$ es:

$$g(n) = kn$$

$$g(n) > T(n)$$

$$kn > n + 1$$
$$k > 1 + \frac{1}{n}$$
$$n_0 = 10$$
$$k > 1 + \frac{1}{10}$$
$$k > \frac{11}{10}$$

$$k > 1.1$$
$$k = 1.11$$

$$g(n) = 1.11n$$

2. Suma de enteros en base UNO

2.1. MT Determinista de 1 cinta

2.1.1. Implementación Propuesta

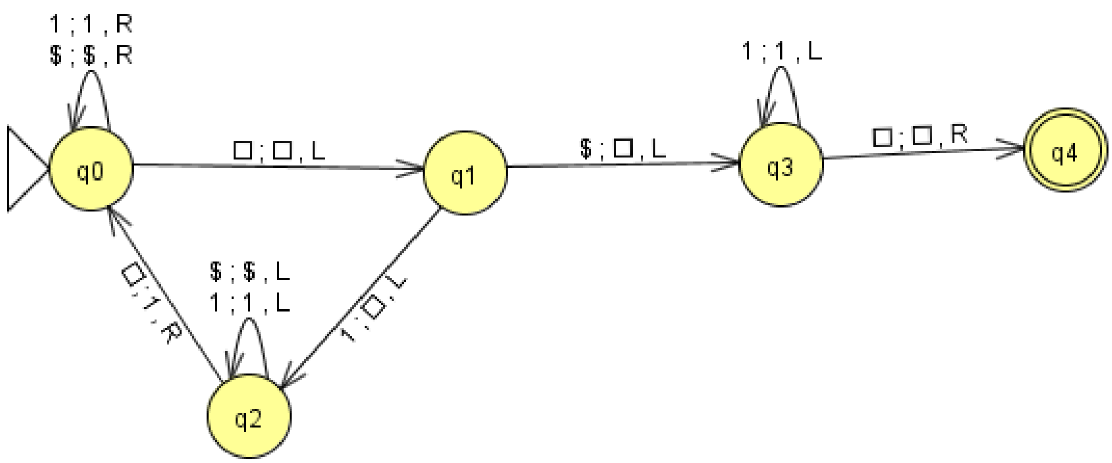

Figura 4: MT Determinista de 1 cinta - Suma de enteros en base UNO

2.1.2. Determinación del Peor Caso

En este problema el peor caso se encuentra cuando la parte izquierda de la suma está vacía y la parte derecha tiene todos los '1'. Esto se debe a que por cada '1' en la parte derecha, la máquina de Turing tiene que recorrer la tira entera hasta la izquierda.

Entrada	Pasos	Resultado
$111	37	111
1$11	28	111
11$1	19	111
111$	10	111

Tabla 9: Peor caso

2.1.3. Simulación con Diferentes Tamaños

Entrada	Tamaño	Pasos
$	1	4
$1	2	11
$11	3	22
$111	4	37
$1111	5	56

Tabla 10: Diferentes tamaños

2.1.4. Cálculo de $T(n)$

N	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
Pasos	4	11	22	37	56
Diferencia 1		7	11	15	19
Diferencia 2		4	4	4	
Diferencia 3			0	0	

Tabla 11: Diferencias finitas

Dado que en la *Diferencia 2* se encuentran valores constantes, es una ecuación de segundo grado:

$$T(n) = an^2 + bn + c$$

Despejando sus valores se obtiene:

$$T(1) = a + b + c = 4$$
$$T(2) = 4a + 2b + c = 11$$
$$T(3) = 9a + 3b + c = 22$$

$$a = 2, \quad b = 1, \quad c = 1$$

La complejidad de esta máquina de Turing es:

$$T(n) = 2n^2 + n + 1$$

Por tanto el valor de la cota asintótica superior $g(n)$ con $n_0 = 10$ es:

$$g(n) = kn^2$$

$$g(n) > T(n)$$

$$kn^2 > 2n^2 + n + 1$$
$$k > 2 + \frac{1}{n} + \frac{1}{n^2}$$
$$n_0 = 10$$
$$k > 2 + \frac{1}{10} + \frac{1}{10^2}$$
$$k > 2 + \frac{1}{10} + \frac{1}{100}$$
$$k > \frac{211}{100}$$

$$k > 2.11$$
$$k = 2.12$$

$$g(n) = 2.12n^2$$

2.2. MT Determinista de 2 cintas

2.2.1. Implementación Propuesta

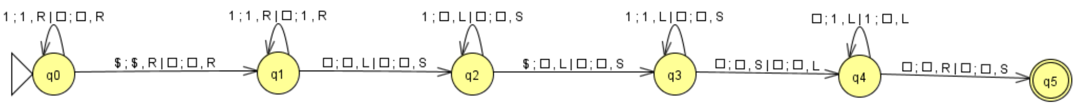

Figura 5: MT Determinista de 2 cintas - Suma de enteros en base UNO

2.2.2. Determinación del Peor Caso

Al igual que en la versión con una sola cinta, el peor caso surge cuando la parte izquierda se encuentra vacía, y la parte derecha tiene todos los '1'.

Entrada	Pasos	Resultado
\$111	14	111
1\$11	13	111
11\$1	12	111
111\$	11	111

Tabla 12: Peor caso

2.2.3. Simulación con Diferentes Tamaños

Entrada	Tamaño	Pasos
\$	1	5
\$1	2	8
\$11	3	11
\$111	4	14
\$1111	5	17

Tabla 13: Diferentes tamaños

2.2.4. Cálculo de $T(n)$

N	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
Pasos	5	8	11	14	17
Diferencia 1		3	3	3	3
Diferencia 2		0	0	0	

Tabla 14: Diferencias finitas

Dado que en la *Diferencia 1* se encuentran valores constantes, es una ecuación de primer grado:

$$T(n) = an + b$$

Despejando sus valores se obtiene:

$$T(1) = a + b = 5$$
$$T(2) = 2a + b = 8$$

$$a = 3, \quad b = 2$$

La complejidad de esta máquina de Turing es:

$$T(n) = 3n + 2$$

Por tanto el valor de la cota asintótica superior $g(n)$ con $n_0 = 10$ es:

$$g(n) = kn$$

$$g(n) > T(n)$$

$$kn > 3n + 2$$
$$k > 3 + \frac{2}{n}$$
$$n_0 = 10$$
$$k > 3 + \frac{2}{10}$$
$$k > \frac{32}{10}$$

$$k > 3.2$$
$$k = 3.21$$

$$g(n) = 3.21n$$

2.3. Evaluación de la mejora obtenida con la MT de 2 cintas

La Máquina de Turing de suma de números en base UNO con una sola cinta tiene un coste polinomial de grado 2 ($T(n) = 2n^2 + n + 1$), mientras que la que tiene dos cintas es tan solo de grado 1 ($T(n) = 3n + 2$), de forma que la máquina que tiene dos cintas tiene un menor coste computacional. Empíricamente se puede ver con la figura 6 la diferencia entre estas dos funciones.

Esto se debe a que la MT de una cinta tiene que recorrer la palabra entera de izquierda a derecha continuamente, mientras que la MT que usa dos cintas le basta con que cada una recorra uno de los dos operandos.

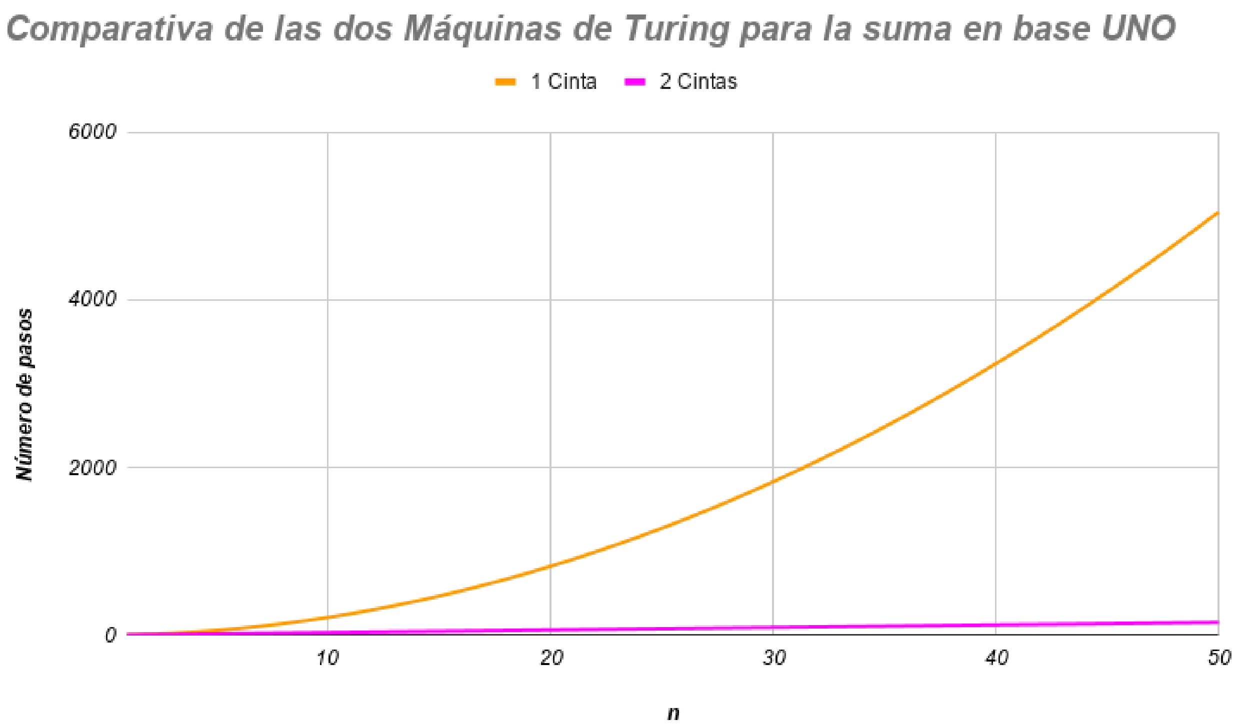

Figura 6: Comparativa MT 1 cinta vs. MT 2 cintas

3. Suma de enteros en base DOS

3.1. MT Determinista de 1 cinta

3.1.1. Implementación Propuesta

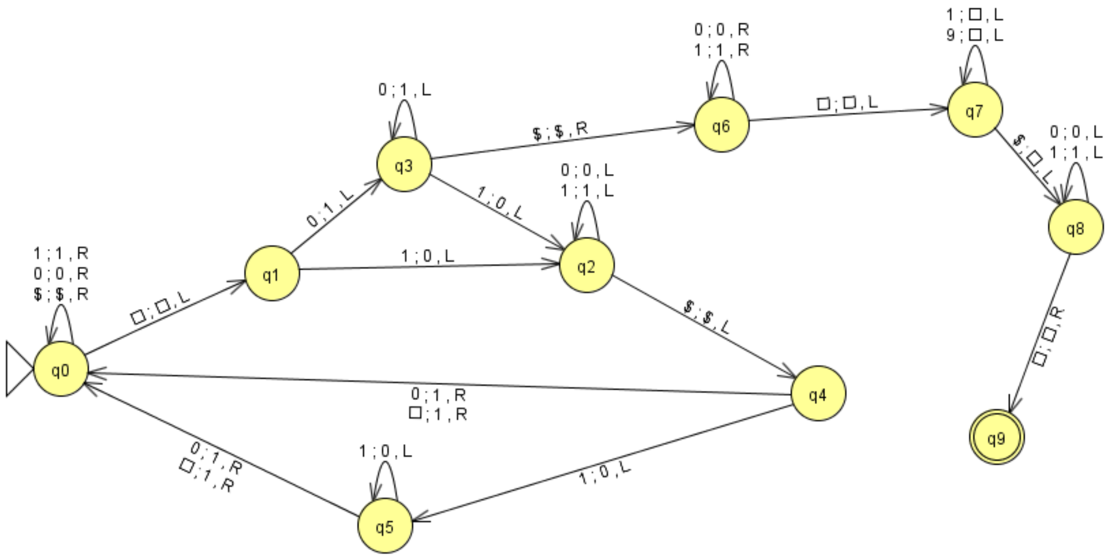

Figura 7: MT Determinista de 1 cinta - Suma de enteros en base DOS

3.1.2. Determinación del Peor Caso

En este problema, el peor caso se encuentra cuanto más grande es el segundo número y el primer número está vacío, de forma a similar a lo que ocurría en el caso de la suma en base UNO.

Entrada	Pasos	Resultado
$00	14	cinta vacía
$01	23	1
$10	34	10
$11	42	11
0$0	12	0
0$1	12	1
1$0	18	1
1$1	21	10
00$	error	error
01$	error	error
10$	error	error
11$	error	error
1$11	48	100
11$1	25	100
$111	99	111
0$111	99	111

Tabla 15: Peor caso

3.1.3. Simulación con Diferentes Tamaños

Entrada	Tamaño	Pasos
$1	2	17
$11	3	42
$111	4	99
$1111	5	228
$11111	6	517

Tabla 16: Diferentes tamaños

3.1.4. Cálculo de $T(n)$

N	2	3	4	5	6
Pasos	17	42	99	228	517
Diferencia 1		25	57	129	289
Diferencia 2		32	72	160	

Tabla 17: Diferencias finitas

3.2. MT Determinista de 2 cintas

3.2.1. Implementación Propuesta

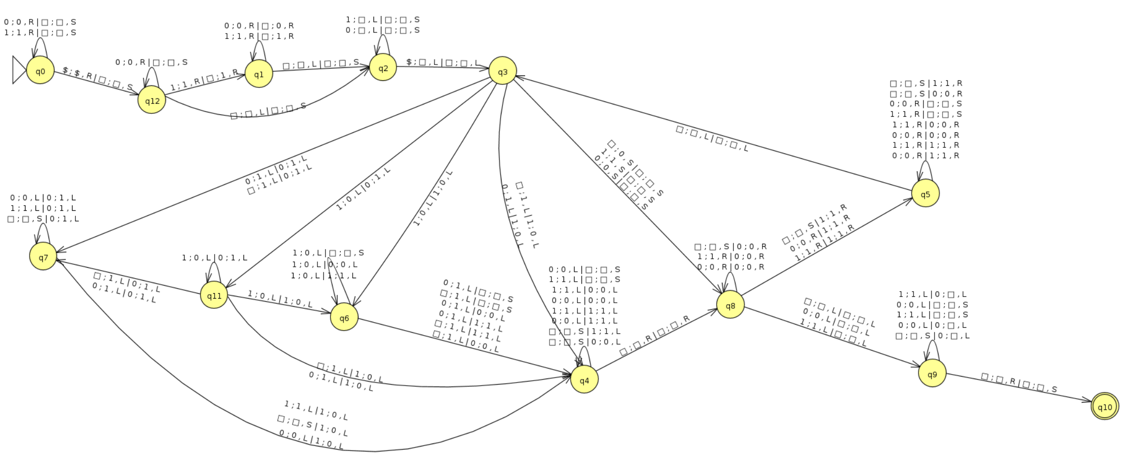

Figura 8: MT Determinista de 2 cintas - Suma de enteros en base DOS

3.2.2. Determinación del Peor Caso

3.2.3. Simulación con Diferentes Tamaños

3.2.4. Cálculo de $T(n)$

3.3. Evaluación de la mejora obtenida con la MT de 2 cintas

Entrada	Pasos	Resultado
$00	10	00
$01	10	01
$10	10	10
$11	10	11
0$0	8	0
0$1	8	1
1$0	8	1
1$1	11	10
11$11	17	110
11$10	15	101
111$111	23	1110
11$1111	27	10010
1$11111	31	100000
1111$11	25	10010

Tabla 18: Peor caso

Entrada	Tamaño	Pasos
$	1	6
$1	2	11
$11	3	28
$111	4	69
$1111	5	166
$11111	7	391

Tabla 19: Diferentes tamaños

N	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
Pasos	11	16	21	26	31
Diferencia 1		5	5	5	5
Diferencia 2		0	0	0	

Tabla 20: Diferencias finitas

4. Comparativa de los Ejercicios 1 y 2

Base 1	Base 2	Pasos BASE 1	Pasos BASE 2
1$1	1$1	10	13
11$11	10$10	15	25
111$111	11$11	20	35
1111$1111	100$100	25	49
11111$11111	101$101	30	61
111111$111111	110$110	35	73
1111111$1111111	111$111	40	85
$1	$1	8	11
$11	$10	11	22
$111	$11	14	28
$1111	$100	17	45
$11111	$101	20	53
$111111	$110	23	61
$1111111	$111	26	69

Tabla 21: Comparativa pasos MT 2 cintas suma base 1 y base 2

Como se aprecia en la tabla 20, el número de pasos de la suma en base 2 es mayor que los obtenidos con base 1 para todos los casos. En la figura 9 también se puede apreciar como las complejidades difieren en gran medida. Para esta gráfica, dado que la fórmula obtenida previamente no es aplicable a todos los ejemplos en los que se usa, se realiza una aproximación con el objetivo de representar visualmete la diferencia de complejidades.

Las entradas que se tienen en cuenta en la gráfica 9 son de la forma $\$x$ donde x es el número de entrada, ya sea en base UNO o base DOS. El eje x de la gráfica hace referencia a este número, mostrándolo en base 10.

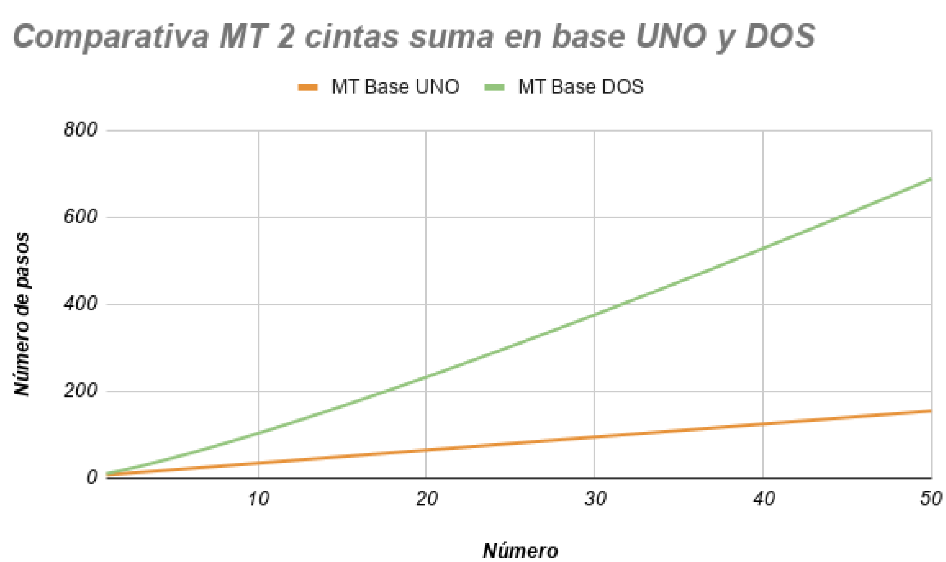

Figura 9: Gráfica comparativa pasos MT 2 cintas suma base 1 y base 2

Esta diferencia de complejidades se debe al acarreo que tiene que tener en cuenta la MT en la suma en base 2, ya que esto hace que aumente considerablemente el número de pasos requerido para realizar la suma. Las complejidades de cada algoritmo respecto a x son:

$$T_{UNO}(x) = 3x + 5$$

$$T_{DOS}(x) = (2^{\log_2(x)+1} - 1) * 2 * (\log_2(x)) + 3 * (\log_2(x)) + 11$$
$$T_{DOS}(x) = (2x - 1) * 2 * \log_2(x) + 3 * \log_2(x) + 11$$

Por lo tanto se puede ver que la complejidad de la suma en base 1 es lineal y la de la suma en base 2 es lineal logarítmica, que es peor computacionalmente hablando.

5. Palíndromo de Orden k

5.1. MT Determinista de 3 cintas

5.1.1. Implementación Propuesta

La máquina que se plantea cuenta con 3 cintas. Dada una entrada de la forma $k\$x$, donde k es el orden del palíndromo y x es la palabra, el funcionamiento general es:

1. Se recorre la cinta 1 hasta que se encuentre blanco, pero a partir de que se encuentre el símbolo $\$$ copia en la cinta 2 todo lo que hay en la 1, es decir, la palabra.
2. Se rebobinan ambas cintas, en la cinta 1 se va borrando hasta llegar a k, y en la cinta 2 se rebobina hasta ponerse en el símbolo de más a la izquierda sin modificar nada.
3. Se entra en un bucle para determinar si la palabra es palíndromo de orden k:
   a) Se borra el primer símbolo de la izquierda de la palabra de la cinta 2.
   b) Se recorre la cinta 2 entera hasta la derecha del todo.
   c) Si el símbolo coincide con el borrado al principio, se apunta en la cinta 3 el símbolo, y se borra en la cinta 2. Esto se hace para almacenar la mitad de la palabra en caso de que sea palíndromo, para poder calcular el siguiente orden.
   d) Si el símbolo no coincide, se termina, dado que se puede concluir que la palabra no es palíndromo.
   e) Esto se realiza hasta que la cinta 2 se encuentra vacía. Entonces se elimina un '1' de la cinta 1, y se copia en la cinta 2 el contenido de la cinta 3, mientras se borra esta tercera cinta.
4. El bucle termina cuando se ha demostrado que no es palíndromo del orden requerido, o cuando la cinta 1 no tiene ningún '1' más, por lo que se cumple la condición de que x es al menos palíndromo de orden k, y por tanto termina el algoritmo.

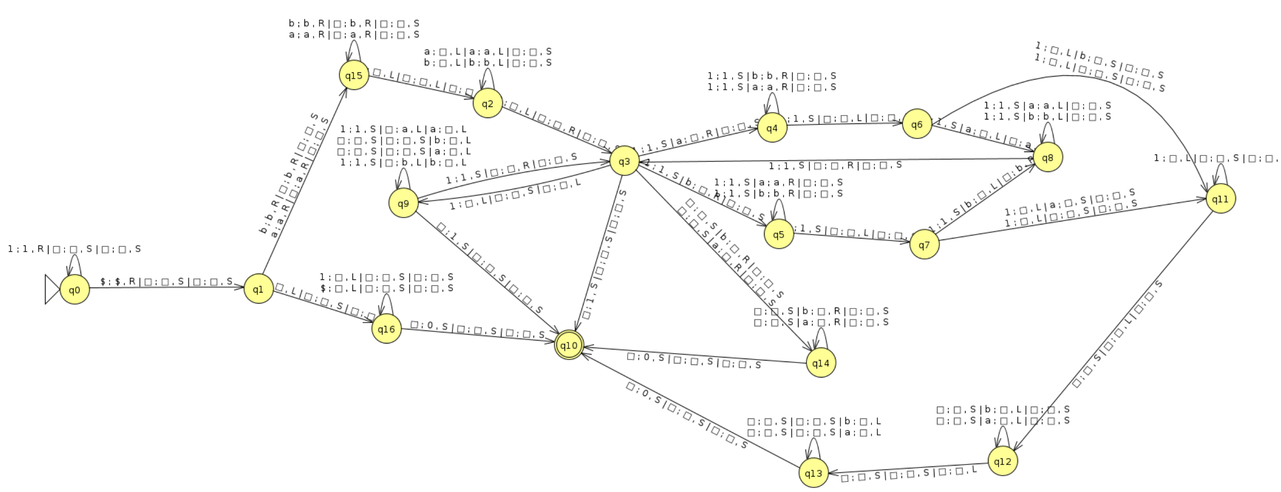

Figura 10: MT Determinista de 3 cintas - Comprobación de polinomios de grado k

5.1.2. Determinación del Peor Caso

El peor caso se da cuando la palabra x es palíndromo de orden k porque es el caso en el que tiene que recorrer más veces el bucle. x tendrá un tamaño igual a 2^k porque es el tamaño del palíndromo más pequeño que existe de orden k y está compuesto por el mismo símbolo exclusivamente.

Entrada	Pasos	Resultado
$aaa	13	0
$aab	13	0
1$aa	16	1
1$ab	15	0
11$a	14	0
111$	10	0

Tabla 22: Peor caso

5.1.3. Simulación con Diferentes Tamaños

Entrada	Tamaño	Pasos
$	1	4
1$aa	4	16
11$aaaa	7	39
111$aaaaaaaa	12	98
1111$aaaaaaaaaaaaaaaa	21	277

Tabla 23: Diferentes tamaños

5.1.4. Cálculo de $T(n)$

N	1	4	7	12	21
Pasos	4	16	39	98	277
Diferencia 1		12	23	59	179
Diferencia 2		11	36	120	

Tabla 24: Diferencias finitas

Como se puede ver en la tabla 23, por el método de diferencias finitas no se consiguen sacar valores constantes y por tanto se realiza otro tipo de análisis. Se analiza el comportamiento de la máquina para poder encontrar su complejidad.

La MT planteada se puede dividir en 2 bloques diferenciados. La preparación de las cintas y el bucle que comprueba la condición. Como se ha visto en apartados anteriores, el peor caso se da cuando x es igual a 2^k porque esto quiere decir que x es el palíndromo de orden k más pequeño.

La preparación de la cinta depende del tamaño de la misma. Primero se recorre completamente hacia la derecha, hasta que se encuentra blanco, y después se vuelve hasta k, por tanto se recorre $k+1(\$)+x+1(blanco)+x+1(\$)$ y dado que $x = 2^k$, la complejidad de la preparación de las cintas es:

$$T_{prep}(k) = k + 2 * 2^k + 3$$

Por otro lado, para el bucle se observa que tiene una especie de comportamiento recursivo. Siendo el caso base $1\$aa$, se aprecia que el siguiente palíndromo ($11\$aaaa$) contiene a este. El siguiente contiene a su vez a estos 2 últimos y así sucesivamente. Esto se puede ver en la tabla 24 donde el resultado total de cada ejemplo es:

$$T_{bucle}(k) = T_{bucle}(k-1) + y$$

Donde y representa el coste de comprobar si x es palíndromo o no. Este coste es determinado por su longitud. Dado que cada vez se tiene que recorrer menos distancia de derecha a izquierda, porque cada vez se va acortando la palabra según se van haciendo comprobaciones, resulta en un proceso iterativo. A continuación se muestra un ejemplo de este funcionamiento:

$$Cinta_1 : 1\mathbf{1}$$
$$Cinta_2 : \mathbf{a}bba$$
$$Cinta_3 :$$

$$Cinta_1 : 1\mathbf{1}$$
$$Cinta_2 : bb\mathbf{a}$$
$$Cinta_3 :$$

$$Cinta_1 : 1\mathbf{1}$$
$$Cinta_2 : \mathbf{b}b$$
$$Cinta_3 : \mathbf{a}$$

$$Cinta_1 : 1\mathbf{1}$$
$$Cinta_2 : \mathbf{b}$$
$$Cinta_3 : \mathbf{a}$$

$$Cinta_1 : 1\mathbf{1}$$
$$Cinta_2 :$$
$$Cinta_3 : a\mathbf{b}$$

Este proceso está seguido por un copiado de la cinta 3 en la cinta 2 de nuevo, y la eliminación de un '1' de la cinta 1, borrando en el proceso la cinta 3, para poder repetir comprobación del palíndromo, pero con un tamaño reducido. Esto tiene un coste de $\frac{x}{2} + 2$, porque ahora el tamaño de x es la mitad, y añade 1 paso más cada vez que se llega al final o principio de la palabra, porque se encuentra un blanco y debe cambiar de dirección.

Por tanto, la complejidad de realizar el bucle es:

$$y = \frac{x}{2} + 2 + x + \sum_{i=1}^{x} i$$

lo que en función de k se esxpresa como:

$$y = 2 + \frac{3 * 2^k}{2} + \sum_{i=1}^{2^k} i$$

El sumatorio que se añade representa el número de pasos que se realizan cuando se desplaza el cabezal de izquierda a derecha según se van borrando los extremos de la palabra. Adicionalmente, dado que el paso se hace x veces, se añade este valor porque es el número de veces que encuentra blanco y tiene que cambiar de dirección, añadiendo un paso más cada vez.

La complejidad total de esta máquina de Turing es:

$$T(k) = T_{prep}(k) + T_{bucle}(k) = k + 2 * 2^k + 3 + 2 + \frac{3 * 2^k}{2} + \sum_{i=1}^{2^k}(i) + T_{bucle}(k-1)$$

que, eliminando la recursividad, es:

$$T(k) = k + 2 * 2^k + 3 + \sum_{i=1}^{k}(2 + \frac{3 * 2^i}{2} + \sum_{j=1}^{2^i} j)$$

Nota: esta función está definida en función de k dado que es la que marca la complejidad del problema. La n es consecuente del tamaño de k según la siguiente formula $n = k + 1 + 2^k$.

Estos resultados coinciden con los resultados obtenidos empíricamente, que se pueden ver con mayor detalle en la tabla 24.

Entrada	Tamaño	k	x	prep(k)	bucle(k)	Total
1$aa	4	1	2	8	8	16
11$aaaa	7	2	4	13	18	39
111$aaaaaaaa	12	3	8	22	50	98
1111$aaaaaaaaaaaaaaaa	21	4	16	39	16	277

Tabla 25: Ampliación con más información sobre cada ejemplo

Dado que la complejidad está definida sobre k, se calcula la cota superior asintótica $g(k)$ usando $k_0 = 10$.

$$g(k) = c * 2^k$$

$$g(k) > T(k)$$

$$c * 2^k > k + 2 * 2^k + 3 + \sum_{i=1}^{k}(2 + \frac{3 * 2^i}{2} + \sum_{j=1}^{2^i} j)$$

$$c * 2^{10} > 10 + 2 * 2^{10} + 3 + \sum_{i=1}^{10}(2 + \frac{3 * 2^i}{2} + \sum_{j=1}^{2^i} j)$$

$$c * 2^{10} > 15390$$

$$c > \frac{15390}{2^{10}}$$

$$c > \frac{7695}{512}$$

$$c > 15.029$$

$$c = 15.03$$

$$g(k) = 15.03 * 2^k$$

5.2. MT No Determinista de 4 cintas

5.2.1. Implementación Propuesta

El funcionamiento de esta máquina toma como referencia el funcionamiento de la máquina no determinista propuesta en el ejemplo de la práctica, que comprueba si una palabra es un palíndromo.

Para esta máquina se propone el uso de cuatro cintas, una para llevar a cabo la resta en base 1 del orden k dado, dos cintas más para llevar a cabo la comprobación de la palindromía de la palabra dada, y una última cinta para guardar la mitad de la palabra dada.

La máquina empieza copiando la palabra x en la cinta 2, dejando solamente k en la cinta 1 y las cintas 3 y 4 vacías. A continuación, se lleva a cabo la comprobación de si la palabra dada es palíndromo de forma no determinista. Para ello, se elimina la primera letra de la palabra, que se encuentra en la cinta 2, y se copia en las cintas 3 y 4. De forma sucesiva, se plantean dos posibles caminos para la máquina: comprobar si las palabras de las cintas 2 y 3 son idénticas, o seguir copiando símbolos en las cintas 3 y 4.

Si la palabra dada es un palíndromo, cuando la mitad de la palabra ya haya sido borrada de la cinta 2 y copiada en las otras cintas, la máquina comenzará a comprobar que las palabras de las cintas 2 y 3 son iguales (esta transición es tomada cada vez que se copia un nuevo símbolo). Cuando esta comprobación termine, la máquina habrá detectado que la palabra dada es un palíndromo.

En este punto, en la primera cinta hay uno o varios 1's, las cintas 2 y 3 están vacías y la cinta 4 almacena la mitad de la palabra original. Cuando esto se da, se resta 1 a k en la primera cinta y se copia la palabra de la cinta 4 a la cinta 2, quedando la cinta 4 vacía. Mientras la cinta 2 no esté vacía, todo el proceso se repite en un bucle, hasta que la palabra analizada no sea un palíndromo o se haya comprobado que la palabra dada es palíndromo de al menos orden k.

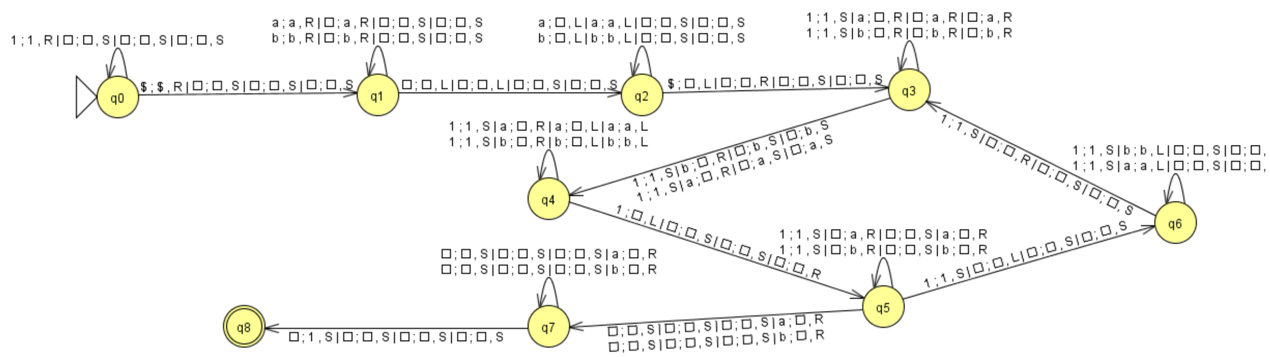

Figura 11: MT No Determinista de 4 cintas - Comprobación de polinomios de grado k

5.2.2. Determinación del Peor Caso

Entrada	Pasos	Resultado
$aaa	10	no acepta
$aab	10	no acepta
1$aa	13	acepta
1$ab	11	no acepta
11$a	9	no acepta
111$	7	no acepta

Tabla 26: Peor caso

El peor caso se da, al igual que en la MT determinista, cuando la palabra x es palíndromo de orden k porque es el caso en el que tiene que recorrer más veces el bucle.

En cambio, esta MT, al ser no determinista, no debe aceptar aquellos casos en los que la entrada no cumpla la condición de dada.

5.2.3. Simulación con Diferentes Tamaños

Entrada	Tamaño	Pasos
$	1	4
1$aa	4	13
11$aaaa	7	29
111$aaaaaaaa	12	57
1111$aaaaaaaaaaaaaaaa	21	109

Tabla 27: Diferente tamaños

5.2.4. Cálculo de $T(n)$

N	**1**	**4**	**7**	**12**	**21**
Pasos	4	13	29	57	109
Diferencia 1		9	16	28	52
Diferencia 2		7	12	24	

Tabla 28: Diferencias finitas

Se puede ver en la tabla 27 que por el método de diferencias finitas no se obtienen valores constantes, pero se puede ver que en la diferencia 2 es una exponencial perfecta porque multiplica por 2 cada vez (ignorando el primer caso porque es diferente al resto).

Se aprecia que 12 es $2^2 * 3$ y que 24 es $2^3 * 3$, por lo que se intenta aproximar con diferentes valores de k y se encuentra que se puede generalizar a $2^k * 3$. Pero como esto no termina de cuadrar con los valores empíricos, se utiliza $2^{k+1} * 3$, que se aproxima más a los valores.

N	**1**	**4**	**7**	**12**	**21**
k	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**
Pasos	4	13	29	57	109
$2^{k+1} * 3$	6	12	24	48	96
Pasos - $2^{k+1} * 3$	-2	1	5	9	13
Diferencia 1		3	4	4	4
Diferencia 2		1	0	0	

Tabla 29: Ampliación y cálculo de diferencias finitas nuevas

En la tabla 28 se puede ver que haciendo las diferencias finitas a la resta se obtienen finalmente valores constantes en la diferencia 1.

$$T'(k) = ak + b$$

$$T'(1) = a + b = 1$$
$$T'(2) = 2a + b = 5$$

$$a = 4, \quad b = -3$$

$$T'(k) = 4k - 3$$

Por tanto:

$$T(k) = 2^{k+1} * 3 + 4k - 3$$

y coincide con los valores obtenidos empíricamente.

Dado que la complejidad está definida sobre k, se calcula la cota superior asintótica $g(k)$ usando $k_0 = 10$.

$$g(k) = c * 2^k$$

$$g(k) > T(k)$$

$$c * 2^k > 2^{k+1} * 3 + 4k - 3$$

$$c * 2^{10} > 2^{11} * 3 + 4 * 10 - 3$$

$$c * 2^{10} > 6181$$
$$c > \frac{6181}{2^{10}}$$
$$c > \frac{6181}{1024}$$
$$c > 6.036$$

$$c = 6.037$$

$$g(k) = 6.037 * 2^k$$

5.3. Evaluación de la mejora obtenida con la MT No Determinista

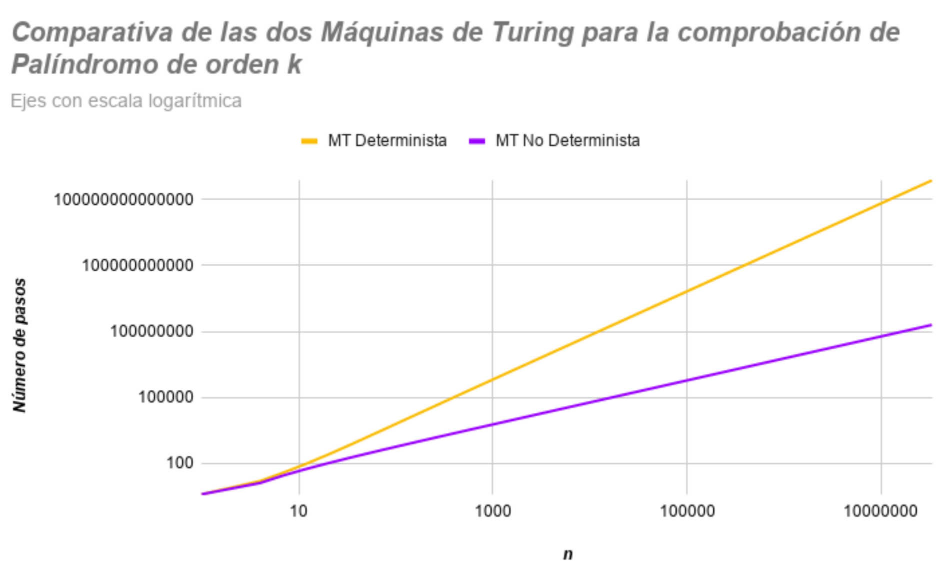

Figura 12: Comparativa MT Determinista vs. MT No Determinista

En la figura 12 se observa que el número de pasos que requiere la MT determinista es mucho mayor que la MT no determinista según se aumenta el tamaño de n, por lo tanto se puede afirmar que se ha encontrado una mejora con esta última máquina. A pesar de que ambas tengan complejidad exponencial, la máquina determinista tiene un crecimiento mucho más rápido.