Oxford

Auswertheft Versuch Tor

Grundpraktikum

Physik B.Sc.

SS 2020

UNIVERSITÄT BAYREUTH

Anna-Maria Pleyer, Paul Schwanitz, Dominik Müller

22

Oxford

16 BLATT

INHALT

Versuch Tor: Trägheitsmomente, Torsion und Biegung

1. Allgemeines

Versuch: TOR; Trägheitsmoment, Torsion, Biegung

Teilnehmer: Protokollperson: Anna-Maria Pleyer

Messperson: Dominik Müller

Auswerteperson: Paul Schwanitz

Versuchstag: Mittwoch, 24. Juni 2020

Versuchsort: Uni Bayreuth, NW II Raum: 2. 2. 02. 692

Gruppennummer: 3

Versuchsplatz ist dem Messprotokoll zu entnehmen.

2. Einleitung

Um das Verhalten von Materialien unter Einwirkungen von Kräften zu beschreiben werden ein Paar wenige Konstanten benötigt. Das Ziel dieses Versuch ist die Bestimung dieser Konstanten, unter Zuhilfenahme bekanter Gesetzmäsigkeiten. Dies hilft dabei ein tieferes Verständnis für jene Gesetze zu erlangen.

Im Folgenden wird also das Elastizitätsmodul, das Schubmodu und die Poisson-Zahl bestimmt. Außerdem wird das Trägheitsmoment eines belibigen Körpers mithilfe eines Torsionspendels bestimmt.

3. Fragen zur Vorbereitung

Frage 1:

Wirken von außen Kräfte auf einen Körper, so verformt sich dieser. Das Hookesche Gesetz sagt aus, dass die Längenänderung ε proportional zu der Kraft pro Fläche σ ist. Die Proportionalitätskonstante E wird als Elastizitätsmodul bezeichnet.

$$\sigma = E\varepsilon \quad \text{mit} \quad \sigma = \frac{F}{A}, \quad \varepsilon = \frac{\Delta l}{l}$$

Das Hookesche Gesetz hat insofern Bedeutung für diesen Versuch, da das E-Modul eines Stahlstabes bestimmt werden soll. Der Stab wird mit einer einstellbaren Kraft F belastet und die Auslenkung aus der normalen Position, in der Mitte des Stabes, x wird gemessen. Unter Zuhilfenahme der Formel

$$x = \frac{F a l^2}{2\pi E r^4}$$

kann auf das E-Modul des Materials geschlossen werden, aus dem der Stab besteht. Die Herleitung dieser Formel erfolgt unter Zuhilfenahme des Hookeschen Gesetzes, weshalb es besondere Bedeutung für diesen Versuch hat. Die Gültigkeit der Formel wird an späterer Stelle in dieser Auswertung gezeigt. Gut

Frage 2:

E und G setzt sich folgendermaßen zusammen:

$$[E] = [G] = Pa = \frac{N}{m^2} = \frac{kg}{ms^2} \Rightarrow \text{Dimension: } \frac{M}{LT^2}$$

μ dagegen ist dimensionslos.

Für $\Delta V > 0$ und einem Stab mit quadratischer Grundfläche gilt:

$$\Delta V = (d - \Delta d)^2 (l - \Delta l) - d^2 l \approx d^2 \Delta l - 2\Delta d\, l d > 0$$

Die kleinen Zahlen Δd^2 und $\Delta d \Delta l$ werden hier vernachlässigt.

Und mit $\mu = \frac{\Delta d}{d} / \frac{\Delta l}{l}$ gilt: $\frac{\Delta V}{V} = \frac{\Delta V}{d^2 l} \approx \frac{\Delta l}{l}(1 - 2\frac{\Delta d}{d}\frac{l}{\Delta l}) = \varepsilon(1-2\mu)$

Da für $\Delta V > 0$ gilt muss für $0 < \mu < 0{,}5$ gelten.

(vgl. Eichler, Kronfeld, Sahm: „Das Neue Physikalisch Grundpraktikum", 2. Auflage (2006), S. 96f.)

Frage 3:

a) Torsion
$$I_T = \int_A r'^2 \, dA'$$

Das Flächenelement eines Kreises ist gegeben durch $dA = r\,dr\,d\varphi$

daraus folgt:
$$I_T = \int_0^{2\pi} \int_0^r r'^3 \, dr' d\varphi = \int_0^{2\pi} \frac{1}{4} r^4 d\varphi = \frac{\pi}{2} r^4$$

Mit $M_T = \frac{\alpha G}{\ell} I_T$ folgt:
$$M_T = \frac{\alpha G \pi r^4}{2\ell}$$

b) Biegung
$$I_B = \int_A r'^2 \, dA'$$

Für das Flächenelement beim axialen Trägheitsmoment gilt:

$dA' = 2\sqrt{r^2 - r'^2}\, dr'$, daraus folgt:
$$I_B = \int_{-r}^{r} 2 r'^2 \sqrt{r^2 - r'^2}\, dr' = \frac{\pi}{4} r^4$$

Mit $M_B = \frac{\alpha E}{\ell_0} I_B$ folgt:
$$M_B = \frac{\alpha E \pi r^4}{4 \ell_0}$$

Frage 4:

DGL: $J\ddot{\alpha} + D\alpha = 0$

Ansatz: $\alpha = a\sin(\omega t) + b\cos(\omega t) \Rightarrow \ddot{\alpha} = -a\omega^2 \sin(\omega t) - b\omega^2 \cos(\omega t)$

Durch einsetzen in die DGL ergibt sich:
$$(a\sin(\omega t) + b\cos(\omega t))(D - \omega^2 J) = 0$$
$$\rightarrow D = \omega^2 J \qquad \text{mit } \omega = \frac{2\pi}{T}$$
$$\Rightarrow \underline{\underline{J = D\frac{T^2}{4\pi^2}}}$$

Frage 5:

$$M_B = \frac{\alpha E}{\varrho_0} \int_A r'^2 \, dA'$$

Aufgrund der Tatsache, dass das Rohr die gleiche Masse, aus dem gleichen Material besteht und die gleich Länge hat, muss die Querschnittsfläche ebenfalls die gleiche sein. Der einzigste Unterschied besteht also darin, dass die Flächenelemente weiter von der neutralen Faser entfernt sind. Daraus folgt, das Integral $\int r'^2 dA'$ ist im Falle des Rohres größer. Alle anderen Größen sind konstant. Aufgrund dieser Umstände ergibt sich für das Rohr ein größeres Biegemoment als für den massiven Stab.

Frage 6:

Für das Trägheitsmoment einer Kugel gilt: $J_K = \frac{2}{5} m r^2$

a) Achse entlang der Verbindungslinie

$$J_1 = 2 J_K = \frac{4}{5} m r^2$$

b) Achse senkrecht zur Verbindungslinie

Unter Zuhilfenahme des Steinerschen Satzes wird das Trägheitsmoment um $\frac{d}{2}$ verschoben:

$$J_{\frac{d}{2}} = \frac{2}{5} m r^2 + m \left(\frac{d}{2}\right)^2$$

$$\Rightarrow J_2 = J_{\frac{d}{2}} = m \left(\frac{4}{5} r^2 + \frac{d^2}{2}\right)$$

Aus der Tatsache, dass $J_2 > J_1$ lässt sich folgern, dass die Rotation um die Achse senkrecht zur Verbindungslinie stabieler ist. Jedoch lassen sich dies Rechnungen, in der Realität, nicht auf Atome bzw. Moleküle anwenden, da ~~in~~ für dies Größenordnungen die Quantenmechanik berücksichtigt werden muss. Folglich hat die klassische Mechanik keine Gültigkeit.

Ja, das ist ein Grund, zusätzlich lassen sich bei Molekülen überhaupt keine Drehungen um die Verbindungsachse anregen. 5,

4. Auswertung

4.1 Bestimmung von E

Aus den Fragen zur Vorbereitung:

$$M_B = \frac{\pi \alpha r^4}{4 l_0} E \quad \Leftrightarrow \quad E = \frac{4 l_0 M_B}{\pi r^4 \alpha}$$

Das Drehmoment M greift an beiden Seiten an. Dadurch, dass überall ein konstantes Bigemoment herscht gilt:

$$M_B = M = Fa$$

$$\Rightarrow \quad E = \frac{4 F a l_0}{\pi r^4 \alpha}$$

Außerdem gilt: $\rho \alpha = l_0$

Für $x << 2\rho$ gilt: $\rho^* = \frac{l_0}{\alpha}$

$$\Rightarrow E = \frac{4Fa}{\pi r^4} \rho^* \qquad \text{mit } \rho^{*2} = \left(\frac{l}{2}\right)^2 + (\rho^* - x)^2 = \frac{1}{4} l^2 + \rho^{*2} - 2\rho^* x + x^2$$

$$\Rightarrow 2\rho^* x = \frac{1}{4} l$$

Da $x << 2\rho$ kann x^2 vernachlässigt werden

$$2\rho^* x = \frac{1}{4} l^2 \qquad \Rightarrow \rho^* = \frac{l^2}{8x}$$

$$\Rightarrow E = \frac{4 F a l^2}{\pi r^4 8 x} = \frac{F a l^2}{2 \pi r^4 x}$$

✓

$$\Rightarrow \quad \underline{x = \frac{F a l^2}{2 \pi r^4 E}}$$

Ermittlung des Radius:

$$r^* = \frac{3{,}97\,mm}{2} = 1{,}985\,mm$$

Fehler der Mikrometerschraube:

$s_a = 0{,}005\,mm$

$s_r = 0{,}005\,mm + d \cdot 10^{-5}\,mm = 0{,}00504\,mm$

$$u_r = \frac{u_d}{2} = \frac{1}{2}\sqrt{(0{,}005\,mm)^2 + (0{,}00504\,mm)^2} = 0{,}00355\,mm$$

$$\Rightarrow \underline{r = (1{,}985 \pm 0{,}004)\,mm}$$

✓

Bestimmung der Zugkraft:

$F = mg$

$m = (292{,}000 \pm 0{,}002)\,g$ $\qquad g = 9{,}81 \cdot 10^3\,\frac{mm}{s^2}$

Abstand zwischen den Schneiden:

$\ell^* = 500\,mm$

Fehler Stahlmaßstab

$s_a = 0{,}025\,mm$ Seid ihr wirklich so genau?

$s_r = 0{,}0\cancel{05}\,mm + 5 \cdot 500 \cdot 10^{-4}\,mm = 0{,}3\,mm$ ✓

$\Rightarrow u_\ell = \sqrt{(0{,}3\,mm)^2 + (0{,}025\,mm)^2} = 0{,}30104\,mm$

$$\Rightarrow \ell = (500{,}0 \pm 0{,}3)\,mm$$ ✓

Bestimmung von a

$a^* = 235\,mm$

Fehler Stahlmaßstab:

$s_a = 0{,}025\,mm$ auch hier: tatsächliche Genauigkeit?

$s_r = 0{,}005\,mm + 5 \cdot 235 \cdot 10^{-4}\,mm = 0{,}1675\,mm$

$u_a = \sqrt{s_a^2 + s_r^2} = 0{,}169355\,mm$

$$\Rightarrow a = (235{,}0 \pm 0{,}2)\,mm$$

Berechnung von x

$\Delta x = x_g - x_n$

x_g: Biegung mit Gewicht

x_n: Biegung ohne Gewicht

Fehler der Noniusschraube:

$s_a = 0{,}05\ mm$ Genauigkeit?

$s_r = 0{,}05\ mm + x \cdot 10^{-4}\ mm$

u_n:

$s_r = 0{,}05\ mm + 5 \cdot 10^{-4}\ mm = 0{,}0505\ mm$

$\Rightarrow u_n = \sqrt{s_a^2 + s_r^2} = 0{,}071065\ mm$ ok

u_b: ← Was ist das? (Ihr habt u_b nicht eingeführt!)

$s_{b_1} = 0{,}05 mm + 12 \cdot 10^{-4}\ mm = 0{,}0512\ mm$

$s_{b_{2,3,4}} = 0{,}05 m + 13{,}5 \cdot 10^{-4}\ mm = 0{,}0514\ mm$

$\left.\right\} s_b = 0{,}051\ mm$

~~$u_x = \sqrt{s_a^2 + s_b^2} = 0{,}100846\ mm$~~

$u_b = \sqrt{s_a^2 + s_b^2} = 0{,}072\ mm$

$u_x = \sqrt{u_b^2 + u_n^2} = 0{,}10\ mm$

Fehler des Mittelwertes:

$u_{\bar{x}} = \frac{1}{4} (4 \cdot (0{,}10\ mm)^2)^{-\frac{1}{2}} = 0{,}05\ mm$ ✓

Mittelwert:

$\bar{x} = \left(\frac{1}{4} (7 + 3 \cdot 8{,}5)\right) mm = 8{,}123\ mm$

$\Rightarrow \underline{x = (8{,}12 \pm 0{,}05)\ mm}$ ✓

8

Berechnung von E:

$$E = \frac{g}{2\pi} \frac{m a l^2}{x r^4}$$

$$E^* = \frac{9{,}81 \cdot 10^3 \frac{mm}{s^2}}{2\pi} \frac{292g \cdot 235mm \cdot (500mm)^2}{8{,}125 mm \cdot (1{,}985 mm)^4} = 212{,}332\,GPa$$

Einheitenkontrolle:

$$[E] = \frac{\frac{mm}{s^2} \cdot g \cdot mm \cdot (mm)^2}{mm \cdot (mm)^4} = \frac{g}{mm \cdot s^2} = \frac{kg}{m \cdot s^2} = \frac{N}{m^2} = Pa$$

Fehlerrechnung:

$$u_E = \frac{g}{2\pi} \sqrt{\left(\frac{l^2 m}{x r^4} u_a\right)^2 + \left(\frac{4 a l^2 m}{x r^5} u_r\right)^2 + \left(\frac{m a l^2}{x^2 r^4} u_x\right)^2 + \left(\frac{2 m a l}{x^2 r^4} u_l\right)^2 + \left(\frac{a l^2}{x r^4} u_m\right)^2} =$$

$$= \frac{g}{2\pi} \sqrt{9{,}605 \cdot 10^9 + \cancel{2{,}176} \cdot 4{,}735 \cdot 10^{12} + 7{,}132 \cdot 10^{11} + 2{,}682 \cdot 10^{10} + 9{,}868 \cdot 10^6} = 3{,}7 \cdot 10^9\,Pa$$

Gleiche letzte Stelle bei Wert & Fehler!

$$\Rightarrow \quad E = (212{,}3 \pm \cancel{3{,}7}\ 4)\,GPa \qquad E = (212 \pm 4)\,GPa$$

Diskussion und Vergleich mit Literaturwerten:

Das E-Modul ist eine Materialkonstante, aus diesem Grund ist der Vergleich mit einen Literaturwert nur bedingt aussagekräftig, da man zum genauen Vergleich das Mischverhältnis des Materials kennen muss. Allerdings ist das Mischverhältnis ~~hier~~ unbekannt.

Der ungefähre Durchschnittswert des E-Modul für Stahl liegt bei circa E = 200GPa (Mende, Simon: „Physik. Gleichungen und Tabellen") Andere Quellen geben einen Bereich an: ~~18~~ 169GPa - 220GPa. („http://vergleichsspannung.de/glossar/e-modul/", Stand: 25.06.2020)

Aus der oben genanten Quelle ersichtlich, könnte es sich bei unserem Stahl, um nichtrostenden Stahl oder Vergütungsstahl handeln. Gut!

Um den genauen Stahl heraus zu finden müsste man auch die Komponenten genauer Messen. Wie aus dem Fehlerfortpflanzungsgesetz ersichtlich müsste man den Fehler von r verkleinern. ✓

4.2 Bestimmung von G, μ und D

Formel des Schubmoduls:

$$\tau = G \cdot \gamma$$
$$\gamma = \frac{\alpha \cdot r}{\ell}$$
$$\tau = \frac{dF}{dA}$$
$$dM = r\,dF$$

$$\Rightarrow \tau = G\gamma$$

$$\frac{dF}{dA} = G \cdot \frac{\alpha \cdot r}{\ell}$$

$$\frac{dM}{r} = G = \frac{\alpha \cdot r}{\ell}\, dA \qquad \text{mit } dA = r\,dr\,d\phi$$

$$\Rightarrow M = G \cdot \frac{\alpha}{\ell} \int_0^{2\pi} \int_0^{r} r'^3\, dr'\, d\phi$$

$$M = G \cdot \frac{\alpha}{\ell} r^4 \frac{\pi}{2} \qquad M = F_G R$$

$$\Rightarrow \underline{G = \frac{2R \cdot \ell \cdot g}{\pi \cdot r^4} \frac{m}{\alpha}}$$ ✓

Im zweiten Teil der Aufgabe werden die Messgrößen in ein Diagramm eingetragen. Auf der x-Achse sind die angehängten Massen in g, auf der y-Achse der gemessene Winkel in Grad.

Für die Lineare Regession wird angenommen, dass das Gewicht der Massen mit keinem Fehler behaftet ist. Der Ablesefehler bei der Winkelangabe beträgt $s_\alpha = 0{,}5°$.

was ist a bzw. a^{-1}

Ein Gerade durch die Messpunkte hat die Form $y = a^{-1}x$. Dies ist dadurch Begründet, dass sie durch den Ursprung

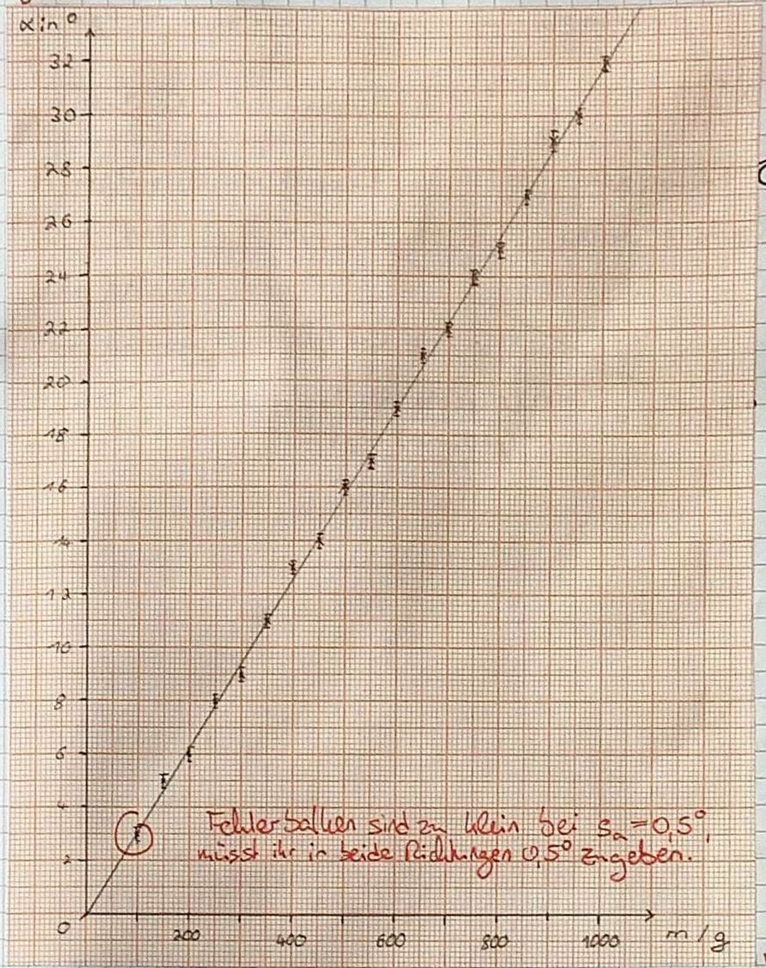
es könnte sein, d...

10, gehen muss. (Wenn keine Masse hängt, ist die

genau bestimmt ...

Halterung auf ...

die Auslenkung null). ~~Die Steigung a kann über~~



~~$2 - (\sum_{i=1}^{n} x_i)^2$ (hier n = 19) und Masse und y~~

$\frac{N}{kg}$

$$a = \frac{\Delta m}{\Delta \alpha} = \frac{0{,}6\,kg - 0\,kg}{19° - 0°} = \frac{3}{95}\,\frac{kg}{°}$$

$$a' = a \cdot \frac{180°}{\pi} = 1{,}809340406\,kg$$

$$s_{a'} = \frac{180}{\pi}\sqrt{\left(\frac{m}{\alpha^2}\, s_\alpha\right)^2 + \left(\frac{1}{\alpha} \cdot s_m\right)^2} \qquad s_\alpha = 0{,}5°$$

$$s_m = \sqrt{(2 \cdot 0{,}45 \cdot 10^{-3}\,kg)^2 + (0{,}75 \cdot 10^{-3}\,kg)^2 + (2 \cdot 1{,}5 \cdot 10^{-3}\,kg)^2}$$
$$= 3{,}220636583 \cdot 10^{-3}\,kg$$

Das ist keine lineare Regression! vgl. Praktikumsskript F-18 ff
Sehr wichtig für zukünftige Versuche

$$\Rightarrow s_{a'} = 0{,}04859462839\,kg$$

f

↳ den nicht
oder dass

M.

Einsetzen in die Formel für G:

$$\overline{G} = \frac{g}{\pi} \cdot \frac{d \cdot \ell \cdot \dot{a}}{(\frac{r}{2})^4}$$

$$\Rightarrow \overline{G} = \frac{9{,}81 \frac{m}{s^2}}{\pi} \cdot \frac{0{,}220m \cdot 0{,}907m \cdot 1{,}80934 0406 kg}{(3{,}97 \cdot 10^{-3}/2 \ m)^4}$$

$$= 7{,}261516 \cdot 10^{10} \ Pa$$

Die Fehler der Messgeräte sind:

Mikrometerschraube	$s_r = 0{,}005mm + 1 \cdot 10^{-5} u$
	$s_A = 0{,}005 mm$
Messschieber	$s_r = 0{,}05 mm + 1 \cdot 10^{-4} u$
	$s_A = 0{,}05 mm$
Stahlmaßstab	$s_r = 0{,}05 mm + 5 \cdot 10^{-4} u$
	$s_A = 2mm$

Der Ablesefehler des Stahlmaßstabes wäre eigentlich nur 0,05mm. Da dieser aber bei der Messung etwas schräg angelegt wurde muss der Fehler von 2mm in Kauf genommen werden. Die Fehler einer Messgröße x lässt sich durch: $s_x = \sqrt{s_r^2 + s_A^2}$ berechnen:

$s_d = 0{,}087658 mm$

$s_r = 7{,}212794 \cdot 10^{-3} mm$

$s_\ell = 2{,}062404 mm$

$s_a = 0{,}0485946 \ kg$

$$s_G = \frac{g}{\pi}\sqrt{\left(\frac{a\cdot \ell}{(\frac{r}{2})^4}\, s_d\right)^2 + \left(\frac{a\cdot d}{(\frac{r}{2})^4}\cdot s_\ell\right)^2 + \left(\frac{d\cdot \ell}{(\frac{r}{2})^4}\, s_a\right)^2 + \left(\frac{4adl}{(\frac{1}{2})^4 r^5}\, s_r\right)^2}$$

$$\Rightarrow s_G = 1{,}95746 \cdot 10^9\ Pa$$

$$\Rightarrow \underline{G = (72{,}61 \pm 1{,}96)\,GPa}$$

zu viele Stellen! korrekt: $G = (72{,}6 \pm 2{,}0)\,GPa$

Berechnung von μ

Die Torsion hängt mit dem E-Modul über die Querkontraktionszahl wie folgt zusammen:

$$E = 2G(1+\mu)$$

Für die Querkontraktionszahl μ folgt:

$$\mu = \frac{E}{2G} - 1$$

Dürch Einsetzen der Werte ergibt sich:

$$\bar{\mu} = 0{,}462036$$

Und für den Fehler s_μ folgt:

$$s_\mu = \sqrt{\left(\frac{s_E}{2G}\right)^2 + \left(\frac{E}{G^2}\, s_G\right)^2}$$

$$= 0{,}0821$$

$$\Rightarrow \mu = 0{,}46 \pm 0{,}08$$

(etwas groß)

Berechnung von D:

Die Winkelrichtgröße D ist durch $M_r = -D\alpha$ gegeben.
M_r beschreibt das rückstellende Drehmoment, das ~~auf~~grund ~~von~~ betragsmäßig dem Drehmoment enspricht, mit welchen ~~der~~ wir den Stab eindrehen. Es folgt:

$$M_r = -D\alpha$$

$$M = D\alpha$$

$$G \cdot \frac{\alpha}{l} 2\pi \frac{r^4}{4} = D\alpha \quad \Rightarrow D = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{G r^4}{l}$$

$$\bar{D} = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{7{,}2615 \cdot 10^{10}\,Pa \cdot \left(\frac{397 \cdot 10^{-3}\,m}{2}\right)^4}{0{,}907\,m} = 1{,}9525\,Nm$$

$$s_D = \frac{\pi}{2}\sqrt{\left(\frac{r^4}{l} s_G\right)^2 + \left(\frac{4G \cdot r^3}{l} s_r\right)^2 + \left(\frac{G \cdot r^4}{l^2} s_l\right)^2}$$

$$\Rightarrow s_D = 0{,}6528\,Nm$$

$$\Rightarrow \quad D = (1{,}95 \pm 0{,}05)\,Nm$$

Literaturvergleich:

Sowie das E-Modul, ist auch das G-Modul und μ eine Materialkonstante. Nach (https://vergleisspannung.de/glossar/querdehnzahl/ Stand: 25.06.2020) beträgt die Querkontraktionszahl für Stahl: 0,34. Dieser Wert liegt nicht in der Fehler Toleranz.
Um einen genaueren Wert für μ zu erhalten, muss der der Fehler von G kleiner werden. Hierfür muss der Quotient aus Masse und Auslenkwinkel besser bestimmt werden.

∀ Literaturwert für G

∀ Was ist mit D?

4.3 Bestimmung der Trägheitsmomente

Nachfolgend sollen die Trägheitsmomente einer Hantel in horizontaler und vertikaler Position, aus der Schwingdauer T eines Torsionspendels, bestimmt werden. Der theoretisch Hintergrund um diesen Vorgan zu beschreiben wurde bereits in Frage 4 der Fragen zur Vorbereitung behandelt. Die Schwingdauer und das Trägheitsmoment des Pendels hängen wiefolgt zusammen:

$$J = \frac{D}{4\pi^2} T^2$$

Die Winkelrichtgröße wurde vorherigen Abschnitt bestimmt für sie gilt: $D = (1{,}95 \pm 0{,}05)\,Nm$ ✓ gut!

1. Pendel ohne Hantel

Bei der Überprüfung der Messwerte mit Chauvenet stellt sich heraus, dass ein Messwert gestrichen werden kann: ($T_{20,7} = 30{,}3$

Aus den Koriegierten Messwerten ergeben sich folgende Werte:

$\overline{T_{20}} = 30{,}1557\,s$ Stoppuhr: $s_r = 0{,}01\,s$

$\sigma = 0{,}019898\,s$ Achtung! Korrekte Berechnung von σ mit $\sigma^2 = \frac{1}{(n-1)} \sum_{i=1} (x_i - \bar{x})^2$ (F-9)

(In Excel VAR.S)

$s = 0{,}00752\,s$

$\Rightarrow u = 0{,}01251\,s$ $\Rightarrow T_{20} = (30{,}156 \pm 0{,}013)\,s$

$\Rightarrow T_1 = (1{,}5078 \pm 0{,}0006)\,s$ ✓

$$J_1 = \frac{1{,}95\,Nm}{4\pi^2} (1{,}5078\,s)^2 = 0{,}1122955\ kg\,m^2$$

$$s_{J_1} = \sqrt{\left(\frac{(1{,}5078\,s)^2}{4\pi^2} 0{,}05\,Nm\right)^2 + \left(\frac{1{,}95\,Nm \cdot 1{,}5078\,s}{2\pi^2} \cdot 0{,}0006\,s\right)^2}$$

$= 0{,}00288\ kg\,m^2$

$\Rightarrow J_1 = (0{,}112 \pm 0{,}003)\ kg\,m^2$ ✓

2. Pendel mit horizontal ausgerichteter Hantel

Nach Cauvenet können alle Messwerte verwendet werden.

Es ergeben sich folgende Werte:

$$\overline{T_{20}} = \cancel{30{,}17875\,s}\ 34{,}2475\,s$$

$$\sigma = 0{,}0973075\,s$$

$$s = 0{,}0344034\,s$$

$$\Rightarrow u = 0{,}03583\,s$$

$$\Rightarrow T_{20} = (34{,}25 \pm 0{,}04)\,s$$

$$\Rightarrow T_2 = (1{,}712 \pm 0{,}002)\,s$$

$$\overline{J_2} = \frac{1{,}95\,Nm}{4\pi^2} \cdot (1{,}712\,s)^2 = 0{,}14477\ kg\,m^2$$

$$s_J = \sqrt{\left(\frac{(1{,}712\,s)^2}{4\pi^2} \cdot 0{,}05\,Nm\right)^2 + \left(\frac{1{,}95\,Nm \cdot 1{,}712\,s}{2\pi^2} \cdot 0{,}002\,s\right)^2}$$

$$= 0{,}003727\ kg\,m^2$$

$$\Rightarrow J_2 = (0{,}145 \pm 0{,}004)\ kg\,m^2$$ ✓

$$\overline{J_H} = \overline{J_2} - \overline{J_1} = 0{,}033\ kg\,m^2$$

hier ist wohl ein Rechenfehler passiert

$$s_{J_H} = \sqrt{s_{J_1}^2 + s_{J_2}^2} = 0{,}004045\ kg\,m^2$$

$$J_H = (0{,}033 \pm 0{,}004)\ kg\,m^2$$ ✓

3. Pendel mit vertikal ausgirichteter Hantel

Nach Chauvenet kann ein Messwert gestrichen werden ($T_{20,2} = 30{,}56\,s$).

Aus den korigierten Messwert ergeben sich folgende Werte:

$$\overline{T_{20}} = 30{,}78857\,s$$

$$\sigma = 0{,}0491146\,s$$

$$s = 0{,}01856\,s$$

$\rightarrow u = 0{,}02108\,s$

$$\rightarrow T_{20} = (30{,}79 \pm 0{,}02)\,s$$

$$\Rightarrow T_3 = (1{,}539 \pm 0{,}001)\,s$$

$$\overline{J_3} = \frac{1{,}95\,Nm}{4\pi^2}(1{,}539\,s)^2 = 0{,}11699\ kg\,m^2$$

$$s_J = \sqrt{\left(\frac{(1{,}539\,\cancel{Nm}s)^2}{4\pi^2}\cdot 0{,}05\,Nm\right)^2 + \left(\frac{1{,}95\,Nm \cdot 1{,}539\,s}{2\pi^2}(0{,}001)^2\right)^2}$$

$$= 0{,}0029998\ kg\,m^2$$

$$J_3 = (0{,}117 \pm 0{,}003)\,kg\,m^2$$

$$\overline{J_V} = J_3 - J_1 = 0{,}005$$

$$s_{JV} = \sqrt{s_{J_3}{}^3 + s_{J_1}} = 0{,}00305\ kg\,m^2$$

$$J_V = (0{,}005 \pm 0{,}003)\,kg\,m^2 \checkmark$$

4. Vergleich der Theorie mit den Messwerten

In diesen Abschnitt soll nun diskutiert werden inwiefern die in dem Versuch ermittelten Messwerte der Theorie entsprechen.

Die Hantel wird um eine grobe Abschätzung zu vereinfachen,
sehr ungenau!
als en Zyliner mit Radius $r = (0{,}016 \pm 0{,}00003)\,m$ und der Höhe $h = (0{,}230 \pm 0{,}00006)\,m$ genähert. wie kommt ihr denn auf diese Werte ??
Wert & Fehler passen überhaupt nicht zusammen + Fehler kann auch gar nicht so klein sein

Für das Trägheitsmoment eines liegenden Zylinders gilt:

$$J_h = \frac{1}{12} m (3r^2 + h^2) \quad \text{mit} \quad m = \rho \pi r^2 h$$

$$\Rightarrow J_h = \rho \pi r^2 h \frac{1}{12} (3r^2 + h^2) \qquad \rho = 7874 \frac{kg}{m^3} \text{ (Wikipedia)}$$

Durch einsetzen der Werte ergibt sich

$$J_h = 0{,}0061864 \; kg\,m^2$$

Dieser Wert ist mit dem Fehler $s_{J_h} = 0{,}00002\,kg\,m^2$ behaftet.

$$\Rightarrow J_h = (0{,}00619 \pm 0{,}00002)\,kg\,m^2$$

definitiv eine zu grobe Abschätzung – der Fehler müsste dann auch viel größer sein.

Die Werte weichen um $\Delta J_H = (0{,}029 - 0{,}006211)\,kg\,m^2 = 0{,}023\,kg\,m^2$ außerhalb der Fehlerintervalle ab, was aus der sehr groben abschätzung hervorgeht.

Für einen stehenden Zylinder gilt:

$$J_V = \rho \pi \frac{1}{2} r^4 h$$

$\overset{\text{einsetzen}}{\Longrightarrow}$ $J_V = 0{,}00018643\,3 \, kg\, m^2$

$\Delta J_V = 0{,}0000001 \, kg\, m^2$

$$\Rightarrow J_V = (0{,}000186 \pm 0{,}000001) \, kg\, m^2$$

Die Abweichung ~~ΔJ~~ außerhalb der Fehlerintervalle ~~Δ~~ beträgt $\Delta J_V = 1{,}813 \cdot 10^{-3} \, kg\, m^2$, was wiederum auch durch die Näherung zu erklären ist. Ebenfalls, zu ungenau!

Für die theoretischen, sowie experimentellen Werte gilt: $J_V < J_H$, $J_V < J_h$. Dies bestätigt, dass die Schwingung mit einer stehenden Hantel leichter anzuregen ist. ✓

5. Fazit

Durch durchführung des Versuchs TOR wurde ein tieferes Verstäntniss für das Verhalten von Matterialien ~~sowie~~ unter Krafteinwirkung, sowie für Trägheitsmomente und Drehschwingungen erlangt.
Anhand der Literaturvergleich mit den Messwerten in den Vorherigen Kapitteln kann behauptet werden, dass unsere Messwerte zufriedenstellend sind.
~~Weiterhin~~ Ebenfalls konten wir in diesen Versuch neu ~~er~~ Erfahrungen sameln, im speziellen im Umgang mit der Nonius- und Mikrometerschraube.
Letzt endlich war dies ein sehr lehrreicher Versuch. ✓

Fragen z. Vorbereitung wurden schön bearbeitet & ordentliches Protokoll
Bei der Auswertung sollte zukünftig noch gründlicher gearbeitet werden.
Anmerkungen:

- Fehlerangaben: - Nur 1 Stelle bei Fehler (oder 2 bei führender „1" oder „2")
  - Gleiche signifikante Stelle von Wert und Fehler
- lineare Regression! Das ist <u>extrem wichtig</u> wenn ihr Daten aus einem Diagramm auswerten wollt. Denn dadurch erreicht ihr eine viel höhere Genauigkeit, als wenn ihr nur einen oder zwei Werte rauszieht.
  Anschauen im Grundpraktikumsheft ab F-18 und in Zukunft <u>IMMER</u> machen!
- Auch wenn bei den Massen der Hantel nur eine Abschätzung verlangt war, war eure Abschätzung zu ungenau.

Protokoll	3,5/4
Auswertung	7,5/14
Form	1,5/2
Fragen z. Vorbereitung	−0,5
Σ	$\boxed{12/20}$

Alexandra Völlell