A卷解答题

1(本题 8 分)、已知某种病菌在全人口的带菌率为 10%. 在检测时, 带菌者呈阳性和阴性反应的概率分别为95%和 5%, 而不带菌者呈阳性和阴性反应的概率分别为 20%和 80%.

1） 随机地抽出一个人进行检测, 求结果为阳性的概率.

2） 已知某人检测的结果为阳性, 求这个人是带菌者的条件概率.

解 $P(B_1)=0.1$，$P(B_2)=0.9$

$P(A|B_1)=0.95$，$P(A|B_2)=0.20$

$P(A)=0.1\times 0.95+0.9\times 0.2=0.275$

$P(B_1|A)=0.1\times 0.95/0.275=19/55$

答案 1）0.275，2）19/55.

2(本题 15 分)、已知在有一级品 2 件，二级品 5 件，次品 1 件的口袋中，任取其中的 3 件，用 X 表示所含的一级品件数，Y 表示二级品件数。试求：(1)（X，Y)的联合分布律；(2)关于X和关于Y的边缘分布律；（3）

$P\{X<1.5, Y<2.5\}$，$P\{X\le 2\}$，$P\{Y<0\}$。

解：(1)显然 X 的可能取值为 0，1，2；Y 的可能取值为 0，1，2，3。计算相应的概率为

$$P\{X=1, Y=2\}=\frac{C_2^1C_5^2}{C_8^3}=\frac{20}{56},$$

类似地，可计算其它概率，列表如下(含边际分布列)：

X \ Y	0	1	2	3	X 的边缘分布列
0	0	0	10/56	10/56	20/56
1	0	10/56	20/56	0	30/56
2	1/56	5/56	0	0	6/56
Y 的边缘分布列	1/56	15/56	30/56	10/56	1

(1)因 0=$P\{X=1，Y=1\}\neq P\{X=1\}\times P\{Y=1\}=(20/56)\times(1/56)$，故 X 与 Y 不独立。

(2)$P\{X<1.5，Y<2.5\}=P\{X=0，Y=0\}+P\{X=1，Y=0\}+P\{X=0，Y=1\}+P\{X=1，Y=1\}$
$+P\{X=0，Y=2\}+P\{X=1，Y=2\}=40/56$；

(3)$P\{X\leqslant 2\}=1$，$P\{Y<0\}=0$。.

3(本题5分)、一民航送客车载有20位旅客自机场开出，旅客有10个车站可以下车，如到达一个车站没有旅客下车就不停车。以X表示停车的次数，试求EX(设每位旅客在各个车站下车是等可能的，并设各旅客是否下车是相互独立的)。

解：设 $X_i=\begin{cases}0, & \text{在第}i\text{站没有人下车,}\\ 1, & \text{在第}i\text{站有人下车.}\end{cases}$

易知，$X=X_1+X_2+\cdots+X_{10}$，现在求 EX

由题设，任一旅客在第 i 站不下车的概率为$\dfrac{9}{10}$，因此，20 位旅客都不在第 i 站下车的概率为$\left(\dfrac{9}{10}\right)^{20}$，在第 i 站有人下车的概率为$1-\left(\dfrac{9}{10}\right)^{20}$。也就是

$$P\{X_i=0\}=\left(\frac{9}{10}\right)^{20},\quad P\{X_i=1\}=1-\left(\frac{9}{10}\right)^{20}，\text{因此，}$$

$$EX_i=1-\left(\frac{9}{10}\right)^{20}\ (i=1,2,\cdots,10)$$

故

$$EX=E(\sum_{i=1}^{10}X_i)=\sum_{i=1}^{10}EX_i=10\times\left[1-\left(\frac{9}{10}\right)^{20}\right]=8.784\,(\text{次})。$$

4、设某种商品每周的需求量市连续型随机变量X，X~U（10，30），经销商店进货数量是区间[10，30]中的某一个整数。商店每销售一单位商品可获利500元；若供大于求则剩余的每单位商品带来亏损10元；若供不应求，则可从外部调剂供应，此时经调剂的每单位商品仅获利300元。为使商店所获利润期望值不少于9332元，试确定最少进货量。

8(本题 5 分). 设某厂生产的电子元件的寿命 X 服从参数为 λ指数分布(λ >0)，其中 λ未知。今随机地抽取 5 只电子元件进行测试，测得它们的寿命(单位：h)如下：518，612，713， 388，434。 试求该厂生产的电子元件的平均寿命的极大似然估计值。

解：当 $X \sim E(\lambda)$ 时，平均寿命 $EX = \dfrac{1}{\lambda}$

而容易求得参数 λ 的极大似然估计值为：$\hat{\lambda} = \dfrac{1}{\bar{x}} = \dfrac{1}{533}$

所以平均寿命 EX 的极大似然估计值为：$\hat{E} X = \dfrac{1}{\hat{\lambda}} = \bar{x} = 533$

7. 本题 13 分)某工厂要求供货商提供的元件一级品率为 90%以上，现有一供应商有一大批元件，经随机抽取 100 件，经检验发现有 84 件为一级品,试以 5%的显著性水平下，检验这个供应商提供的元件的一级品率是否达到该厂方的的要求。(已知 $Z_{0.05} = 1.645$，提示用中心极限定理)

解 总体 X 服从 p 为参数的 0-1 分布，

$H_0 : p \geq p_0 = 0.9, \quad H_1 : p < p_0 = 0.9$ 2’

$X_1, ..., X_{100}$ 为总体 X 的样本，在 H_0 成立条件下，选择统计量

$Z = \dfrac{\overline{X} - p_0}{\sqrt{\dfrac{p_0(1-p_0)}{n}}}$，由 中心极限定理，$z$ 近似服从标准正态分布，则拒绝域为 $z < -z_{0.05}$

经计算该体 $z - =2 - < z_{0.05}$，即得 Z 在拒绝域内,故拒绝 H_0，

认为这个供应商提供的元件的一级品率没有达到该厂方的的要求