

1. 下列语句中，哪些是命题？

现在开会吗？ 5 能被 2 整除； $x+5>0$ ； 这朵花真好看呀！ 现在上班吗？

6 能被 2 整除。

2. 若 p 表示命题“王芳聪明”， q 表示命题“王芳用功”， 则命题“王芳虽然聪明， 但不用功” 可以用什么表示？ “王芳很聪明也很用功” 呢？

3. 设集合 $A=\{1,2,3\}$ ， 则幂集 $P(A)=?$ 里面有多少个元素？ A 上能定义多少个不同的二元关系？ $R=\{(1,1),(2,1),(2,3)\}$ 是 A 上的一个二元关系，则 R 的关系矩阵 $M_R = ?$

4. 有序对的定义，即什么时候是相等的，如：若 $(2,x+5)=(3y-4,y)$ ，则 $x,y=?$ 有序对和笛卡尔积的含义及其和二元关系的关系。

5. 下列关于集合的说法中哪些是正确的？

$$A \cap (A \cup B) = A; \quad A \cup (A \cap B) = A;$$

$$A \times B = B \times A; \quad (\text{注：笛卡尔积})$$

$$(A \times B) \times C = A \times (B \times C);$$

$$A \times B = C \times D \text{ 则 } A = C \text{ 且 } B = D;$$

$$A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C);$$

对正确的结论，给出一个证明。对错误的结论，请举出反例。

6. 非空集合上的偏序关系和等价关系分别是满足哪些性质的关系？如何证明一个关系是偏序或等价关系？例：集合 $A=\{1,2,3,4,5,6,7,8\}$ ， 定义其上的一个关系

Q 如下：

$$xQy \Leftrightarrow x \equiv y \pmod{3}$$

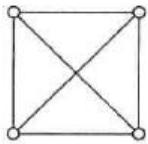
证明 Q 是 A 上的等价关系。类似地，定义 $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ 上的一个关系 S 如下：

$$(u,v)S(x,y) \Leftrightarrow u+y = v+x$$

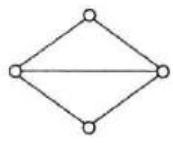
证明 S 是 $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ 上的等价关系.

7. 在 $S_3 = \{(1), (12), (13), (23), (123), (132)\}$ 中, $(123)(13) = ?$ $(132)(12) = ?$ $(12)(13) = ?$

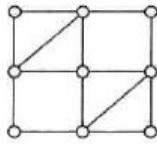
8. 下图中哪些是欧拉回路/通路, 汉密尔顿回路/通路?



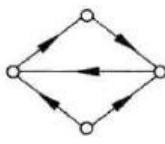
(a)



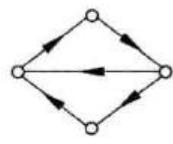
(b)



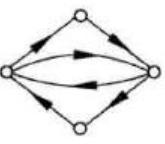
(c)



(d)



(e)



(f)

9. 举出三个你所熟悉的代数系统。什么是群同态? 单位元? 逆元? 等幂元? 交换群? 子群及子群的判别法? 商群?

10. 某班有 25 名学生, 其中 14 人会打篮球, 12 人会打排球, 6 人会打篮球和排球, 5 人会打篮球和网球, 还有 2 人会打这三种球, 每个会打网球的人都会打另一种球, 求不会打这三种球的人数.