INHALTSVERZEICHNIS

Fehlerzeichen:

A = Ausdruck
Bz = Beziehung
F = Form
f = falsch
G = Grammatik
L = lexikalischer Fehler (falsches Wort)
R = Rechtschreibung
r = richtig
St = Stellung
T = Text
Z = Zeichensetzung
⌈ = fehlendes Wort
∂ = ein Wort zuviel
⟆ = sachlich falsch

Versuch ES: Erzwungene Schwingungen

1. Einleitung

In diesem Versuch werden die mathematischen Grundlagen eines schwingenden Systems ergründet. Schwingungen tauchen in vielen Bereichen der Physik auf, da sich viele Probleme auf die Schwingungsform zurückführen lassen.

Hierbei taucht auch die Frage auf, wie Amplitude und Phase des Schwingenden Systems mit der Frequenz des Erregers und der Dämpfung des Systems zusammenhängen.

In diesem Versuch werden solche Probleme anhand des Pohlschen Rades besprochen. Außerdem wird die Bedienung eines x-t-Schreibers geübt. ✓

2. Fragen zur Vorbereitung

2.1: Betrachten Sie zunächst den Fall der freien Schwingung, d.h. $A=0$ (keine äußeren Kräfte). Finden und skizzieren Sie die allgemeine Lösung $x_h(t)$ dieser homogenen Differentialgleichung! Machen Sie dabei eine Fallunterscheidung.

Die allgemeine Differentialgleichung für Schwingungen ist gegeben durch: $\ddot{x} + 2\lambda\dot{x} + \omega_0^2 x = A\sin(\omega_A t)$,
mit $2\lambda = \frac{r}{m}$; $\omega_0^2 = \frac{k}{m}$; $A = \frac{F_0}{m}$

Mit $A=0$ wird die DGL zu einer homogenen DGL 2ter Ordnung

$$\ddot{x} + 2\lambda\dot{x} + \omega_0^2 x = 0 \quad (1)$$

Es wird der Ansatz gewählt: $x(t) = e^{ct}$
Damit folgt für das charakteristische Polynom:

$$c^2 + 2c\lambda^2 + \omega_0^2 = 0 \quad (2)$$

Wenn nun die Mitternachtsformel auf dieses angewendet wird, folgt:

$$c_{1,2} = \frac{-2\lambda}{2} \pm \frac{\sqrt{(2\lambda)^2 - 4\omega_0^2}}{2} \quad (3)$$

$$= -\lambda \pm \frac{\sqrt{4\lambda^2 - 4\omega_0^2}}{2} \quad (4)$$

$$= -\lambda \pm \frac{2\sqrt{\lambda^2 - \omega_0^2}}{2} \quad (5)$$

$$= -\lambda \pm \sqrt{\lambda^2 - \omega_0^2} \quad (6)$$

Darauf folgt die allgemeine Lösung von $x(t)$:

$$x(t) = b_1 e^{\left(-\lambda-\sqrt{\lambda^2-\omega_0^2}\right)t} + b_2 e^{\left(-\lambda+\sqrt{\lambda^2-\omega_0^2}\right)t}$$

$$= b_1 e^{c_1} + b_2 e^{c_2} \quad ✓ \qquad (7)$$

Nun folgt die Fallunterscheidung:

- kleine Dämpfung: $\lambda^2 < \omega_0^2$

Für diesen Fall wird der Radiant der Wurzel negativ und somit entstehen 2 komplexe Eigenwerte.

$$c_{1,2} = -\lambda \pm \underbrace{\sqrt{\lambda^2 - \omega_0^2}}_{<0} \qquad (8)$$

$$c_{1,2} = -\lambda \pm i \underbrace{\sqrt{\omega_0^2 - \lambda^2}}_{\overset{!}{=}\omega} \qquad (9)$$

$$c_{1,2} = -\lambda \pm i\omega \qquad (10)$$

Somit folgt für die allgemeine Lösung der DGL:

$$x_h(t) = e^{-\lambda t}\left(b_1 e^{-i\omega t} + b_2 e^{i\omega t}\right) \qquad (11)$$

Da für die Lösung der reelle Teil von Interesse ist folgt:

$$x_h(t) = e^{-\lambda t}\left(d_1 \sin(\omega t) + d_2 \cos(\omega t)\right) \quad ✓ \qquad (12)$$

Die Eigenfrequenz des schwingenden Systems ist ω_0. Die Frequenz mit der das System nun schwingt ist ω. Diese beiden hängen über den Zusammenhang: $\omega^2 = \omega_0^2 - \lambda^2$ zusammen. ✓

- aperiodischer Grenzfall: $\lambda^2 = \omega_0^2$

Für diesen Fall wird der Radiant unter der Wurzel null und somit gibt es nur einen Eigenwert.

$$c_{1,2} = -\lambda \pm \sqrt{\lambda^2 - \omega_0^2} \qquad (13)$$

$$c_1 = c_2 = -\lambda \qquad (14)$$

Es wird nun eine weitere Linear unabhängige Lösung gesucht. Eine Herangehensweise ist über: Variation der Konstanten:

$$x(t) = \delta(t)\, e^{-\lambda t} \tag{15}$$

$$\dot{x}(t) = \dot{\delta}(t)\, e^{-\lambda t} - \lambda \delta(t) e^{-\lambda t} \tag{16}$$

$$= e^{-\lambda t}\left(\dot{\delta}(t) - \lambda \delta(t)\right) \tag{17}$$

$$\ddot{x}(t) = \left(\ddot{\delta}(t) e^{-\lambda t} - \lambda \dot{\delta}(t) e^{-\lambda t}\right) \tag{18}$$

$$- \left(\lambda \dot{\delta}(t) e^{-\lambda t} - \lambda^2 \delta(t) e^{-\lambda t}\right)$$

$$= e^{-\lambda t}\left(\ddot{\delta}(t) - 2\lambda \dot{\delta}(t) + \lambda^2 \delta(t)\right) \tag{19}$$

Einsetzen in die ursprüngliche DGL ergibt:

$$e^{-\lambda t}\left(\ddot{\delta}(t) - 2\lambda\dot{\delta}(t) + \lambda^2 \delta(t)\right) + 2\lambda e^{-\lambda t} \tag{20}$$

$$\cdot \left(\dot{\delta}(t) - \lambda \delta(t)\right) + \omega_0^2 \delta(t)\, e^{-\lambda t} = 0$$

$$\ddot{\delta}(t) - 2\lambda \dot{\delta}(t) + \lambda^2 \delta(t) + 2\lambda \dot{\delta}(t) \tag{21}$$

$$- 2\lambda^2 \delta(t) + \omega_0^2 \delta(t) = 0$$

$$\ddot{\delta}(t) + \lambda^2 \delta(t) - 2\lambda^2 \delta(t) + \omega_0^2 \delta(t) = 0 \tag{22}$$

$$\ddot{\delta}(t) - \lambda^2 \delta(t) + \omega_0^2 \delta(t) = 0 \tag{23}$$

$$\ddot{\delta}(t) - \delta(t) \underbrace{\left(\omega_0^2 - \lambda^2\right)}_{=0} = 0 \tag{24}$$

$$\ddot{\delta}(t) = 0 \tag{25}$$

$$\Rightarrow \delta(t) = (d_1 t + d_2) \tag{26}$$

Somit folgt für die allgemeine Lösung der DGL:

$$x_n(t) = e^{-\lambda t}(d_1 t + d_2) \tag{27}$$ ✓

Die Besonderheit hierbei ist, dass das System nach einer Auslenkung sich sehr schnell wieder in die Ruhelage zurückbewegt. ✓

Wichtige Anwendungen sind z.B. Stoßdämpfer im Auto. ✓

Wie genau kommt hier der aperiodische Grenzfall zur Anwendung?

4

• große Dämpfung: $\lambda^2 > \omega_0^2$

Für diesen Fall ist der Radiant der Wurzel positiv und es gibt somit zwei reelle Eigenwerte.

$$c_{1,2} = -\lambda \pm \underbrace{\sqrt{\lambda^2 - \omega_0^2}}_{>0,\ \hat{=}\ \omega} \qquad (28)$$

$$c_{1,2} = -\lambda \pm \omega \qquad (29)$$

Somit folgt für die allgemeine Lösung der DGL:

$$x_h(t) = e^{-\lambda t}\left(d_1 e^{-\omega t} + d_2 e^{\omega t}\right) \qquad (30)$$

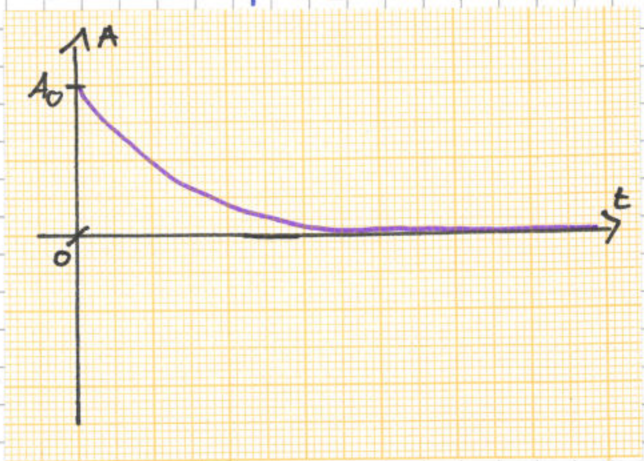
Es kann hier maximal einen Nulldurchgang geben. Im Allgemeinen findet hier keine Schwingung mehr statt, sondern das System nähert sich langsam der x-Achse an.

Skizzen:

1. Kleine Dämpfung

2. aperiodischer Grenzfall

3. Große Dämpfung



Die beiden Konstanten (d_1 und d_2) werden durch Anfangsbedingungen festgelegt.

2.2: Wenden sie sich nun der vollen Gl. 2 zu und finden Sie eine spezielle Lösung $x_s(t)$ durch den Ansatz: $x_s(t) = x_0 \sin(\omega_1 t + \delta)$.
Bestimmen Sie die Amplitude x_0 und die (zeitlich konstante) Phase δ, um welche die Lösung gegenüber der treibenden Kraft verschoben ist!

Spezielle Lösung:

$$x_s(t) = x_0 \cdot \sin(\omega_1 t + \delta) \qquad (31)$$

$$\dot{x}_s(t) = x_0 \cos(\omega_1 t + \delta) \cdot \omega_1 \qquad (32)$$

$$\ddot{x}_s(t) = x_0 \sin(\omega_1 t + \delta) \cdot (-\omega_1^2) \qquad (33)$$

Einsetzen in die DGL:

$$\ddot{x} + 2\lambda \dot{x} + \omega_0^2 x = A \sin(\omega_1 t) \qquad (34)$$

$$-x_0 \omega_1^2 \sin(\omega_1 t + \delta) + 2\lambda \omega_1 x_0 \cos(\omega_1 t + \delta) \qquad (35)$$

$$+\omega_0^2 x_0 \sin(\omega_1 + \delta) = A \sin(\omega_1 t)$$

Auflösen der Summen in den Argumenten des Sinus und Cosinus, mithilfe von Additionstheoremen (S.81 Bronstein)

$$-x_0\omega_A^2\sin(\omega_A t+\delta)+2\lambda\omega_A x_0\cos(\omega_A t+\delta) \tag{36}$$

$$+\omega_0^2 x_0\sin(\omega_A t+\delta)= A\sin(\omega_A t) \tag{37}$$

$$-x_0\omega_A^2\left[\sin(\omega_A t)\cos(\delta)+\cos(\omega_A t)\sin(\delta)\right]+2\lambda\omega_A\omega_0 \cdot\left[\cos(\omega_A t)\cos(\delta)-\sin(\omega_A t)\sin(\delta)\right]+\omega_0^2 x_0\left[\sin(\omega_A t)\cos(\delta)+\cos(\omega_A t)\sin(\delta)\right]=A\sin(\omega_A t)$$

$$-x_0\omega_A^2\left[\sin(\omega_A t)\cos(\delta)+\cos(\omega_A t)\sin(\delta)\right]+2\lambda\omega_A\omega_0\left[\cos(\omega_A t)\cdot\cos(\delta)-\sin(\omega_A t)\sin(\delta)\right]+\omega_0^2 x_0\left[\sin(\omega_A t)\cos(\delta)+\cos(\omega_A t)\sin(\delta)\right]-A\sin(\omega_A t)=0 \tag{38}$$

$$\sin(\omega_A t)\left[\underbrace{\cos(\delta)x_0(\omega_0^2-\omega_A^2)-A-2\lambda x_0\omega_A\sin(\delta)}_{=(1)}\right]+\cos(\omega_A t)\left[\underbrace{\sin(\delta)x_0(\omega_0^2-\omega_A^2)+2\lambda x_0\omega_A\cos(\delta)}_{=(2)}\right]=0 \tag{39}$$

Die Gleichung (39) ist erfüllt, wenn 1 & 2 gleich 0 sind.

Für 2 folgt:

$$\sin(\delta)x_0(\omega_0^2-\omega_A^2)+2\lambda x_0\omega_A\cos(\delta)=0 \tag{40}$$

$$\sin(\delta)x_0(\omega_0^2-\omega_A^2)=-2\lambda x_0\omega_A\cos(\delta) \tag{41}$$

$$\frac{\sin(\delta)}{\cos(\delta)}=\frac{-2\lambda x_0\omega_A}{x_0(\omega_0^2-\omega_A^2)} \tag{42}$$

$$\tan(\delta)=\frac{-2\lambda\omega_A}{(\omega_0^2-\omega_A^2)} \tag{43}$$

$$\underline{\tan(\delta)=\frac{2\lambda\omega_A}{\omega_A^2-\omega_0^2}} \tag{44}$$ ✓

$$\delta=\arctan\left(\frac{2\lambda\omega_A}{\omega_A^2-\omega_0^2}\right) \tag{45}$$

$$\sin(\delta)=\frac{2\lambda\omega_A}{\omega_A^2-\omega_0^2}\cdot\cos(\delta) \tag{46}$$

Gleichung (46) wird nun in 1 eingesetzt:

$$\cos(\delta)x_0(\omega_0^2-\omega_A^2)-A-2\lambda x_0\omega_A\sin(\delta)=0 \tag{47}$$

$$\cos(\delta)x_0(\omega_0^2-\omega_A^2)-A-2\lambda x_0\omega_A\frac{2\lambda\omega_A}{\omega_A^2-\omega_0^2}\cos(\delta)=0 \tag{48}$$

$$\cos(\delta)\left[x_0(\omega_0^2-\omega_A^2)-2\lambda x_0\omega_A\frac{2\lambda\omega_A}{\omega_A^2-\omega_0^2}\right]-A=0 \quad (49)$$

$$\cos(\delta)\left[x_0(\omega_0^2-\omega_A^2)-\frac{4\lambda^2\omega_A^2x_0}{\omega_A^2-\omega_0^2}\right]-A=0 \quad (50)$$

$$\cos(\delta)x_0\left[(\omega_0^2-\omega_A^2)-\frac{4\lambda^2\omega_A^2}{\omega_A^2-\omega_0^2}\right]-A=0 \quad (51)$$

$$\cos(\delta)x_0=\frac{A}{(\omega_0^2-\omega_A^2)-\frac{4\lambda^2\omega_A^2}{\omega_A^2-\omega_0^2}} \quad (52)$$

$$x_0=\frac{A}{\left[(\omega_0^2-\omega_A^2)-\frac{4\lambda^2\omega_A^2}{\omega_A^2-\omega_0^2}\right]\cdot\cos(\delta)} \quad (53)$$

Mit dem Theorem: $\cos(\alpha)=\frac{1}{\sqrt{1+\tan^2(\alpha)}}$ (S. 82, Bronstein) folgt:

$$x_0=\frac{A}{\left[(\omega_0^2-\omega_A^2)-\frac{4\lambda^2\omega_A^2}{\omega_A^2-\omega_0^2}\right]\cdot\cos(\delta)} \quad (54)$$

$$x_0=\frac{A}{\left[(\omega_0^2-\omega_A^2)-\frac{4\lambda^2\omega_A^2}{\omega_A^2-\omega_0^2}\right]\frac{1}{\sqrt{1+\tan^2(\delta)}}} \quad (55)$$

$$x_0=\frac{A\cdot\sqrt{1+\tan^2(\delta)}}{(\omega_0^2-\omega_A^2)-\frac{4\lambda^2\omega_A^2}{\omega_A^2-\omega_0^2}} \quad (56)$$

$$x_0=\frac{A\cdot\sqrt{1+\left(\frac{2\lambda\omega_A}{\omega_A^2-\omega_0^2}\right)^2}}{(\omega_0^2-\omega_A^2)-\frac{4\lambda^2\omega_A^2}{\omega_A^2-\omega_0^2}} \quad (57)$$

$$x_0=\frac{A\cdot\sqrt{\frac{(\omega_0^2-\omega_A^2)^2}{(\omega_0^2-\omega_A^2)^2}+\frac{(2\lambda\omega_A)^2}{(\omega_0^2-\omega_A^2)}}}{(\omega_0^2-\omega_A^2)-\frac{(2\lambda\omega_A)^2}{(\omega_A^2-\omega_0^2)}} \quad (58)$$

$$x_0=\frac{A\cdot\sqrt{\frac{(\omega_0^2-\omega_A^2)^2+(2\lambda\omega_A)^2}{(\omega_0^2-\omega_A^2)^2}}}{(\omega_0^2-\omega_A^2)-\frac{(2\lambda\omega_A)^2}{(\omega_A^2-\omega_0^2)}} \quad (59)$$

$$x_0=\frac{A\cdot\sqrt{(\omega_0^2-\omega_A^2)^2+(2\lambda\omega_A)^2}}{\sqrt{(\omega_0^2-\omega_A^2)^2}\left[(\omega_0^2-\omega_A^2)-\frac{(2\lambda\omega_A)^2}{(\omega_A^2-\omega_0^2)}\right]} \quad (60)$$

$$x_0=\frac{A\cdot\sqrt{(\omega_0^2-\omega_A^2)^2+(2\lambda\omega_A)^2}}{(\omega_0^2-\omega_A^2)\left[(\omega_0^2-\omega_A)^2+\frac{(2\lambda\omega_A)^2}{(\omega_0^2-\omega_A^2)}\right]} \quad (61)$$

$$x_0 = \frac{A \cdot \sqrt{(\omega_0^2 - \omega_A^2)^2 + (2\lambda\omega_A)^2}}{(\omega_0^2 - \omega_A^2)^2 + (2\lambda\omega_A)^2} \tag{62}$$

$$x_0 = \frac{A}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega_A^2)^2 + (2\lambda\omega_A)^2}} \tag{63}$$

Mit $x_A = \frac{A}{\omega_0^2}$, $a = \frac{\omega_A}{\omega_0}$; und $c = \frac{2\lambda}{\omega_0}$ folgt:

$$x_0 = \frac{A}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega_A^2)^2 + (2\lambda\omega_A)^2}} \tag{64}$$

$$\underline{\underline{x_0 = \frac{x_A}{\sqrt{(1-a^2)^2 + a^2c^2}}}} \tag{65}$$ ✓

Überprüfung der Annahme:

$$x_0 = \frac{x_A}{\sqrt{(1-a^2)^2 + a^2c^2}} \tag{66}$$

$$x_0 = \frac{A}{\omega_0^2\sqrt{\left(1 - \left(\frac{\omega_A}{\omega_0}\right)^2\right)^2 + \left(\frac{\omega_A}{\omega_0}\right)^2\left(\frac{2\lambda}{\omega_0}\right)^2}} \tag{67}$$

$$\Leftrightarrow \frac{A}{\omega_0^2\sqrt{\left(\frac{\omega_0^2}{\omega_0^2} - \frac{\omega_A^2}{\omega_0^2}\right)^2 + \frac{(2\lambda\omega_A)^2}{\omega_0^4}}} \tag{68}$$

$$\Leftrightarrow \frac{A}{\omega_0^2\sqrt{\left(\frac{\omega_0^2 - \omega_A^2}{\omega_0^2}\right)^2 + \frac{(2\lambda\omega_A)^2}{\omega_0^4}}} \tag{69}$$

$$\Leftrightarrow \frac{A}{\omega_0^2\sqrt{\frac{(\omega_0^2 - \omega_A^2)^2}{\omega_0^4} + \frac{(2\lambda\omega_A)^2}{\omega_0^4}}} \tag{70}$$

$$\Leftrightarrow \frac{A}{\sqrt{\omega_0^4\left[\frac{(\omega_0^2 - \omega_A^2)^2}{\omega_0^4} + \frac{(2\lambda\omega_A)^2}{\omega_0^4}\right]}} \tag{71}$$

$$\Leftrightarrow \frac{A}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega_A^2)^2 + (2\lambda\omega_A)^2}} = (64) \checkmark \tag{72}$$ ✓

2.3: Zeigen Sie durch Einsetzen, dass die allgemeine Lösung von GL (2) durch $x(t) = x_h(t) + x_s(t)$ gegeben ist!

Warum genügt es in der Praxis meist dennoch, nur $x_s(t)$ zu betrachten?

$$x(t) = x_h(t) + x_s(t) \quad (73)$$

$$\dot{x}(t) = \dot{x}_h(t) + \dot{x}_s(t) \quad (74)$$

$$\ddot{x}(t) = \ddot{x}_h(t) + \ddot{x}_s(t) \quad (75)$$

Einsetzen in die Ursprungsfunktion:

$$\ddot{x}_h(t) + \ddot{x}_s(t) + 2\lambda(\dot{x}_h(t) + \dot{x}_s(t)) + \omega_0^2(x_h(t) + x_s(t)) - A\sin(\omega_A t) = 0 \quad (76)$$

$$(\ddot{x}_h(t) + 2\lambda\dot{x}_h(t) + \omega_0^2 x_h(t)) + (\ddot{x}_s(t) + 2\lambda\dot{x}_s(t) + \omega_0^2 x_s(t) - A\sin(\omega_A t)) = 0 \quad (77)$$

Damit (77) erfüllt ist, müssen die einzelnen Summanden null sein. Diese sind null, da dies als Ausgangsgleichung für die Bestimmung von $x_h(t)$ und $x_s(t)$ verwendet wurde ✓

Bei: $x(t) = x_h(t) + x_s(t)$, mit einen äußeren Anreger, reicht es meist $x_s(t)$ zu betrachten, da $x_h(t)$ exponentiell abfällt und nach großen Δt nicht mehr ins Gewicht fällt. ✓ (Einschwingphase)

2.4: Die Amplitude x_0 und die Phasenverschiebung δ hängen von der antreibenden Frequenz ω_A ab. Bestimmen Sie diese beiden Größen für $\omega_A \to 0$ und für $\omega_A \to \infty$ und diskutieren Sie Ihre Ergebnisse!

Aus 2.2 folgt:

$$x_0 = \frac{A}{\sqrt{(\omega_0^2-\omega_A^2)^2+(2\lambda\omega_A)^2}} \tag{78}$$

$$\delta = \arctan\left(\frac{2\lambda\omega_A}{\omega_A^2-\omega_0^2}\right) \tag{79}$$

Für x_0 folgt:

$$\lim_{\omega_A \to 0} x_0 = \lim_{\omega_A \to 0} \frac{A}{\sqrt{\underbrace{(\omega_0^2-\omega_A^2)^2}_{\to\omega_0}+\underbrace{(2\lambda\omega_A)^2}_{0}}} = \frac{A}{\omega_0^2} \tag{80}$$

$$\lim_{\omega_A \to \infty} x_0 = \lim_{\omega_A \to \infty} \frac{A}{\underbrace{\sqrt{(\omega_0^2-\omega_A^2)^2+(2\lambda\omega_A)^2}}_{\to\infty}} = 0 \tag{81}$$

Für δ folgt:

$$\lim_{\omega_A \to 0} \delta = \lim_{\omega_A \to 0} \arctan\left(\frac{\overbrace{2\lambda\omega_A}^{\to 0}}{\underbrace{\omega_A^2-\omega_0^2}_{-\omega_0^2}}\right) = \tag{82}$$

$$= \arctan(0) \to \delta = 0 \ (0°)$$

$$\lim_{\omega_A \to \infty} \delta = \lim_{\omega_A \to \infty} \arctan\left(\frac{2\lambda\omega_A}{\omega_A^2-\omega_0^2}\right) \overset{*}{=} \lim_{\omega_A \to \infty} \arctan\left(\frac{2\lambda}{\underbrace{2\omega_A}_{\to\infty}}\right) \tag{83}$$

$$= \arctan(0) \to \delta = \pi \ (180°)$$

*: Regel von l'Hospital

Wenn die antreibende Frequenz der Kraft ω_A gegen null geht ist zu erwarten, dass die Phasenverschiebung ebenfalls gegen null geht, da das System ~~ohne äußeren Antrieb (von sich aus) schwingt.~~ Nein. Quasistatischer Fall.

Deswegen ist auch zu erwarten, dass die Amplitude eine endliche Form $\left(\frac{A}{\omega_0^2}\right)$ hat, und nur von dem system eigenen Parametern abhängt.

Für ω_A gegen unendlich, ist es genau umgekehrt. Hier wird das schwingende System durch die äußere Frequenz und auf Grund seiner Trägheit zum erliegen gebracht. Die antreibende Schwingung ist zu der Eigenschwingung um π phasenverschoben, sie schwingen also gegenphasig. Dadurch sinkt die Amplitude auf 0 ab.

2.5: Wie ist die Phasenverschiebung für $\omega_A = \omega_0$? Für welche Frequenz ω_A hat die Amplitude x_0 ihr Maximum x_{max} und wie verschiebt sich das mit Dämpfung?

$$\delta = \arctan\left(\frac{2\lambda\omega_A}{\omega_A^2-\omega_0^2}\right) \tag{84}$$

$$\delta = \arctan\left(\frac{2\lambda\omega_A}{„0“}\right) \tag{85}$$

$$\delta = \arctan(„\infty“) \tag{86}$$

$$\delta = \frac{\pi}{2}\ (90°) \tag{87}$$

Frequenz ω_A für $x_0 = x_{max}$, Ableitung ist an dieser Stelle null:

$$x_0(\omega_A) = \frac{A}{\sqrt{(\omega_0^2-\omega_A^2)^2+(2\lambda\omega_A)^2}} \tag{88}$$

$$\frac{dx_0(\omega_A)}{d\omega_A} = -\frac{A}{2}\left[(\omega_0^2-\omega_A^2)^2+(2\lambda\omega_A)^2\right]^{-\frac{3}{2}} \cdot \left[2(\omega_0^2-\omega_A^2)(-2\omega_A)\right. \tag{89}$$

$$\left.+2(2\lambda\omega_A)\cdot 2\lambda\right]$$

$$0 = -\frac{A\cdot\left[-4(\omega_0^2-\omega_A^2)\omega_A+8\lambda^2\omega_A\right]}{2\cdot\left[(\omega_0^2-\omega_A^2)^2+(2\lambda\omega_A)^2\right]^{3/2}} \tag{90}$$

$$0 = 4 \cdot A\omega_A \cdot \left(-(\omega_0^2 - \omega_A^2) + 2\lambda^2\right) \tag{91}$$

$$0 = -(\omega_0^2 - \omega_A^2) + 2\lambda^2 \tag{92}$$

$$0 = -\omega_0^2 + \omega_A^2 + 2\lambda^2 \tag{93}$$

$$\omega_A = \pm\sqrt{\omega_0^2 - 2\lambda^2} \tag{94}$$

Es gibt insgesamt 3 Lösungen:

$$\omega_{A_1} = 0 \tag{95}$$

$$\omega_{A_2} = -\sqrt{\omega_0^2 - 2\lambda^2} \tag{96}$$

$$\omega_{A_3} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\lambda^2} \tag{97}$$

Nur physikalisch interessant ist die positive, nicht triviale Lösung: $\underline{\underline{\omega_{A_2} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\lambda^2}}}$. ✓

Überprüfung, ob es sich um ein Maximum handelt:

$$\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{\omega_A \to \sqrt{\omega_0^2 - 2\lambda^2}\,\text{"}-\text{"}} \dfrac{d}{d\omega_A} x_0(\omega_A) > 0 \\[2em] \lim\limits_{\omega_A \to \sqrt{\omega_0^2 - 2\lambda^2}\,\text{"}+\text{"}} \dfrac{d}{d\omega_A} x_0(\omega_A) < 0 \end{array}\right\} \text{Maximum} \tag{98}$$ ✓

Für das Maximum folgt:

$$x_{max} = \frac{A}{\sqrt{\left[\omega_0^2 - \left(\sqrt{\omega_0^2 - 2\lambda^2}\right)^2\right]^2 + \left(2\lambda\sqrt{\omega_0^2 - 2\lambda^2}\right)^2}} \tag{99}$$

$$x_{max} = \frac{A}{\sqrt{\left[\omega_0^2 - (\omega_0^2 - 2\lambda^2)\right]^2 + 4\lambda^2(\omega_0^2 - 2\lambda^2)}} \tag{100}$$

$$x_{max} = \frac{A}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega_0^2 + 2\lambda^2)^2 + 4\lambda^2(\omega_0^2 - 2\lambda^2)}} \tag{101}$$

$$x_{max} = \frac{A}{\sqrt{4\lambda^4 + 4\lambda^2\omega_0^2 - 8\lambda^4}} \tag{102}$$

$$\underline{\underline{x_{max} = \frac{A}{2\lambda\sqrt{\omega_0^2 - \lambda^2}}}} \tag{103}$$ ✓

Da λ die Dämpfung ist, nimmt die maximale Amplitude im Resonanzfall mit steigender Dämpfung ab. Maximum verschiebt sich mit größerer Dämpfung hin zu kleineren Frequenzen

2.6: Berechnen Sie das Verhältnis $\frac{x_{max}}{x_A}$! Diese Größe heißt Resonanzüberhöhung oder Güte des Systems. Wie sind die Verhältnisse für kleine Dämpfung ($\lambda \ll \omega_0$) und was passiert für λ_0? Skizzieren Sie x_0 als Funktion von ω_A für verschiedene Dämpfungen.

Mit:

$$x_{max} = \frac{A}{2\lambda\sqrt{\omega_0^2-\lambda^2}} \quad (104)$$

$$x_A = \frac{A}{\omega_0^2} \quad (105)$$

Für das Verhältnis $\frac{x_{max}}{x_A}$ folgt:

$$\frac{x_{max}}{x_A} = \frac{\frac{A}{2\lambda\sqrt{\omega_0^2-\lambda^2}}}{\frac{A}{\omega_0^2}} = \frac{\omega_0^2}{2\lambda\sqrt{\omega_0^2-\lambda^2}} \quad (106)$$

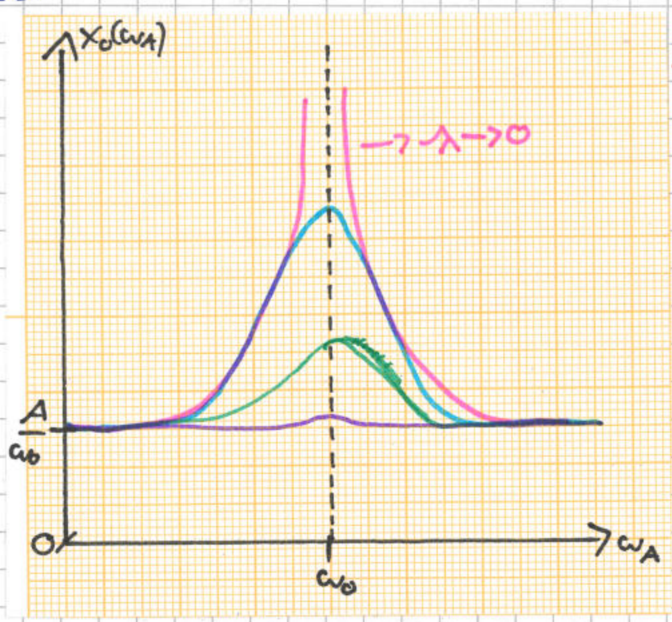
Für den Fall eine kleinen Dämpfung ($\lambda \ll \omega_0$) wird die Resonanzüberhöhung sehr groß.

Für $\lambda = 0$ folgt:

$$\lim_{\lambda \to 0} \frac{\omega_0^2}{2\lambda\sqrt{\omega_0^2-\lambda^2}} = \infty \quad (107)$$

Dies wäre der Fall der Resonanzkatastrophe.

Skizze:



- $(x_0)_{max}$ verschiebt sich mit höherer Dämpfung zu kleineren Frequenzen
- $\lim_{\omega_A \to \infty} x_0 = 0$
- $\lambda_{pink} < \lambda_{blau} < \lambda_{grün} < \lambda_{violett}$

2.7: Welche physikalische Größe wird mit einem x-t-Schreiber gemessen und dargestellt?

Mit einem x-t-Schreiber kann die Auslenkung eines Pendels aufgezeichnet werden Die Schwingungen werden in Abhängigkeit der Zeit graphisch dargestellt.

Der Schreiber registriert eine Spannung, die von einem Digital-Analog-Wandler erzeugt wird. An dem x-t-Schreiber kann man die Empfindlichkeit einstellen, dies spiegelt sich in der Amplitude des Graphen wieder. Die Breite der Schwingungen kann über die Geschwindigkeit des Papiervorschubes eingestellt werden.
Der Digital-Analog-Wandler bekommt ein digitales Signal, von einer Lichtschranke, welche an dem Pohlschen Rad verbaut ist. Diese registriert das Hell/Dunkelmuster, einer an dem Rad verbauten Zahnscheibe.

Allgemein.: Zeitaufgelöstes Spannungssignal

2.8: (Freiwillig) Berechnen Sie die Amplituden v_0 und a_0 der Geschwindigkeit $\dot{x}(t)$ und der Beschleunigung $\ddot{x}(t)$! Wie verhalten sich diese Größen für $\omega_A \to 0$ und für $\omega_A \to \infty$ und bei welchen Frequenzen liegen deren Maxima?

Wegen (2.3) wird nur $x_S(t)$ betrachtet. Für Geschwindigkeit und Beschleunigung folgt:

$$x_S(t) = x_0 \sin(\omega_A t + \delta)$$
$$\dot{x}_S(t) = x_0 \cdot \omega_A \cdot \cos(\omega_A t + \delta)$$
$$\ddot{x}_S(t) = -x_0 \cdot \omega_A^2 \sin(\omega_A t + \delta)$$

Mit:

$$x_0 = \frac{A}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega_A^2)^2 + (2\lambda\omega_A)^2}} \quad (108)$$

$$\delta = \arctan\left(\frac{2\lambda\omega_A}{\omega_A^2 - \omega_0^2}\right) \quad (109)$$

Somit folgen für die Amplituden v_0, a_0:

$$v_0 = x_0 \omega_A = \frac{A \omega_A}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega_A^2)^2 + (2\lambda\omega_A)^2}} \quad (110)$$

$$a_0 = x_0 \omega_A^2 = \frac{A \cdot \omega_A^2}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega_A^2)^2 + (2\lambda\omega_A)^2}} \quad (111)$$

Für $\omega_A \to 0$ folgt:

$$\lim_{\omega_A \to 0} v_0 = \lim_{\omega_A \to 0} \frac{A \overbrace{\omega_A}^{\to 0}}{\sqrt{\underbrace{(\omega_0^2 - \omega_A^2)^2}_{\to \omega_0^4} + \underbrace{(2\lambda\omega_A)^2}_{0}}} = 0 \quad (112) ✓$$

$$\lim_{\omega_A \to 0} a_0 = \lim_{\omega_A \to 0} \frac{A \overbrace{\omega_A^2}^{\to 0}}{\sqrt{\underbrace{(\omega_0^2 - \omega_A^2)^2}_{\to \omega_0^4} + \underbrace{(2\lambda\omega_A)^2}_{\to 0}}} = 0 \quad (113) ✓$$

Für $\omega_A \to \infty$ folgt

$$\lim_{\omega_A\to\infty} v_0 \overset{\lim_{\omega_A\to\infty}}{=} \frac{A\,\overset{\to\infty}{\omega_A}}{\sqrt{\underbrace{(\omega_0^2-\omega_A^2)^2}_{\infty}+\underbrace{(2\lambda\omega_A)^2}_{\infty}}} \tag{114}$$

$$\overset{*}{=} \lim_{\omega_A\to\infty} \frac{A}{\frac{1}{2}\underbrace{\left[(\omega_0^2-\omega_A^2)^2+(2\lambda\omega_A)^2\right]^{-\frac{1}{2}}}_{\to\infty}\cdot \underbrace{2(\omega_0^2-\omega_A^2)\cdot(-2\omega_A)\cdot 4\lambda\omega_A}_{-\infty}}$$

$$=0$$

$$\lim_{\omega_A\to\infty} q_0 \overset{\lim_{\omega_A\to\infty}}{=} \frac{A\,\omega_A^2}{\sqrt{(\omega_0^2-\omega_A^2)^2+(2\lambda\omega_A)^2}} \overset{(*)}{=} \tag{115}$$

$$\overset{\lim_{\omega_A\to\infty}}{\overset{**}{=}} A\cdot\frac{\left((\omega_0^2-\omega_A^2)^2+(2\lambda\omega_A)^2\right)^{\frac{3}{2}}}{2\cdot(\underbrace{\omega_A^6}_{\infty}+\underbrace{(6\lambda^2-3\omega_0^2)\omega_A^4}_{\infty}+\underbrace{3\omega_0^4\omega_A^2}_{\infty}+2\omega_0^4\lambda^2-\omega_0^6)}$$

$$\overset{\lim_{\omega_A\to\infty}}{\overset{(*)}{=}} \frac{A}{\sqrt{\left(1-\underbrace{\frac{\omega_0^2}{\omega_A^2}}_{\to 0}\right)^2+\underbrace{\frac{4\lambda^2}{\omega_A^2}}_{\to 0}}} = A$$

$$\cancel{=0}$$

*: Regel von L'Hopitas

Für die Maxima von v_0 und a_0 folgt:

$$v_0 = \frac{A\omega_A}{\sqrt{(\omega_0^2-\omega_A^2)^2+(2\lambda\omega_A)^2}} \tag{116}$$

$$\frac{dv_0}{d\omega_A} = A\cdot\left[(\omega_0^2-\omega_A^2)^2+(2\lambda\omega_A)^2\right]^{-\frac{1}{2}} \tag{117}$$

$$+A\omega_A\cdot\left(-\tfrac{1}{2}\right)\left[(\omega_0^2-\omega_A^2)^2+(2\lambda\omega_A)^2\right]^{-\frac{3}{2}}\cdot$$

$$\cdot\left[2(\omega_0^2-\omega_A^2)(-2\omega_0)+2(2\lambda\omega_A)\cdot 2\lambda\right]=0$$

$$0 = -\frac{A\cdot(\omega_A^4-\omega_0^4)}{\left[(\omega_0^2-\omega_A^2)^2+(2\lambda\omega_A)^2\right]^{\frac{3}{2}}} \tag{118}$$

$$\Rightarrow 0 = A\cdot(\omega_A^4-\omega_0^4) \tag{119}$$

$$\rightarrow \omega_A \overset{!}{=} \omega_0 \tag{120}$$

Das schwingende System hat die Amplitude der Geschwindigkeit, bei der Frequenz, wenn die antreibende Frequenz gleich der Eigenfrequenz ist. ✓

$$a_0 = \frac{A\omega_A^2}{\sqrt{(\omega_0^2-\omega_A^2)^2+(2\lambda\omega_A)^2}} \qquad (121)$$

$$\frac{da_0}{d\omega_A} = 2A\omega_A\left[(\omega_0^2-\omega_A^2)^2+(2\lambda\omega_A)^2\right]^{-\frac{1}{2}} \qquad (122)$$

$$-\frac{A\omega_A^2}{2}\left[(\omega_0^2-\omega_A^2)^2+(2\lambda\omega_A)^2\right]^{-\frac{3}{2}}$$

$$\cdot\left[2(\omega_0^2-\omega_A^2)\cdot(-2\omega_A)+2(2\lambda\omega_A)\cdot(2\lambda)\right] \overset{!}{=} 0$$

$$0 = \frac{2A\omega_A\left[(2\lambda^2-\omega_0^2)\omega_A^2+\omega_0^4\right]}{\left[(\omega_0^2-\omega_A^2)^2+(2\lambda\omega_A)^2\right]^{\frac{3}{2}}} \qquad (123)$$

$$\Rightarrow (2\lambda^2-\omega_0^2)\omega_A^2+\omega_0^4 = 0 \quad (\omega_{A_1}=0) \qquad (124)$$

$$\omega_A^2 = -\frac{\omega_0^4}{2\lambda^2-\omega_0^{\cancel{4}2}} \qquad (125)$$ Einheiten!

Für kleine Dämpfung: $\lambda < \omega_0$

$$\omega_A^2 = \frac{\omega_0^4}{\omega_0^{\cancel{4}2}-2\lambda^2} \qquad (126)$$

$$\omega_A = \pm\sqrt{\frac{\omega_0^4}{\omega_0^{\cancel{4}2}-2\lambda^2}} \qquad (127)$$

Die maximale Beschleunigung ist bei $\omega_A = \sqrt{\frac{\omega_0^4}{\omega_0^{\cancel{4}2}-2\lambda^2}}$, bzw. wenn kein Äußerer Erreger das System beschleunigt. $(\omega_A = 0)$ Nein. Betrachte Grenzfall $\lim_{\omega_A \to 0} a_0 = 0$

3. Allgemeines

Ort: Universität Bayreuth, NW II, Raum 2.3.02.704

Datum: 04.08.2020 12^{00} Uhr

Messperson: Anna-Maria Pleyer

Protokollperson: Paul Schwanitz

Auswerteperson: Dominik Müller

Einziger Arbeitsplatz im Raum ✓ schön.

4. Auswertung

4.1 Freie Schwingungen

Zeigen Sie zunächst, dass für die Anfangsbedingungen $\varphi(0) = A_0$ und $\dot{\varphi}(0) = 0$ (um A_0 auslenken und dann Loslassen) und für kleine Dämpfung ($\lambda \ll \omega$) die Lösung Lautet: $\varphi(t) \approx A_0 \cos(\omega t) e^{-\lambda t}$

Aus dem Fragen zur Vorbereitung Aufgabe 1 (kleine Dämpfung) folgt:

$$x_h(t) = e^{-\lambda t} (d_1 \cos(\omega t) + d_2 \sin(\omega t)) \quad (128)$$

mit $\varphi(t) = x_h(t)$ und $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \lambda^2}$

$$\Rightarrow \varphi(t) = e^{-\lambda t}\left[d_1 \cos(\sqrt{\omega_0^2 - \lambda^2}\, t) + d_2 \sin(\sqrt{\omega_0^2 - \lambda^2}\, t)\right] \quad (129)$$

$$\varphi(0) = e^0 \left[d_1 \cos(\sqrt{\omega_0^2 - \lambda^2} \cdot 0) + d_2 \sin(\sqrt{\omega_0^2 - \lambda^2} \cdot 0)\right] \quad (130)$$

$$\rightarrow \varphi(0) = d_1 \quad (131)$$

$$\dot{\varphi}(t) = -\lambda e^{-\lambda t}\left[d_1 \cos(\sqrt{\omega_0^2 - \lambda^2}\, t) + d_2 \sin(\sqrt{\omega_0^2 - \lambda^2}\, t)\right] \quad (132)$$
$$+ e^{-\lambda t}\left[-d_1 \sin(\sqrt{\omega_0^2 - \lambda^2}\, t)\sqrt{\omega_0^2 - \lambda^2} + d_2 \cos(\sqrt{\omega_0^2 - \lambda^2}\, t)\sqrt{\omega_0^2 - \lambda^2}\right]$$

$$\dot{\varphi}(0) = -\lambda d_1 + \sqrt{\omega_0^2 - \lambda^2}\, d_2 \quad (133)$$

Aus Gl. (131) folgt: $\varphi(0) = d_1 \Rightarrow d_1 = A_0$ (134)

$$\dot{\varphi}(0) = -\lambda d_1 + \sqrt{\omega_0^2 - \lambda^2}\, d_2 \overset{!}{=} 0 \quad (135)$$

$$0 = -\lambda A_0 + \sqrt{\omega_0^2 - \lambda^2}\, d_2 \quad (136)$$

$$\Rightarrow d_2 = \frac{\lambda A_0}{\sqrt{\omega_0^2 - \lambda^2}} \quad (137)$$

In $\varphi(t)$ einsetzen ergibt:

$$\varphi(t) = e^{-\lambda t}\left[A_0 \cos(\sqrt{\omega_0^2 - \lambda^2}\, t) + \frac{\lambda A_0}{\sqrt{\omega_0^2 - \lambda^2}} \sin(\sqrt{\omega_0^2 - \lambda^2}\, t)\right] \quad (138)$$

mit $\lambda \ll \omega_0$ folgt:

$$\sqrt{\omega_0^2 - \lambda^2} \xrightarrow{\lambda \ll \omega_0} \omega_0 \quad (139)$$

$$\frac{\lambda A_0}{\omega_0} \xrightarrow{\lambda \ll \omega_0} 0 \quad (140)$$

$$\Rightarrow \varphi(t) = e^{-\lambda t}\left(A_0 \cos(\omega_0 t) + \frac{\lambda A_0}{\omega_0} \sin(\omega_0 t)\right] \quad (141)$$

$$\Rightarrow \varphi(t) = A_0 \cos(\omega_0 t) e^{-\lambda t} \quad (142)$$

4.1.1: Bestimmen Sie aus Ihren Messungen die Frequenz ω_0 für das ungedämpfte System

4.1.1.1: Bestimmung von ω_0 mithilfe der Stoppuhr

Der Fehler der Stoppuhr kann dem Protokoll entnommen werden. ∀ Reaktionszeit berücksichtigen

$$s_A = 0{,}005\,s \quad , \; s_R = 0{,}01\,s \tag{143}$$

$$s_S = \sqrt{s_A^2 + s_R^2} \tag{144}$$

$$s_S = \sqrt{(0{,}005\,s)^2 + (0{,}01\,s)^2} \tag{145}$$

$$s_S = 0{,}01118034\,s \tag{146}$$

Wie wurde aus ? Messwerten einer? Mag hier trivial sein, trotzdem im Zweifelsfall mit hinschreiben

Dauer für 50 Schwingungen. $T_{50} = 89{,}75\,s$ (147)

$$T_1 = \frac{T_{50}}{50} = 1{,}795\,s \tag{148}$$

Für den Fehler von T_1 folgt:

$$u_T = \frac{s_S}{50} = \frac{0{,}01118034\,s}{50} = 0{,}000223606\,s \tag{149}$$

Berechnung von ω_0:

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T} \tag{150}$$

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{1{,}795\,s} \tag{151}$$

konsistenz Anzahl Stellen nicht gegeben

$$\omega_0 = 3{,}500381\,\frac{1}{s} \tag{152}$$

Fehler von ω_0:

$$u_{\omega_0} = \sqrt{\left(\frac{\partial \omega_0}{\partial T} \cdot u_T\right)^2} = \sqrt{\left(-\frac{2\pi}{T^2}\, u_T\right)^2} \tag{153}$$

$$u_{\omega_0} = \sqrt{\left(-\frac{2\pi}{(1{,}795\,s)^2} \cdot 0{,}000223606\,s\right)^2} \tag{154}$$

$$u_{\omega_0} = 0{,}000436\,\frac{1}{s} \tag{155}$$

$$\Rightarrow \omega_0 = (3{,}5004 \pm 0{,}0004)\,\frac{1}{s} \quad ✓ \tag{156}$$

4.11.2: Bestimmung von ω_0 mithilfe des x-t-Schiebers

Es wurden die Länge von 50 Schwingungen mithilfe eines Geodreiecks gemessen.

Fehler des Geodreiecks: $s_a = 0{,}1\,cm$ (157)

Woher kommt dies?

Restfehler: $s_R = (0{,}02 + 1 \cdot 10^{-3} \cdot 21{,}2)cm = 0{,}0412\,cm$ (158)

$$s_x = \sqrt{s_R^2 + s_a^2} \quad (159)$$

$$= \sqrt{(0{,}0412\,cm)^2 + (0{,}1\,cm)^2} \quad (160)$$

$$s_x = 0{,}1081547\,cm \quad (161)$$

$$\Rightarrow x = (21{,}2 \pm 0{,}1)cm \quad (162)$$

→ evtl. bei dem Fehler auch eine Stelle mehr angeben

Die Geschwindigkeit des Papiervorschubes im x-t-Schieber wurde auf $v = 12\,\frac{cm}{min} = 0{,}2\,\frac{cm}{s}$ eingestellt.

Für t folgt:

$$t = \frac{x}{v} \quad (163)$$

$$t = \frac{21{,}2\,cm}{0{,}2\,\frac{cm}{s}} \quad (164)$$

$$t = 106\,s \quad (165)$$

Für den Fehler von t folgt:

✓ Fehler xt-Schreiber

$$s_t = \sqrt{\left(\frac{\partial t}{\partial x} \cdot s_x\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{1}{v}\,s_x\right)^2} \quad (166)$$

$$s_t = \sqrt{\left(\frac{1}{0{,}2\,\frac{cm}{s}} \cdot 0{,}1081547\,cm\right)^2} \quad (167)$$

$$s_t = 0{,}5407735\,s \quad (168)$$

$$\Rightarrow t = (106{,}0 \pm 0{,}5)s \quad (169)$$

Berechnung von T:

$$T = \frac{t}{n} \quad (170)$$

$$T = \frac{106\,s}{57} \quad (171)$$

$$T = 1{,}859649\,s \quad (172)$$

Fehler von T:

$$u_T = \frac{u_t}{n} \quad (173)$$

$$u_T = \frac{0{,}5s}{50} \quad (174)$$

$$u_T = 0{,}010815s \quad (175)$$

$$\Rightarrow \underline{T = (1{,}86 \pm 0{,}01)s} \quad (176)$$

Berechnung von ω_0:

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T} \quad (177)$$

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{1{,}859649\,s} \quad (178)$$

$$\omega_0 = 3{,}378694\,\frac{1}{s} \quad (179)$$

Fehler von ω_0:

$$s_{\omega_0} = \sqrt{\left(\frac{\partial\omega_0}{\partial T}\,s_T\right)^2} = \sqrt{\left(-\frac{2\pi}{T^2}\,s_T\right)^2} \quad (180)$$

$$s_{\omega_0} = \sqrt{\left(-\frac{2\pi}{(1{,}859649s)^2}\cdot 0{,}010815s\right)^2} \quad (181)$$

$$s_{\omega_0} = 0{,}019641764\,\frac{1}{s} \quad (182)$$

$$\Rightarrow \underline{\omega_0 = (3{,}38 \pm 0{,}02)\,\frac{1}{s}} \quad (183)$$

Vergleich der beiden Werte:

Die beiden Werte von ω_0 weichen voneinander leicht ab. Die Abweichung beträgt $0{,}1204\,\frac{1}{s}$. Eine mögliche Erklärung könnte zum einen die Reaktionszeit der Messperson sein.
Bei der Messung mit der Stoppuhr, wird zwar die Messung erst gestartet, nach einer Schwingung gestartet, um somit die Reaktionszeit nicht beachten zu müssen. Mit dieser Methode wird zwar der größte Teil der Reaktionszeit vernachlässigt, aber die Varianz der Reaktionszeit wird nicht mit beachtet.
Zum anderen könnte der x-t-Schreiber, durch seine Mechanischen

Richtig. Warum wurde die Reaktionszeit bzw. deren Varianz dann nicht bei der Fehlerrechnung berücksichtigt?

Teile den Wert etwas verfälschen.
Fehler xt-Schreiber war in dessen Anleitung angegeben und hätte hier auch quantitativ berücksichtigt werden können.

4.1.2: Bestimmen Sie die Frequenzen ω und die Zeitkonstanten $\tau = \frac{1}{\lambda}$ für die verschiedenen Dämpfungsströme! τ folgt aus der Geradensteigung, wenn die normierten Amplituden $\frac{A}{A_0}$ auf halblogarithmischen Papier gegen die Zeit t aufgetragen werden. Wählen Sie für die 3 Kurven den gleichen Ursprung!
In wieweit ist die Näherung von Gl. (5) gültig? Vergleichen Sie Ihre Ergebnisse für ω mit den theoretisch erwarteten!

4.1.2.1: Bestimmung von ω und τ für $I_D = 0{,}3\,A$

x und n erhält man, indem man aus der Auswertung des x-t-Schreibers, auf einen bestimmten Intervall, die Anzahl an Schwingungen (n) und dann die dafür benötigte Strecke (x) misst.
Mit hilfe der Papiergeschwindigkeit (v) lässt sich die Zeit t der n-Perioden bestimmen. Hieraus lässt sich T und das gesuchte ω_0 berechnen.
Es werden die Länge der 10 Schwingungen mithilfe eines Geodreiecks gemessen. welche 10 Schwingungen genau meint ihr hier?

Fehler Geodreieck:

Ablesefehler: $s_a = 0{,}1\,cm$

Restfehler (Büromaßstab): $s_r = (0{,}02 + 1\cdot 10^{-3}\cdot 15{,}4\,cm) = 0{,}0354\,cm$

$$s_x = \sqrt{s_a^2 + s_r^2} \tag{184}$$

$$s_x = \sqrt{(0{,}1\,cm)^2 + (0{,}0354\,cm)^2} \tag{185}$$

$$s_x = 0{,}106080\,cm \tag{186}$$

$$\Rightarrow x = (15{,}4 \pm 0{,}1)\,cm \tag{187}$$

Geschwindigkeitseinstellung des x-t-Schreibers:

$$v = 50\,\frac{cm}{min} = \frac{5}{6}\,\frac{cm}{s} \tag{188}$$

Berechnung von ω:

$$\omega = \frac{2\pi v n}{x} \tag{189}$$

$$\omega = \frac{2\pi\,\frac{5}{6}\frac{cm}{s}\cdot 10}{15{,}4cm} \tag{190}$$

$$\omega = 3{,}399992\,\frac{1}{s} \tag{191}$$

Es folgt:

$$\omega = \frac{2\pi}{T}\ ;\ T = \frac{t}{n}\ ;\ t = \frac{x}{v} \tag{192}$$

Fehler von ω:

$$s_\omega = \sqrt{\left(\frac{\partial\omega}{\partial x}\cdot s_x\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{2\pi v n}{-x^2}\cdot s_x\right)^2} \tag{193}$$

$$s_\omega = \sqrt{\left(\frac{2\pi\cdot\frac{5}{6}\frac{cm}{s}\cdot 10}{-(15{,}4cm)^2}\cdot 0{,}106080cm\right)^2} \tag{194}$$

$$s_\omega = 0{,}023420\,\frac{1}{s} \tag{195}$$

$$\Rightarrow \omega = (3{,}40 \pm 0{,}02)\,\frac{1}{s} \tag{196}$$

✓

τ kann bestimmt werden, wenn man die Amplitude gegen die Zeit auf halblogarithmischen Papier aufträgt. Das Diagramm sollte dann eine Gerade aufweisen, so dass man τ indirekt bestimmen kann. τ ist der Kehrwert der Steigung. ✓

Bestimmung von A_0:

Die Anfangsamplitude wurde aus den Aufzeichnungen des x-t-Schreibers, mit einem Geodreieck bestimmt. Hierbei wurde die erste (wirkliche) Schwingung genutzt um A_0 zu bestimmen.

$$A_0 = 5{,}0cm \tag{197}$$

Fehler von A_0:

Ablese Fehler: $s_a = 0{,}1\,cm$ (198)

Restfehler (Büromessstab): $s_r = (0{,}02 + 1 \cdot 10^{-3} \cdot 5{,}0)\,cm$ (199)

$$= 0{,}025\,cm \quad (200)$$

$$s_{A_0} = \sqrt{s_a^2 + s_r^2} \quad (201)$$

$$s_{A_0} = \sqrt{(0{,}1\,cm)^2 + (0{,}025\,cm)^2} \quad (202)$$

$$s_{A_0} = 0{,}1030776\,cm \quad (203)$$

$$\Rightarrow A_0 = (5{,}0 \pm 0{,}1)\,cm \quad (204)$$

Fehler für $A(t)$:

$$s_{A(t)} = \sqrt{(0{,}1\,cm)^2 + [(0{,}02 + 1 \cdot 10^{-3} \cdot A(t))\,cm]^2} \quad (205)$$

Fehler für $\frac{A(t)}{A_0}$:

$$s_{\frac{A(t)}{A_0}} = \sqrt{\left(\frac{\partial A(t)/A_0}{\partial A(t)} \cdot s_{A(t)}\right)^2 + \left(\frac{\partial A(t)/A_0}{\partial A_0} \cdot s_{A_0}\right)^2} \quad (206)$$

$$s_{\frac{A(t)}{A_0}} = \sqrt{\left(\frac{1}{A_0} \cdot s_{A(t)}\right)^2 + \left(-\frac{A(t)}{A_0^2} \cdot s_{A_0}\right)^2} \quad (207)$$

Fehler für gemessene Strecke x:

$$s_x = \sqrt{(0{,}1\,cm)^2 + [(0{,}02 + 1 \cdot 10^{-3} \cdot x)\,cm]^2} \quad (208)$$

Berechnung der Zeit $t(x)$:

$$t(x) = \frac{x}{v} \quad (209)$$

Fehler der Zeit $t(x)$:

$$s_t = \sqrt{\left(\frac{\partial t}{\partial x} \cdot s_x\right)^2} \quad (210)$$

$$s_t = \sqrt{\left(\frac{1}{v} \cdot s_x\right)^2} \quad (211)$$

Für $I_D = 0{,}3\,A$ folgt folgende Wertetabelle

$A(t)$/cm	$s_{A(t)}$/cm	$A(t)/A_0$	$s_{A(t)}/A_0$	x/cm	s_x/cm	$t(x)$/s	s_t/s
5,0	0,103078	1,00	0,029155	0,0	0,0	0,0	0,0
4,1	0,102863	0,82	0,026627	1,5	0,102285	1,80	0,122742
3,4	0,102701	0,68	0,024868	3,0	0,102611	3,60	0,123133
2,7	0,102544	0,54	0,023335	4,5	0,102958	5,40	0,123549
2,2	0,102435	0,44	0,022405	6,0	0,103326	7,20	0,123990
1,8	0,102349	0,36	0,021774	7,5	0,103712	9,00	0,124455
1,4	0,102264	0,28	0,021252	9,0	0,104120	10,80	0,124944
1,1	0,102202	0,22	0,020937	10,5	0,104546	12,60	0,125457
0,9	0,102161	0,18	0,020766	12,0	0,104995	14,40	0,125994
0,7	0,102120	0,14	0,020627	13,5	0,105462	16,20	0,126554
0,5	0,102080	0,10	0,020520	15,0	0,105948	18,00	0,127138
0,4	0,102060	0,08	0,020478	16,5	0,106453	19,80	0,127744
0,3	0,102040	0,06	0,020445	18,0	0,106977	21,60	0,128372
0,2	0,102020	0,04	0,020421	19,5	0,107519	23,40	0,129022

Berechnung von $\lambda_{0,3}$:

$$\lambda_{0,3} = \frac{\Delta \ln(y)}{\Delta x} \overset{*}{=} \frac{-\ln(y_2) - \ln(y_1)}{x_2 - x_1} \tag{212}$$

$$\lambda_{0,3} = \frac{-\ln(0{,}11) - \ln(1{,}00)}{18{,}4\,s - 0{,}0\,s} \tag{213}$$

Woher kommt Wertpaar 0,11/18,4 s? Warum wurde nicht ~~die~~ ein Wert aus obiger Wertetabelle verwendet?

$$\lambda_{0,3} = 0{,}11996059\,\frac{1}{s} \tag{214}$$

Warum keine Lineare Regression? Insbesondere Fehlerabschätzung so wenig aussagekräftig.

Fehler von $\lambda_{0,3}$

$$s_{\lambda_{0,3}} = \sqrt{\left(\frac{\partial \lambda}{\partial y_1} s_{y_1}\right)^2 + \left(\frac{\partial \lambda}{\partial y_2} s_{y_2}\right)^2 + \left(\frac{\partial \lambda}{\partial x_1} s_{x_1}\right)^2 + \left(\frac{\partial \lambda}{\partial x_2} s_{x_2}\right)^2} \tag{215}$$

$$s_{\lambda_{0,3}} = \sqrt{\left(\frac{-s_{y_1}}{y_1(x_2-x_1)}\right)^2 + \left(\frac{s_{y_2}}{(x_2-x_1)y_2}\right)^2 + \left(\frac{\ln(y_2/y_1)}{(x_2-x_1)^2} s_{x_1}\right)^2 + \left(-\frac{\ln(y_2/y_1)}{(x_2-x_1)^2} s_{x_2}\right)^2} \tag{216}$$

$$\text{Fehler}: s_{y_1} = s_{y_2} = 0{,}01 \;;\; s_{x_1} = s_{x_2} = 0{,}1\,s \tag{217}$$

*: Minus muss da sein, sonst wäre $\lambda < 0$, was physikalisch unsinnig wäre.

$$s_{\lambda_{0,3}} = \sqrt{\left(\frac{-0{,}01}{1\cdot(18{,}4s-0s)}\right)^2 + \left(\frac{0{,}01}{(18{,}4s-0s)\cdot 0{,}1}\right)^2 + \left(-\frac{\ln(0{,}01/1)}{(18{,}4s-0s)^2}\cdot 0{,}1s\right)^2 + \left(\frac{\ln(0{,}01/1)}{(18{,}4s-0s)^2}\cdot 0{,}1s\right)^2} \quad (218)$$

$$s_{\lambda_{0,3}} = 0{,}01768\ \frac{1}{s} \quad (219)$$

$$\Rightarrow \lambda_{0,3} = (0{,}120 \pm 0{,}018)\ \frac{1}{s} \quad (220)$$

✓

Berechnung von τ:

$$\tau_{0,3} = \frac{1}{\lambda_{0,3}} \quad (221)$$

$$\tau_{0,3} = \frac{1}{0{,}1996059\ \frac{1}{s}} \quad (222)$$

$$\tau_{0,3} = 8{,}33607\ s \quad (223)$$

Fehler von τ:

$$s_{\tau_{0,3}} = \sqrt{\left(\frac{\partial\tau}{\partial\lambda}\, s_\lambda\right)^2} = \sqrt{\left(-\frac{1}{\lambda^2}\, s_\lambda\right)^2} \quad (224)$$

$$s_{\tau_{0,3}} = \sqrt{\left(-\frac{1}{(0{,}1996059\ \frac{1}{s})^2}\cdot 0{,}01768\ \frac{1}{s}\right)^2} \quad (225)$$

$$s_{\tau_{0,3}} = 0{,}4437470842\ s \quad (226)$$

$$\Rightarrow \tau_{0,3} = (8{,}3 \pm 0{,}4)\ s \quad (227)$$

✓

4.1.2.2: Bestimmung von a und τ für $I_D = 0{,}5A$

Es wurde die Länge von 5 Schwingungen mithilfe eines Geodreiecks gemessen.

Fehler Geodreieck:

Ablesefehler: $s_A = 0{,}1\,cm$ (228)

Restfehler (Büromesstab): $s_r = (0{,}02 + 1\cdot 10^{-3}\cdot 7{,}8)\,cm$ (229)

$= 0{,}0278\,cm$ (230)

$$s_x = \sqrt{s_A^2 + s_r^2} \quad (231)$$

$$s_x = \sqrt{(0{,}1\,cm)^2 + (0{,}0278\,cm)^2} \quad (232)$$

$$s_x = 0{,}103792292\ cm \quad (233)$$

$$\Rightarrow x = (7{,}8 \pm 0{,}1)\ cm \quad (234)$$

Geschwindigkeit des x-t-Schreibes:

$$V = 50\,\frac{cm}{min} = \frac{5}{6}\,\frac{cm}{s} \tag{235}$$

Berechnung von ω:

$$\omega = \frac{2\pi v n}{x} \tag{236}$$

$$\omega = \frac{2\pi \frac{5}{6}\frac{cm}{s} \cdot 5}{7{,}8\,cm} \tag{237}$$

$$\omega = 3{,}356402\,\frac{1}{s} \tag{238}$$

Fehle von ω:

$$s_\omega = \sqrt{\left(\frac{\partial \omega}{\partial x} \cdot s_x\right)^2} = \sqrt{\left(-\frac{2\pi v n}{x^2}\, s_x\right)^2} \tag{239}$$

$$s_\omega = \sqrt{\left(-\frac{2\pi \cdot \frac{5}{6}\frac{cm}{s} \cdot 5}{(7{,}8\,cm)^2} \cdot 0{,}103792282\,cm\right)^2} \tag{240}$$

$$s_\omega = 0{,}044662\,\frac{1}{s} \tag{241}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{\omega = (3{,}36 \pm 0{,}04)\,\frac{1}{s}}} \;✓ \tag{242}$$

τ kann wiede über den Kehrwert der Steigung der Geraden bestimmt werden.

Bestimmung von A_0:

Die Anfangsamplitude wurde aus den Aufzeichnungen des x-t-Schreibers, mit einem Geodreieck, bestimmt. Hiebei wurde die erste wirkliche Schwingung benutzt um A_0 zu bestimmen.

$$A_0 = 6{,}5\,cm \tag{243}$$

Fehle von A_0:

$$\text{Ablesefehler: } s_A = 0{,}1\,cm \tag{244}$$

$$\text{Restfehler (Büromaßstab): } s_r = (0{,}02 + 1 \cdot 10^{-3} \cdot 6{,}5)\,cm \tag{245}$$

$$s_r = 0{,}0265\,cm \tag{246}$$

$$s_{A_0} = \sqrt{s_r^2 + s_A^2} \tag{247}$$

$$s_{A_0} = \sqrt{(0{,}1\,cm)^2 + (0{,}0265\,cm)^2} \tag{248}$$

$$s_{A_0} = 0{,}1034516795\,cm \tag{249}$$

$$\Rightarrow A_0 = (6{,}5 \pm 0{,}1)\,\mathrm{cm} \tag{250}$$

Fehler für $A(t)$:

$$s_{A(t)} = \sqrt{(0{,}1\,\mathrm{cm})^2 + [(0{,}02 + A(t)\cdot 10^{-3})\,\mathrm{cm}]^2} \tag{251}$$

Fehler für $A(t)/A_0$:

$$s_{A(t)/A_0} = \sqrt{\left(\frac{\partial A(t)/A_0}{\partial A_0}\, s_{A_0}\right)^2 + \left(\frac{\partial A(t)/A_0}{\partial A(t)}\, s_{A(t)}\right)^2} \tag{252}$$

$$s_{A(t)/A_0} = \sqrt{\left(\frac{1}{A_0}\, s_{A(t)}\right)^2 + \left(-\frac{A(t)}{A_0^2}\, s_{A_0}\right)^2} \tag{253}$$

Fehler für x:

$$s_x = \sqrt{(0{,}1\,\mathrm{cm})^2 + [(0{,}02 + x\cdot 10^{-3})\,\mathrm{cm}]^2} \tag{254}$$

Berechnung von $t(x)$:

$$t(x) = \frac{x}{v} \tag{255}$$

Fehler von $t(x)$:

$$s_t = \sqrt{\left(\frac{\partial t}{\partial x}\cdot s_x\right)^2} \tag{256}$$

$$s_t = \frac{s_x}{v} \tag{257}$$

Für $I_D = 0{,}5\,\mathrm{A}$ folgt folgende Wertetabelle:

$A(t)/\mathrm{cm}$	$s_{A(t)}/\mathrm{cm}$	$A(t)/A_0$	$s_{A(t)/A_0}$	x/cm	s_x/cm	t/s	s_t/s
6,5	0,103452	1,00	0,022508	0,0	0	0,0	0
3,8	0,102793	0,58	0,018349	1,5	0,102285	1,8	0,122742
2,2	0,102435	0,34	0,016654	3,0	0,102611	3,6	0,123133
1,2	0,102223	0,18	0,015999	4,5	0,102958	5,4	0,123549
0,6	0,102100	0,09	0,015776	6,0	0,103325	7,2	0,123990
0,4	0,102060	0,06	0,015732	7,5	0,103712	9,0	0,124455
0,2	0,102020	0,03	0,015703	9,0	0,104120	10,8	0,124944

Berechnung von $\lambda_{0,5}$:

$$\lambda_{0,5} = \frac{\Delta \ln(y)}{\Delta x} = \frac{\ln(y_2) - \ln(y_1)}{x_2 - x_1} \quad (258)$$

$$\lambda_{0,5} = -\frac{\ln(0{,}03) - \ln(1{,}00)}{10{,}9_s - 0{,}0_s} \quad (259)$$

$$\lambda_{0,5} = 0{,}3217 \quad (260)$$

Fehler von $\lambda_{0,5}$

$$s_{\lambda_{0,5}} = \sqrt{\left(\frac{\partial \lambda}{\partial y_1} s_{y_1}\right)^2 + \left(\frac{\partial \lambda}{\partial y_2} s_{y_2}\right)^2 + \left(\frac{\partial \lambda}{\partial x_1} s_{x_1}\right)^2 + \left(\frac{\partial \lambda}{\partial x_2} s_{x_2}\right)^2} \quad (261)$$

$$s_{\lambda_{0,5}} = \sqrt{\left(-\frac{s_{y_1}}{(x_2 - x_1) y_1}\right)^2 + \left(\frac{s_{y_2}}{(x_2 - x_1) \cdot y_2}\right)^2 + \left(\frac{\ln(y_2) - \ln(y_1)}{(x_2 - x_1)^2} s_{x_1}\right)^2 + \left(\frac{\ln(x_2) - \ln(y_1)}{(x_2 - x_1)^2} s_{x_2}\right)^2} \quad (262)$$

$$s_{\lambda_{0,5}} = \sqrt{\left(-\frac{0{,}01}{1(10{,}9_s - 0_s)}\right)^2 + \left(\frac{0{,}01}{0{,}03(10{,}9_s - 0_s)}\right)^2 + \left(\frac{\ln(0{,}03/1)}{(10{,}9_s - 0_s)^2} \cdot 0{,}1_s\right)^2 + \left(\frac{\ln(0{,}03/1)}{(10{,}9_s - 0_s)^2} \cdot 0{,}1_s\right)^2} \quad (263)$$

$$s_{\lambda_{0,5}} = 0{,}05483 \, \frac{1}{s} \quad (264)$$

$$\Rightarrow \lambda = (0{,}32 \pm 0{,}05) \, \frac{1}{s} \quad (265)$$

Berechnung von $\tau_{0,5}$:

$$\tau_{0,5} = \frac{1}{\lambda_{0,5}} \quad (266)$$

$$\tau_{0,5} = \frac{1}{0{,}3217 \, \frac{1}{s}} \quad (267)$$

$$\tau_{0,5} = 3{,}108486167 \, s \quad (268)$$

Fehler von $\tau_{0,5}$:

$$s_{\tau_{0,5}} = \sqrt{\left(\frac{\partial \tau}{\partial \lambda} s_\lambda\right)^2} = \sqrt{\left(-\frac{s_\lambda}{\lambda^2}\right)^2} \quad (269)$$

$$s_{\tau_{0,5}} = \sqrt{\left(-\frac{0{,}05483 \, \frac{1}{s}}{(0{,}3217 \, \frac{1}{s})^2}\right)^2} \quad (270)$$

$$s_{\tau_{0,5}} = 0{,}5298050872 \, s \quad (271)$$

$$\Rightarrow \tau_{0,5} = (3{,}1 \pm 0{,}5) \, s \quad (272)$$

4.1.2.3: Bestimmung von ω und τ für $I_D = 0{,}8\,A$

Es wurde die Länge von 2 Schwingungen gemessen, mithilfe eines Geodreiecks:

Fehler Geodreieck:

Ablesefehler: $s_a = 0{,}1\,cm$ (273)

Restfehler (Büromaßstab): $s_r = (0{,}02 + 1 \cdot 10^{-3} \cdot 6{,}5)\,cm$ (274)

$$s_r = 0{,}0265\,cm \quad (275)$$

$$s_x = \sqrt{s_a^2 + s_r^2} \quad (276)$$

$$s_x = \sqrt{(0{,}1\,cm)^2 + (0{,}0265\,cm)^2} \quad (277)$$

$$s_x = 0{,}10354167\,95\,cm \quad (278)$$

$$\Rightarrow x = (6{,}5 \pm 0{,}1)\,cm \quad (279)$$

Geschwindigkeit des x-t-Schreibers:

$$v = 100\,\frac{cm}{min} = \frac{5}{3}\,\frac{cm}{s} \quad (280)$$

Berechnung von ω:

$$\omega = \frac{2\pi v n}{x} \quad (281)$$

$$\omega = \frac{2\pi \cdot \frac{5}{3}\frac{cm}{s} \cdot 2}{6{,}5\,cm} \quad (282)$$

$$\omega = 3{,}222146\,\frac{1}{s} \quad (283)$$

Fehler von ω:

$$s_\omega = \sqrt{\left(\frac{\partial \omega_0}{\partial x}\,s_x\right)^2} = \sqrt{\left(-\frac{2\pi v n}{x^2} \cdot s_x\right)^2} \quad (284)$$

$$s_\omega = \sqrt{\left(-\frac{2\pi \cdot \frac{5}{3}\frac{cm}{s} \cdot 2}{(6{,}5\,cm)^2} \cdot 0{,}10354167\,95\,cm\right)^2} \quad (285)$$

$$s_\omega = 0{,}051327144\,\frac{1}{s} \quad (286)$$

$$\Rightarrow \omega = (3{,}22 \pm 0{,}05)\,\frac{1}{s} \quad (287)$$ ✓

τ kann wieder über den Kehrwert der Steigung der Geraden bestimmt werden.

Bestimmung von A_0:

Die Anfangsamplitude wurde aus den Aufzeichnungen des x-t-Schreibers, mit einem Geodreiecks, bestimmt. Hierbei wurde die erste wirkliche Schwingung benutzt. um A_0 zu bestimmen.

$$A_0 = 4{,}3\,\text{cm} \tag{288}$$

Fehler von A_0:

Ablesefehler : $s_a = 0{,}1\,\text{cm}$ (289)

Restfehler (Büromaßstab) : $s_r = (0{,}02 + 1 \cdot 10^{-3} \cdot 4{,}3)\,\text{cm}$ (290)

$$s_r = 0{,}0243\,\text{cm} \tag{291}$$

$$s_x = \sqrt{s_a^2 + s_r^2} \tag{292}$$

$$s_x = \sqrt{(0{,}1\,\text{cm})^2 + (0{,}0243\,\text{cm})^2} \tag{293}$$

$$s_x = 0{,}10291016 \tag{294}$$

$$\Rightarrow A_0 = (4{,}3 \pm 0{,}1)\,\text{cm} \tag{295}$$

Fehler für $A(t)$:

$$s_{A(t)} = \sqrt{(0{,}1\,\text{cm})^2 + [(0{,}02 + A(t) \cdot 10^{-3})\,\text{cm}]^2} \tag{296}$$

Fehler für $A(t)/A_0$:

$$s_{A(t)/A_0} = \sqrt{\left(\frac{\partial A(t)/A_0}{\partial A(t)} s_{A(t)}\right)^2 + \left(\frac{\partial A(t)/A_0}{\partial A_0} s_{A_0}\right)^2} \tag{297}$$

$$s_{A(t)/A_0} = \sqrt{\left(\frac{1}{A_0} s_{A(t)}\right)^2 + \left(-\frac{A(t)}{A_0^2} s_{A_0}\right)^2} \tag{298}$$

Fehler für x:

$$s_x = \sqrt{(0{,}1\,\text{cm})^2 + [(0{,}02 + x \cdot 10^{-3})\,\text{cm}]^2} \tag{299}$$

Berechnung von $t(x)$:

$$t(x) = \frac{x}{v} \quad (300)$$

Fehler von $t(x)$:

$$s_t = \sqrt{\left(\frac{\partial t}{\partial x} s_x\right)^2} \quad (301)$$

$$s_t = \frac{1}{v} \cdot s_x \quad (302)$$

Für $I_D = 0{,}8A$ folgt folgende Wertetabelle:

$A(t)$/cm	$s_{A(t)}$/cm	$A(t)/A_0$	$s_{A(t)/A_0}$	X/cm	s_x/cm	t/s	s_t/s
4,3	0,102910	1,00	0,033846	0,00	0,101980	0,00	0,061188
0,9	0,102161	0,21	0,024281	3,25	0,102667	1,95	0,061600
0,2	0,102020	0,05	0,023752	6,50	0,103452	3,90	0,062071

Warum wurden Halbschwingungen nicht berücksichtigt? 3 Datenpunkte sind hier schon etwas wenig.

Berechnung von $\lambda_{0,8}$:

$$\lambda_{0,8} = \frac{\Delta \ln(y)}{\Delta x} = \frac{-\ln(y_2) - \ln(y_1)}{x_2 - x_1} \quad (303)$$

$$\lambda_{0,8} = -\frac{\ln(0{,}04) - \ln(1)}{4{,}1s - 0s} \quad (304)$$

$$\lambda_{0,8} = 0{,}7850917 \, \frac{1}{s} \quad (305)$$

Fehler von $\lambda_{0,8}$:

$$s_{\lambda_{0,8}} = \sqrt{\left(\frac{\partial \lambda}{\partial y_1} s_{y_1}\right)^2 + \left(\frac{\partial \lambda}{\partial y_2} s_{y_2}\right)^2 + \left(\frac{\partial \lambda}{\partial x_1} s_{x_1}\right)^2 + \left(\frac{\partial \lambda}{\partial x_2} s_{x_2}\right)^2} \quad (306)$$

$$s_{\lambda_{0,8}} = \sqrt{\left(-\frac{s_{y_1}}{y_1(x_2-x_1)}\right)^2 + \left(\frac{s_{y_2}}{y_2(x_2-x_1)}\right)^2 + \left(\frac{-\ln(y_2/y_1)}{(x_2-x_1)^2} s_{x_1}\right)^2 + \left(\frac{\ln(y_2/y_1)}{(x_2-x_1)^2} s_{x_2}\right)^2} \quad (307)$$

$$s_{\lambda_{0,8}} = \sqrt{\left(-\frac{0{,}01}{1 \cdot (4{,}1s-0s)}\right)^2 + \left(\frac{0{,}01}{0{,}04(4{,}1s-0s)}\right)^2 + \left(\frac{-\ln(0{,}04/1) \cdot 0{,}1s}{(4{,}1s-0s)^2}\right)^2 + \left(\frac{\ln(0{,}04/1) \cdot 0{,}1s}{(4{,}1s-0s)^2}\right)^2} \quad (308)$$

$$s_{\lambda_{0,8}} = 0{,}1266939 \quad (309)$$

$$\Rightarrow \lambda_{0,8} = (0{,}79 \pm 0{,}13) \, \frac{1}{s} \quad (310)$$

✓

Berechnung von $\tau_{0,8}$:

$$\tau_{0,8} = \frac{1}{\lambda_{0,8}} \quad (311)$$

$$\tau_{0,8} = \frac{1}{0{,}7850917\,\frac{1}{s}} \quad (312)$$

$$\tau_{0,8} = 1{,}273736\,s \quad (313)$$

Fehler von $\tau_{0,8}$:

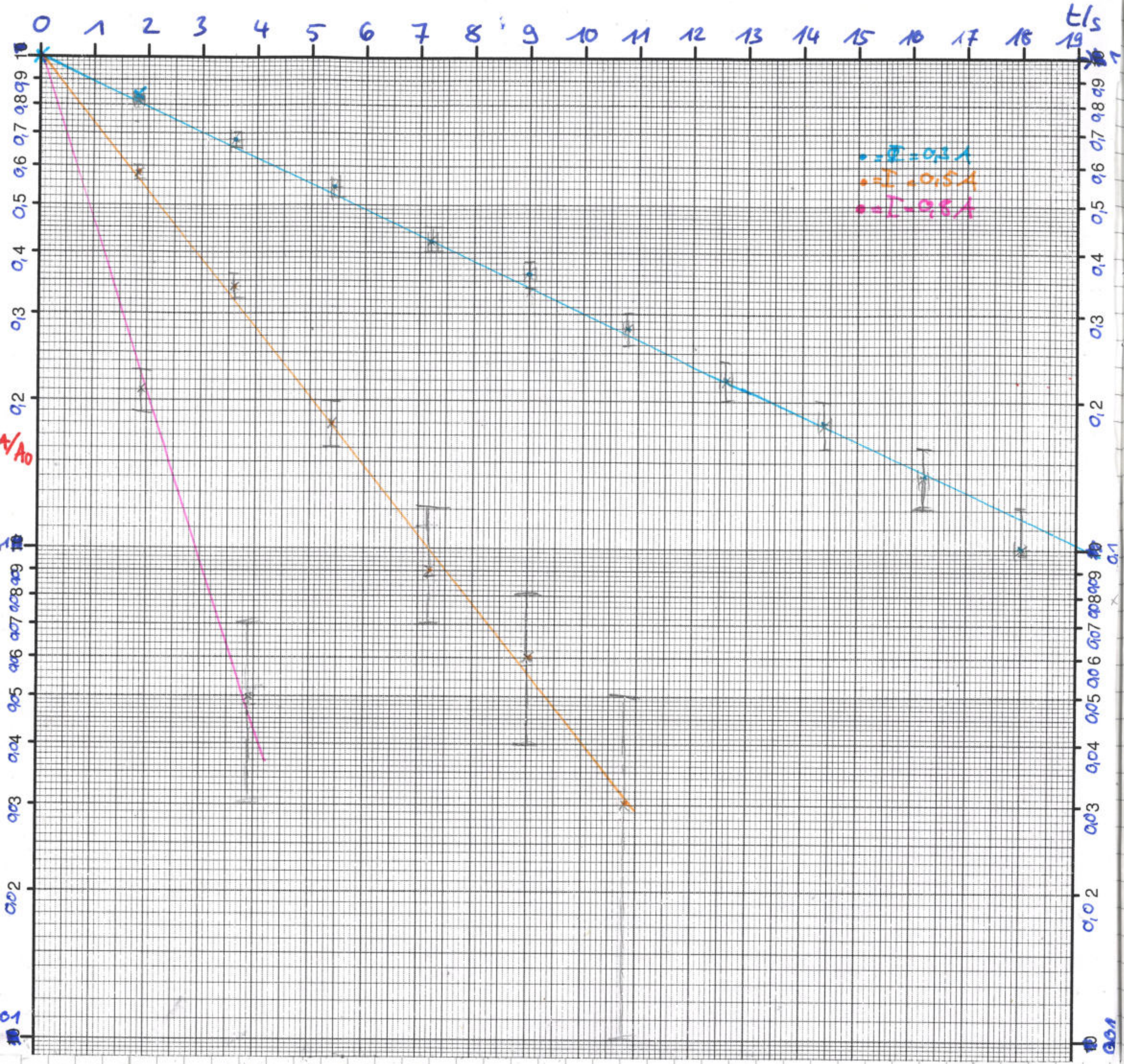
$$s_{\tau_{0,8}} = \sqrt{\left(\frac{\partial\tau}{\partial\lambda}s_{\tau}\right)^2} = \sqrt{\left(-\frac{s_\lambda}{\lambda^2}\right)^2} \quad (314)$$

$$s_{\tau_{0,8}} = \sqrt{\left(\frac{-0{,}1266339\,\frac{1}{s}}{(0{,}7850917\,\frac{1}{s})^2}\right)^2} \quad (315)$$

$$s_{\tau_{0,8}} = 0{,}2054879\,41\,s \quad (316)$$

$$\Rightarrow \tau_{0,8} = (1{,}3 \pm 0{,}2)\,s \quad ✓ \quad (317)$$

Geraden für: $I_0 = 0{,}3\,A$, $I_0 = 0{,}5\,A$, $I_0 = 0{,}8\,A$



Anhand des Diagrammes ist zu erkennen, dass bei steigendem Dämpfungsstrom I_0, die Geraden immer stärker abfallen.

Somit ist bei größeren Dämpfungsströmen, die Dämpfung stärker.

4.1.2.4: Näherung von Gl. (5):

Die Gleichung (5) lautet:

$$\varphi(t) \approx A_0 \cos(\omega t)\, e^{-\lambda t} \tag{318}$$

Die Näherung gilt für $\lambda \ll \omega$. ~~Ist dieses Kriterium hier also~~

Die Näherung gilt, wenn sich auf halblogarithmischen Papier Geraden entstehen, mit der Steigung λ.

Dies ist bei den Dämpfungsströme $I_D = 0{,}3/0{,}5/0{,}8\,A$ der Fall und somit gilt die Näherung (im niedrigen Ampère-Bereich).

Naja. $\lambda_{0,8}/\omega_{0,8} \approx 0{,}25$ Nicht wirklich mehr.

4.1.2.5: Vergleichen Sie Ihre Ergebnisse für ω mit den theoretisch erwarteten!

ω ist für kleinere Dämpfungen größer, als für größere Dämpfungen.

Das heißt, dass ω für $I_D = 0{,}3\,A$ größer ist als ω für $I_D = 0{,}5\,A$ und dieses größer ist als $I_D = 0{,}8\,A$.

Bestimmung des theoretischen ω:

| ω_0: wird aus 4.1.1.2 verwendet ✓

$$\omega_{th} = \sqrt{\omega_0^2 - \lambda^2} \tag{319}$$

Fehler des theoretischen ω_{th}:

$$s_{\omega_{th}} = \sqrt{\left(\frac{\partial \omega_{th}}{\partial \omega_0} s_{\omega_0}\right)^2 + \left(\frac{\partial \omega_{th}}{\partial \lambda} s_\lambda\right)^2} \tag{320}$$

$$s_{\omega_{th}} = \sqrt{\left(\frac{2 \cdot \omega_0 \cdot s_{\omega_0}}{2 \cdot \sqrt{\omega_0^2 - \lambda^2}}\right)^2 + \left(\frac{-2 \cdot \lambda \cdot s_\lambda}{2 \cdot \sqrt{\omega_0^2 - \lambda^2}}\right)^2} \tag{321}$$

Für $I_D = 0{,}3\,A$

$$\omega_{th_{0,3}} = \sqrt{\left(3{,}378694\,\tfrac{1}{s}\right)^2 - \left(0{,}11996059\,\tfrac{1}{s}\right)^2} \tag{322}$$

$$\omega_{th_{0,3}} = 3{,}376563727\,\tfrac{1}{s} \tag{323}$$

$$s_{\omega_{th_{0,3}}} = \sqrt{\left(\frac{3{,}378694\,\frac{1}{s} \cdot 0{,}019641764\,\frac{1}{s}}{3{,}376563727\,\frac{1}{s}}\right)^2 + \left(-\frac{0{,}11996059\,\frac{1}{s} \cdot 0{,}01768\,\frac{1}{s}}{3{,}37653727\,\frac{1}{s}}\right)^2} \tag{324}$$

$$s_{\omega_{th_{0,3}}} = 0{,}019664 1905 \ \frac{1}{s} \tag{325}$$

$$\Rightarrow \omega_{th_{0,3}} = (3{,}38 \pm 0{,}02) \ \frac{1}{s} \ ✓ \tag{326}$$

Für $I_D = 0{,}5\,A$:

$$\omega_{th_{0,5}} = \sqrt{\left(3{,}378694 \ \frac{1}{s}\right)^2 - (0{,}3217)^2} \tag{327}$$

$$\omega_{th_{0,5}} = 3{,}363 34391 \ \frac{1}{s} \tag{328}$$

$$s_{\omega_{th_{0,5}}} = \sqrt{\left(\frac{3{,}378694 \frac{1}{s} \cdot 0{,}019641764 \frac{1}{s}}{3{,}36334391 \frac{1}{s}}\right)^2 + \left(\frac{0{,}3217 \frac{1}{s} \cdot 0{,}05483 \frac{1}{s}}{3{,}36334391 \frac{1}{s}}\right)^2} \tag{329}$$

$$s_{\omega_{th_{0,5}}} = 0{,}02041647534 \ \frac{1}{s} \tag{330}$$

$$\Rightarrow \omega_{th_{0,5}} = (3{,}36 \pm 0{,}02) \ \frac{1}{s} \ ✓ \tag{331}$$

Für $I_D = 0{,}8\,A$:

$$\omega_{th_{0,8}} = \sqrt{\left(3{,}378694 \ \frac{1}{s}\right)^2 - \left(0{,}7850917 \ \frac{1}{s}\right)^2} \tag{332}$$

$$\omega_{th_{0,8}} = 3{,}286214261 \ \frac{1}{s} \tag{333}$$

$$s_{\omega_{th_{0,8}}} = \sqrt{\left(\frac{3{,}378694 \frac{1}{s} \cdot 0{,}019641764 \frac{1}{s}}{3{,}286214261 \frac{1}{s}}\right)^2 + \left(\frac{0{,}7850917 \frac{1}{s} \cdot 0{,}1266939 \frac{1}{s}}{3{,}286214261 \frac{1}{s}}\right)^2} \tag{334}$$

$$s_{\omega_{th_{0,8}}} = 0{,}0354125846 3 \ \frac{1}{s} \tag{335}$$

$$\Rightarrow \omega_{th_{0,8}} = (3{,}29 \pm 0{,}04) \ \frac{1}{s} \ ✓ \tag{336}$$

Vergleich der theoretischen & gemessenen Werte:

I_D/A	0,3	0,5	0,8
$\omega_{th}/\frac{1}{s}$	3,38 ± 0,02	3,36 ± 0,02	3,29 ± 0,04
$\omega^*/\frac{1}{s}$	3,40 ± 0,02	3,36 ± 0,04	3,22 ± 0,05

* gemessen

Bei dem Vergleich der beiden Werte stellt man fest, dass ihre Fehlerbereiche sich überlappen.
Somit würden die gemessenen Werte zur Theorie passen. ✓

4.1.3: Diskutieren Sie Ihre Ergebnisse für den aperiodischen Grenzfall!

Aus den Fragen zur Vorbereitung geht hervor, dass bei dem aperiodischen Grenzfall, $\lambda = \omega_0$ gelten muss. Für dem Dämpfungsstrom von $I_D = 0{,}8A$ Liegt im im Bereich der kleinen Dämpfung. Somit muss der Dämpfungsstrom (deutlich) erhöht werden, um an den Punkt des aperiodischen Grenzfalles zu kommen. Aus dem Diagramm, mit der Mess-ID: 6.1.3-1, sieht man, dass der apeiodischer Grenzfall bei $I_D = 1{,}6A$ angesiedelt wird.

Den genauen Punkt des grenzfalles ist ziemlich schwer zu bestimmen, da dieser vom Bereich der großen Dämpfung abgegrenzt werden muss.

Woran macht ihr das fest? So nicht haltbar die Aussage.

Bei dem Punkt $I_D = 1{,}6A$ ist man ziemlich nahe am aperiodischen Grenzfall, da die Amplitude ziemlich expotentiell mit der Zeit abfällt.

∀ Abschätzung Unsicherheit

∀ Entspricht der ermittelte Dämpfungsstrom den Erwartungen?

4.2 Erzwungene Schwingung

4.2.1: Erstellen Sie ein Diagramm φ_0/φ_A gegen ω_A/ω_0! Die Kurven für verschiedene Dämpfungsströme sollen alle ins gleiche Diagramm übereinander gezeichnet werden.

Im ersten Schritt wurde die Kalibrierungsgerade ω_A/ω_0 während des Versuches gezeichnet und im Protokollbuch eingeklebt.
Aus dieser werden die jeweiligen ω_A/ω_0-Werte für die einzelnen Motordrehzahlen abgelesen. Wie genau? welche Unsicherheit verwendet?

Die Amplitude φ_A wurde aus dem Diagramm (ID: 6.2.2.1) abgelesen. Da dies aber mit der Empfindlichkeit „1V" aufgenommen wurde, musste man den Wert durch 10 teilen, damit man wie die anderen Werte, welche auf der Empfindlichkeit „10V" aufgenommen wurden, auf die selbe kommt: Unklar, worauf genau ihr euch hier bezieht.

$$\Rightarrow \varphi_A = (0{,}017 \pm 0{,}001)\,\text{cm} \tag{337}$$

Wert nicht nachvollziehbar. Noch ohne die Empfindlichkeit zu berücksichtigen messe ich hier eher 5,4 cm.

Um nun die Resonanzkurve zeichnen zu können, werden aus den Diagrammen ID: 6.2.3.1 a), b), c) ($I_D = 0{,}3\,A$) und ID: 6.2.3.2 ($I_D = 0{,}8\,A$) die Amplituden der Schwingungen φ_0 bestimmt und anschließend der Quotient φ_0/φ_A gebildet.
Diese wird gegen ω_A/ω_0 (aus der Kalibrierungskurve) aufgetragen.

Fehler:

$$s_{\varphi_0} = 0{,}001\,\text{cm} \tag{338}$$

$$s_{\varphi_0/\varphi_A} = \sqrt{\left(\frac{\partial \varphi_0/\varphi_A}{\partial \varphi_0} s_{\varphi_0}\right)^2 + \left(\frac{\partial \varphi_0/\varphi_A}{\partial \varphi_A} s_{\varphi_A}\right)^2} \tag{339}$$

$$s_{\varphi_0/\varphi_A} = \sqrt{\left(\frac{s_{\varphi_0}}{\varphi_A}\right)^2 + \left(-\frac{\varphi_0}{\varphi_A^2} s_{\varphi_A}\right)^2} \tag{340}$$

Somit ergeben sich für die Resonanzkurven folgende Wertetabellen.

$I_0 = 0{,}3\,A$:

Für mich nicht nachvollziehbar

Motoreinstellung	ω_A/ω_0	s_{ω_A/ω_0}	φ_0 /cm	s_{φ_0} /cm	φ_0/φ_A	s_{φ_0/φ_A}
0,0	0,32	0,01	0,011*	0,001	0,64705882	0,07006386
0,5	0,47	0,01	0,013*	0,001	0,76470588	0,07405168
1,0	0,62	0,01	0,017*	0,001	1,0	0,08318903
1,5	0,77	0,01	0,029*	0,001	1,70588235	0,11631651
1,6	0,8	0,01	0,030	0,001	1,76470588	0,11931446
1,7	0,83	0,01	0,043	0,001	2,52941176	0,15993485
1,8	0,86	0,01	0,056	0,001	3,29411765	0,20250346
1,9	0,89	0,01	0,080	0,001	4,70588235	0,2829976
2,0	0,92	0,01	0,135	0,001	7,94117647	0,47081716
2,1	0,95	0,01	0,157	0,001	9,23529412	0,54642803
2.2	0,98	0,01	0,099	0,001	5,82352941	0,34757437
2,3	1,01	0,01	0,064	0,001	3,76470588	0,22913264
2.4	1,04	0,01	0,046	0,001	2,70588235	0,16969135
2,5	1,07	0,01	0,035	0,001	2,05882353	0,13463721
3,0	1,22	0,01	0,015	0,001	0,88235294	0,07844833
3.5	1,37	0,01	0,009	0,001	0,52941176	0,06655842
4,0	1,52	0,01	0,006	0,001	0,35294118	0,06237978
4,5	1,67	0,01	0,004	0,001	0,23529412	0,06042993
5,0	1,82	0,01	0,003	0,001	0,17647059	0,05973244

Es sollten mindestens 20 einzelne Messwerte aufgenommen werden. Auch für $I_0 = 0{,}8\,A$.

woher kommt diese Unsicherheit?

$$\Rightarrow (\varphi_0/\varphi_A)_{max,0{,}3} = (9{,}2 \pm 0{,}5) \checkmark \qquad (341)$$

* Aufgezeichnet mit Empfindlichkeit „5V", durch zwei geteilt um auf „10V" zu kommen

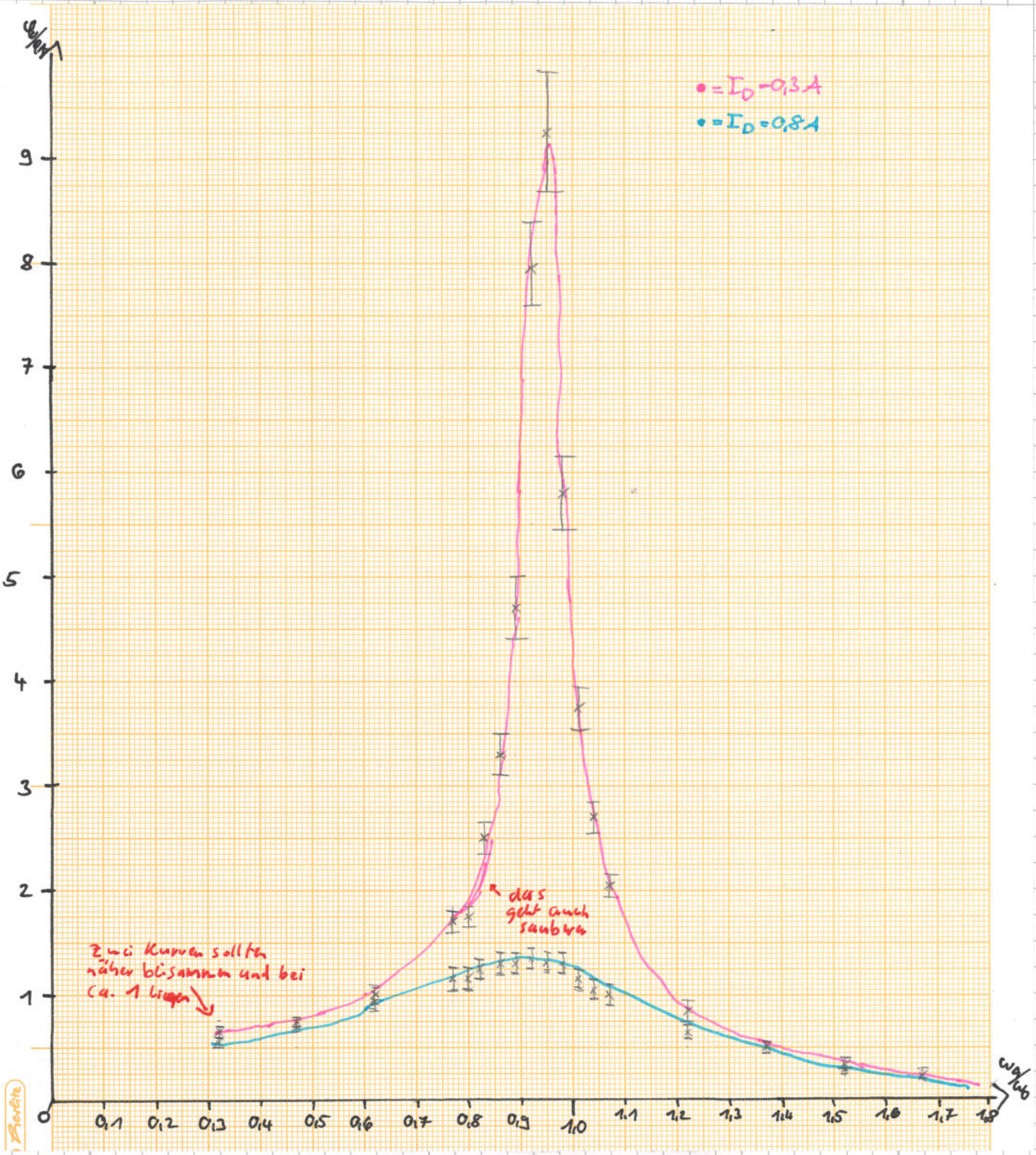
$I_D = 0{,}8\,A$.

Für mich nicht nachvollziehbar

Motoreinstellung	ω_A/ω_0	s_{ω_A/ω_0}	φ_0/cm	s_{φ_0}/cm	φ_0/φ_A	s_{φ_0/φ_A}
0,0	0,32	0,01	0,010	0,001	0,58823529	0,06824596
0,5	0,47	0,01	0,013	0,001	0,76470588	0,07405168
1,0	0,62	0,01	0,016	0,001	0,94117647	0,08077936
1,5	0,77	0,01	0,020	0,001	1.17647059	0,09082633
1,6	0,80	0.01	0.020	0,001	1.17647059	0,09082633
1,7	0,83	0,01	0,021	0,001	1,23529412	0,09348966
1,8	0,86	0,01	0,022	0,001	1,29411765	0,09620373
1,9	0,89	0,01	0,022	0,001	1,29411765	0,09620373
2.0	0,092	0,01	0,023	0,001	1,35294118	0,09896436
2.1	0,95	0,01	0,022	0,001	1,29411765	0,09620373
2.2	0,98	0,01	0,022	0,001	1,29411765	0,09620373
2,3	1,01	0,01	0,020	0,001	1,17647059	0,09082633
2,4	1,04	0,01	0,018	0,001	1,05882353	0,08567072
2,5	1,07	0,01	0,017	0,001	1,0	0,08318903
3,0	1,22	0,01	0,011	0,001	0,64705882	0,07006386
3,5	1,37	0.01	0,008	0,001	0,47058824	0,0650114
4,0	1,52	0,01	0,005	0,001	0,29411765	0,06131504
4,5	1,67	0,01	0,004	0,001	0,23529412	0,06042993
5,0	1,82	0,01	0,003	0,001	0,17647059	0,05973244

$$\Rightarrow \left(\varphi_0/\varphi_A\right)_{max,0{,}8} = \left(1{,}35 \pm 0{,}10\right) \qquad (342)$$

Somit folgen die Resonanzkurven für $I_D = 0{,}3\,A$ und $I_D = 0{,}8\,A$



4.2.2: Erklären Sie den „Treppeneffekt" bei Aufgabe 6.2.2.

Der Treppeneffekt, abgeflachte Kurven bei den Amplitudenmaxima, wird durch das begrenzte Auflösungsvermögen der Messelektronik verursacht. Die Ursache für das schlechte Auflösungsvermögen an den Spitzen wird durch die Messung der Drehgeschwindigkeit durch ~~eine~~ zwei Lichtschranken verursacht. Bei kleinen Geschwindigkeiten, wie sie an den Spitzen auftreten, ist die Frequenz, des von der Lichtschranke ausgegebenen Stromes so gering, dass sie von dem Digital-Analog-Wandler als 0 interpretiert wird. Daher rühren die Stufen an den Spitzen.

Der DAC interpretiert nichts. Grund ist einfach die endliche Auflösung des opt. Encoders, den ja die Lichtschranken auslesen.

4.2.3: Entnehmen Sie aus der Zeichnung die Lage $(\omega_A/\omega_0)_{max}$ und Höhe $(\varphi_0/\varphi_A)_{max}$ der Maxima für die verschiedenen Dämpfungsströme! Diese Größen können mit den in Aufgabe 7.1 ermittelten Werten für ω_0 und Λ zusammen mit den Lösungen der Fragen zur Vorbereitung 5 und 6 auch theoretisch berechnet werden. Vergleichen Sie die Ergebnisse!

Aus der Zeichnung kann für $I_D = 0{,}3\,A$ folgendes entnommen werden: Wie genau wurde dies gemacht?

$$\left(\omega_A/\omega_0\right)_{max} = (0{,}95 \pm 0{,}01) \tag{343}$$

$$\left(\varphi_0/\varphi_A\right)_{max} = (9{,}2 \pm 0{,}5) \tag{344}$$

Für $I_D = 0{,}8\,A$ folgt:

$$\left(\omega_A/\omega_0\right)_{max} = (0{,}92 \pm 0{,}01) \tag{345}$$

$$\left(\varphi_0/\varphi_A\right)_{max} = (1{,}35 \pm 0{,}10) \tag{346}$$

Aus den Fragen zur Vorbereitung (Gl. 97) folgt:

$$\omega_A = \sqrt{\omega_0^2 - 2\lambda^2} \Rightarrow \left(\frac{\omega_A}{\omega_0}\right)_{max} = \sqrt{1 - 2\frac{\lambda^2}{\omega_0^2}} \tag{347}$$

Mit dem Fehler:

$$s_{\left(\frac{\omega_A}{\omega_0}\right)} = \sqrt{\left(\frac{\partial(\omega_A/\omega_0)}{\partial \omega_0} \cdot s_{\omega_0}\right)^2 + \left(\frac{\partial(\omega_A/\omega_0)}{\partial \lambda} \cdot s_\lambda\right)^2} \tag{348}$$

$$s_{\left(\frac{\omega_A}{\omega_0}\right)} = \sqrt{\left(\frac{s_{\omega_0}}{2\cdot\sqrt{1-2\frac{\lambda^2}{\omega_0^2}}} \cdot \left(+4\frac{\lambda^2}{\omega_0^3}\right)\right)^2 + \left(\frac{s_\lambda}{2\sqrt{1-2\frac{\lambda^2}{\omega_0^2}}} \cdot \left(-4\frac{\lambda}{\omega_0^2}\right)\right)^2} \tag{349}$$

Aus Gleichung (106) folgt.

$$\frac{\varphi_0}{\varphi_A} = \frac{\omega_0^2}{2\lambda\sqrt{\omega_0^2 - \lambda^2}} \tag{350}$$

Mit dem Fehler.

$$s_{\varphi_0/\varphi_A} = \sqrt{\left(\frac{\partial(\varphi_0/\varphi_A)}{\partial \omega_0} s_{\omega_0}\right)^2 + \left(\frac{\partial(\varphi_0/\varphi_A)}{\partial \lambda} s_\lambda\right)^2} \tag{351}$$

$$s_{\varphi_0/\varphi_A} = \sqrt{\left(\frac{(\omega_0^3 - 2\lambda^2\omega_0)s_{\omega_0}}{2\lambda(\omega_0^2 - \lambda^2)^{3/2}}\right)^2 + \left(\frac{2\omega_0^2\lambda^2 - \omega_0^4}{2\lambda^2(\omega_0^2-\lambda^2)^{3/2}} \cdot s_\lambda\right)^2} \tag{352}$$

Mit folgenden Werten:

$$\omega_0 = 3{,}378694\ \tfrac{1}{s} \tag{353}$$

$$s_{\omega_0} = 0{,}019641764\ \tfrac{1}{s} \tag{354}$$

$$\lambda_{0,3} = 0{,}11996059\ \tfrac{1}{s} \tag{355}$$

$$s_{\lambda_{0,3}} = 0{,}01768\ \tfrac{1}{s} \tag{356}$$

$$\lambda_{0,8} = 0{,}7850917\ \tfrac{1}{s} \tag{357}$$

$$s_{\lambda_{0,8}} = 0{,}1266939\ \tfrac{1}{s} \tag{358}$$

Somit folgt die Wertetabelle:

I_D/A	$\left(\frac{\omega_A}{\omega_0}\right)_{max}$	$s_{\left(\frac{\omega_A}{\omega_0}\right)max}$	$\left(\frac{\varphi_0}{\varphi_A}\right)_{max}$	$s_{\left(\frac{\varphi_0}{\varphi_A}\right)max}$
0,3	0,99873849	0,00037236	14,0907783	2,07562307
0,8	0,94446419	0,01846309	2,21233792	0,33685684

Somit folgt für die theoretischen Werte für $I_D = 0{,}3\,A$:

$$\left(\omega_1/\omega_0\right)_{th\,max} = (0{,}9987 \pm 0{,}0004) \quad (359)$$

Wie schon bei 4.2.1 angemerkt passen eure Messwerte nicht wirklich. Das dürfte hier vermutlich der Hauptgrund für die Abweichung sein.

$$\left(\varphi_0/\varphi_1\right)_{th\,max} = (14{,}1 \pm 2{,}1) \quad (360)$$

Und für $I_D = 0{,}8\,A$:

$$\left(\omega_1/\omega_0\right)_{th\,max} = (0{,}94 \pm 0{,}2) \quad (361)$$

$$\left(\varphi_0/\varphi_1\right)_{th\,max} = (2{,}2 \pm 0{,}3) \quad (362)$$

Man sieht, dass die erwarteten Werte stark von den gemessenen abweichen.
Ein möglicher Grund hierfür wäre, dass an den „falschen Stellen" gemessen wurde. Das theoretische $(\omega_1/\omega_0)_{max}$ liegt nur noch knapp oder garnicht im Fehlerbereich des gemessenen. Deshalb wurde auch nicht die theoretisch maximale Amplitude $(\varphi_0/\varphi_1)_{max}$ gemessen.
Außerdem spielen da auch nicht berücksichtigte Effekte, wie Reibung oder Kalibrierungsfehler der Elektronik des x-t-Schreibers hinein.

Meint ihr hier eure Kalibrierung?

Inwiefern?

5. Fazit

Bei dem Versuch „Erzwungene Schwingung" wurde sich mit eine Drehschwingung vertraut gemacht, welche durch das Pohlsche Rad veranschaulicht wurde.

Außerdem wurde der Umgang mit einem x-t-Schreiber geübt. Dieses Wissen kann genutzt werden um anderen Experimenten, dieses Messgerät sinnvoll verwenden zu können.

Im Bereich der freien Schwingung, haben die im Experiment gemessenen Werte zur den theoretisch errechneten gepasst.
Bei der erzwungenen Schwingung, in Zuge der Resonanz frequenz ist dies nicht der Fall gewesen. Dort hätte man im Bereich der Resonanz nochmals genauer bei der der maximalen Amplitude messen müssen, damit die theoretischen Werte nachweisbar gewesen wären. ✓

6. Anhang

Messprotokoll Versuch: ES

1. Allgemeines

Ort: Universität Bayreuth, NW II, Raum: 2.3.02.704

Datum: 04.08.2020 12:00 Uhr

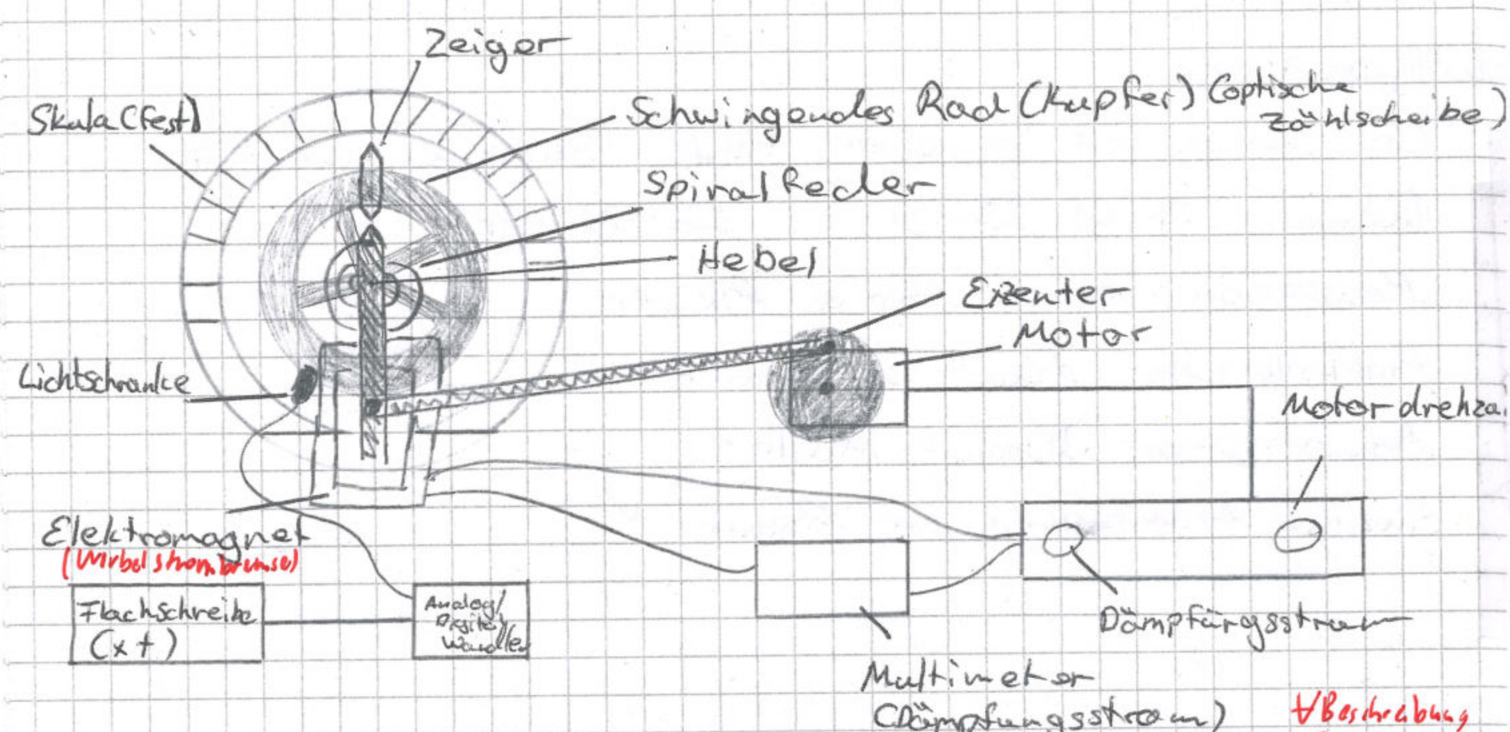
Messperson: Anna-Maria Pleyer

Protokollperson: Paul Schwanitz

Auswerteperson: Dominik Müller

Einziger Arbeitsplatz im Raum. ✓

2. Versuchsaufbau



∀ Beschreibung Funktionalität des Aufbaus

3. Verwendete Geräte

Stoppuhr: $s_A = 0{,}005\,s$ (~~T~~ TFA)

∀ Modellname

Multimeter: $s_A = 0{,}005$ (Voltcraft)

$s_r = (2{,}6\% \cdot I + 70\,mA)$

Skala polsches Rad: ~~$s_A = 0{,}1$~~ scheinbar willkürliche Skalenteilung (unwichtig für Versuch)

$s_A = 0{,}1$

X-t-Schreiber: ~~LG~~ LG522 B ∀ Hersteller

Stromkontroller

Nr: ELUB 0233/1 (für Messungen bis Mess ID: 6.1.2.3)

ELUB 0233/3 (ab und einschließlich Mess ID: 6.1.2.4)

Motordrehzahl $s_A = 0{,}1$ ← ?

4. Versuchsdurchführung

4.1 ~~Erzwungene Schwin~~ Freie Schwingung

1. Ungedämpfte Schwingung

Das Rad wird auf 12 Ausgelenkt die Messung wird nach einer Schwingung gestartet; gestoppt nach 50 weiteren

Messung Nr	T_{50}
1	1 min 29,75s
2	1 min 29,75s
3	1 min 29,75s

- Messung mit Stoppuhr
- Elektromagnet & Antrieb deaktiviert.

Des weiteren wurde auf 12 Ausgelenkt, während der x-t-Scheiber aktieviert wurde,

Mess ID: 6.1.1.1

Geräteeinstellung

Vorschub: ~~12 $\frac{cm}{min}$~~ 12 $\frac{cm}{min}$

Empfindlichkeit:

Cal V 10 ✓

~~2. Gedämpfte Schwingung~~

2. Gedämpte Schwingung

- Auslenkung auf 12
- Einstellung eines Dämpfungsstrom
- Aufzeichnen mit x-t-Schreiber

~~Geräteeinstellung: Em~~

nur ~~Vorschub geändert auf: 50 cm/Min~~

		Empfindlichkeit		Vorschub:
- MessID.:	~~6.1.1~~ 6.1.2.1	10	$I_D = 0{,}3A$	$50\frac{cm}{min}$
MessID.:	6.1.2.2	10	$I_D = 0{,}5A$	$50\frac{cm}{min}$
MessID.:	6.1.2.3	20	$I_D = 0{,}5A$	$50\frac{cm}{min}$
MessID.:	6.1.2.4	5	$I_D = 0{,}8A$	$100\frac{cm}{min}$

✓

Messungen im Anhang

3. Aperiodischer Grenzfall

I_D wird solang erhöt, bis der apperiodischen Grenzfall ereicht ist. Wodurch zeichnet sich dieser aus?

Start: $I_D = 0{,}8A$ Erhöhung in $\Delta I_D = 0{,}1A$

Apperiodischer Grenzfall ereicht bei $I_D = 1{,}60A$ Warum wurde nicht auch 10mA Stelle betrachtet?

Aufgezeichnet wurde für $I_D = 0{,}9A; 1{,}0A; 1{,}1A; 1{,}2A; 1{,}4A;$ 1,6A 1,3?,5A fehlt in Reihe.

→ MessID.: 6.1.3.1

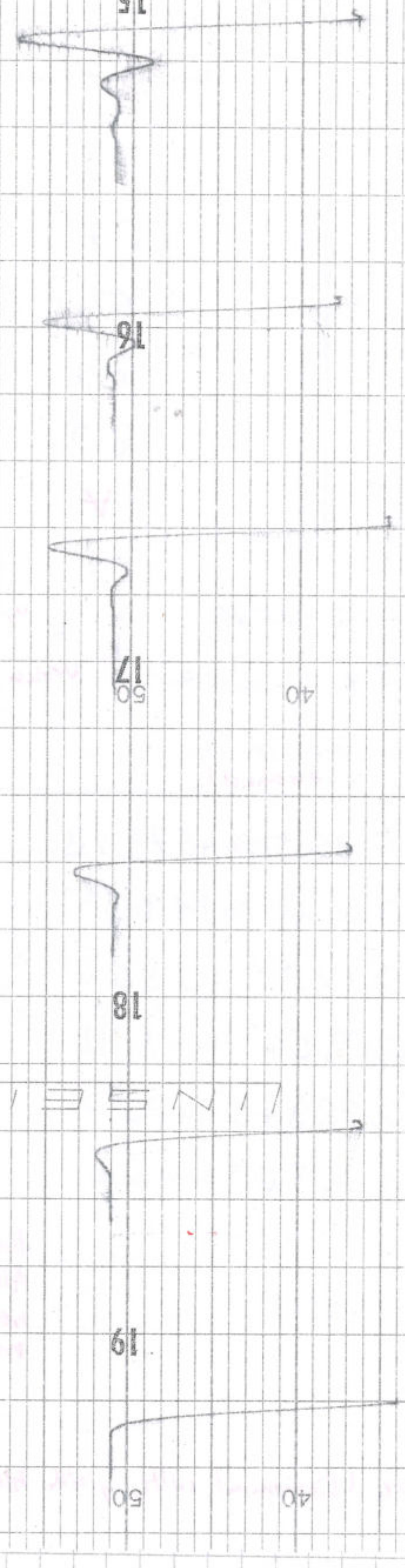
Empf. 10 Vorschub $20\frac{cm}{min}$

✗ Abschätzung Unsicherheit

Mess ID: 6.1.3.1

Empf.: 10   Vorschub: 20 $\frac{cm}{min}$

4.8.20 ES Gruppe 3



$I_D = 0,9\,A$

$I_D = 1,0\,A$

$I_D = 1,1\,A$

$I_D = 1,2\,A$

$I_D = 1,4\,A$

$I_D = 1,6\,A$

4.2 Erzwungene Schwingungen

1. Motorkalibrierkurve

Messung der Umlaufzeit für verschiedene Skaleneinstellungen

Skala	Umdrehungen n	Zeit t in s
0	17	102,69 s
1	37	102,10 s
2	54	102,74 s
3	71	101,94 s
4	92	103,44 s
5	∀	∀

Kalibrierungskurve $\omega = \frac{2\pi}{T}$ $T = \frac{t}{n}$

$\omega_0 = 0{,}5571030641 \frac{1}{s}$ Woher kommt der Wert?

Skala	ω_A in $\frac{1}{s}$ (berechnet)	$\frac{\omega_A}{\omega_0}$ (berechnet)
0	0,1655~~4~~4679 13	0,2971564904
1	0,3623898139	0,6504899716
2	0,5255985984	0,9434498441
3	0,6964881303	1,250196194
4	0,889404485 7	1,596481052
5	1,008004744	1,809368515

Woher kommen diese Werte?

Die zugehörigen Messwerte fehlen im Protokoll. Alle Messwerte sind direkt ins Protokoll zu übernehmen. Keine Schmierzettel, nichts im Kopf machen/speichern.

Kalibrierkurve (Diagramm) sollte gleich hier erstellt & eingeklebt sein.

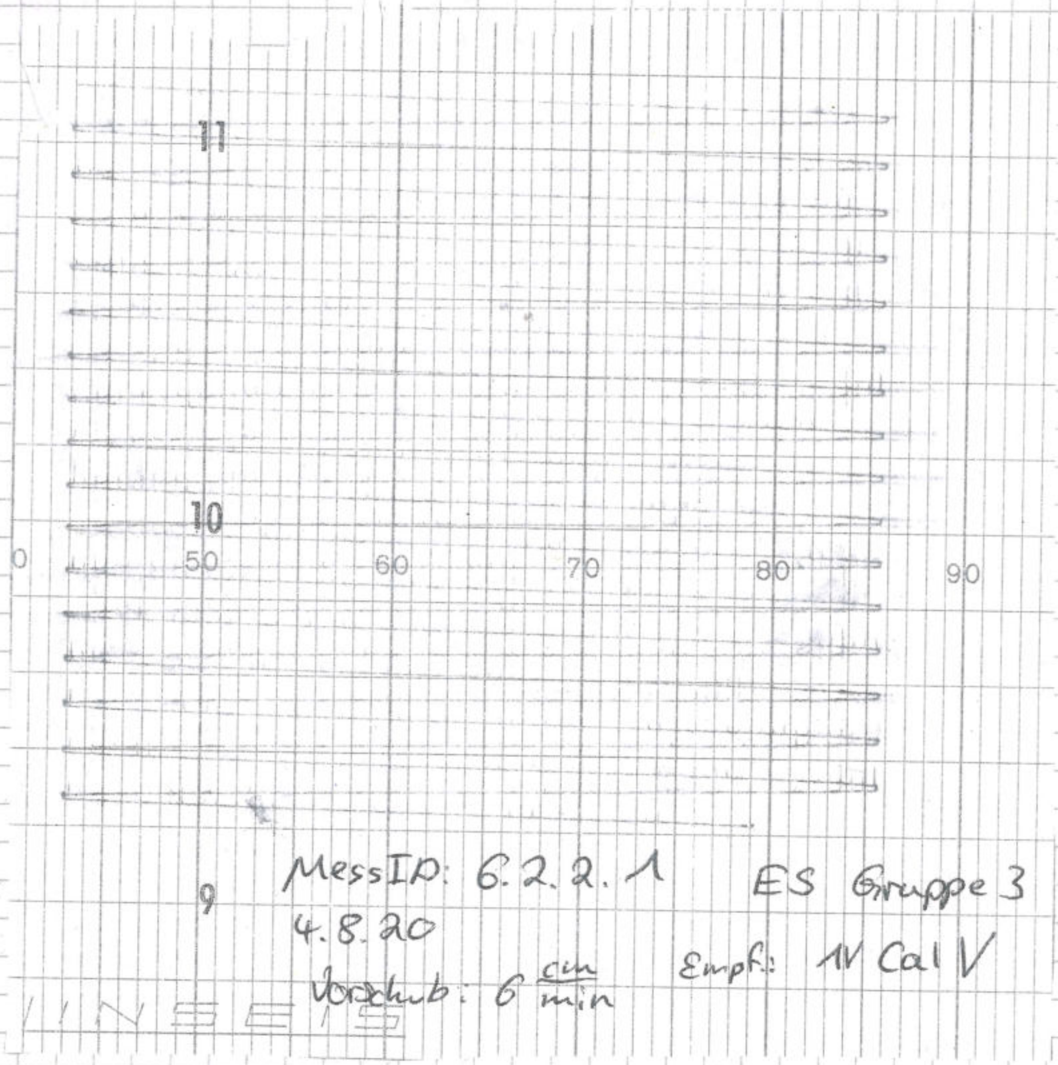
2. Amplitude im quasi-statischen Fall

Zur Bestimmung der Amplitude stellen wir $I_D = 0{,}8A$ ein und die kleinst mögliche Motordrehzahl auf 0.

Die Einstellunge des x-t-Schreibers sind;

Vorschub: $6\,\frac{cm}{min}$ Empfindlichkeit CAL V 1V

- Mess ID: 6.2.2.1



✓

3. Resonanzkurve

Zur bestimmung der RK wird in einen ersten Schritt die Motordrehzahl ~~um 0,1~~ in 0,5 er Schritten erhöht, wobei die Empfindlichkeit des Schreibers angebasst wird Und im zweiten Schritt?
Warum? Ausführlicher beschreiben.
Aus Messdaten nicht direkt ersichtlich.

- Wie viele Messwerte gesamt?
- Was wird zw. Messungen gemacht?
- Vorschub xt-Schreiber?

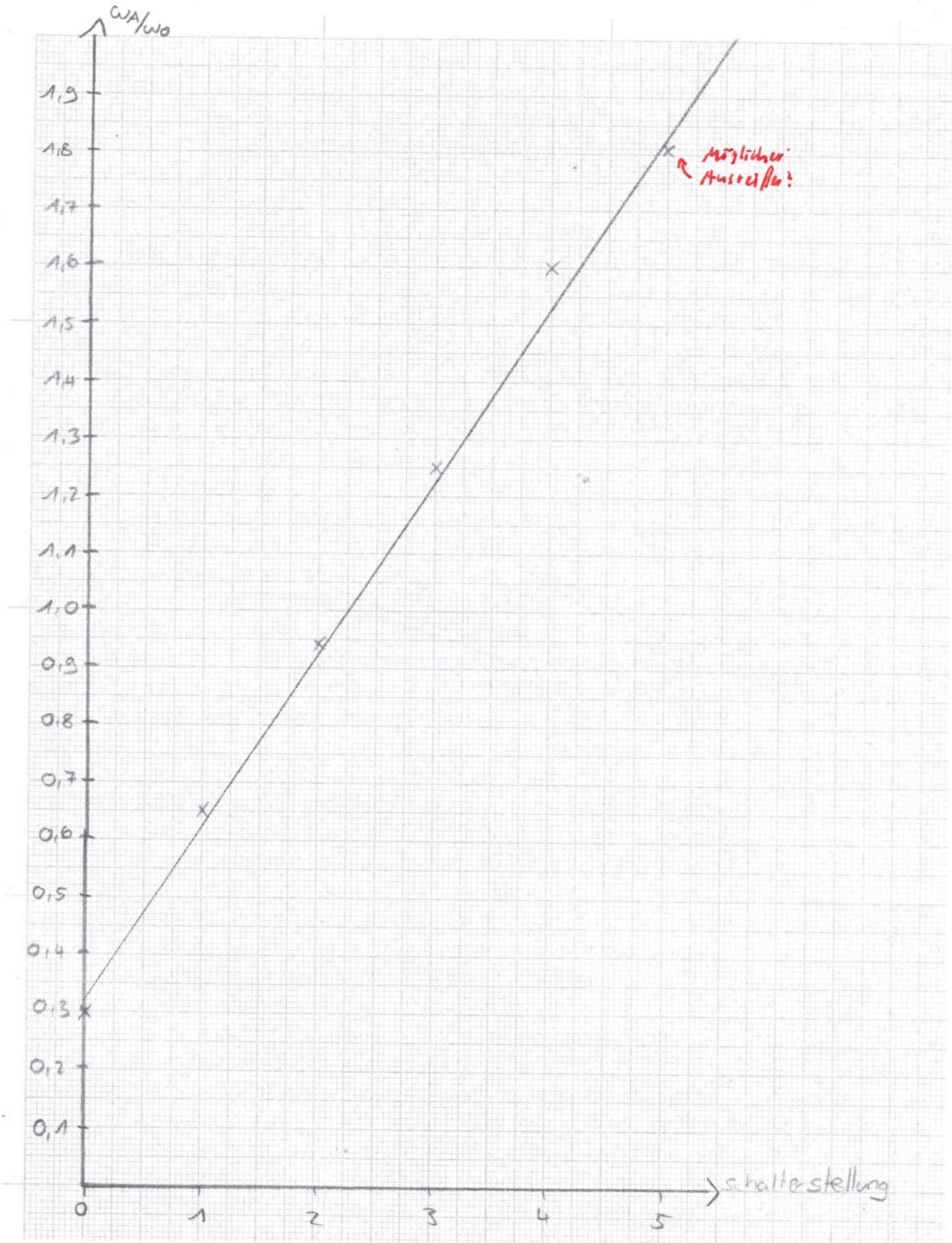
3.1 $I_D = 0{,}3A$

Mess ID: 6.2.3.1 a/b/c

3.2 $I_D = 0{,}8A$

Mess ID: 6.2.3.2

Graph- kalibrierungskurve:



✓ Fehlerbalken

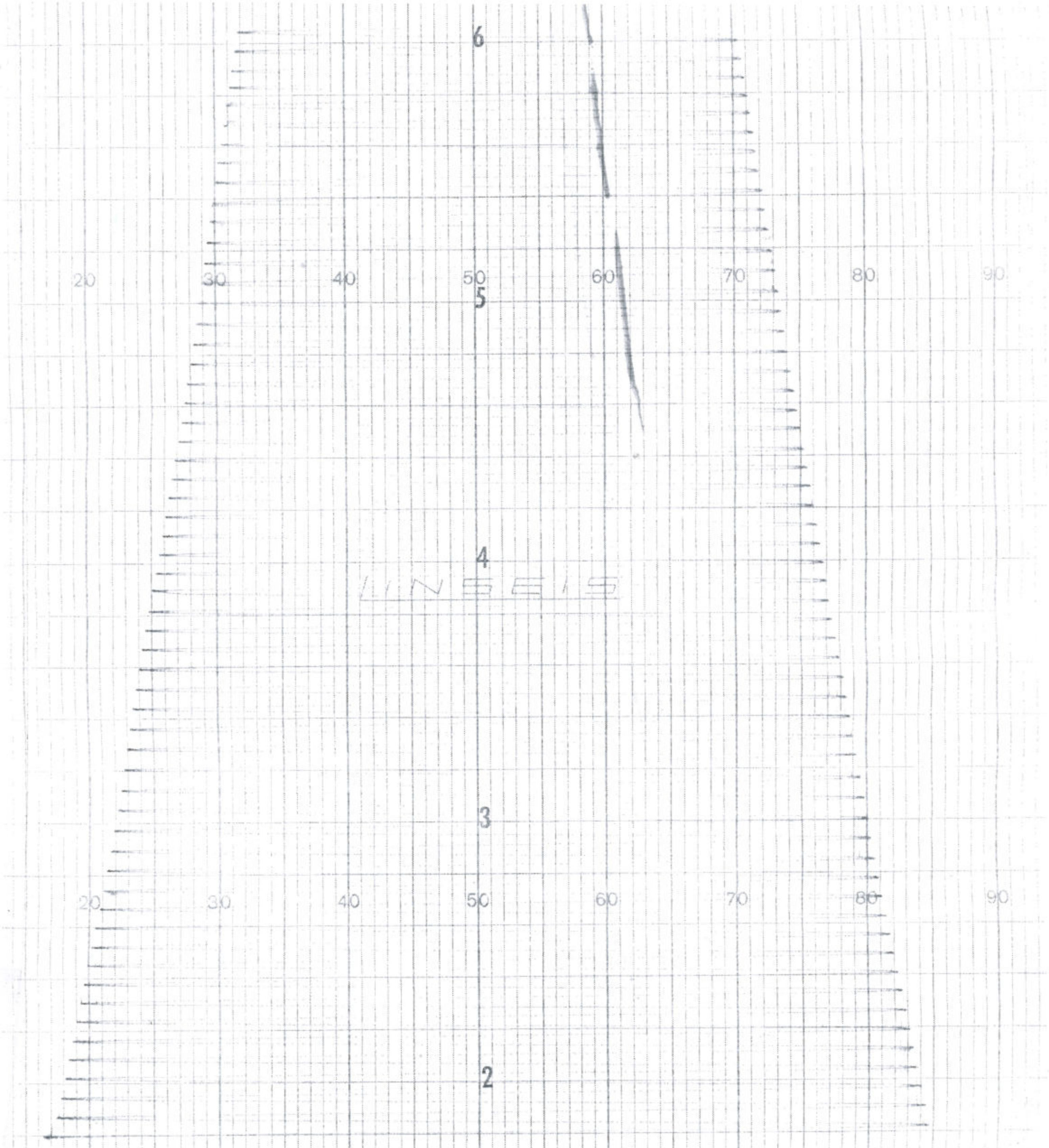
5 Unterschriften

Bayreuth, den 04.08.2020

MES: Anna-Maria Pleyer

AusW. Dominik Müller

Prof. Paul Schwanitz



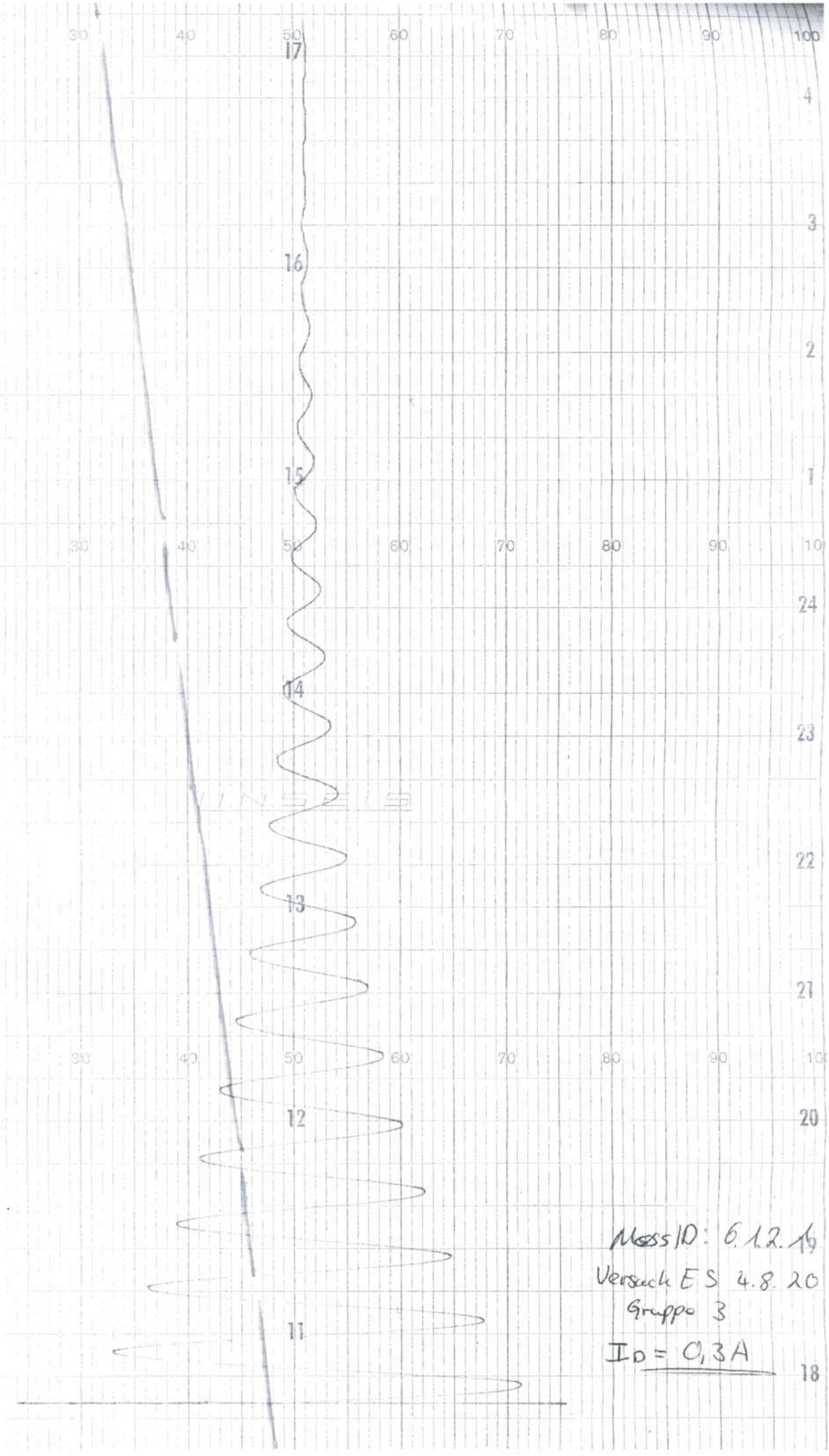
Vorschub 12 $\frac{cm}{min}$

CalcV 10

Mess ID: G.1.1.1

Versuch ES 4.8.2020

Gruppe 3

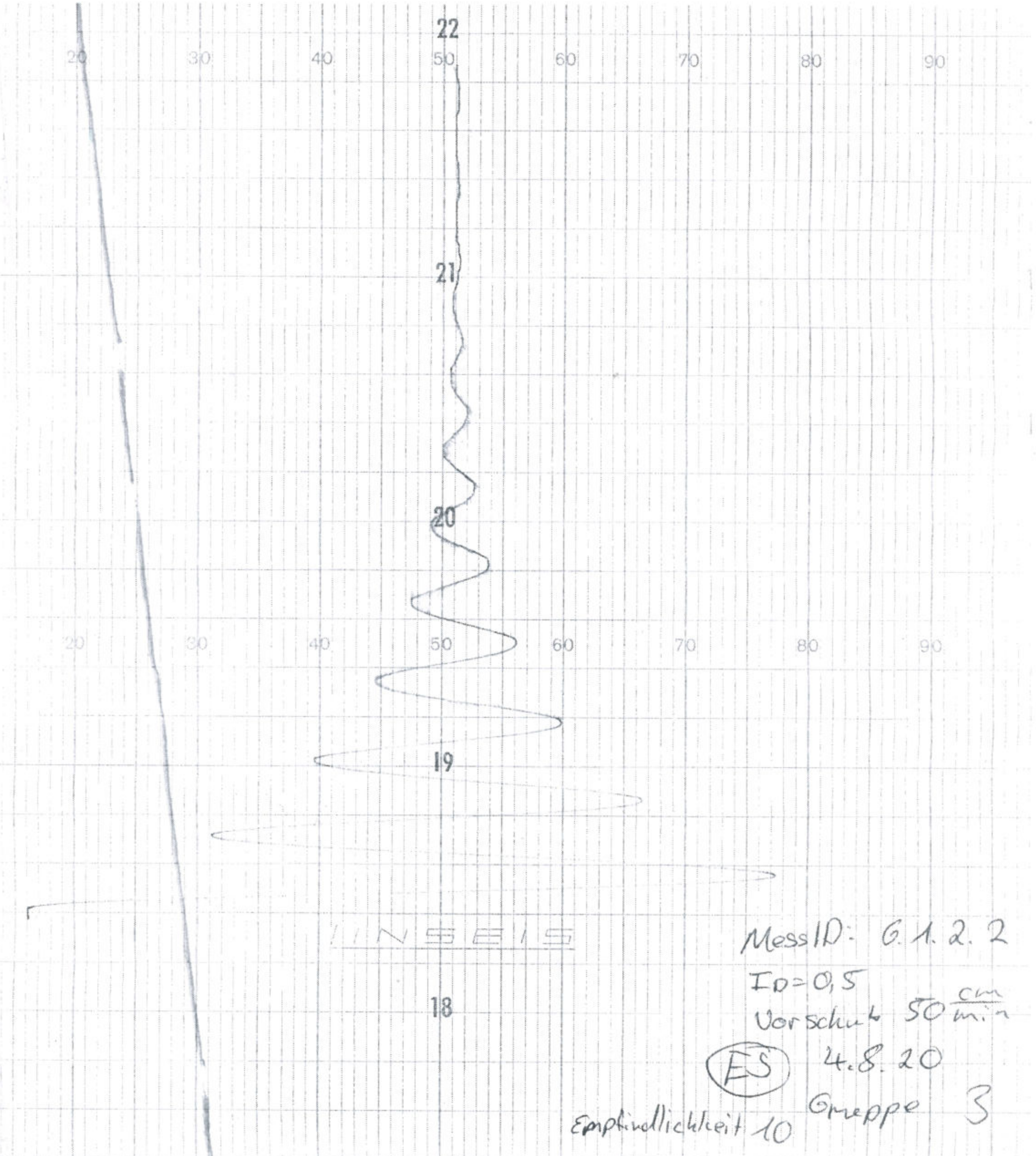


Mess ID: 6.1.2.1

Versuch ES 4.8.20

Gruppe 3

$I_D = 0,3A$



MessID: 6.1.2.2

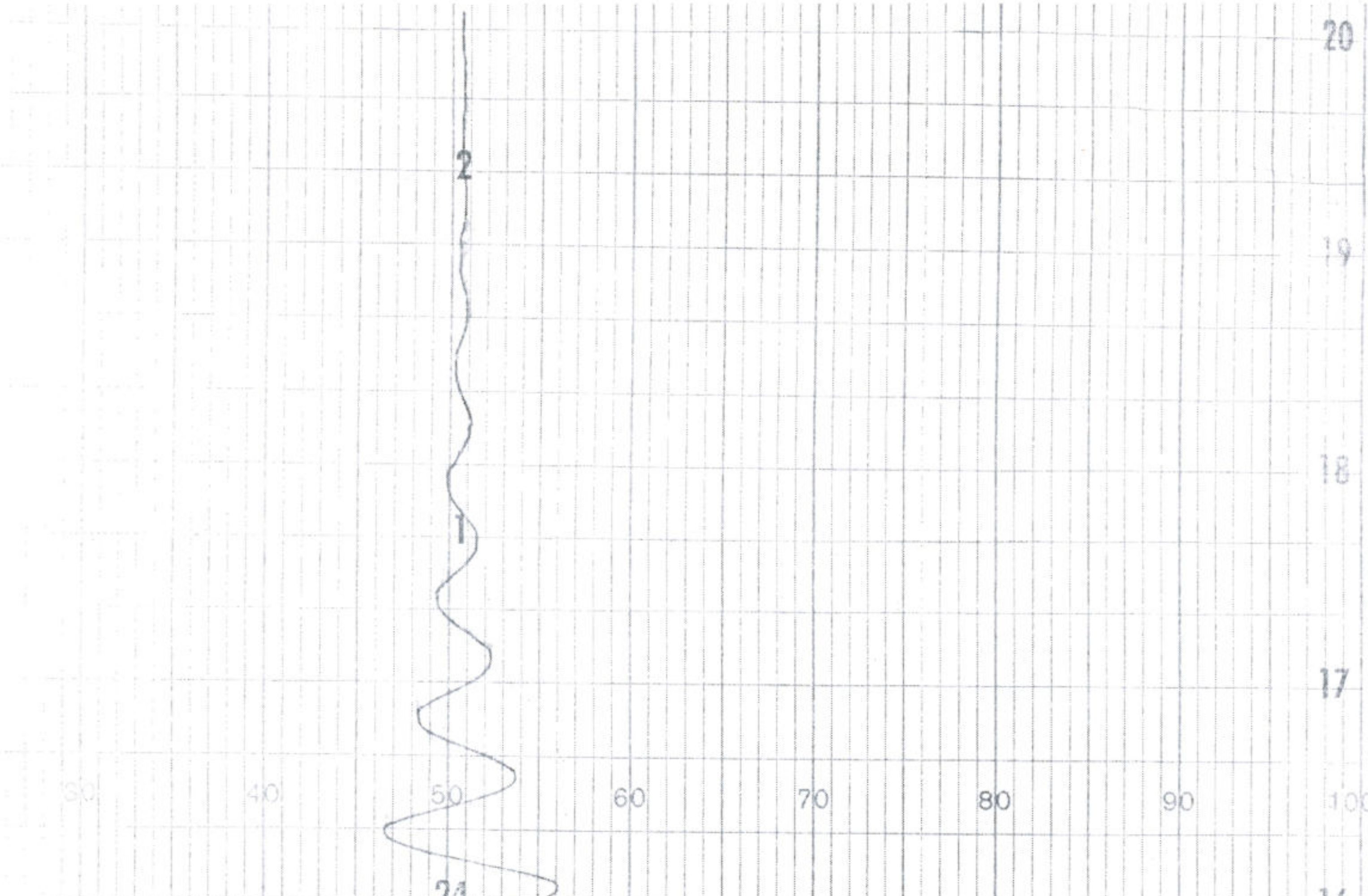
$I_D = 0{,}5$

Vorschub $50 \frac{cm}{min}$

ES 4.8.20

Gruppe 3

Empfindlichkeit 10



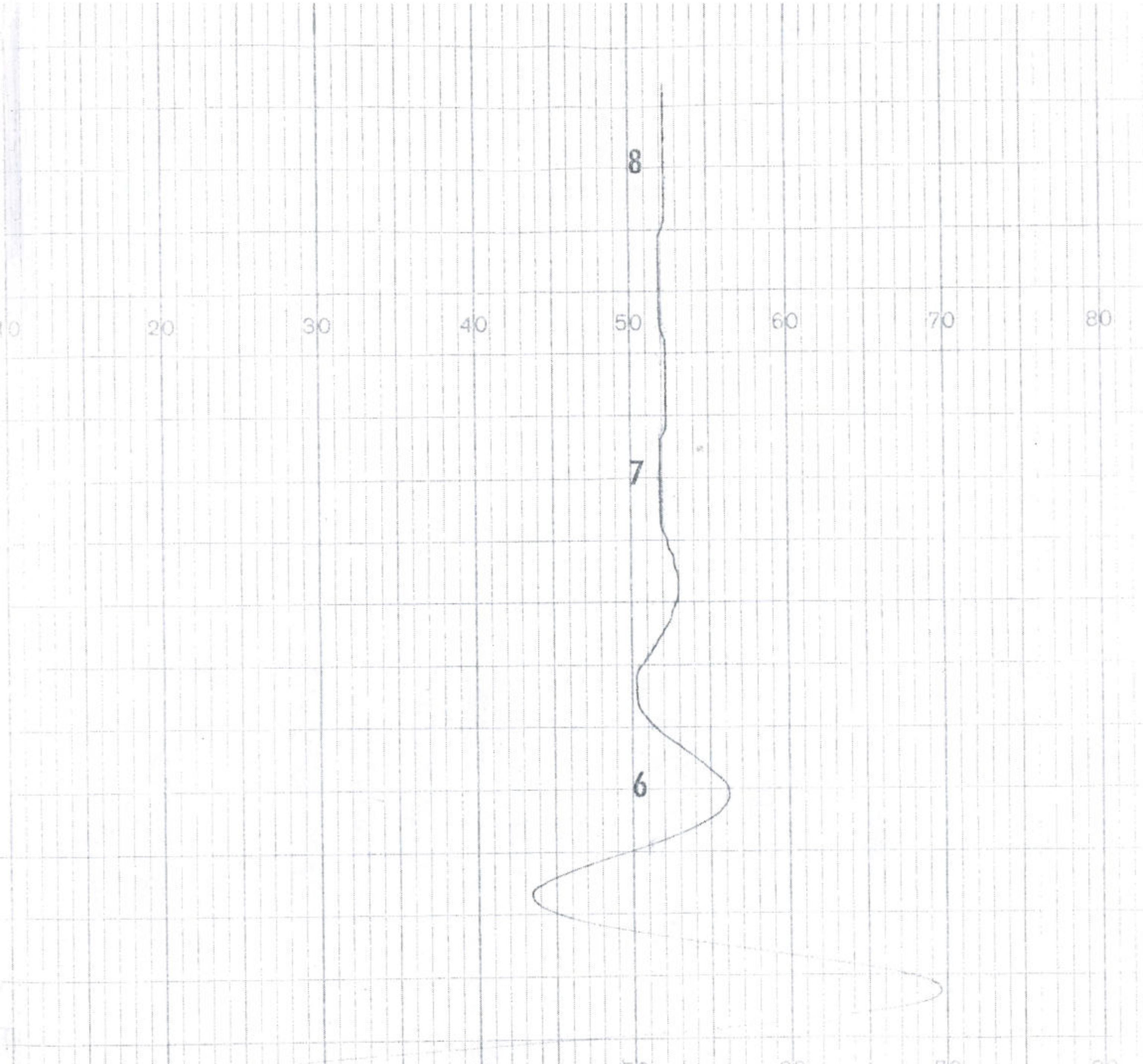
Mess ID: 6.1.2.3

Empf: 10 Vors 50 $\frac{cm}{min}$

ES Gruppe 3

4.8.20

Ip = 0,5 A

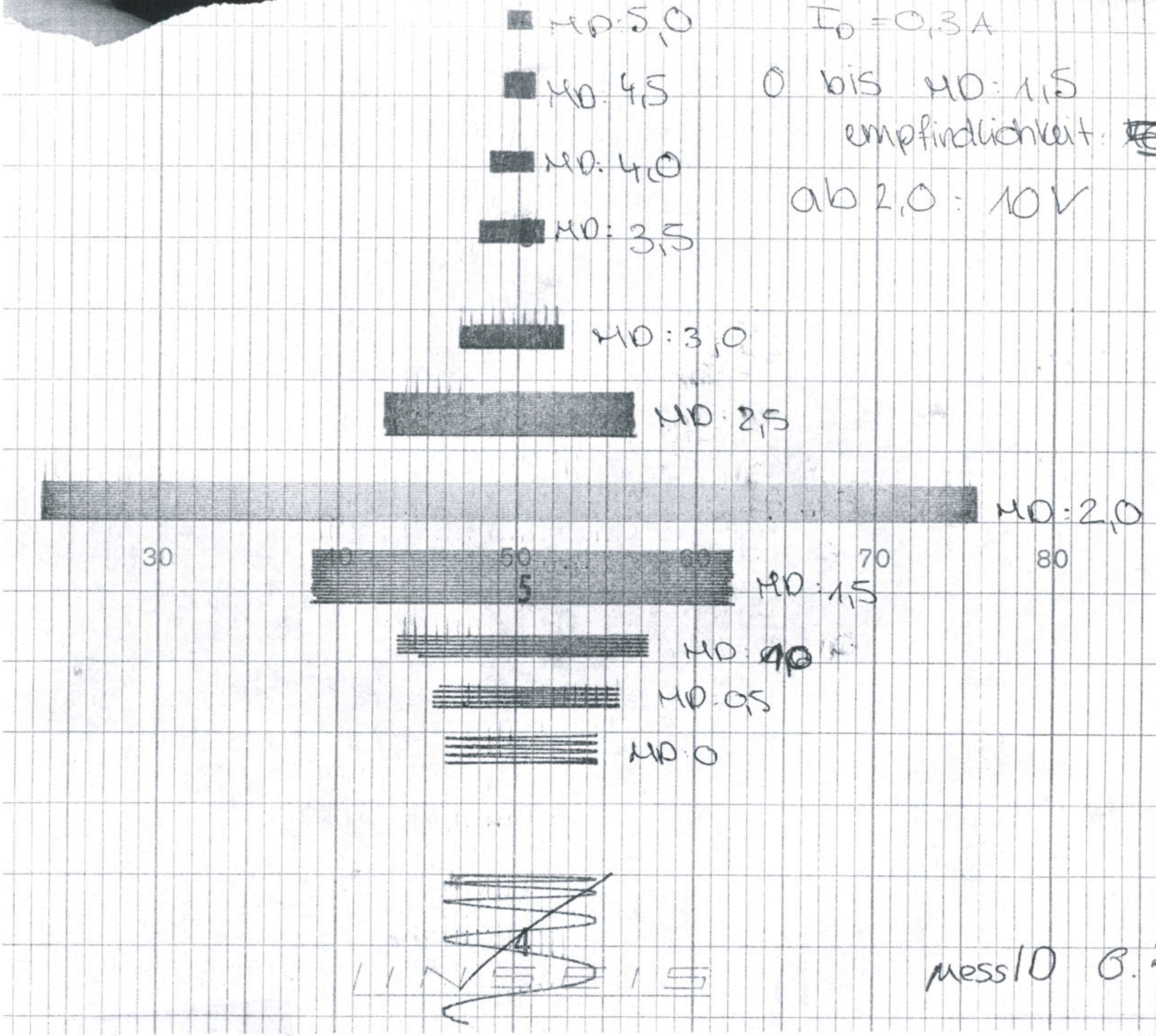


Mess ID: 6.1.2.4
ES Gruppe 3   4.8.20
ID = 0,8 A
Empf: 5   Vorsch. $100 \frac{cm}{min}$

$I_D = 0,3\ A$

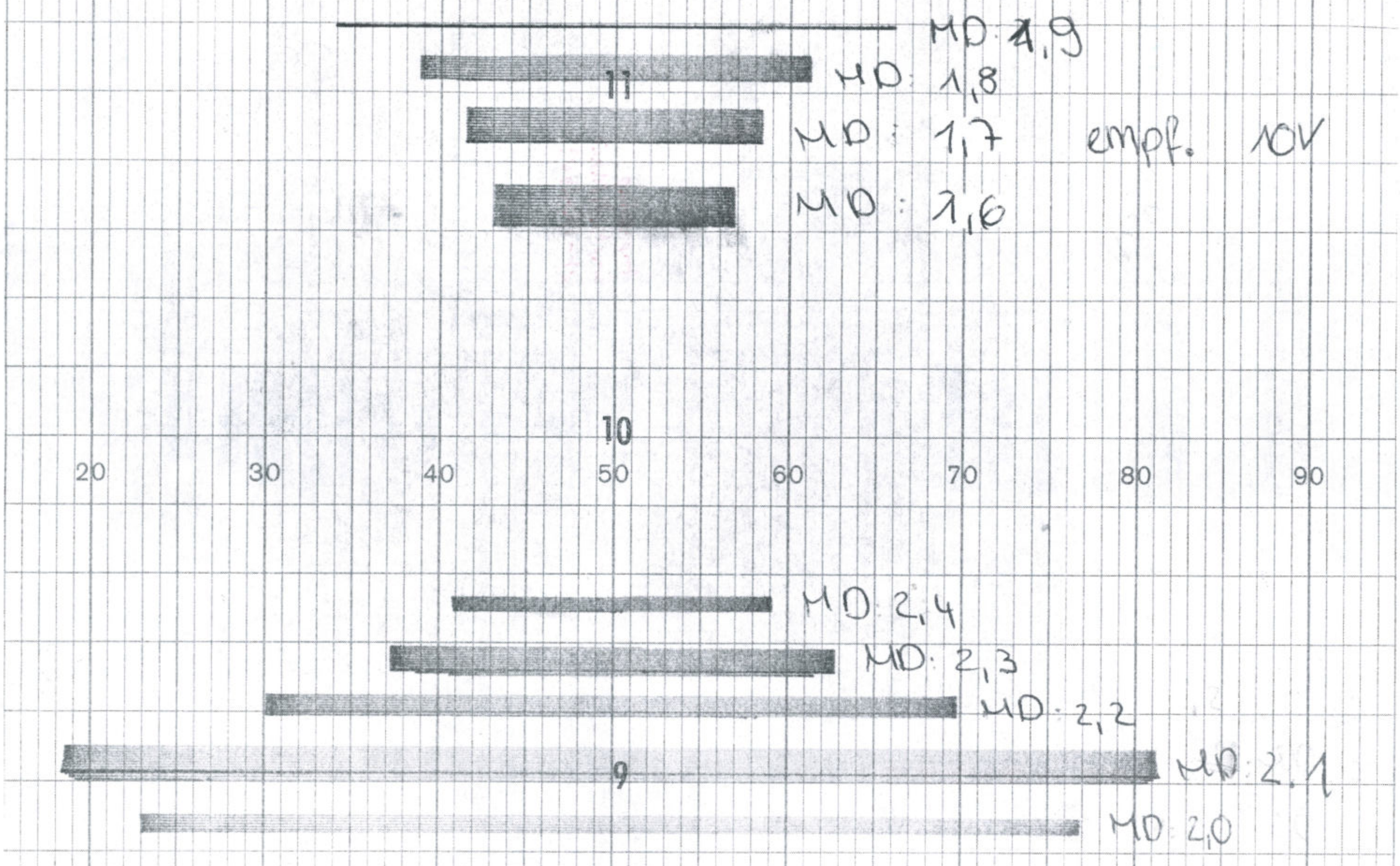
0 bis MD: 1,5
empfindlichkeit: ~~15~~ 5 V

ab 2,0 : 10 V

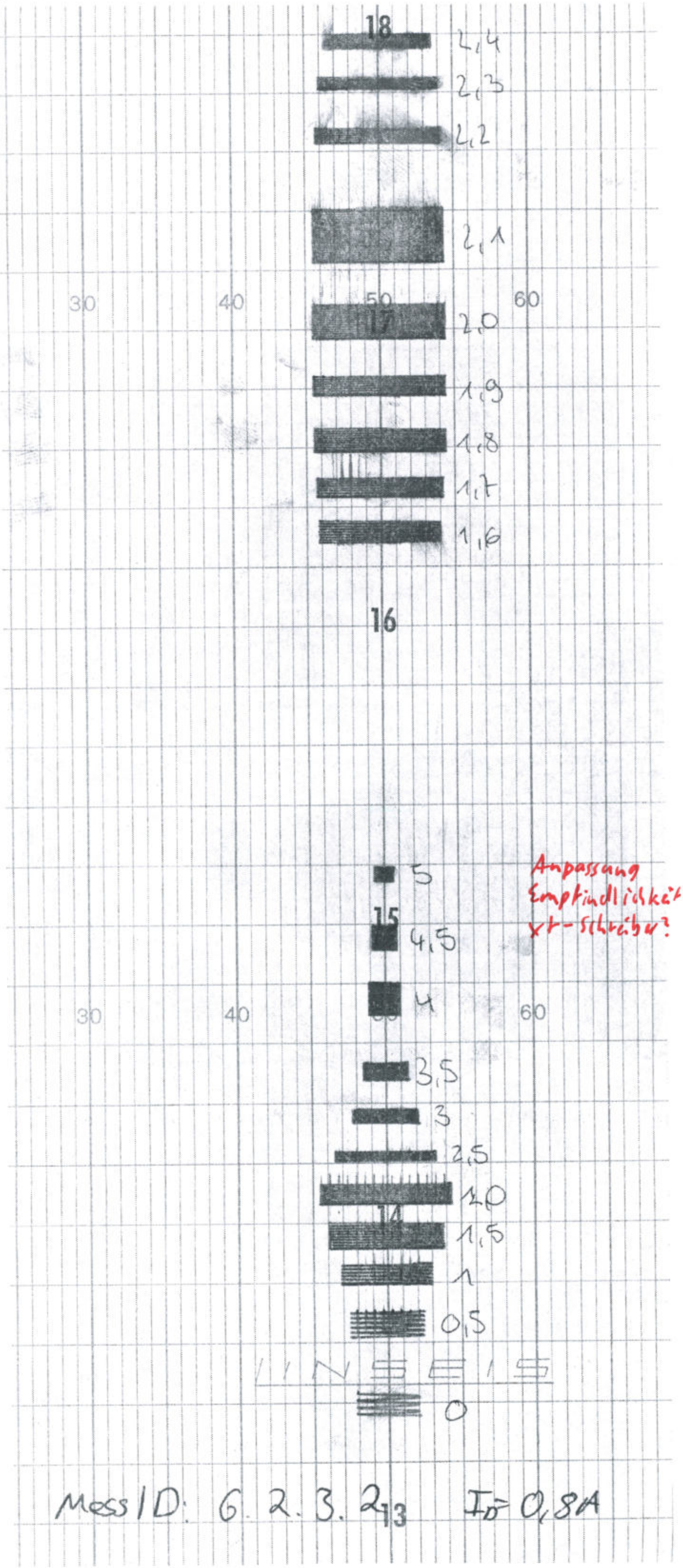


mess10 6.2.3.1a

MessID: G.2.3.1 b)



MessID G.2.3.1 c)



Anpassung Empfindlichkeit xt-Schreiber?

Mess ID: 6. 2. 3. 2 I_D = 0,8A

1.	Fragen zur Vorbereitung (Minuspunkte)	(-1/ - 4 P.)
2.	Protokoll/Versuchsaufbau/Durchführung	(3 / 4 P.)
3.	Form	(2 / 2 P.)
4.	Auswertung: Freie Schwingungen	
	4.1. Formel	(1 / 1 P.)
	4.2. ω_0 für ungedämpftes System	(1 / 1 P.)
	4.3. ω für gedämpftes System + Vergleich mit theoretischer Erwartung	(1 / 1 P.)
	4.4. Zeitkonstanten für verschiedene Dämpfungsströme	(2 / 2 P.)
	4.5. Graph auf halblogarithmischen Papier	(1 / 1 P.)
	4.6. Aperiodischer Grenzfall	(0,5/ 1 P.)
	4.7. Diskussion	(0,5/ 1 P.)
5.	Auswertung: Erzwungene Schwingungen	
	5.1. Resonanzkurven	(1 / 2 P.)
	5.2. Treppeneffekt	(0,5/ 1 P.)
	5.3. Lage und Höhe der Maxima + Vergleich mit Theorie	(2 / 2 P.)
	5.4. Diskussion	(0,5/ 1 P.)
6.	Bonuspunkte	(0,5)
Summe		**(15,5/ 20 P.)**

04.09. 2020

[signature]