SS2010

PPA1

Erzwungene Schwingung

Markus Sesselmann - Dominik Sieder

Markus Sexelmann, Dominik Sieder

Protokollheft Versuch ES

Gruppe 33

Versuch ES: Erzwungene Schwingung

Teilnehmer: Dominik Lieder, Markus Sesselmann

Datum: 07.05.2010

Titel: Erzwungene Schwingung

Gruppe: 33

Arbeitsplatz: Leybold-Heraeus 346 00 Nr. 2; x-t-Schreiber: 377 11;
Gerät für Motor und Dämpfung: Elub 0233/2; Vielfachmessgerät: 1776

Gliederung:

1) Einleitung und Versuchsziel

In diesem Versuch sollen die mathematischen Grundlagen eines schwingenden Systems ergründet werden, da Schwingungen in allen Bereichen der Physik auftauchen und sich viele Probleme auf diese Schwingungsform zurückführen lassen. Hierbei taucht immer die Frage auf, wie Amplitude und Phase des schwingenden Systems mit der Frequenz des Erregers und der Dämpfung des Systems zusammenhängen. In diesem Versuch werden solche Probleme anhand des Pohlschen Rades und außerdem die Bedienung und die Einsatzmöglichkeit eines x-t-Schreibers studiert.

2) Fragen zur Vorbereitung

2.1. Schwingung ohne äußere Anregung $A = 0$

$$\ddot{x} + 2\lambda \dot{x} + \omega_0^2 x = 0 \qquad (1)$$

Ansatz: $b e^{ct}$

Charakteristisches Polynom:

$$c^2 + 2\lambda c + \omega_0^2 = 0$$

$$c_{1/2} = -\frac{2\lambda}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{2\lambda}{2}\right)^2 - \omega_0^2} = -\lambda \pm \sqrt{\lambda^2 - \omega_0^2}$$

=> allgemeine Lösung: $x_h(t) = b_1 e^{c_1 t} + b_2 e^{c_2 t}$

- Fallunterscheidung:

a) kleine Dämpfung: $\lambda^2 < \omega_0^2$

Eigenwerte werden komplex.

$$\Rightarrow c_{1/2} = -\lambda \pm i\sqrt{\omega_0^2 - \lambda^2} = -\lambda \pm i\omega \qquad (\text{mit } \omega^2 = \omega_0^2 - \lambda^2)$$

$$x_h(t) = \underbrace{e^{-\lambda t}}_{\text{Dämpfung}} \underbrace{\left(b_1 e^{i\omega t} + b_2 e^{-i\omega t}\right)}_{\text{Oszillation}}$$

$x_h(t)$ muss reell sein

$$\Rightarrow x_h(t) = e^{-\lambda t}\left(d_1 \cos(t\omega) + d_2 \sin(\omega t)\right)$$

ω_0 ist die Eigenfrequenz des schwingenden Systems.

ω ist die Schwingfrequenz des Systems.

Abweichung: $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \lambda^2}$

b) Aperiodischer Grenzfall: $\lambda = \omega_0$

$$c_{1/2} = -\lambda \pm \underbrace{\sqrt{\lambda^2-\omega^2}}_{=0} = -\lambda$$

Es wird eine weitere linear unabhängige Lösung benötigt. => Variation der Konstanten

$$x_h(t) = d(t)e^{-\lambda t}$$
$$\dot{x}_h(t) = \dot{d}(t)e^{-\lambda t} - d(t)e^{-\lambda t}\cdot\lambda$$
$$\ddot{x}_h(t) = \ddot{d}(t)e^{-\lambda t} - \lambda\cdot\dot{d}(t)e^{-\lambda t} - \lambda\dot{d}(t)e^{-\lambda t} + \lambda^2 d(t)e^{-\lambda t} =$$
$$= e^{-\lambda t}\left(\ddot{d}(t) - 2\lambda\dot{d}(t) + \lambda^2 d(t)\right)$$

Einsetzen in (1):

$$e^{-\lambda t}\left[\ddot{d}(t) - 2\lambda\dot{d}(t) + \lambda^2 d(t) + 2\lambda\left(\dot{d}(t) - \lambda d(t)\right) + \omega_0^2 d(t)\right] \stackrel{!}{=} 0$$
$$\Rightarrow \ddot{d}(t) - 2\lambda\dot{d}(t) + \lambda^2 d(t) + 2\lambda\left(\dot{d}(t) - \lambda d(t)\right) + \omega_0^2 d(t) \stackrel{!}{=} 0$$
$$\Leftrightarrow \ddot{d}(t) + \lambda^2 d(t) - 2\lambda^2 d(t) + \omega_0^2 d(t) = 0$$
$$\Leftrightarrow \ddot{d}(t) + d(t)\underbrace{\left(\lambda^2 - 2\lambda^2 + \omega_0^2\right)}_{=0} = 0$$

$$\Rightarrow \ddot{d}(t) = 0$$
$$\Rightarrow d(t) = (d_1 \cdot t + d_2)$$

$$x_h(t) = (d_1 t + d_2)e^{-\lambda t}$$

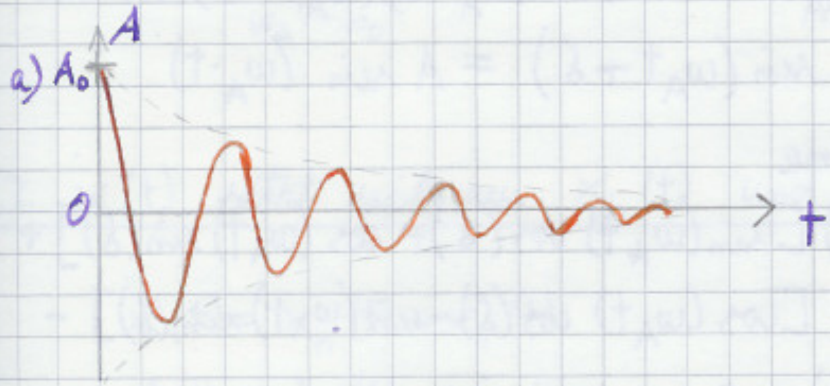
Das schwingende System kehrt nach einer Auslenkung aus der Ruhelage möglichst schnell in diese ohne Schwingung zurück. Dieser aperiodischer Grenzfall wird bei der Autofederung mit Stoßdämpfer und elektrischen Zeigermessinstrumenten.

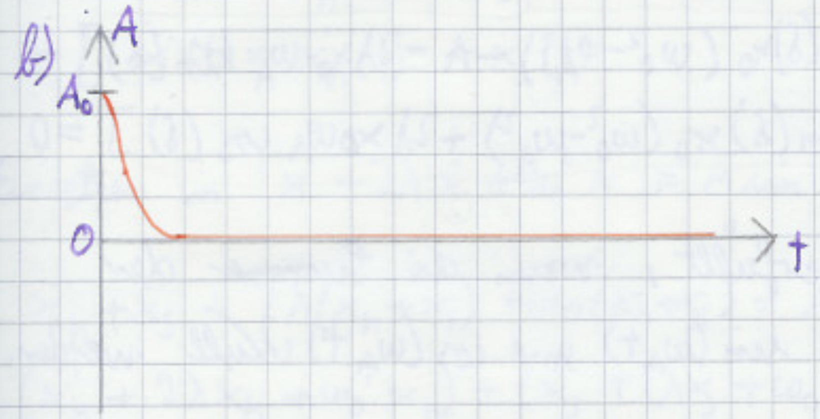
c) große Dämpfung: $\lambda^2 > \omega_0^2$

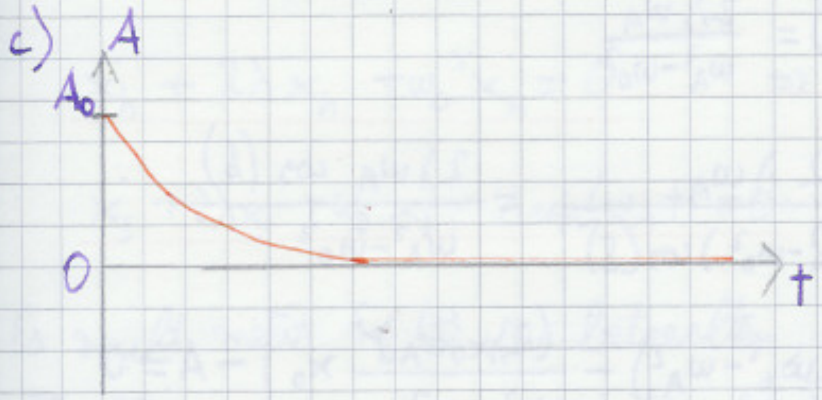
$$x_h(t) = e^{-\lambda t}\left(B_1 e^{\sqrt{\lambda^2-\omega^2}\cdot t} + B_2 e^{-\sqrt{\lambda^2-\omega^2}\cdot t}\right)$$

Hier kann es höchstens einen Nulldurchgang geben. Es findet keine Schwingung im eigentlichen Sinn statt. Es nähert sich langsam der Nulllage an.

Skizze:







Die Konstanten werden durch die Anfangsbedingungen festgelegt.

2.2. Schwingung mit äußerer Anregung $A \neq 0$

$$\ddot{x} + 2\lambda\dot{x} + \omega_0^2 x = A \sin(\omega_A t) \qquad (2)$$

Ansatz: $x_s(t) = x_0 \sin(\omega_A t + \delta)$

$\dot{x}_s(t) = x_0 \omega_A \cos(\omega_A t + \delta)$

$\ddot{x}_s(t) = -x_0 \omega_A^2 \sin(\omega_A t + \delta)$

Einsetzen in (2):

$$-x_0 \omega_A^2 \sin(\omega_A t + \delta) + 2\lambda x_0 \omega_A \cos(\omega_A t + \delta) + \\ + \omega_0^2 x_0 \sin(\omega_A t + \delta) = A \sin(\omega_A \cdot t)$$

$\Rightarrow$ Additionstheoreme

$$x_0 (\omega_0^2 - \omega_A^2)[\sin(\omega_A t)\cos(\delta) + \cos(\omega_A t)\sin(\delta)] + \\ + 2\lambda \omega_0 \omega_A [\cos(\omega_A t)\cos(\delta) - \sin(\omega_A t)\sin(\delta)] - \\ - A \sin(\omega_A t) = 0$$

$$\Rightarrow \sin(\omega_A t)\underbrace{[\cos(\delta) x_0 (\omega_0^2 - \omega_A^2) - A - 2\lambda x_0 \omega_A \sin(\delta)]}_{=:1} + \\ + \cos(\omega_A t)\underbrace{[\sin(\delta) x_0 (\omega_0^2 - \omega_A^2) + 2\lambda x_0 \omega_A \cos(\delta)]}_{=:2} = 0$$

Die Gleichung ist erfüllt, wenn die Summe der Koeffizienten von $\sin(\omega_A t)$ und $\cos(\omega_A t)$ Null werden

$$\Rightarrow 2 \Rightarrow \tan(\delta) = \frac{2\lambda \omega_A}{\omega_A^2 - \omega_0^2}$$

$$\Rightarrow \sin(\delta) = \frac{2\lambda\omega_A}{(\omega_A^2 - \omega_0^2)\cos(\delta)^{-1}} = \frac{2\lambda\omega_A \cos(\delta)}{\omega_A^2 - \omega_0^2}$$

$$\Rightarrow \cos(\delta)\left[x_0(\omega_0^2 - \omega_A^2) - \frac{(2\lambda x_0 \omega_A)^2}{\omega_A^2 - \omega_0^2} x_0\right] - A = 0$$

$$x_0 = \frac{A}{\left[(\omega_0^2 - \omega_A^2) - \frac{(2\lambda x_0 \omega_A)^2}{\omega_A^2 - \omega_0^2}\right]\cos(\delta)}$$

$$\text{mit } \cos(\delta) = \frac{1}{\sqrt{1 + \tan(\delta)}}$$

$$\Rightarrow x_0 = \frac{A\sqrt{1+\left(\frac{2\lambda\omega_A}{\omega_A^2-\omega_0^2}\right)^2}}{\left((\omega_0^2-\omega_A^2)-\frac{(2\lambda\omega_A)^2}{\omega_A^2-\omega_0^2}\right)} = \frac{A\sqrt{(\omega_0^2-\omega_A^2)+(2\lambda\omega_A)^2}}{(\omega_0^2-\omega_A^2)+(2\lambda\omega_A)^2}$$

$$= \frac{A}{[(\omega_0^2-\omega_A^2)^2+(2\lambda\omega_A)^2]}$$

$$\Rightarrow x_0 = \frac{x_A}{\sqrt{(1-a^2)+a^2c^2}} \qquad \text{mit } x_1 = \frac{A}{\omega_0^2}$$

$$a = \frac{\omega_A}{\omega_0} \; ; \; c = \frac{2\lambda}{\omega_0}$$

$$\tan(\delta) = \frac{2\lambda\omega_A}{\omega_A^2-\omega_0^2}$$

2.3. $x(t)$ setzt sich aus $x_h(t)$ und $x_s(t)$ zusammen:

$$x(t) = x_h(t) + x_s(t)$$
$$\dot{x}(t) = \dot{x}_h(t) + \dot{x}_s(t)$$
$$\ddot{x}(t) = \ddot{x}_h(t) + \ddot{x}_s(t)$$

Einsetzen in $\ddot{x} + 2\lambda\dot{x} + \omega_0^2 x = A\sin(\omega_A t)$

$$\ddot{x}_h + \ddot{x}_s + 2\lambda(\dot{x}_h + \dot{x}_s) + \omega_0^2(x_h + x_s) = A\sin(\omega_A t)$$
$$(\ddot{x}_h + 2\lambda\dot{x}_h + \omega_0^2 x_h) + (\ddot{x}_s + 2\lambda\dot{x}_s + \omega_0^2 x_s - A\sin(\omega_A t)) = 0$$

$\ddot{x}_h + 2\lambda\dot{x}_h + \omega_0^2 x_h = 0$ $\Rightarrow$ siehe Aufgabe 1)

$\ddot{x}_s + 2\lambda\dot{x}_s + \omega_0^2 x_s - A\sin(\omega_A t) = 0$ $\Rightarrow$ siehe Aufgabe 2)

Es reicht meist $x_s(t)$ zu betrachten, da die einhüllende Funktion von x_h exponentiell abfällt und damit gegenüber x_s nach gewisser Zeit vernachlässigbar ist.

2.4. Bestimmen der Phasenverschiebung δ und der Amplitude x_0 mit $\omega_A \to 0$ und $\omega_A \to \infty$

$$\tan(\delta) = \frac{2\lambda\omega_A}{\omega_A^2 - \omega_0^2}$$

$$x_0 = \frac{A}{\sqrt{(\omega_0^2-\omega_A^2)^2+(2\lambda\omega_A)^2}}$$

$$\lim_{\omega_A \to 0} x_0 = \lim_{\omega_A \to 0} \frac{A}{\sqrt{(\omega_0^2-\omega_A^2)^2+(2\lambda\omega_A)^2}} = \underline{\frac{A}{\omega_0^2}}$$

$$\lim_{\omega_A \to \infty} x_0 = \lim_{\omega_A \to \infty} \frac{A}{\sqrt{(\omega_0^2-\omega_A^2)^2+(2\lambda\omega_A)^2}} = \underline{0}$$

δ:

- $$\lim_{\omega_A \to 0} \frac{2\lambda\omega_A}{\omega_A^2-\omega_0^2} = 0 \quad \Rightarrow \underline{\delta \to 0^\circ}$$

- $$\lim_{\omega_A \to \infty} \frac{2\lambda\omega_A}{\omega_A^2-\omega_0^2} = \lim_{\omega_A \to \infty} \frac{2\lambda}{\omega_A - \frac{\omega_0^2}{\omega_A}} = 0 \quad \Rightarrow \underline{\delta \to 180^\circ}$$

2.5. $\omega_A = \omega_0$

$$\tan(\delta) = \frac{2\lambda\omega_A}{\omega_A^2 - \omega_0^2} \longrightarrow \infty \quad \text{mit } \omega_A = \omega_0$$

$$\delta = 90^0$$

Frequenz ω_A für die $x_0 = \max$:

$$x_0(\omega_A) = \frac{A}{\sqrt{(\omega_0^2-\omega_A^2)^2 + (2\lambda\omega_A)^2}}$$

$$\Rightarrow \max: \quad x'(\omega_A) = 0$$

$$x'(\omega_A) = -\frac{1}{2} A \left[(\omega_0^2-\omega_A^2)^2 + (2\lambda\omega_A)^2\right]^{-3/2} \cdot$$

$$\cdot \left[2(\omega_0^2-\omega_A^2) - 2\omega_A + 4\lambda^2 \cdot 2\omega_A\right]$$

$$x'(\omega_A) = 0 \Leftrightarrow 2(\omega_0^2+\omega_A^2)\cdot 2\omega_A + 4\lambda^2 \cdot 2\omega_A = 0$$

$$\Leftrightarrow -4\omega_A(\omega_0^2 - \omega_A^2 + 2\lambda^2) = 0$$

Extrema bei:

$$\omega_A = 0 \quad ; \quad \omega_A = \pm\sqrt{\omega_0^2 - 2\lambda^2}$$

$$\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{\omega_A \to \sqrt{\omega_0^2-2\lambda^2}^-} x'(\omega_A) > 0 \\ \lim\limits_{\omega_A \to \sqrt{\omega_0^2-2\lambda^2}^+} x'(\omega_A) < 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \text{Max bei } \omega_A = \sqrt{\omega_0^2 - 2\lambda^2}$$

$$\Rightarrow x_{max} = \frac{A}{\sqrt{(-2\lambda^2)^2 + 2\lambda^2(\omega_0^2 - 2\lambda^2)}} = \frac{A}{2\lambda\left[\omega_0^2 - \lambda^2\right]^{1/2}}$$

λ ist die Dämpfung, also nimmt mit zunehmender Dämpfung die Amplitude ab.

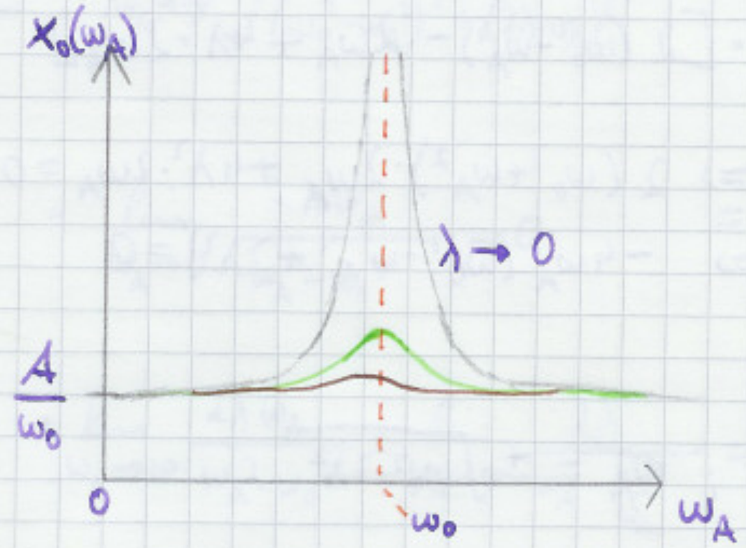
2.6. Resonanzüberhöhung

$$x_{max} = \frac{A}{2\lambda\sqrt{\omega_0^2-\lambda^2}} \quad ; \quad x_A = \frac{A}{\omega_0^2}$$

$$\frac{x_{max}}{x_A} = \frac{A\ \omega_0^2}{2\lambda\sqrt{\omega_0^2-\lambda^2}\cdot A} = \underline{\frac{\omega_0^2}{2\lambda\sqrt{\omega_0^2-\lambda^2}}}$$

Für $\lambda \ll \omega_0$ wird die Resonanzüberhöhung sehr gro[ß]

$$\lim_{\lambda\to 0} \frac{\omega_0^2}{2\lambda\sqrt{\omega_0^2-\lambda^2}} = \underline{\infty}$$

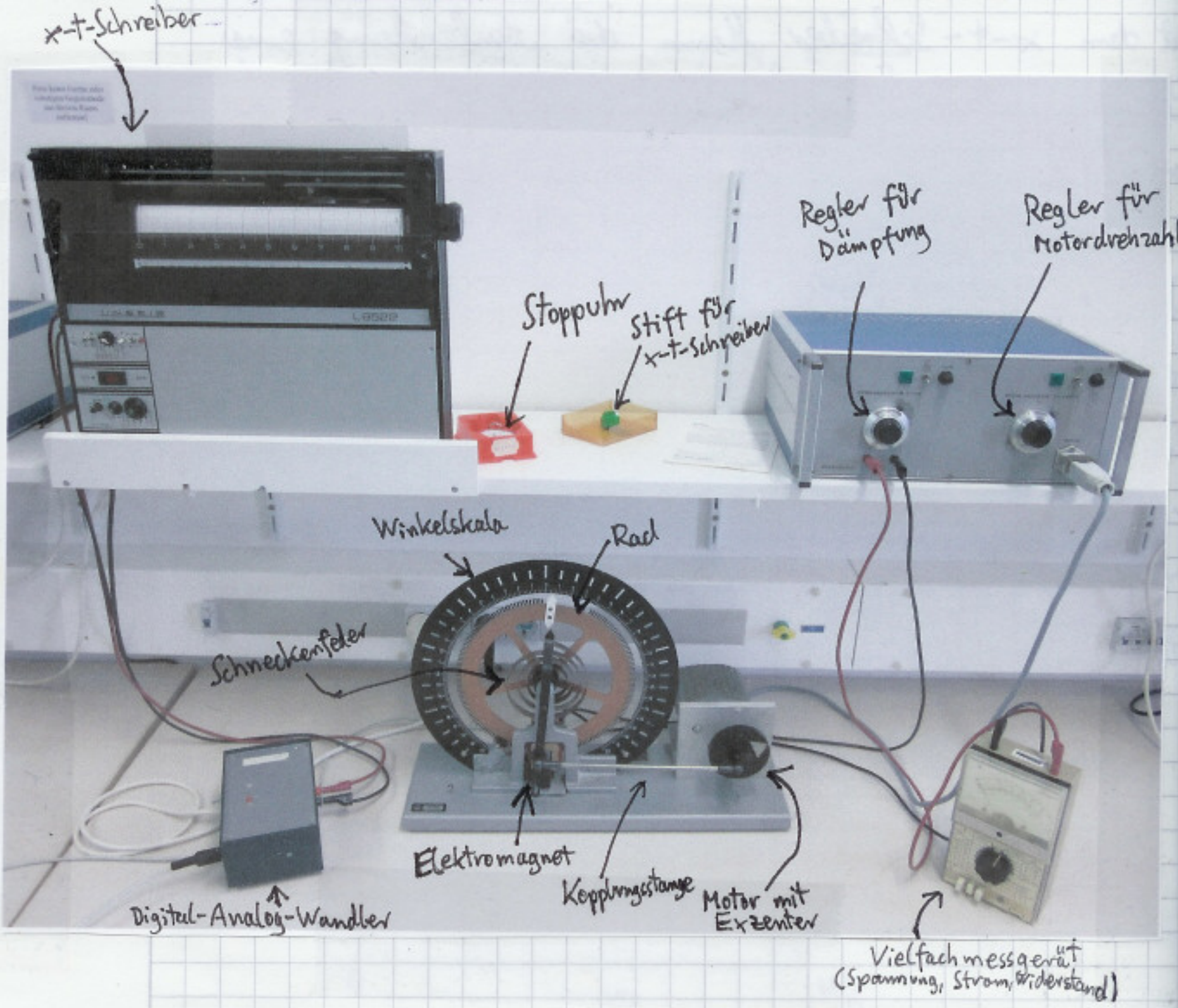


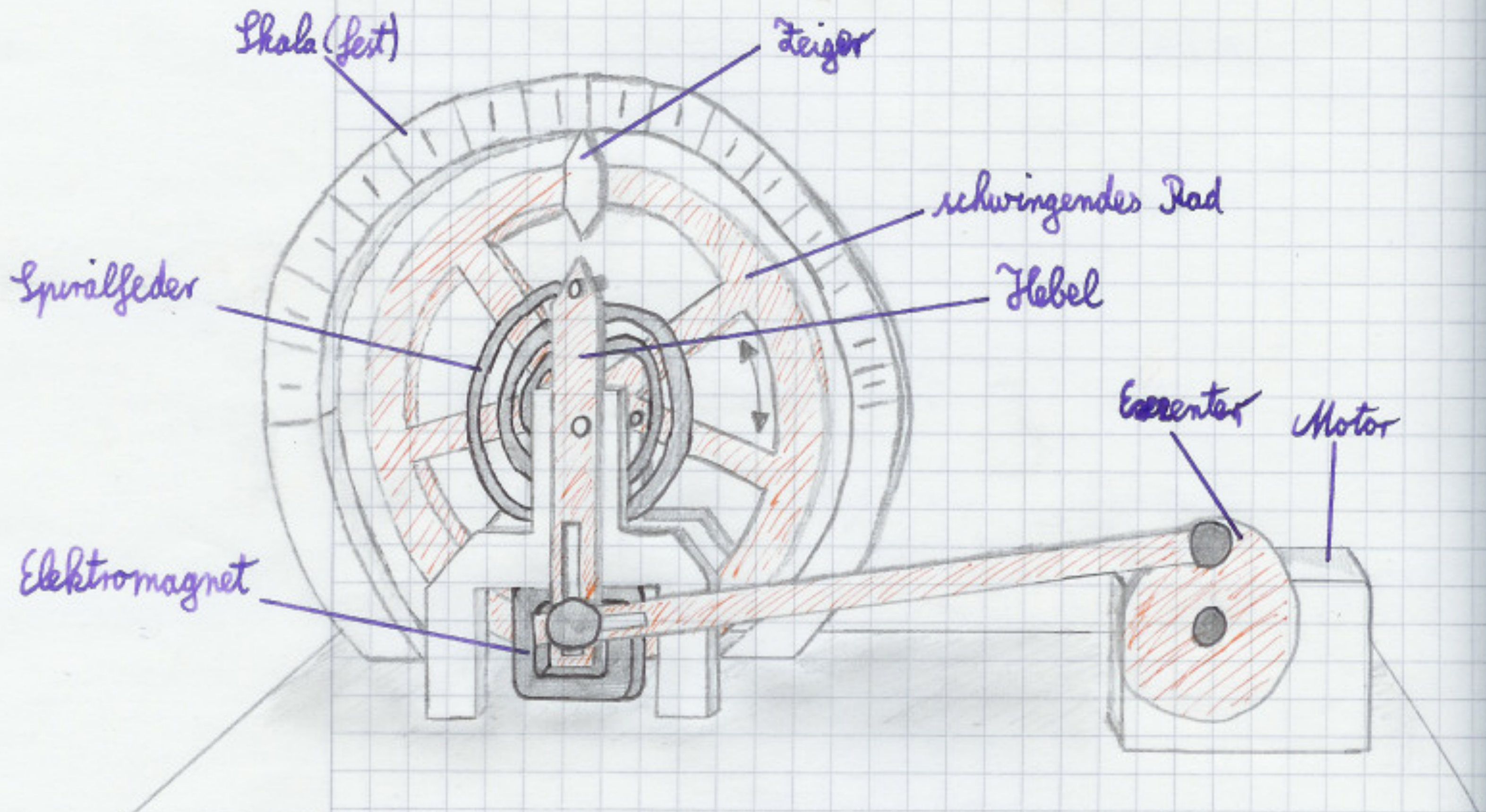
2.7. x-t-Schreiber

Mit dem x-t-Schreiber kann die Auslenkung eines Pendels aufgezeichnet werden. Die Schwingungen werden somit in Abhängigkeit der Zeit graphisch dargestellt.
Der Schreiber registriert eine Spannung, die von einem Digital-Analog-Wandler erzeugt wird. Der Wandler generiert eine zum Zählerstand der Licht-schranken proportionale Spannung. Der Zählerstand variiert je nach Wechsel der Markierungen der Zahnscheibe.

7.5.10 J. [illegible]

3) Versuchsaufbau





~~Die~~ Motordrehzahl wird genau geregelt und die Schneckenfeder vom Exzenter periodisch zusammengedrückt. Auf der Welle des Motors dreht sich ein Magnet mit, der mit einer Spule verbunden ist und dieser eine zur Drehzahl proportionale Spannung induziert.
Über den Regler für die Motordrehzahl wird eine Spannung eingestellt (Sollwert der Drehzahl). Weichen Sollwert und Istwert (siehe Spannung) von einander ab, so wird über einen Transistor der Strom durch den Motor entsprechend verändert.
Die variable Dämpfung erfolgt über einen Elektromagneten (Dämpfungsstrom 0-2 Ampère). Die Auslenkung des Pendels zeichnet ein x-t-Schreiber auf.

4) Versuchsdurchführung

4.1 Freie Schwingungen (A = 0, also kein äußerer Antrieb)

4.1.1 Ungedämpfte Schwingung

Erst einmal soll ω_0, also die Eigenfrequenz, des schwingenden Systems bestimmt werden. Dazu wird zweimal die Zeit von jeweils 50 Schwingungen gemessen.

a) Stoppuhr:

Ablesefehler: 0,05 s

1. Messung	91,6 s	50 Schwingungen	$3{,}43\,\frac{1}{s}$
2. Messung	90,7 s	50 Schwingungen	$3{,}46\,\frac{1}{s}$

$\omega_0 = 2\pi \frac{n}{T}$, wobei n die Anzahl der Schwingungen ist.

1. Messung: · obere Schranke: $\omega_0^+ = 2\pi \cdot \frac{50}{(91{,}6+0{,}05)s} = 3{,}428\,\frac{1}{s}$

· untere Schranke: $\omega_0^- = 2\pi \frac{50}{(91{,}6-0{,}05)s} = 3{,}432\,\frac{1}{s}$

$\Rightarrow \omega_0 = (3{,}420 \pm 0{,}02)\,\frac{1}{s}$

2. Messung: · obere Schranke: $\omega_0^+ = 2\pi \frac{50}{(90{,}7+0{,}05)s} = 3{,}462\,\frac{1}{s}$

· untere Schranke: $\omega_0^- = 2\pi \frac{50}{(90{,}7-0{,}05)s} = 3{,}466\,\frac{1}{s}$

$\Rightarrow \omega_0 = (3{,}464 \pm 0{,}02)\,\frac{1}{s}$

Systematischer Restfehler für analoge Stoppuhr mit 30s Zeitumlauf: $\Delta t = 0{,}2s + 5 \cdot 10^{-4} \cdot t$

1. Messung: Restfehler: 0,2458 s

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T} \cdot 50 = \frac{2\pi}{91{,}6s} \cdot 50 = 3{,}43 \,\frac{1}{s}$$

2. Messung: Restfehler: 0,24535 s

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T} \cdot 50 = \frac{2\pi}{90{,}7s} \cdot 50 = 3{,}46 \,\frac{1}{s}$$

b) x-t-Schreiber

Einstellungen:
- Papier: – „12"
  – „cm/min"
- Schreiber: – „10 V"
  – roter Bereich „cal" V

Anzahl Schwingungen im Messbereich: $58 = n$

Messbereichbreite $x = 20{,}7\,cm$; Ablesefehler Geodreieck: 0,05 cm; *

Geschwindigkeit $v = 12\,cm/min = 12\,\frac{cm}{60s} = \frac{1}{5}\,cm/s$

$\Rightarrow$ benötigte Zeit $t = \frac{x}{v} = \frac{20{,}7\,cm}{\frac{1}{5}\,cm/s} = 5 \cdot 20{,}7s = 103{,}5s$

$$T = \frac{t}{n} = \frac{103{,}5s}{58} = 1{,}8\,s$$

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{1{,}8s} = 3{,}49 \,\frac{1}{s}$$

Mittelwert von ω_0 während Durchführung:

$$\overline{\omega_0} = 3{,}46 \,\frac{1}{s}$$

* systematischer Restfehler: 0,35 %

4.1.2 Gedämpfte Schwingung

Die Bewegung des Pendels wird für verschiedene Dämpfungen mithilfe des x-t-Schreibers aufgezeichnet.

a) Dämpfungsstrom $I_D = 0{,}3\ A$

Einstellungen: • Papier : – „30"
– „cm/min"
• Schreiber: – roter Bereich: „cal V"
– „10"

b) Dämpfungsstrom $I_D = 0{,}5\,A$

Ab jetzt neuer x-t-Schreiber: Linseis 30630

Einstellungen: • Papier: – „cm/min"

– „50"

• Schreiber: – „cal"

– „5V"

c) Dämpfungsstrom $I_D = 0{,}8A$

Einstellungen:
- Papier:
  - „cm/min"
  - „50"
- Schreiber:
  - „cal"
  - „5V"

4.1.3 Aperiodischer Grenzfall

Das Pohlsche Rad wird bei verschiedenen Dämpfungen ausgelenkt. Dabei soll der Fall ermittelt werden, bei dem keine Schwingung auftritt. Gleichzeitig soll bei diesem Fall das Pohlsche Rad schnellst möglichst in die Ausgangslage zurückkehren.
Die Dämpfung wird schrittweise um 0,1 A erhöht, bis bei Auslenkung keine Schwingung mehr auftritt.
Aperiodischer Grenzfall bei $I_D = 1{,}8\,A$ erreicht.

+ Graph + Fehler
0.5/1

4.2 Erzwungene Schwingungen

4.2.1 Messung von ω_A

Skala	n	t in s
0,0	15	102,0
1,0	34	100,5
2,0	58	101,8
3,0	81	100,9
4,0	93	100,3
5,0	115	100,5

n = Anzahl der Schwingungen des Motors

Ablesefehler der Stoppuhr: 0,05 s

$T_0 = \frac{t_0}{15} = \frac{102{,}0\,s}{15} = 6{,}8\,s$ $\qquad \omega_{A_0} = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{6{,}8\,s} = 0{,}92\,\frac{1}{s}$

$T_1 = \frac{t_1}{34} = \frac{100{,}5\,s}{34} = 3{,}0\,s$ $\qquad \omega_{A_1} = \frac{2\pi}{T_1} = \frac{2\pi}{3{,}0\,s} = 2{,}09\,\frac{1}{s}$

$T_2 = \frac{t_2}{58} = \frac{101{,}8\,s}{58} = 1{,}8\,s$ $\qquad \omega_{A_2} = \frac{2\pi}{T_2} = \frac{2\pi}{1{,}8\,s} = 3{,}49\,\frac{1}{s}$

$T_3 = \frac{t_3}{81} = \frac{100{,}9\,s}{81} = 1{,}2\,s$ $\qquad \omega_{A_3} = \frac{2\pi}{T_3} = \frac{2\pi}{1{,}2\,s} = 5{,}24\,\frac{1}{s}$

$T_4 = \frac{t_4}{93} = \frac{100{,}3\,s}{93} = 1{,}1\,s$ $\qquad \omega_{A_4} = \frac{2\pi}{T_4} = \frac{2\pi}{1{,}1\,s} = 5{,}71\,\frac{1}{s}$

$T_5 = \frac{t_5}{115} = \frac{100{,}5\,s}{115} = 0{,}9\,s$ $\qquad \omega_{A_5} = \frac{2\pi}{T_5} = \frac{2\pi}{0{,}9\,s} = 6{,}98\,\frac{1}{s}$

$\omega_{A_0}/\bar{\omega}_0 = 0{,}92\,\frac{1}{s} : 3{,}46\,\frac{1}{s} = 0{,}266$

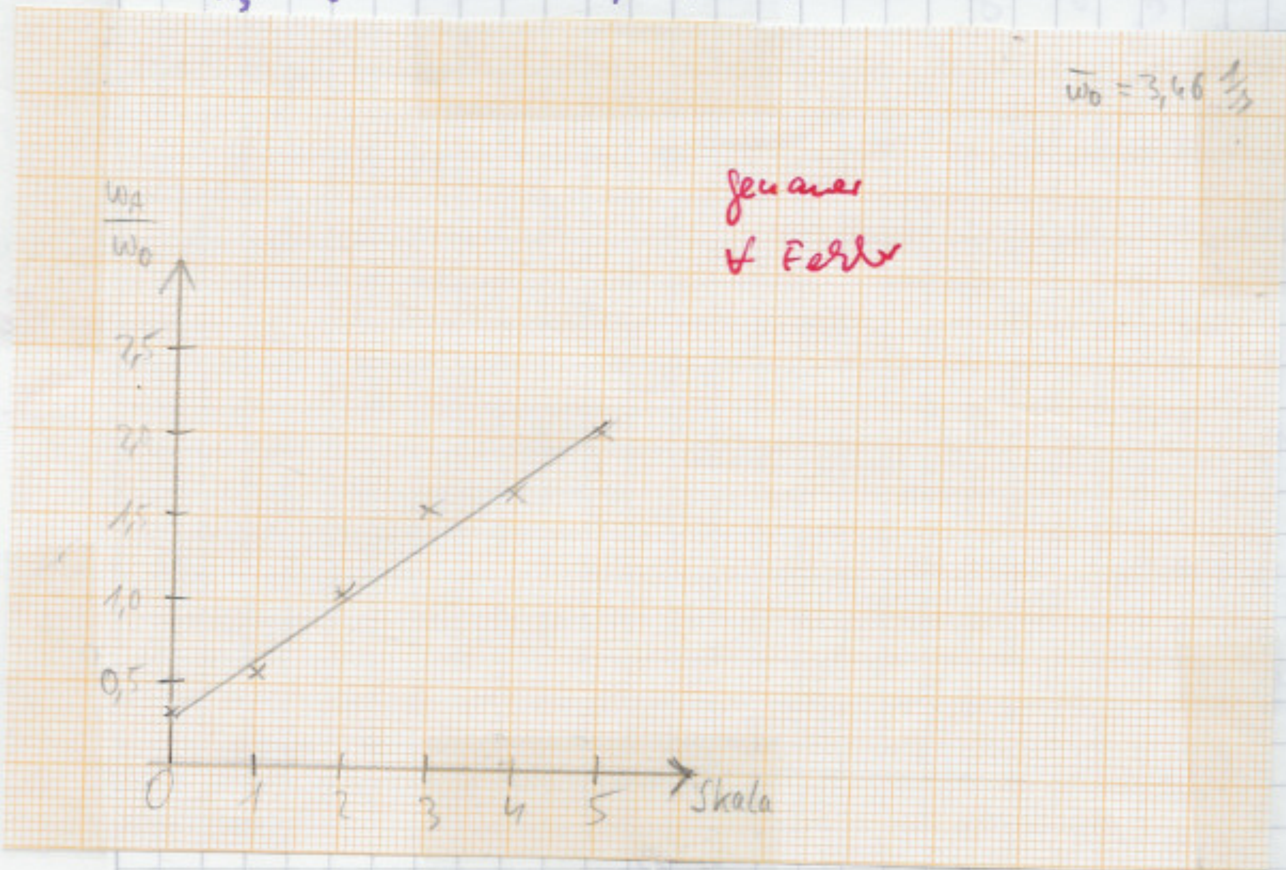
$\omega_{A_1}/\bar{\omega}_0 = 2{,}09\,\frac{1}{s} : 3{,}46\,\frac{1}{s} = 0{,}604$

$\omega_{A_2}/\bar{\omega}_0 = 3{,}49\,\frac{1}{s} : 3{,}46\,\frac{1}{s} = 1{,}009$

$\omega_{A_3}/\bar{\omega}_0 = 5{,}24\,\frac{1}{s} : 3{,}46\,\frac{1}{s} = 1{,}514$

$\omega_{A_4}/\bar{\omega}_0 = 5{,}71\,\frac{1}{s} : 3{,}46\,\frac{1}{s} = 1{,}650$

$\omega_{A_5}/\bar{\omega}_0 = 6{,}98\,\frac{1}{s} : 3{,}46\,\frac{1}{s} = 2{,}017$



Herleitung einer Funktion $\frac{\omega_A}{\omega_0}(s) = ms + t$ (s ist Schalterstellung des Motors):

$t = 0{,}266$

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{2{,}017 - 0{,}266}{5{,}0 - 0{,}0} = 0{,}3502$$

$$\Rightarrow \frac{\omega_A}{\omega_0}(s) = 0{,}3502 \cdot s + 0{,}266$$

0.5/1

4.2.2 Bestimmung von f_A

Einstellungen: • Papier: – „ cm/min"
– „ 50"
• Schreiber: – „ cal"
– „ 1V"

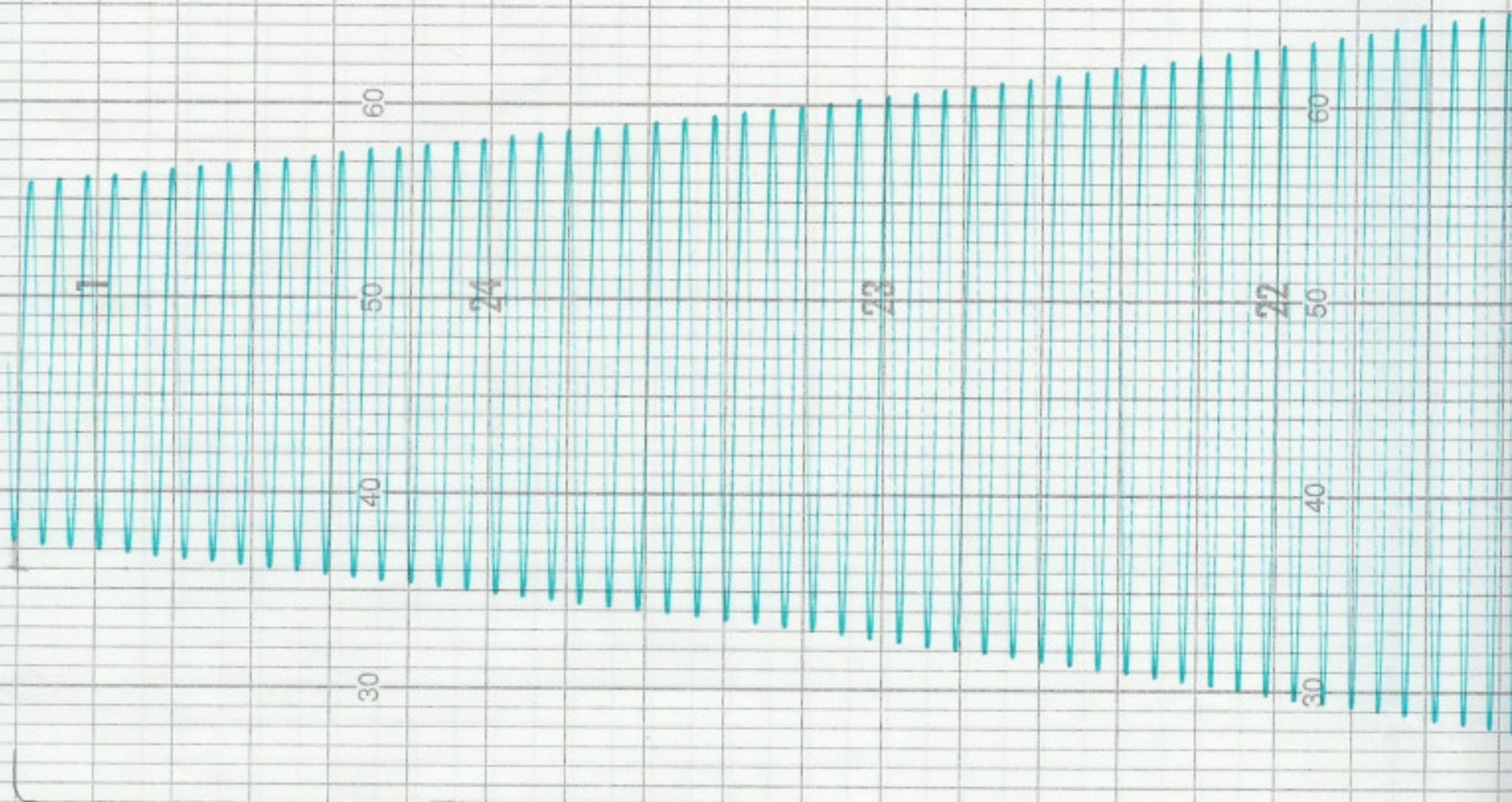
4.2.3 Resonanzkurven

Die Amplituden werden bei drei verschiedenen Dämpfungströmen durch den x-t-Schreiber aufgezeichnet. Dabei wird die Motordrehzahl schrittweise erhöht.

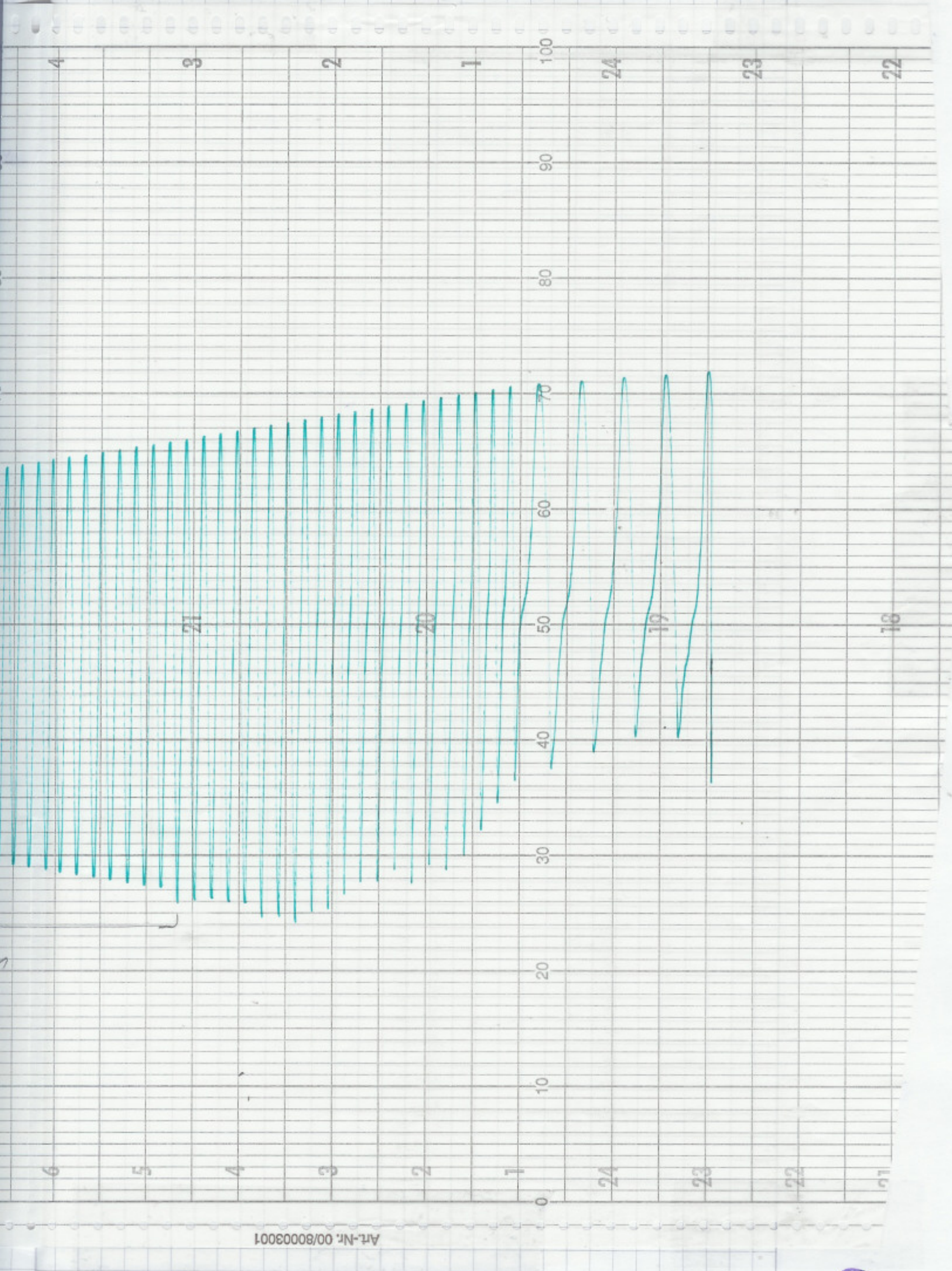
7.5.10 J. Hinte

(12)

4.1.1 b) Einstellungen: • Papier: – „12"
– „cm/min"
• Schreiber: – „10 V"
– rotes „cal" V



Messbereich = 58 Schwingungen
29,7 cm



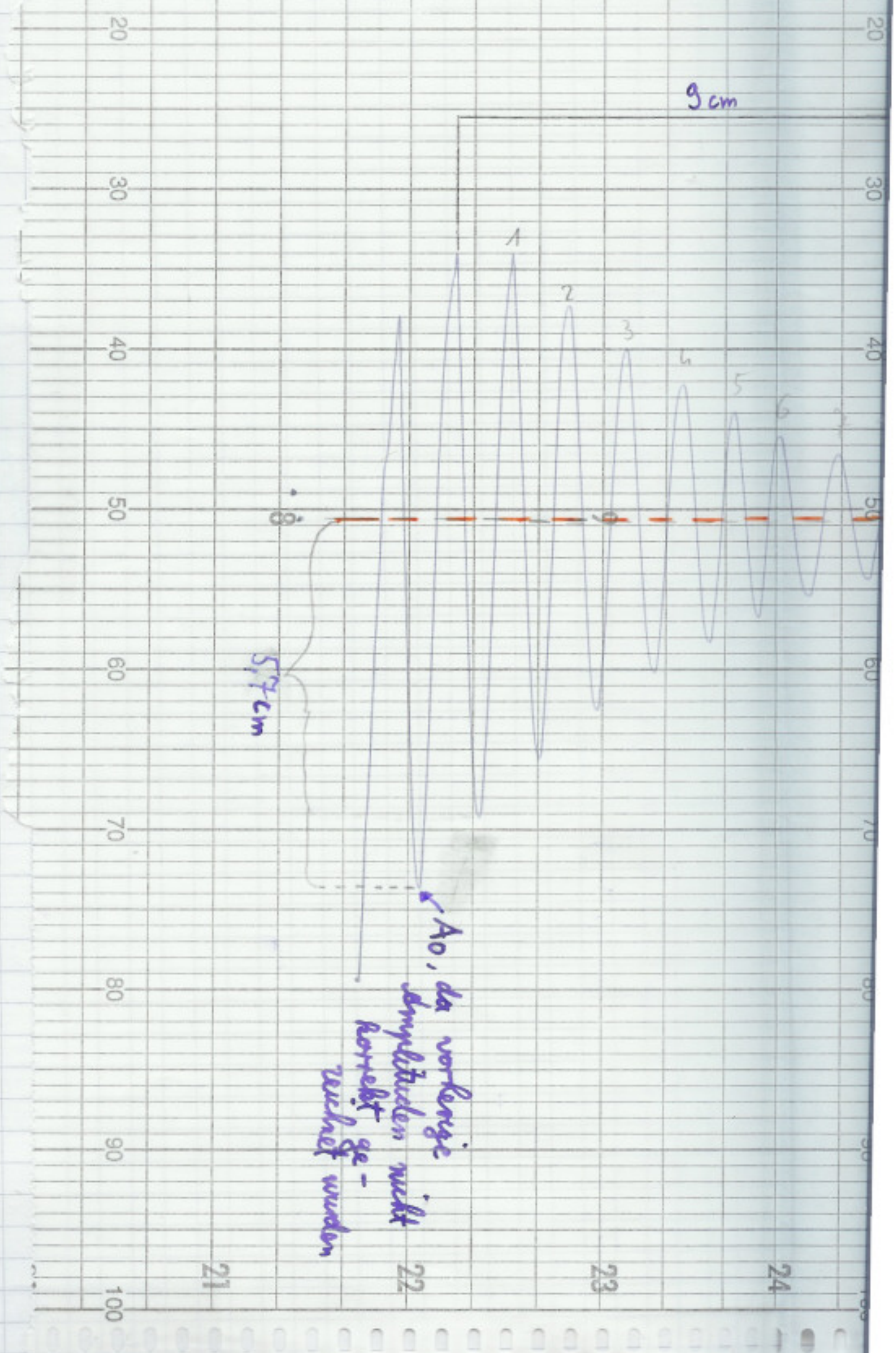
Art.-Nr. 00/80003001

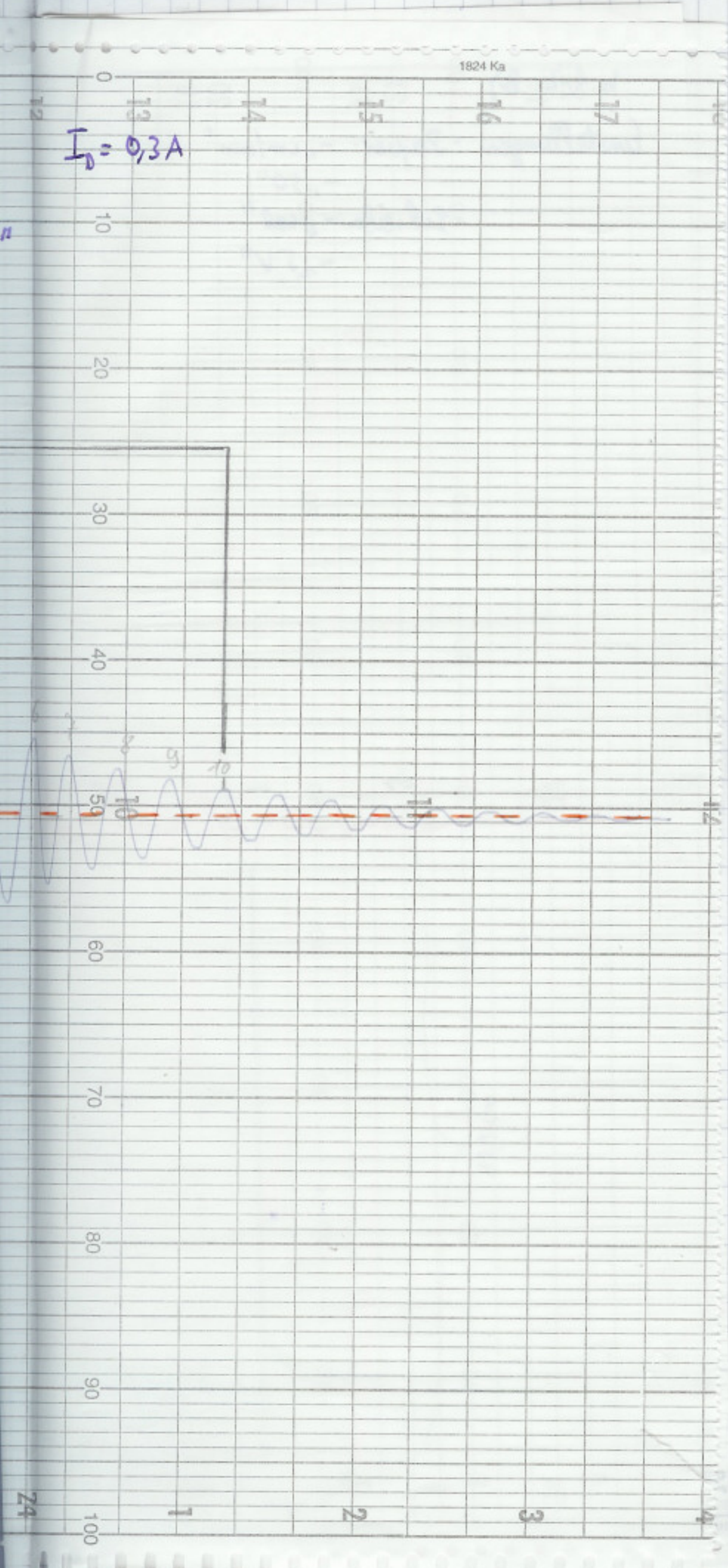
4.1.2 a)

Einstellungen: • Papier: - „30"
- „cm/min"

• Schreiber: - roter „cal V"
- „10"

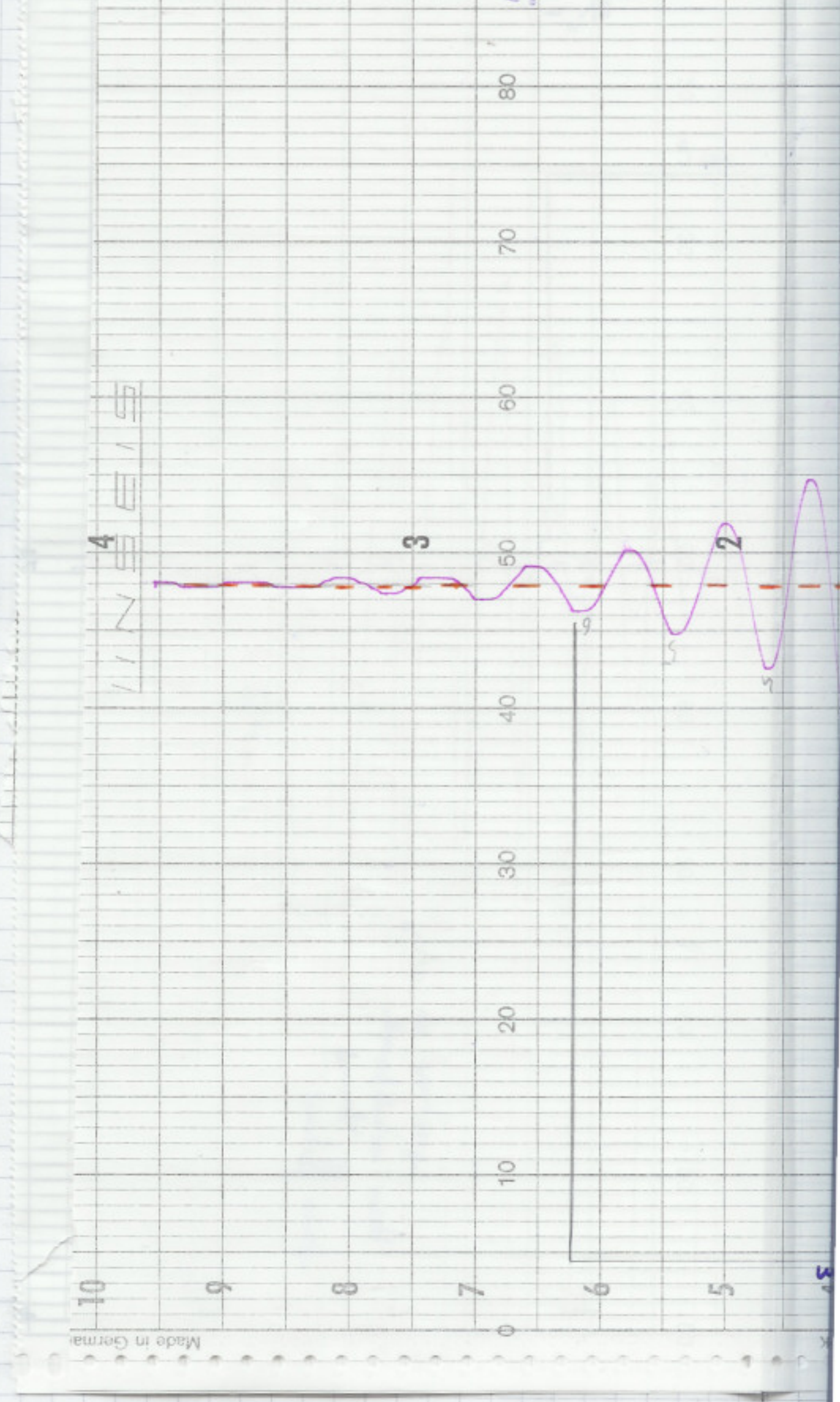
$I_D =$

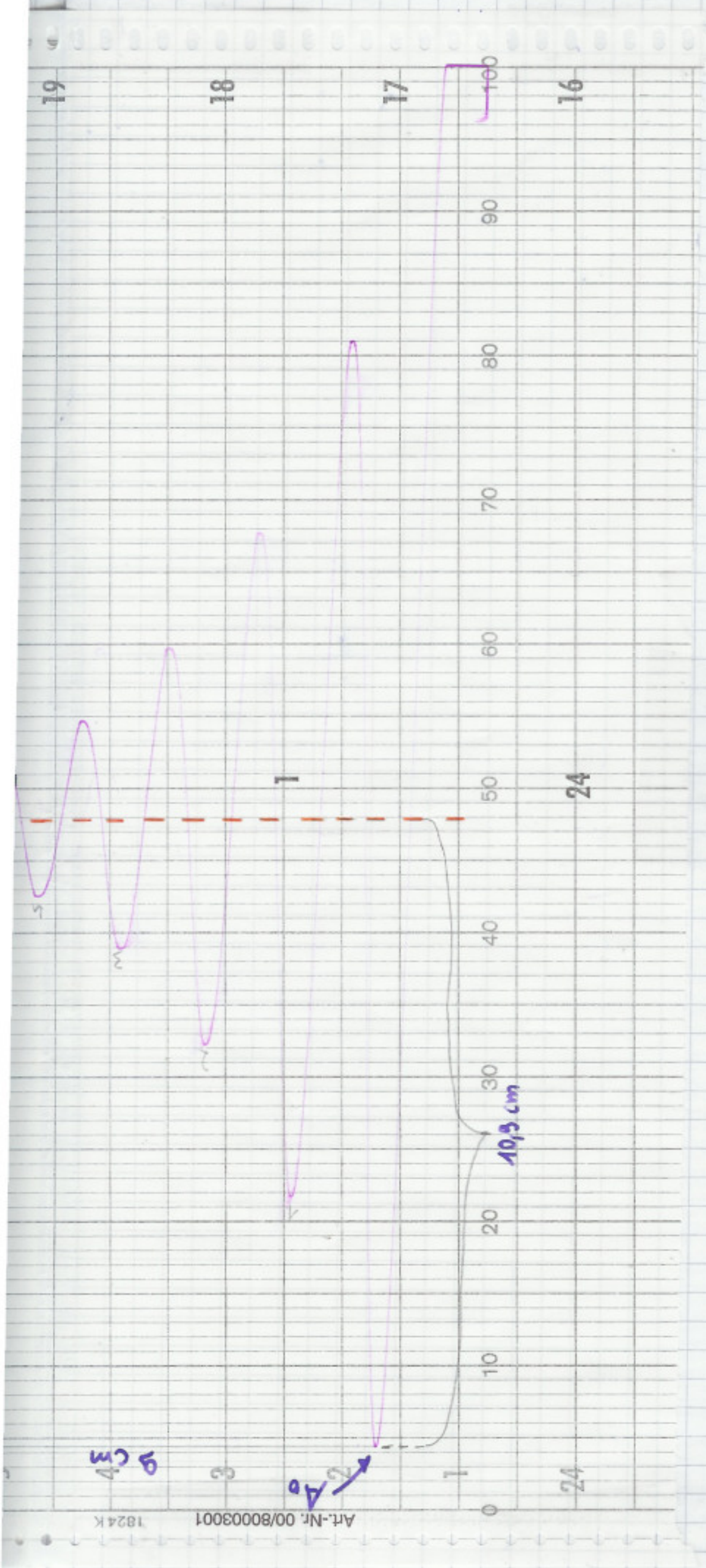



1824 Ka
I0 = 0,3A

4.1.2 b)

Einstellungen: · Papier: – „cm/min"
– „50"
· Schreiber: – „cal"
– „5 V"




10,3 cm
9 cm
A0
Art.-Nr. 00/8000301
1824 K

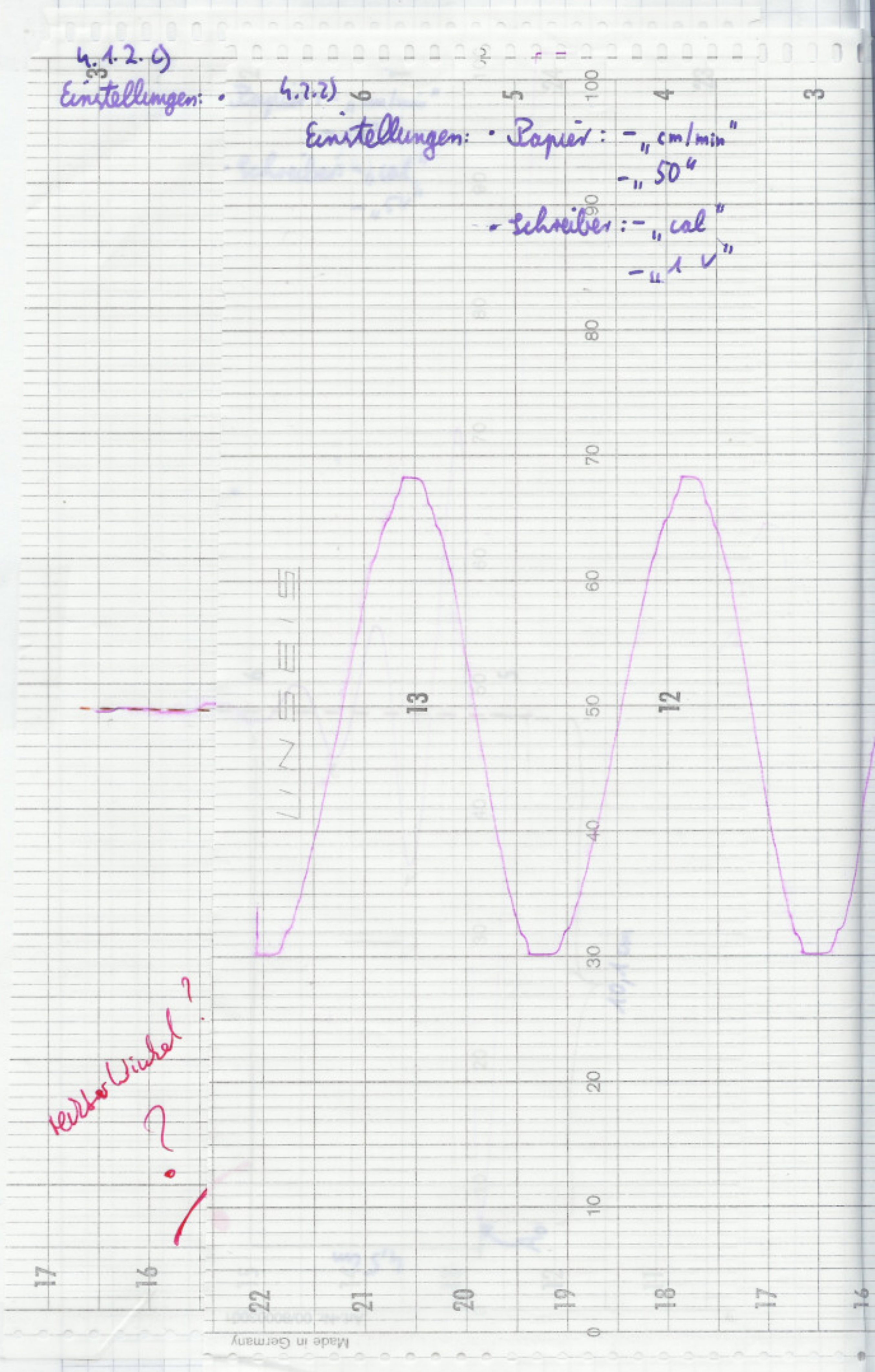
4.1.2. c)

Einstellungen: • Papier: - "cm/min"
- "50"

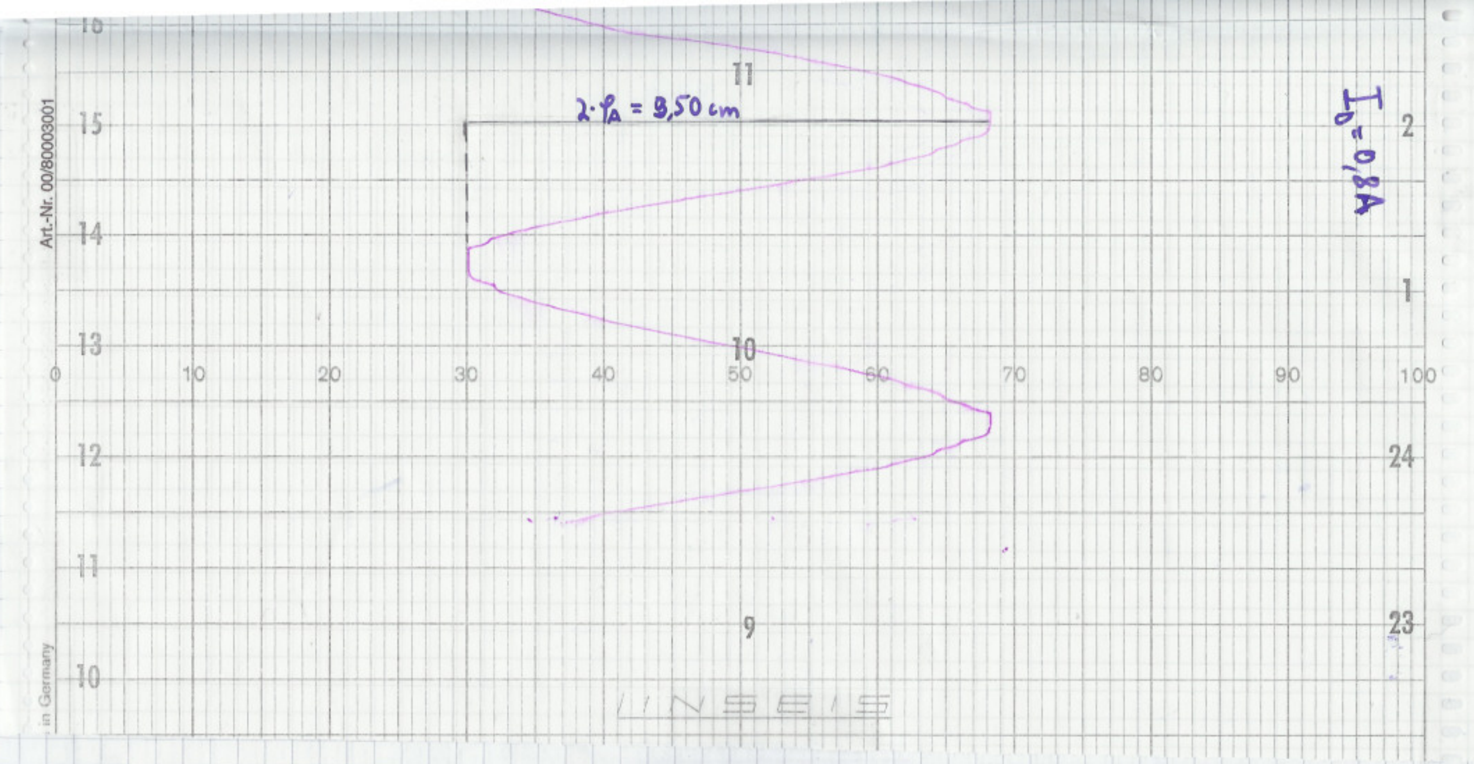
• Schreiber: - "cal"
- "5V"

4.1.2. c)
Einstellungen: •

4.1.2)
Einstellungen: • Papier: – „cm/min"
– „50"
• Schreiber: – „cal"
– „1 V"



Fehler Winkel ?
?
!



$2 \cdot \varphi_A = 8{,}50\ cm$
$I_0 = 0{,}8\ A$
Art.-Nr. 00/80003001
in Germany
LINSEIS
0 10 20 30 40 50 60 70 80 90 100

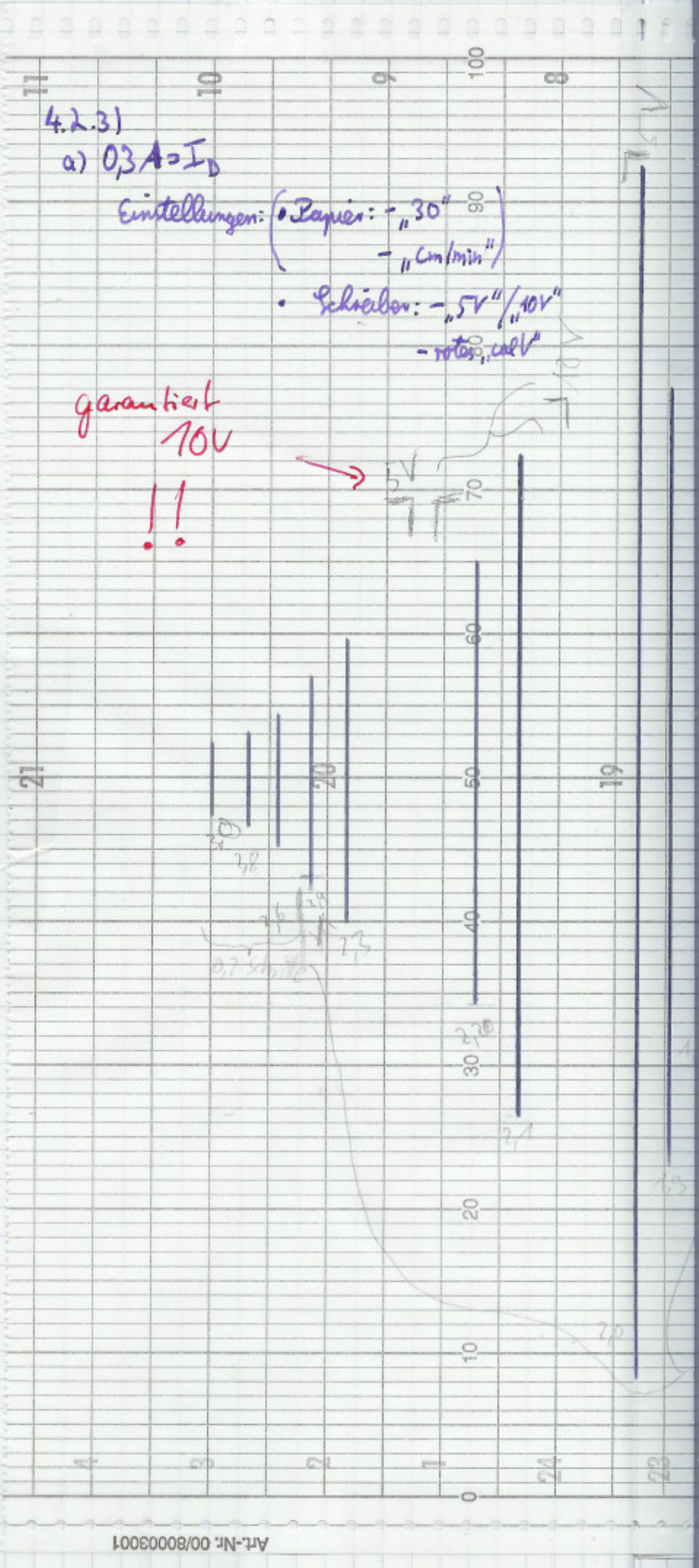
4.2.31

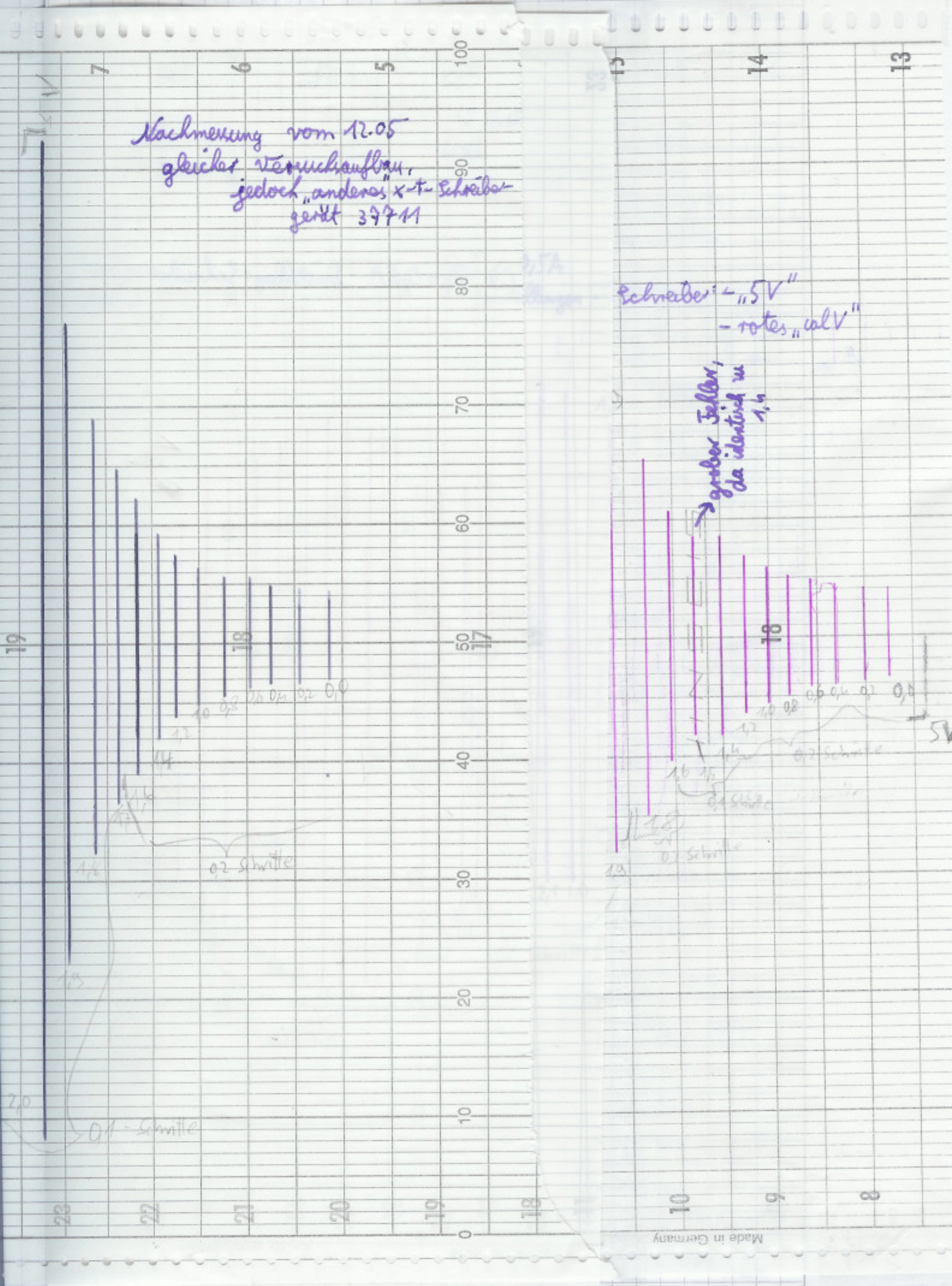
a) $0{,}3\,A = I_D$

Einstellungen: • Papier: – „30" – „cm/min"

• Schreiber: – „5V"/„10V" – rotes „calV"

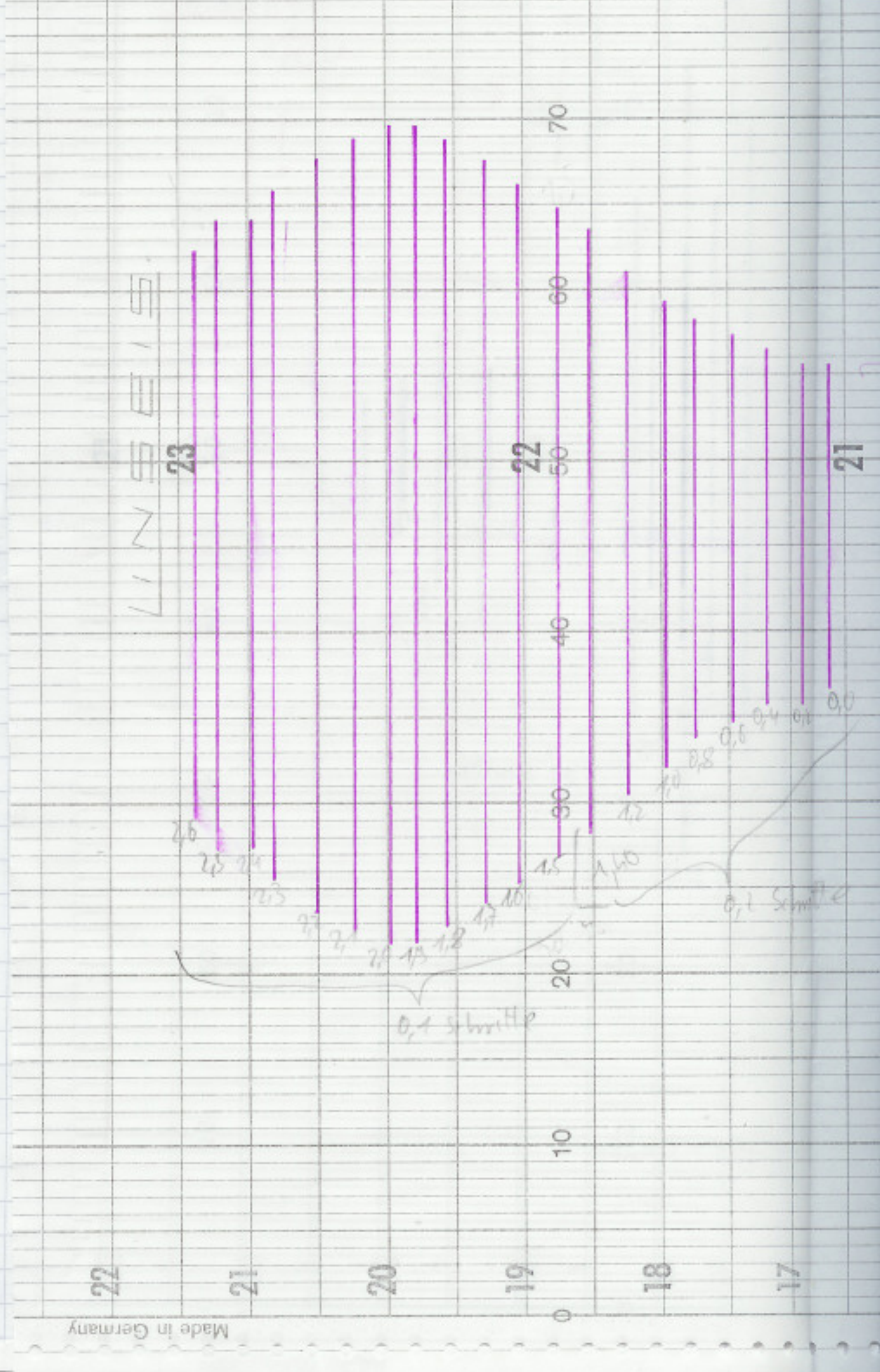
garantiert 10V !!



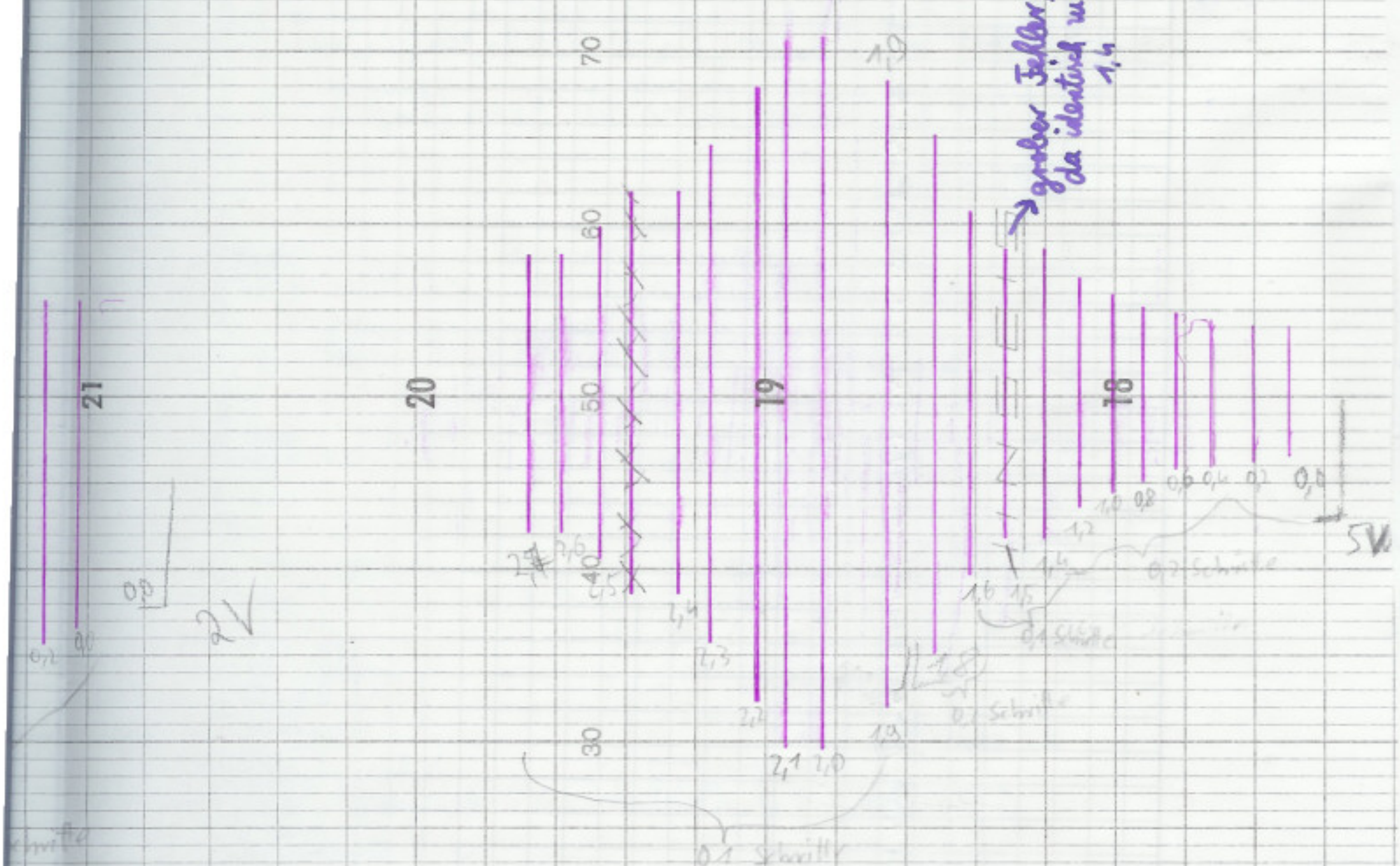

Nachmessung vom 12.05
gleicher Versuchsaufbau,
jedoch „anderes" x-t-Schreiber-
gerät 37711
Schreiber: - „5V"
- rotes „calV"
grober Fehler, da identisch zu 1,4
0,1 - Schritte
0,2 Schritte
Made in Germany

4.2.3)
b)+c)

c) $I_0 = 0{,}8A$ · Einstellung: Schreiber: „2V"
– rotes „cal"



b) $I_0 = 0{,}5A$
Einstellungen · Schreiber: - „5V"
- rotes „calV"



5) Auswertung

5.1 Freie Schwingungen

5.1.1 Für die Anfangsbedingung $\varphi(0) = A_0$ und $\dot\varphi(0) = 0$ und $\varphi(0)$ mit $\lambda \ll \omega_0$ soll $\varphi(t) \approx A_0 \cos(\omega t) e^{-\lambda t}$ gelten.

Aus den Fragen zur Vorbereitung 1a) folgt

$\varphi(t) = x(t)$

$\Rightarrow \varphi(t) = e^{-\lambda t}\left(d_1 \cos\left(\sqrt{\omega_0^2-\lambda^2}\cdot t\right) + d_2 \sin\left(\sqrt{\omega_0^2-\lambda^2}\cdot t\right)\right)$

$\varphi(0) = e^0 \left(d_1 \cos\left(\sqrt{\omega_0^2-\lambda^2}\cdot 0\right) + d_2 \sin\left(\sqrt{\omega_0^2-\lambda^2}\cdot 0\right)\right)$

$\underline{\varphi(0) = d_1}$

$\dot\varphi(t) = -\lambda e^{-\lambda t}\left(d_1 \cos\left(\sqrt{\omega_0^2-\lambda^2}\cdot t\right) + e^{-\lambda t}\left(\left(-d_1 \sin\left(\sqrt{\omega_0^2-\lambda^2}\cdot t\right)\cdot\right.\right.\right.$
$\left.\left.\left.\cdot\left(\sqrt{\omega_0^2-\lambda^2}\right)\right) + \left(d_2 \cos\left(\sqrt{\omega_0^2-\lambda^2}\cdot t\right)\left(\sqrt{\omega_0^2-\lambda^2}\right)\right)\right)\right)$

$\underline{\dot\varphi(0) = -\lambda d_1 + \sqrt{\omega_0^2-\lambda^2}\, d_2}$

$\underline{\varphi(0) = d_1 = A_0}$

$\dot\varphi(0) = -\lambda d_1 + \sqrt{\omega_0^2-\lambda^2}\, d_2 \stackrel{!}{=} 0$

d_1 einsetzen:

$0 = -\lambda A_0 + \sqrt{\omega_0^2+\lambda^2}\cdot d_2 \qquad \Rightarrow \underline{\frac{\lambda A_0}{\sqrt{\omega_0^2-\lambda^2}} = d_2}$

in $\varphi(t)$ einsetzen

$\varphi(t) = e^{-\lambda t}\left(A_0 \cos\left(\sqrt{\omega_0^2-\lambda^2}\cdot t\right) + \frac{\lambda A_0}{\sqrt{\omega_0^2-\lambda^2}}\cdot \sin\left(\sqrt{\omega_0^2-\lambda^2}\cdot t\right)\right)$

$\lambda \ll \omega_0 \quad \Rightarrow \sqrt{\omega_0^2-\lambda^2} = \omega_0$

$\Rightarrow e^{-\lambda t}\left(A_0 \cos(\omega t) + \frac{\lambda A_0}{\omega_0} \sin(\omega_0 t)\right) = \varphi(t)$

$\frac{\lambda A_0}{\omega_0} \approx 0 \quad$ da $\quad \lambda \ll \omega_0$

$\Rightarrow \underline{\varphi(t) \approx A \cos(\omega_0 t)\cdot e^{-\lambda t}}$

✓ 1/1

5.1.2 Bestimmung von ω und τ für die verschiedenen Dämpfungen

a) ungedämpfte Schwingung

t für Messung von 50 Schwingungen

$s_1 : \Delta t = 0{,}2s + 5\cdot 10^{-4} t = 0{,}2s + 5\cdot 10^{-4}(91{,}60s) = 0{,}2458s$

$s_1 = \sqrt{(0{,}05s)^2 + (0{,}2458s)^2} = 0{,}25s$

$s_2 : \Delta t = 0{,}2s + 5\cdot 10^{-4}\cdot t = 0{,}2s + 5\cdot 10^{-4}(90{,}70s) = 0{,}24505s$

$s_2 = \sqrt{(0{,}05s)^2 + (0{,}24505s)^2} = 0{,}25s$

$t_1 = 91{,}60s \pm 0{,}25s$

$t_2 = 90{,}70s \pm 0{,}25s$

Mittelwert:

$\bar{t} = \frac{1}{2}(91{,}60s + 90{,}70s) = 91{,}15s \pm 0{,}25s$

$\Rightarrow$ Mittelwert $\bar{T} = \frac{\bar{t}}{50} = 1{,}823s \pm \underbrace{0{,}005s}_{s'}$

$\Rightarrow \omega_0 = \frac{2\pi}{\bar{T}} = \frac{2\pi}{1{,}823s} = \underline{3{,}4466183\frac{1}{s}} \approx 3{,}447\frac{1}{s}$

$s_{\omega_0} = \sqrt{\left(\frac{\partial \omega_0}{\partial \bar{T}}\right)^2 \cdot s'^2} = \sqrt{\left(-\frac{2\pi}{(1{,}823s)^2}\right)^2 \cdot (0{,}005s)^2} =$

$0{,}009453149699\frac{1}{s} \approx 0{,}009\frac{1}{s}$

$\Rightarrow \underline{\omega_0 = 3{,}447\frac{1}{s} \pm 0{,}009\frac{1}{s}}$

ω_0 aus x-t-Schreiber-Messung

Messung der Länge mit Geodreieck:

Ablesefehler $s_a = 0{,}5\,mm = 0{,}05\,cm$

Büromaßstab $\Delta l = 0{,}2mm + 1\cdot 10^{-3} l = 0{,}02cm + 1\cdot 10^{-3} l$

$\Rightarrow s_l = 0{,}02cm + 1\cdot 10^{-3}\cdot(20{,}7cm) = 0{,}0407\,cm$

$$\Rightarrow s_x = \sqrt{(0{,}05\,cm)^2 + (0{,}0407\,cm)^2} = 0{,}06\,cm$$

$$\Rightarrow x = 20{,}7\,cm \pm 0{,}06\,cm$$

Geschwindigkeitseinstellung:

Systematischer Restfehler: $\overset{s_r =}{\underset{\sim}{}}$ 0,35 %

$$s_r = 0{,}0035 \cdot \frac{1}{5}\,cm/s = 0{,}0007\,cm/s$$

$$\Rightarrow v = 0{,}200\,\frac{cm}{s} \pm 0{,}001\,\frac{cm}{s}$$

$$\Rightarrow \bar{t} = \frac{\bar{x}}{\bar{v}} = \frac{20{,}7\,cm}{0{,}200\,\frac{cm}{s}} = 103{,}50\,s$$

$$s_t = \sqrt{\left(\frac{\partial t}{\partial \bar{x}} \cdot s_x\right)^2 + \left(\frac{\partial t}{\partial \bar{v}} \cdot s_r\right)^2} = \cancel{\sqrt{\frac{1}{\bar{v}^2} \cdot s_x^2 + \left(-\frac{\bar{x}}{\bar{v}}\right)^2 \cdot s_r^2}}$$

$$= \sqrt{\left(\frac{1}{\bar{v}} s_x\right)^2 + \left(-\frac{\bar{x}}{\bar{v}^2} s_r\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{1}{0{,}200\,\frac{cm}{s}}\right)^2 \cdot (0{,}06\,cm)^2 + \left(-\frac{20{,}7\,cm}{(0{,}200\,\frac{cm}{s})^2}\right)^2 \cdot (0{,}001\,\frac{cm}{s})^2}$$

$$= 0{,}60\,s$$

$$\Rightarrow t = 103{,}50\,s \pm 0{,}60\,s$$

$$T = \frac{t}{n} = \frac{t}{58} = 1{,}78\,s \pm \underbrace{0{,}01\,s}_{s'}$$

$$\Rightarrow \omega_0 = \frac{2\pi}{\bar{T}} = \frac{2\pi}{1{,}78\,s} = \underline{3{,}529879386\,\frac{1}{s}} \simeq 3{,}530\,\frac{1}{s}$$

$$s_{\omega_0} = \sqrt{\left(\frac{\partial \omega_0}{\partial \bar{T}}\right)^2 \cdot s'^2} = \sqrt{\left(-\frac{2\pi}{(1{,}78\,s)^2}\right)^2 \cdot (0{,}01\,s)^2} = 0{,}014\,\frac{1}{s}$$

$$\Rightarrow \underline{\omega_0 = 3{,}530\,\frac{1}{s} \pm 0{,}014\,\frac{1}{s}}$$

Der mit Hilfe des x-t-Schreibers gemessene Mittelwert von ω_0 weicht von dem mit Hilfe der Stoppuhr gemessenen Mittelwert um 0,083 $\frac{1}{s}$ ab. Eine mögliche Erklärung für die Abweichung ist die starke Beanspruchung * durch Versuchsdurchführungen früherer Experimentatoren.

* des x-t-Schreibers

b) Bestimmung von ω und τ für $I_D = 0{,}3A$

Fehler des Geodreiecks:

Ablesefehler: 0,05 cm ; Fehler x-t-Schreiber: 0,35%

$$\Delta s = 0{,}02\,cm + 1\cdot10^{-3}\cdot l = 0{,}02\,cm + 1\cdot10^{-3}\cdot(9\,cm) = 0{,}029\,cm$$

$$s_l = \sqrt{(0{,}05\,cm)^2 + (0{,}029\,cm)^2 + \underbrace{(0{,}035\cdot 9\,cm)^2}_{\text{Fehler vom x-t-Schreiber}}} =$$

$$= \sqrt{0{,}0025\,cm^2 + 0{,}000841\,cm^2 + 0{,}099225\,cm^2} = \underline{0{,}32025927\,cm}$$

$$\approx 0{,}32\,cm$$

Man erhält 10 Schwingungen in $\underline{9{,}00\,cm \pm 0{,}32\,cm}$

$x = 9{,}00\,cm \pm 0{,}32\,cm$

$n = 10$

$v = 30\,\frac{cm}{min} = \frac{1}{2}\,\frac{cm}{s}$ (Geschw. des Papiers)

$$\omega_{0,1} = \frac{2\pi}{T_1} \quad ; \quad T_1 = \frac{t_a}{n} \quad \text{mit} \quad t_a = \frac{x}{v}$$

$$\Rightarrow \omega_{0,1} = \frac{2\pi v\cdot n}{x} = \frac{2\pi\cdot\frac{1}{2}\frac{cm}{s}\cdot 10}{9\,cm} = \underline{3{,}490658504\,\tfrac{1}{s}}$$

$$\approx 3{,}491\,\tfrac{1}{s}$$

$$s_{\omega_0} = \sqrt{\left(\frac{\partial\omega_{0,1}}{\partial s}\right)^2\cdot s_l^2} = \sqrt{\left(-\frac{2\pi v\cdot n\cdot s_l}{s^2}\right)^2} = \sqrt{\left(-\frac{2\pi\cdot\frac{1}{2}\frac{cm}{s}\cdot 10\cdot 0{,}32025927\,cm}{(9\,cm)^2}\right)^2} =$$

$$= \underline{0{,}12421286\,\tfrac{1}{s}} \approx 0{,}124\,\tfrac{1}{s}$$

$$\Rightarrow \underline{\omega_{0,1} = 3{,}491\,\tfrac{1}{s} \pm 0{,}124\,\tfrac{1}{s}}$$ sinnvoll Runden

Der Fehler von $\omega_{0,1}$ ist in Bezug auf ω_0 stark angestiegen, da der Fehler des x-t-Schreibers bei der Fehlerfortpflanzung sehr ins Gewicht fällt.

Man erhält x und n, indem man mit einem Geodreieck, auf der von dem x-t-Schreiber gezeichneten Kurve, in einem bestimmten Streckenintervall die

Schwingungen mit. Mit Hilfe von v_{Papier} lässt sich die Zeit t_n der n-Perioden bestimmen. Daraus kann man T_1 und $\omega_{0,1}$ berechnen. $\tau = \frac{1}{\lambda}$ wird auch charakteristische Zeit genannt. Man kann sie bestimmen, indem man die Amplitude in Abhängigkeit von der Zeit auf halblogarithmischen Papier aufträgt. Normalerweise ergibt das Diagramm eine Gerade, durch die τ indirekt bestimmt werden kann.

A_0 = Anfangsamplitude : $A_0 = 5{,}70\,cm$

$$s_{A_0} = \sqrt{\underbrace{(0{,}05\,cm)^2}_{\text{Ablesefehler}} + \underbrace{(0{,}02\,cm + 1\cdot 10^{-3}\cdot(5{,}70\,cm))^2}_{\text{system. Restfehler}} + \underbrace{(0{,}0035\cdot 5{,}70\,cm)^2}_{\text{x-t-Schreiber-Fehler}}} =$$

$$= \sqrt{0{,}0025\,cm^2 + 0{,}00066049\,cm^2 + 0{,}0003980025\,cm^2} =$$

$$= \underline{0{,}059653101\,cm} \approx 0{,}06\,cm$$

$$\Rightarrow \underline{A_0 = 5{,}70\,cm \pm 0{,}06\,cm}$$

$$\phi(t) = A_0\, e^{-\lambda t}$$

$$\Rightarrow f(t) = A_0 \cos(\omega t)\, e^{-\lambda t} \quad ; \tau = \frac{1}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{1}{\tau}$$

$$\Rightarrow f(\tau) = \cos(\omega\tau)\cdot\frac{A_0}{e}$$

$A(t)$: Die Amplituden werden aus den Aufzeichnungen des x-t-Schreibers abgemessen.

$$t(x) = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi} \quad \text{mit } \omega \text{ aus 5.1.2 b)}$$

$$T = \frac{s}{n\cdot v} = \frac{9\,cm\cdot}{10\cdot\frac{1}{2}\frac{cm}{s}} = 1{,}80\,s$$

$$s_T = \sqrt{\left(\frac{\partial T}{\partial s}\right)^2 s_e^2} = \sqrt{\left(\frac{1}{n\cdot v}\, s_e\right)^2} = \frac{1}{10\cdot\frac{1}{2}\frac{cm}{s}}\cdot 0{,}32025927\,cm =$$

$$= 0{,}064051854\,s \approx 0{,}06\,s$$

$$\Rightarrow \underline{T = 1{,}80\,s \pm 0{,}06\,s}$$

	$A(t)$ in cm	$A(t)/A_0$	$t(x)$ in s
1)	5,70 ± 0,06	1,000 ± 0,015	0,00 ± 0,00
2)	4,65 ± 0,06	0,816 ± 0,014	1,80 ± 0,11
3)	3,80 ± 0,06	0,667 ± 0,013	3,60 ± 0,11
4)	2,93 ± 0,06	0,514 ± 0,012	5,40 ± 0,11
5)	2,40 ± 0,06	0,421 ± 0,011	7,20 ± 0,11
6)	1,90 ± 0,05	0,333 ± 0,009	9,00 ± 0,12
7)	1,50 ± 0,05	0,263 ± 0,009	10,80 ± 0,12
8)	1,20 ± 0,05	0,210 ± 0,009	12,60 ± 0,12
9)	0,93 ± 0,05	0,163 ± 0,009	14,40 ± 0,12
10)	0,75 ± 0,05	0,132 ± 0,009	16,20 ± 0,13
11)	0,55 ± 0,05	0,096 ± 0,009	18,00 ± 0,13
12)	0,45 ± 0,05	0,079 ± 0,009	19,80 ± 0,14
13)	0,34 ± 0,05	0,060 ± 0,009	21,60 ± 0,14
14)	0,24 ± 0,05	0,042 ± 0,009	23,40 ± 0,14
15)	0,20 ± 0,05	0,035 ± 0,009	25,20 ± 0,15

$$s_{A(t)} = \sqrt{(0{,}05\,\text{cm})^2 + (0{,}02\,\text{cm} + 1\cdot 10^{-3}\cdot(\ell))^2 + (0{,}0035\cdot \ell)^2}$$

1) $s_{A(t)}$ siehe oben

2) $s_{A(t)} = \sqrt{(0{,}05\,\text{cm})^2 + (0{,}02\,\text{cm} + 1\cdot 10^{-3}\cdot 4{,}65\,\text{cm})^2 + (0{,}0035\cdot 4{,}65\,\text{cm})^2} = 0{,}05807321349\,\text{cm}$
$\approx 0{,}06\,\text{cm}$

3) $s_{A(t)} = \sqrt{(0{,}05\,\text{cm})^2 + (0{,}02\,\text{cm} + 1\cdot 10^{-3}\cdot 3{,}80\,\text{cm})^2 + (0{,}0035\cdot 3{,}80\,\text{cm})^2} = 0{,}05695024144\,\text{cm}$
$\approx 0{,}06\,\text{cm}$

4) $s_{A(t)} = \sqrt{(0{,}05\,\text{cm})^2 + (0{,}02\,\text{cm} + 1\cdot 10^{-3}\cdot 2{,}93\,\text{cm})^2 + (0{,}0035\cdot 2{,}93\,\text{cm})^2} = 0{,}05595489188\,\text{cm}$
$\approx 0{,}06\,\text{cm}$

5) $s_{A(t)} = \sqrt{(0{,}05\,\text{cm})^2 + (0{,}02\,\text{cm} + 1\cdot 10^{-3}\cdot 2{,}40\,\text{cm})^2 + (0{,}0035\cdot 2{,}40\,\text{cm})^2} = 0{,}05542851252\,\text{cm}$
$\approx 0{,}06\,\text{cm}$

6) $s_{A(t)} = \sqrt{(0{,}05\,\text{cm})^2 + (0{,}02\,\text{cm} + 1\cdot 10^{-3}\cdot 1{,}90\,\text{cm})^2 + (0{,}0035\cdot 1{,}90\,\text{cm})^2} = 0{,}05498938534\,\text{cm}$
$\approx 0{,}05\,\text{cm}$

7) $s_{A(t)} = \sqrt{(0{,}05\,cm)^2 + (0{,}02\,cm + 1\cdot 10^{-3}\cdot 1{,}50\,cm)^2 + (0{,}0035\cdot 1{,}50\,cm)^2} = 0{,}0546791779\,cm$
$\approx 0{,}05\,cm$

8) $s_{A(t)} = \sqrt{(0{,}05\,cm)^2 + (0{,}02\,cm + 1\cdot 10^{-3}\cdot (1{,}20\,cm))^2 + (0{,}0035\cdot 1{,}20\,cm)^2} = 0{,}05447090967\,cm$
$\approx 0{,}05\,cm$

9) $s_{A(t)} = \sqrt{(0{,}05\,cm)^2 + (0{,}02\,cm + 1\cdot 10^{-3}\cdot 0{,}93\,cm)^2 + (0{,}0035\cdot 0{,}93\,cm)^2} = 0{,}05430156465\,cm$
$\approx 0{,}05\,cm$

10) $s_{A(t)} = \sqrt{(0{,}05\,cm)^2 + (0{,}02\,cm + 1\cdot 10^{-3}\cdot 0{,}75\,cm)^2 + (0{,}0035\cdot 0{,}75\,cm)^2} = 0{,}05419827603\,cm$
$\approx 0{,}05\,cm$

11) $s_{A(t)} = \sqrt{(0{,}05\,cm)^2 + (0{,}02\,cm + 1\cdot 10^{-3}\cdot 0{,}55\,cm)^2 + (0{,}0035\cdot 0{,}55\,cm)^2} = 0{,}05409258845\,cm$
$\approx 0{,}05\,cm$

12) $s_{A(t)} = \sqrt{(0{,}05\,cm)^2 + (0{,}02\,cm + 1\cdot 10^{-3}\cdot 0{,}45\,cm)^2 + (0{,}0035\cdot 0{,}45\,cm)^2} = 0{,}05404334487\,cm$
$\approx 0{,}05\,cm$

13) $s_{A(t)} = \sqrt{(0{,}05\,cm)^2 + (0{,}02\,cm + 1\cdot 10^{-3}\cdot 0{,}34\,cm)^2 + (0{,}0035\cdot 0{,}34\,cm)^2} = 0{,}05399195959\,cm$
$\approx 0{,}05\,cm$

14) $s_{A(t)} = \sqrt{(0{,}05\,cm)^2 + (0{,}02\,cm + 1\cdot 10^{-3}\cdot 0{,}24\,cm)^2 + (0{,}0035\cdot 0{,}24\,cm)^2} = 0{,}05394778216\,cm$
$\approx 0{,}05$

15) $s_{A(t)} = \sqrt{(0{,}05\,cm)^2 + (0{,}20\,cm + 1\cdot 10^{-3}\cdot 0{,}20\,cm)^2 + (0{,}0035\cdot 0{,}20\,cm)^2} = 0{,}05393078[illegible]\,cm$
$\approx 0{,}05\,cm$

Fehlerrechnung von $A(t)/A_0$:

$$\frac{\partial A(t)/A_0}{\partial A(t)} = \frac{1}{A_0} \quad ; \quad \frac{\partial A(t)/A_0}{\partial A_0} = -\frac{A(t)}{A_0^2}$$

$$s = \sqrt{\left(\frac{1}{A_0}\cdot s_{A(t)}\right)^2 + \left(-\frac{A(t)}{A_0^2}\cdot s_{A_0}\right)^2} \quad ; \quad \frac{A(t)}{A_0} = \overline{\frac{A(t)}{A_0}} \pm s$$

1) $s_1 = \sqrt{\left(\frac{1}{5{,}70\,cm}\cdot 0{,}06\,cm\right)^2 + \left(\frac{5{,}70\,cm}{(5{,}70\,cm)^2}\cdot 0{,}06\,cm\right)^2} = 0{,}01488645855$
$\approx 0{,}015$

$\frac{A(t)}{A_0} = \frac{5{,}70\,cm}{5{,}70\,cm} \pm 0{,}015 = 1{,}000 \pm 0{,}015$

2) $s_2 = \sqrt{\left(\frac{0{,}06\,cm}{5{,}70\,cm}\right)^2 + \left(\frac{4{,}65\,cm}{(5{,}70\,cm)^2}\cdot 0{,}06\,cm\right)^2} = 0{,}01358470836 \approx 0{,}014$

$\frac{A(t)}{A_0} = \frac{4{,}65\,cm}{5{,}70\,cm} \pm 0{,}014 = 0{,}816 \pm 0{,}014$

3) $s_3 = \sqrt{\left(\frac{0{,}06cm}{5{,}70cm}\right)^2 + \left(\frac{3{,}80cm}{(5{,}70cm)^2}\cdot 0{,}06cm\right)^2} = 0{,}012651057111 \approx 0{,}013$

4) $s_4 = \sqrt{\left(\frac{0{,}06cm}{5{,}70cm}\right)^2 + \left(\frac{2{,}93cm}{(5{,}70cm)^2}\cdot 0{,}06cm\right)^2} = 0{,}0118358684 \approx 0{,}012$

5) $s_5 = \sqrt{\left(\frac{0{,}06cm}{5{,}70cm}\right)^2 + \left(\frac{2{,}40cm}{(5{,}70cm)^2}\cdot 0{,}06cm\right)^2} = 0{,}0114213452 \approx 0{,}011$

6) $s_6 = \sqrt{\left(\frac{0{,}05cm}{5{,}70cm}\right)^2 + \left(\frac{1{,}90cm}{(5{,}70cm)^2}\cdot 0{,}05cm\right)^2} = 0{,}0094476575 \approx 0{,}009$

7) $s_7 = \sqrt{\left(\frac{0{,}05cm}{5{,}70cm}\right)^2 + \left(\frac{1{,}50cm}{(5{,}70cm)^2}\cdot 0{,}05cm\right)^2} = 0{,}009198913 \approx 0{,}009$

8) $s_8 = \sqrt{\left(\frac{0{,}05cm}{5{,}70cm}\right)^2 + \left(\frac{1{,}20cm}{(5{,}70cm)^2}\cdot 0{,}05cm\right)^2} = 0{,}0090475247 \approx 0{,}009$

9) $s_9 = \sqrt{\left(\frac{0{,}05cm}{5{,}70cm}\right)^2 + \left(\frac{0{,}93cm}{(5{,}70cm)^2}\cdot 0{,}05cm\right)^2} = 0{,}0089384782 03 \approx 0{,}009$

10) $s_{10} = \sqrt{\left(\frac{0{,}05cm}{5{,}70cm}\right)^2 + \left(\frac{0{,}75cm}{(5{,}70cm)^2}\cdot 0{,}05cm\right)^2} = 0{,}00888060206 \approx 0{,}009$

11) $s_{11} = \sqrt{\left(\frac{0{,}05cm}{5{,}70cm}\right)^2 + \left(\frac{0{,}55cm}{(5{,}70cm)^2}\cdot 0{,}05cm\right)^2} = 0{,}0088305375 5 \approx 0{,}009$

12) $s_{12} = \sqrt{\left(\frac{0{,}05cm}{5{,}70cm}\right)^2 + \left(\frac{0{,}45cm}{(5{,}70cm)^2}\, 0{,}05cm\right)^2} = 0{,}00881120623 \approx 0{,}009$

13) $s_{13} = \sqrt{\left(\frac{0{,}05cm}{5{,}70cm}\right)^2 + \left(\frac{0{,}34cm}{(5{,}70cm)^2}\, 0{,}05cm\right)^2} = 0{,}0087943728 0 \approx 0{,}009$

14) $s_{14} = \sqrt{\left(\frac{0{,}05cm}{5{,}70cm}\right)^2 + \left(\frac{0{,}24cm}{(5{,}70cm)^2}\cdot 0{,}05cm\right)^2} = 0{,}00878311965 \approx 0{,}009$

15) $s_{15} = \sqrt{\left(\frac{0{,}05cm}{5{,}70cm}\right)^2 + \left(\frac{0{,}20cm}{(5{,}70cm)^2}\cdot 0{,}05cm\right)^2} = 0{,}008779702 \approx 0{,}009$

Das macht man dann besser mit Rechner.

$v = \frac{x}{t(x)} \iff t(x) = \frac{x}{v}$

$v = \frac{1}{2}\frac{cm}{s}$; $s_\ell = \sqrt{(0{,}05cm)^2 + (0{,}02cm + 1\cdot 10^{-3}\cdot \ell)^2 + (0{,}0035\cdot \ell)^2}$

1) $t(x)_1 = \frac{x}{v} = \frac{0cm}{\frac{1}{2}cm/s} = 0{,}00s$

2) $t(x)_2 = \frac{x}{v} = \frac{0{,}9cm}{\frac{1}{2}cm/s} = 1{,}80s$

$s_{t_2} = \sqrt{\left(\frac{1}{v}\cdot s_\ell\right)^2} = \frac{s_\ell}{v} = 2\frac{s}{cm}\cdot 0{,}054283814cm = 0{,}108567628s \approx 0{,}11s$

3) $t(x)_3 = \frac{x}{v} = \frac{1{,}8cm}{\frac{1}{2}cm/s} = 3{,}60s$

$s_{t_3} = 2\frac{s}{cm} \cdot s_\ell = 2 \cdot \frac{s}{cm} \cdot 0{,}054908378cm = 0{,}109816756s \approx 0{,}11s$ 13)

4) $t(x)_4 = \frac{x}{v} = \frac{2{,}7cm}{\frac{1}{2}cm/s} = 5{,}40s$

$s_{t_4} = 2\frac{s}{cm} \cdot s_\ell = 2\frac{s}{cm} \cdot 0{,}05571887cm = 0{,}11143774s \approx 0{,}11s$ 14)

5) $t(x)_5 = \frac{x}{v} = \frac{3{,}6cm}{1/2\,cm/s} = 7{,}20s$

$s_{t_5} = 2\frac{s}{cm} \cdot s_\ell = 2\frac{s}{cm} \cdot 0{,}056707318cm = 0{,}113414637s \approx 0{,}11s$ 15)

6) $t(x)_6 = \frac{x}{v} = \frac{4{,}5cm}{1/2\,cm/s} = 9{,}00s$

$s_{t_6} = 2\frac{s}{cm} \cdot s_\ell = 2\frac{s}{cm} \cdot 0{,}057864604cm = 0{,}115729709s \approx 0{,}12s$

7) $t(x)_7 = \frac{x}{v} = \frac{5{,}4cm}{1/2\,cm/s} = 10{,}80s$

$s_{t_7} = 2\frac{s}{cm} \cdot s_\ell = 2\frac{s}{cm} \cdot 0{,}059180824cm = 0{,}118361649s \approx 0{,}12s$

8) $t(x)_8 = \frac{x}{v} = \frac{6{,}3cm}{1/2\,cm/s} = 12{,}60s$

$s_{t_8} = 2\frac{s}{cm} \cdot s_\ell = 2\frac{s}{cm} \cdot 0{,}06064563\,cm = 0{,}121291261s \approx 0{,}12s$

9) $t(x)_9 = \frac{x}{v} = \frac{7{,}2cm}{1/2\,cm/s} = 14{,}40s$

$s_{t_9} = 2\frac{s}{cm} \cdot s_\ell = 2\frac{s}{cm} \cdot 0{,}06248534\,cm = 0{,}124497068\,s \approx 0{,}12s$

10) $t(x)_{10} = \frac{x}{v} = \frac{8{,}1cm}{1/2\,cm/s} = 16{,}20s$

$s_{t_{10}} = 2\frac{s}{cm} \cdot s_\ell = 2\frac{s}{cm} \cdot 0{,}063979156\,cm = 0{,}127958313s \approx 0{,}13s$

11) $t(x)_{11} = \frac{x}{v} = \frac{9{,}0cm}{1/2\,cm/s} = 18{,}00s$

$s_{t_{11}} = 2\frac{s}{cm} \cdot s_\ell = 2\frac{s}{cm} \cdot 0{,}065827425\,cm = 0{,}13165485s \approx 0{,}13s$

12) $t(x)_{12} = \frac{x}{v} = \frac{9{,}9cm}{1/2\,cm/s} = 19{,}80s$

$s_{t_{12}} = 2\frac{s}{cm} \cdot s_\ell = 2\frac{s}{cm} \cdot 0{,}067783718\,cm = 0{,}135567437s \approx 0{,}14s$

13) $t(x)_{13} = \frac{x}{v} = \frac{10,8\,cm}{1/2\,cm/s} = 21,6\,s$

$s_{t_{13}} = 2\frac{s}{cm}\cdot s_e = 2\frac{s}{cm}\cdot 0,069838957\,cm = 0,139677915\,s \simeq 0,14\,s$

14) $t(x_{14}) = \frac{x}{v} = \frac{11,7\,cm}{1/2\,cm/s} = 23,4\,s$

$s_{t_{14}} = 2\frac{s}{cm}\cdot s_e = 2\frac{s}{cm}\cdot 0,071984668\,cm = 0,143969337\,s \approx 0,14\,s$

15) $t(x)_{15} = \frac{x}{v} = \frac{12,6\,cm}{1/2\,cm/s} = 25,2\,s$

$s_{t_{15}} = 2\frac{s}{cm}\cdot s_e = 2\frac{s}{cm}\cdot 0,074213004\,cm = 0,148426008\,s \approx 0,15\,s$

$\tau_b = \frac{1}{\lambda_b}$ mit $\lambda_b = \frac{\Delta y}{\Delta t} = \frac{y_2-y_1}{t_2-t_1} = \frac{\ln(0,079)-\ln(1)}{(19,80\,s - 0\,s)\frac{1}{2}} =$

mit $y_i = A(t_i)/A_0$

← wegen t-Skalen-Einteilung von 2 s

$= -0,2563946895\,\frac{1}{s}$

$\Rightarrow \tau_b = \frac{1}{\lambda_b} = \underline{-3,900236786\,s} \approx -3,90\,s$ Negative Zeit?

· Fehlerrechnung von τ:

$\tau = \frac{1}{\lambda} = \frac{t_2-t_1}{y_2-y_1}$

$\frac{\partial\tau}{\partial t_2} = \frac{1}{y_2-y_1}$; $\frac{\partial\tau}{\partial t_1} = -\frac{1}{y_2-y_1}$; $\frac{\partial\tau}{\partial y_2} = -\frac{t_2-t_1}{(y_2-y_1)^2}$;

$\frac{\partial\tau}{\partial y_1} = \frac{t_2-t_1}{(y_2-y_1)^2}$

$\Rightarrow s_\tau = \left[\left(\frac{1}{y_2-y_1} s_{t_2}\right)^2 + \left(-\frac{1}{y_2-y_1}\cdot s_{t_1}\right)^2 + \left(-\frac{t_2-t_1}{y_2^2}\cdot s_{y_2}\right)^2 + \left(\frac{t_2-t_1}{y_1^2}\cdot s_{y_1}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}} =$

$= \left[\left(\frac{1}{\ln(0,079)-\ln(1)}\cdot 0,135567437\,s\right)^2 + \left(-\frac{1}{\ln(0,079)-\ln(1)}\cdot 0,00\,s\right)^2 + \left(-\frac{19,80\,s-0\,s}{(\ln(0,079)-\ln(1))^2}\cdot 0,008811720623\right)^2 +\right.$

$\left. + \left(\frac{19,80\,s-0\,s}{(\ln(0,079)-\ln(1))^2}\cdot 0,01488645855\right)^2\right]^{\frac{1}{2}} =$

$= \left[0,002852478174\,s^2 + 0\,s^2 + 0,0007332029966\,s^2 + 0,002092841236\,s^2\right]^{\frac{1}{2}}$

$= \underline{0,07535597127\,s} \approx 0,08\,s$

$\Rightarrow \tau_b = -3{,}90\,s \pm 0{,}08\,s$ f

c) Bestimmung von ω und τ für $I_B = 0{,}5\,A$

Fehler des Geodreiecks:

Ablesefehler: 0,05 cm ; Fehler x-t-Schreiber: 0,35%

$\Delta s = 0{,}02\,cm + 1\cdot 10^{-3}\cdot l = 0{,}02\,cm + 1\cdot 10^{-3}\cdot(9\,cm) = 0{,}029\,cm$

$s_e = \sqrt{(0{,}05\,cm)^2 + (0{,}02\,cm + 1\cdot 10^{-3}\cdot 9\,cm)^2 + (0{,}0035\cdot 9\,cm)^2} =$

$= \sqrt{0{,}0025\,cm^2 + 0{,}000841\,cm^2 + 0{,}09925\,cm^2} = \underline{0{,}32025927\,cm}$

$\approx 0{,}32\,cm$

Man erhält 6 Schwingungen in $\underline{9{,}00\,cm \pm 0{,}32\,cm}$

$x = 9{,}00\,cm \pm 0{,}32\,cm$

$n = 6$

$v = 50\,\frac{cm}{min} = \frac{5}{6}\,\frac{cm}{s}$ (Geschw. des Papiers)

$\omega_{0,2} = \frac{2\pi}{T_2}$; $T_2 = \frac{t_b}{n}$ mit $t_b = \frac{x}{v}$

$\Rightarrow \omega_{0,2} = \frac{2\pi v n}{x} = \frac{2\pi\cdot\frac{5}{6}\frac{cm}{s}\cdot 6}{9{,}0\,cm} = \underline{3{,}490658504\,\frac{1}{s}} \approx 3{,}491\,\frac{1}{s}$

$s_{\omega_{0,2}} = \sqrt{\left(\frac{\partial \omega_{0,2}}{\partial s}\right)^2\cdot s_e^2} = \frac{2\pi v\cdot n\cdot s_e}{x^2} = \underline{0{,}12421286\,\frac{1}{s}}$

$\approx 0{,}124\,\frac{1}{s}$

$\Rightarrow \omega_{0,2} = 3{,}491\,\frac{1}{s} \pm 0{,}124\,\frac{1}{s}$

Vergleicht man nun $\omega_{0,2}$ mit $\omega_{0,1}$, stellt man fest, dass diese identisch sind, insbesondere ihre Fehler. Das liegt daran, dass bei gleichem ~~Zeitintervall~~ Weginterwall n von v abhängig sind, d.h. wenn man v erhöht wird n kleiner und umgekehrt.

Man erhält x und n analog zu 5.1.2 b). Auch τ wird wie in 5.1.2 b) bestimmt.

A_0 ist Anfangsamplitude : $A_0 = 10{,}90\,cm$

$$s_{A_0} = \sqrt{(0{,}05\,cm)^2 + (0{,}02\,cm + 1\cdot 10^{-3}(10{,}90\,cm))^2 + (0{,}0035\cdot 10{,}90\,cm)^2} =$$

$$= \sqrt{0{,}0025\,cm^2 + 0{,}00095481\,cm^2 + 0{,}0014554225\,cm^2} =$$

$$= \underline{0{,}07007305\,cm} \approx 0{,}07\,cm$$

$$\Rightarrow \underline{A_0 = 10{,}90\,cm \pm 0{,}07\,cm}$$

$$\phi(t) = A_0\, e^{-\lambda t}$$

$$\Rightarrow f(t) = A_0 \cos(\omega t)\, e^{-\lambda t} \quad ; \quad \tau = \frac{1}{\lambda} \; ; \; \lambda = \frac{1}{\tau}$$

$$\Rightarrow f(\tau) = \cos(\omega\tau)\,\frac{A_0}{e}$$

$A(t)$: Die Amplituden werden aus den Aufzeichnungen des x-t-Schreibers abgemessen.

$$t(x) = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi} \quad \text{mit } \omega \text{ aus } 5.1.2\ b)$$

$$T = \frac{x}{nv} = \frac{9\,cm}{6\cdot\frac{5}{6}\frac{cm}{s}} = 1{,}80\,s$$

$$s_T = \sqrt{\left(\frac{\partial T}{\partial x} s_\ell\right)^2} = \frac{1}{nv} s_\ell = \frac{1}{6\cdot\frac{5}{6}\frac{cm}{s}}\cdot 0{,}32025927\,cm = 0{,}06405184\,s$$

$$\approx 0{,}06\,s$$

$$\Rightarrow \underline{T = 1{,}80\,s \pm 0{,}06\,s}$$

	$A(t)$ in cm	$A(t)/A_0$	$t(x)$ in s
1)	10,90 ± 0,07	1,000 ± 0,009	0,00 ± 0,00
2)	6,55 ± 0,06	0,601 ± 0,007	1,80 ± 0,07
3)	3,90 ± 0,06	0,358 ± 0,006	3,60 ± 0,07
4)	2,25 ± 0,06	0,206 ± 0,006	5,40 ± 0,07
5)	1,32 ± 0,05	0,121 ± 0,005	7,20 ± 0,07
6)	0,80 ± 0,05	0,073 ± 0,005	9,00 ± 0,08
7)	0,43 ± 0,05	0,039 ± 0,005	10,80 ± 0,08
8)	0,26 ± 0,05	0,024 ± 0,005	12,60 ± 0,08

$$s_{A(t)} = \sqrt{(0{,}05\,cm)^2 + (0{,}02\,cm + 1\cdot 10^{-3}\cdot \ell) + (0{,}0035\cdot \ell)^2}$$

1) $s_{A(t)}$ siehe oben

2) $s_{A(t)} = \sqrt{(0{,}05\,cm)^2 + (0{,}02\,cm + 1\cdot 10^{-3}\cdot 6{,}55\,cm)^2 + (0{,}0035\cdot 6{,}55\,cm)^2} = 0{,}0610774764\,cm$
$\approx 0{,}06\,cm$

3) $s_{A(t)} = \sqrt{(0{,}05\,cm)^2 + (0{,}02\,cm + 1\cdot 10^{-3}\cdot 3{,}90\,cm)^2 + (0{,}0035\cdot 3{,}90\,cm)^2} = 0{,}05707479742\,cm \approx 0{,}06\,cm$

4) $s_{A(t)} = \sqrt{(0{,}05\,cm)^2 + (0{,}02\,cm + 1\cdot 10^{-3}\cdot 2{,}25\,cm)^2 + (0{,}0035\cdot 2{,}25\,cm)^2} = 0{,}05529085028\,cm \approx 0{,}06\,cm$

5) $s_{A(t)} = \sqrt{(0{,}05\,cm)^2 + (0{,}02\,cm + 1\cdot 10^{-3}\cdot 1{,}32\,cm)^2 + (0{,}0035\cdot 1{,}32\,cm)^2} = 0{,}05455168925\,cm \approx 0{,}05\,cm$

6) $s_{A(t)} = \sqrt{(0{,}05\,cm)^2 + (0{,}02\,cm + 1\cdot 10^{-3}\cdot 0{,}80\,cm)^2 + (0{,}0035\cdot 0{,}80\,cm)^2} = 0{,}05422619293\,cm \approx 0{,}05\,cm$

7) $s_{A(t)} = \sqrt{(0{,}05\,cm)^2 + (0{,}02\,cm + 1\cdot 10^{-3}\cdot 0{,}43\,cm)^2 + (0{,}0035\cdot 0{,}43\,cm)^2} = 0{,}05403378503\,cm \approx 0{,}05\,cm$

8) $s_{A(t)} = \sqrt{(0{,}05\,cm)^2 + (0{,}02\,cm + 1\cdot 10^{-3}\cdot 0{,}26\,cm)^2 + (0{,}0035\cdot 0{,}26\,cm)^2} = 0{,}05395642408\,cm \approx 0{,}05\,cm$

<u>Fehlerrechnung von $A(t)/A_0$:</u>

$$\frac{\partial A(t)/A_0}{\partial A(t)} = \frac{1}{A_0} \; ; \; \frac{\partial A(t)/A_0}{\partial A_0} = -\frac{A(t)}{A_0^2}$$

$$s = \sqrt{\left(\frac{1}{A_0}\cdot s_{A(t)}\right)^2 + \left(-\frac{A(t)}{A_0^2}\cdot s_{A_0}\right)^2}$$

1) $s_1 = \sqrt{\left(\frac{1}{10{,}90\,cm}\cdot 0{,}07\,cm\right)^2 + \left(-\frac{10{,}90\,cm}{(10{,}90\,cm)^2}\cdot 0{,}07\,cm\right)^2} = 0{,}009082105446$
$\approx 0{,}009$

$\frac{A(t)}{A_0} = \frac{10{,}90\,cm}{10{,}90\,cm} \pm 0{,}009 = 1{,}000 \pm 0{,}009$

2) $s_2 = \sqrt{\left(\frac{1}{10{,}90\,cm}\cdot 0{,}06\,cm\right)^2 + \left(-\frac{6{,}55\,cm}{(10{,}90\,cm)^2}\cdot 0{,}07\,cm\right)^2} = 0{,}006722585361$
$\approx 0{,}007$

$\frac{A(t)}{A_0} = \frac{6{,}55\,cm}{10{,}90\,cm} \pm 0{,}007 = 0{,}601 \pm 0{,}007$

3) $s_3 = \sqrt{\left(\frac{1}{10{,}9\,cm}\cdot 0{,}06\,cm\right)^2 + \left(\frac{3{,}90\,cm}{(10{,}9\,cm)^2}\cdot 0{,}07\,cm\right)^2} = 0{,}005964922633 \approx 0{,}006$

4) $s_4 = \sqrt{\left(\frac{1}{10{,}9\,cm}\cdot 0{,}06\,cm\right)^2 + \left(\frac{2{,}25\,cm}{(10{,}9\,cm)^2}\cdot 0{,}07\,cm\right)^2} = 0{,}005661962296 \approx 0{,}006$

5) $s_5 = \sqrt{\left(\frac{1}{10{,}9\,cm}\cdot 0{,}05\,cm\right)^2 + \left(\frac{1{,}32\,cm}{(10{,}9\,cm)^2}\cdot 0{,}07\,cm\right)^2} = 0{,}004652616068 \approx 0{,}005$

6) $s_6 = \sqrt{\left(\frac{1}{10{,}9\,cm}\cdot 0{,}05\,cm\right)^2 + \left(\frac{0{,}80\,cm}{(10{,}9\,cm)^2}\cdot 0{,}07\,cm\right)^2} = 0{,}004611308055 \approx 0{,}005$

7) $s_7 = \sqrt{\left(\frac{1}{10{,}9\,cm}\cdot 0{,}05\,cm\right)^2 + \left(\frac{0{,}43\,cm}{(10{,}9\,cm)^2}\cdot 0{,}07\,cm\right)^2} = 0{,}004594146696 \approx 0{,}005$

8) $s_8 = \sqrt{\left(\frac{1}{10{,}9\,cm}\cdot 0{,}05\,cm\right)^2 + \left(\frac{0{,}26\,cm}{(10{,}9\,cm)^2}\cdot 0{,}07\,cm\right)^2} = 0{,}004589713031 \approx 0{,}005$

$v = \frac{x}{t(x)} \Rightarrow t(x) = \frac{x}{v}$

$v = \frac{5}{6}\,\frac{cm}{s}$

$s_\ell = \left[(0{,}05\,cm)^2 + (0{,}02\,cm + 1\cdot 10^{-3}\cdot \ell)^2 + (0{,}0035\cdot \ell)^2\right]^{\frac{1}{2}}$

1) $t(x)_1 = \frac{x}{v} = \frac{0\,cm}{5/6\,cm/s} = 0\,s$

2) $t(x)_2 = \frac{x}{v} = \frac{1{,}5\,cm}{5/6\,cm/s} = 1{,}80\,s$

$s_{t_2} = \left[\left(\frac{1}{v}s_\ell\right)^2\right]^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{v}\cdot s_\ell = \frac{6}{5}\,\frac{s}{cm}\cdot 0{,}054679179\,cm = 0{,}065615013\,s \approx 0{,}07\,s$

3) $t(x)_3 = \frac{x}{v} = \frac{3{,}0\,cm}{5/6\,cm/s} = 3{,}60\,s$

$s_{t_3} = \frac{1}{v}\cdot s_\ell = \frac{6}{5}\,\frac{s}{cm}\cdot 0{,}05602901\,cm = 0{,}067234812\,s \approx 0{,}07\,s$

4) $t(x)_4 = \frac{x}{v} = \frac{4{,}5\,cm}{5/6\,cm/s} = 5{,}40\,s$

$s_{t_4} = \frac{1}{v}\cdot s_\ell = \frac{6}{5}\,\frac{s}{cm}\cdot 0{,}057864604\,cm = 0{,}069437525\,s \approx 0{,}07\,s$

5) $t(x)_5 = \frac{x}{v} = \frac{6{,}0\,cm}{5/6\,cm/s} = 7{,}20\,s$

$s_{t_5} = \frac{1}{v}\cdot s_\ell = \frac{6}{5}\,\frac{s}{cm}\cdot 0{,}060141499\,cm = 0{,}072169799\,s \approx 0{,}07\,s$

6) $t(x)_6 = \frac{x}{v} = \frac{7{,}5\,cm}{5/6\,cm/s} = 9{,}00\,s$

$s_{t_6} = \frac{1}{v}\cdot s_\ell = \frac{6}{5}\,\frac{s}{cm}\cdot 0{,}062811722\,cm = 0{,}075374067\,s \approx 0{,}08\,s$

7) $t(x)_7 = \frac{x}{v} = \frac{9{,}0\,cm}{5/6\,cm/s} = 10{,}80\,s$

$s_{t_7} = \frac{1}{v}\cdot s_\ell = \frac{6}{5}\,\frac{s}{cm}\cdot 0{,}065827425\,cm = 0{,}078992911\,s \approx 0{,}08\,s$

8) $t(x)_8 = \frac{x}{v} = \frac{10{,}5\,cm}{5/6\,cm/s} = 12{,}6\,s$

$s_{t_8} = \frac{1}{v}\cdot s_\ell = \frac{6}{5}\,\frac{s}{cm}\cdot 0{,}069143419\,cm = 0{,}082972103\,s \approx 0{,}08\,s$

τ_c:

$\tau_c = \frac{1}{\lambda_c}$ mit $\lambda_c = \frac{\Delta y}{\Delta t} = \frac{y_2 - y_1}{t_2 - t_1} = \frac{\ln(0{,}024) - \ln(1)}{(12{,}60\,s - 0\,s)\cdot\frac{1}{2}} =$

mit $y_i = A(t_i)/A_0$

$\frac{1}{2}$ wegen t-Skala Einteilung von 2s

$= -0{,}592016103\,\frac{1}{s}$

$\Rightarrow \tau_c = \frac{1}{\lambda_c} = \underline{-1{,}689143243\,s} \approx -1{,}690\,s$

Fehlerrechnung von τ:

$$\tau = \frac{1}{\lambda} = \frac{t_2 - t_1}{y_2 - y_1}$$

$$\frac{\partial \tau}{\partial t_2} = \frac{1}{y_2 - y_1} \;;\; \frac{\partial \tau}{\partial t_1} = -\frac{1}{y_2 - y_1} \;;\; \frac{\partial \tau}{\partial y_2} = -\frac{t_2 - t_1}{(y_2 - y_1)^2} \;;\; \frac{\partial \tau}{\partial y_1} = \frac{t_2 - t_1}{(y_2 - y_1)^2}$$

$$\Rightarrow s_\tau = \left[\left(\frac{1}{y_2 - y_1} \cdot s_{t_2}\right)^2 + \left(-\frac{1}{y_2 - y_1} \cdot s_{t_1}\right)^2 + \left(-\frac{t_2 - t_1}{(y_2 - y_1)^2} s_{y_2}\right)^2 + \left(\frac{t_2 - t_1}{(y_2 - y_1)^2} s_{y_1}\right)^2\right]^{1/2} =$$

$$= \left[\left(\frac{1}{\ln(0{,}024)} \cdot 0{,}082972103\,s\right)^2 + 0 + \left(-\frac{12{,}6\,s}{(\ln(0{,}024))^2} \cdot 0{,}005589713031\right)^2 + \left(\frac{12{,}6\,s}{(\ln(0{,}024))^2}\, 0{,}009082105446\right)^2\right]^{1/2} =$$

$$= \left[0{,}000491907821 8\,s^2 + 0{,}000017282870 59\,s^2 + 0{,}000067673383 87\,s^2\right]^{1/2}$$

$$= 0{,}024017994\,s \approx 0{,}024\,s$$

$$\Rightarrow \underline{\tau_c = -1{,}690\,s \pm 0{,}024\,s}$$

d) Bestimmung von ω und τ für $I_0 = 0{,}8\,A$

Fehler des Geodreiecks:

Ablesefehler: 0,05 cm ; Fehler x-t-Schreiber: 0,35 %

$$\Delta s = 0{,}02\,cm + 1 \cdot 10^{-3} \cdot l = 0{,}02\,cm + 1 \cdot 10^{-3} \cdot 4{,}5\,cm = 0{,}0245\,cm$$

$$s_l = \sqrt{(0{,}05\,cm)^2 + (0{,}02\,cm + 1 \cdot 10^{-3} \cdot 4{,}5\,cm)^2 + (0{,}0035 \cdot 4{,}5\,cm)^2} =$$

$$= \sqrt{0{,}0025\,cm^2 + 0{,}00060025\,cm^2 + 0{,}000248062 5\,cm^2} =$$

$$= 0{,}057884043\,cm \approx 0{,}06\,cm$$

Man erhält 3 Schwingungen in $\underline{4{,}50\,cm \pm 0{,}06\,cm}$

$x = 4{,}50\,cm \pm 0{,}06\,cm$

$n = 3$

$v = 50\,\frac{cm}{min} = \frac{5}{6}\,\frac{cm}{s}$ (Geschw. des Papiers)

$$\omega_{0,3} = \frac{2\pi}{T_3} \;;\; T_3 = \frac{t_c}{n} \quad \text{mit } t_c = \frac{x}{v}$$

$$\Rightarrow \omega_{0,3} = \frac{2\pi\, v \cdot n}{x} = \frac{2\pi\, \frac{5}{6}\frac{cm}{s} \cdot 3}{4{,}5\,cm} = 3{,}490658504\,\frac{1}{s}$$

$$\approx \underline{3{,}491\,\frac{1}{s}}$$

$$s_{w_{0,3}} = \sqrt{\left(\frac{\partial w_{0,3}}{\partial s} s_e\right)^2} = \frac{2\pi v \cdot n \cdot s_e}{x^2} = \frac{2\pi \cdot \frac{5}{6}\frac{cm}{1} \cdot 3 \cdot 0{,}057884043\,cm}{(4{,}5\,cm)^2} =$$

$$= 0{,}449007615\,\frac{1}{s} \simeq 0{,}449\,\frac{1}{s}$$

$$\Rightarrow w_{0,3} = 3{,}491\,\frac{1}{s} \pm 0{,}449\,\frac{1}{s}$$

Vergleicht man $w_{0,3}$ mit $w_{0,1}$ bzw. $w_{0,2}$, stellt man fest, dass die Ungenauigkeit des Ergebnisses gestiegen ist. Das liegt daran, dass das Wegintervall halbiert wurde und bei der Fehlerrechnung im Nenner zum Quadrat steht. In diesem Fall hat er sich in Bezug auf den Fehler von $w_{0,1}$ bzw. $w_{0,2}$ knapp vervierfacht.

Man erhält x und n analog zu 5.1.2 b). Auch τ wird wie in 5.1.2 b) bestimmt.

A_0 ist Anfangsamplitude: $A_0 = 10{,}10\,cm$

$$s_{A_0} = \sqrt{(0{,}05\,cm)^2 + (0{,}02\,cm + 1\cdot10^{-3}\cdot 10{,}10\,cm)^2 + (0{,}0035\cdot 10{,}10\,cm)^2} =$$

$$= \sqrt{0{,}0025\,cm^2 + 0{,}00090601\,cm^2 + 0{,}001249225\,cm^2} =$$

$$= \underline{0{,}068229282\,cm} \approx 0{,}07\,cm$$

$$\Rightarrow A_0 = 10{,}10\,cm \pm 0{,}07\,cm$$

$$\phi(t) = A_0\, e^{-\lambda t}$$

$$\Rightarrow \varphi(t) = A_0 \cos(\omega t)\, e^{-\lambda t} \quad ; \tau = \frac{1}{\lambda}; \lambda = \frac{1}{\tau}$$

$$\Rightarrow f(\tau) = \cos(\omega \tau)\,\frac{A_0}{e}$$

$A(t)$: Die Amplituden werden aus den Aufzeichnungen des x-t-Schreibers abgemessen.

$$f(x) = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi} \qquad \text{mit } \omega \text{ aus } 5.1.2\text{ b)}$$

$$T = \frac{x}{nv} = \frac{4{,}5\,cm}{3 \cdot \frac{5}{6}\frac{cm}{s}} = 1{,}800\,s$$

$$s_T = \sqrt{\left(\frac{\partial T}{\partial x} s_\ell\right)^2} = \frac{1}{nv} \cdot s_\ell = \frac{0{,}057884043\,cm}{3 \cdot \frac{5}{6}\frac{cm}{s}} = \underline{0{,}023153617\,s}$$
$$\approx 0{,}023\,s$$

$$\Rightarrow \underline{T = 1{,}800\,s \pm 0{,}023\,s}$$

	A(t) in cm	A(t)/A₀	t(x) in s
1)	$10{,}10 \pm 0{,}07$	$1{,}000 \pm 0{,}009$	$0{,}00 \pm 0{,}00$
2)	$3{,}05 \pm 0{,}06$	$0{,}302 \pm 0{,}006$	$1{,}80 \pm 0{,}07$
3)	$0{,}90 \pm 0{,}05$	$0{,}089 \pm 0{,}005$	$3{,}60 \pm 0{,}07$
4)	$0{,}20 \pm 0{,}05$	$0{,}020 \pm 0{,}005$	$5{,}40 \pm 0{,}07$

$$s_{A(t)} = \sqrt{(0{,}05\,cm)^2 + (0{,}02\,cm + 1 \cdot 10^{-3} \cdot \ell)^2 + (0{,}0035 \cdot \ell)^2}$$

1) $s_{A(t)}$ siehe oben

2) $s_{A(t)} = \sqrt{(0{,}05\,cm)^2 + (0{,}02\,cm + 1 \cdot 10^{-3} \cdot 3{,}05\,cm)^2 + (0{,}0035 \cdot 3{,}05\,cm)^2} = 0{,}0560826009\,1\,cm \approx 0{,}06\,cm$

3) $s_{A(t)} = \sqrt{(0{,}05\,cm)^2 + (0{,}02\,cm + 1 \cdot 10^{-3} \cdot 0{,}90\,cm)^2 + (0{,}0035 \cdot 0{,}90\,cm)^2} = 0{,}05428381435\,cm \approx 0{,}05\,cm$

4) $s_{A(t)} = \sqrt{(0{,}05\,cm)^2 + (0{,}02\,cm + 1 \cdot 10^{-3} \cdot 0{,}20\,cm)^2 + (0{,}0035 \cdot 0{,}20\,cm)^2} = 0{,}05393078898\,cm \approx 0{,}05$

Fehlerrechnung von A(t)/A₀ :

$$\frac{\partial A(t)/A_0}{\partial A(t)} = \frac{1}{A_0} \; ; \; \frac{\partial A(t)/A_0}{\partial A_0} = -\frac{A(t)}{A_0^2}$$

$$s = \sqrt{\left(\frac{1}{A_0} s_{A(t)}\right)^2 + \left(-\frac{A(t)}{A_0^2} \cdot s_{A_0}\right)^2}$$

1) $s_1 = \sqrt{\left(\frac{1}{10{,}1\,cm} \cdot 0{,}07\,cm\right)^2 + \left(-\frac{10{,}1\,cm}{(10{,}1\,cm)^2} \cdot 0{,}07\,cm\right)^2} = 0{,}009801480135 \approx 0{,}009$

$$\frac{A(t)}{A_0} = \frac{10{,}1\,cm}{10{,}1\,cm} \pm 0{,}009 = 1{,}000 \pm 0{,}009$$

2) $s_2 = \sqrt{\left(\frac{1}{10{,}1\,cm} \cdot 0{,}06\,cm\right)^2 + \left(-\frac{3{,}05\,cm}{(10{,}1\,cm)^2} \cdot 0{,}07\,cm\right)^2} = 0{,}006298493662 \approx 0{,}006$

3) $s_3 = \sqrt{\left(\frac{1}{10{,}1\,cm} \cdot 0{,}05\,cm\right)^2 + \left(-\frac{0{,}90\,cm}{(10{,}1\,cm)^2} \cdot 0{,}07\,cm\right)^2} = 0{,}004988869044 \approx 0{,}005$

4) $s_4 = \sqrt{\left(\frac{1}{10{,}1\,cm} \cdot 0{,}05\,cm\right)^2 + \left(-\frac{0{,}20\,cm}{(10{,}1\,cm)^2} \cdot 0{,}07\,cm\right)^2} = 0{,}004952397041 \approx 0{,}005$

$v = \frac{x}{t(x)} \Rightarrow t(x) = \frac{x}{v}$

$v = \frac{5}{6} \frac{cm}{s}$

$s_l = [(0{,}05cm)^2 + (0{,}02cm + 1\cdot 10^{-3}\cdot l)^2 + (0{,}0035 \cdot l)^2]^{1/2}$

1) $t(x)_1 = \frac{x}{v} = \frac{0\,cm}{5/6\,\frac{cm}{s}} = 0s$

2) $t(x)_2 = \frac{x}{v} = \frac{1{,}5cm}{5/6\,\frac{cm}{s}} = 1{,}80s$

$s_{t_2} = \left[\left(\frac{1}{v}\cdot s_l\right)^2\right]^{1/2} = \frac{s_l}{v} = \frac{6}{5}\frac{s}{cm}\cdot 0{,}054679177cm = 0{,}065615013s$
$\approx 0{,}07s$

3) $t(x_3)_3 = \frac{x}{v} = \frac{3{,}0cm}{5/6\,\frac{cm}{s}} = 3{,}60s$

$s_{t_3} = \left[\left(\frac{1}{v}\cdot s_l\right)^2\right]^{1/2} = \frac{s_l}{v} = \frac{6}{5}\frac{s}{cm}\cdot 0{,}05602901cm = 0{,}067234812s \approx 0{,}07s$

4) $t(x)_4 = \frac{x}{v} = \frac{4{,}5cm}{5/6\,\frac{cm}{s}} = 5{,}40s$

$s_{t_4} = \frac{s_l}{v} = \frac{6}{5}\frac{s}{cm}\cdot 0{,}057864604cm = 0{,}069437525s \approx 0{,}07s$

τ_d: $\tau_d = \frac{1}{\lambda_d}$ mit $\lambda_d = \frac{\Delta y}{\Delta t} = \frac{y_2 - y_1}{t_2 - t_1} = \frac{\ln(0{,}020) - \ln(1)}{(5{,}40\,s - 0s)\cdot\frac{1}{2}} =$

wegen t-Skala-Einteilung von 2s

mit $y_i = \frac{A(t_i)}{A_0}$

$= -0{,}724448704\,\frac{1}{s}$

$\Rightarrow \tau_d = \frac{1}{\lambda_d} = \underline{-1{,}380359981s} \approx -1{,}380s$

<u>Fehlerrechnung von τ:</u>

$\tau = \frac{1}{\lambda} = \frac{t_2 - t_1}{y_2 - y_1}$

$\frac{\partial\tau}{\partial t_2} = \frac{1}{y_2 - y_1}$; $\frac{\partial\tau}{\partial t_1} = -\frac{1}{y_2 - y_1}$; $\frac{\partial\tau}{\partial y_2} = -\frac{t_2 - t_1}{(y_2 - y_1)^2}$; $\frac{\partial\tau}{\partial y_1} = \frac{t_2 - t_1}{(y_2 - y_1)^2}$

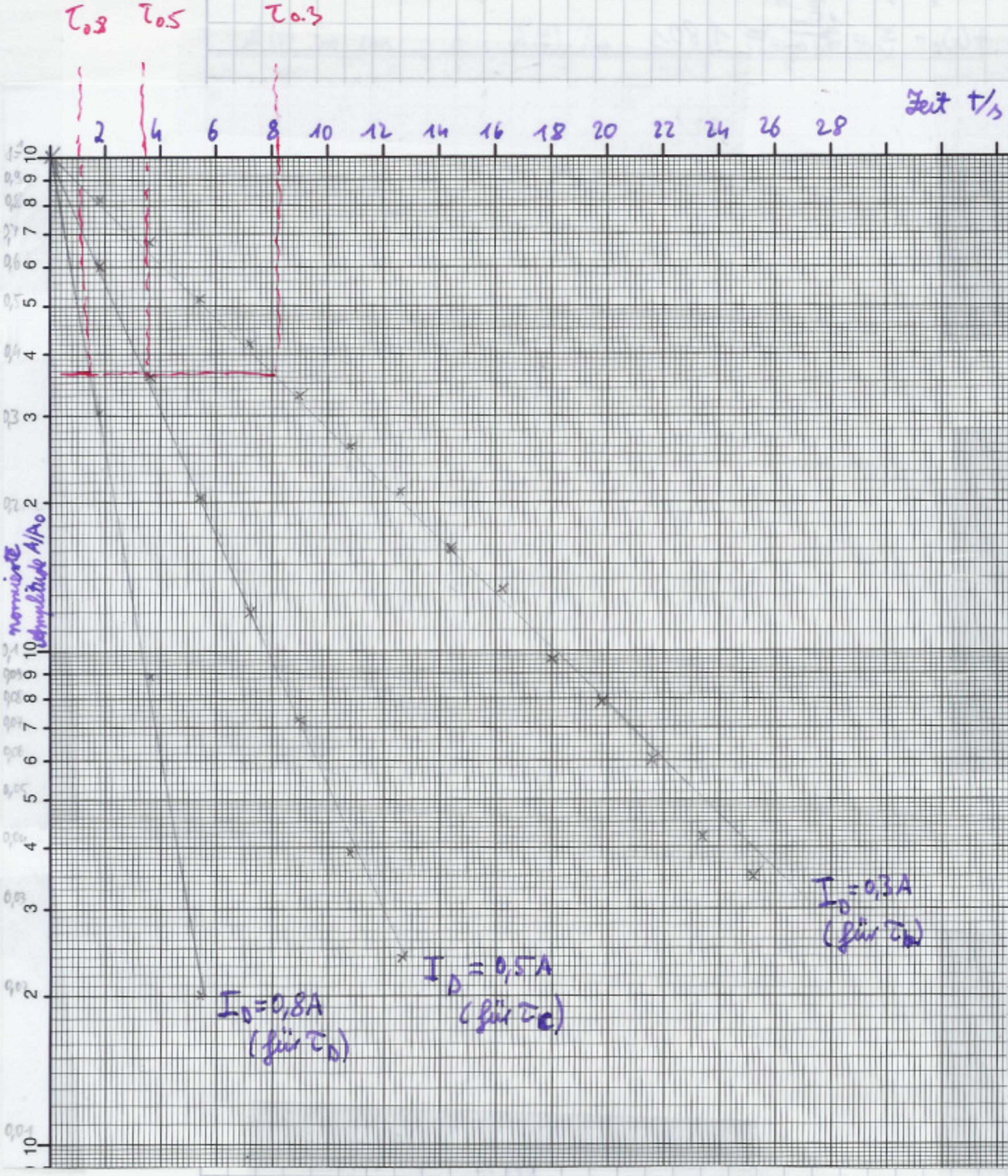
$\Rightarrow s_\tau = \left[\left(\frac{1}{y_2 - y_1} s_{t_2}\right)^2 + \left(-\frac{1}{y_2 - y_1}\cdot s_{t_1}\right)^2 + \left(-\frac{t_2 - t_1}{(y_2 - y_1)^2}\cdot s_{y_2}\right)^2 + \left(\frac{t_2 - t_1}{(y_2 - y_1)^2}\cdot s_{y_1}\right)^2\right]^{1/2} =$

$= \left[\left(\frac{1}{\ln(0{,}020)}\cdot 0{,}069437525s\right)^2 + 0 + \left(-\frac{5{,}40s - 0s}{(\ln(0{,}020))^2}\cdot 0{,}004952397041\right)^2 + \left(\frac{5{,}4s}{(\ln(0{,}020))^2}\cdot 0{,}0380148013s\right)^2\right]^{1/2} =$

$= [0{,}000315054484s^2 + 0{,}0000030536048045s^2 + 0{,}001196093823s^2]^{1/2} =$

$= \underline{0{,}038912747\,s} \approx 0{,}039\,s$

$\Rightarrow \tau_d = -1{,}380\,s \pm 0{,}039\,s$



+ Fehler 0.5/1

48

Anhand dieses Diagramms ist klar zu erkennen, dass bei steigendem Dämpfungsstrom I_D die Graphen immer stärker abfallen.

Die Näherung $f(t) \approx A_0 \cos(\omega t) e^{-\lambda t}$:

Die Näherung gilt für $\lambda \ll \omega$, d.h. für $\frac{\lambda}{\omega} \ll 1$

I_D	0,3A	0,5A	0,8A
$\frac{\lvert\bar\lambda\rvert}{\bar\omega}$	0,073	0,169	0,208

Näherung gut, wenn sich Geraden ergeben.

$\frac{|\bar\lambda|}{\bar\omega} = \frac{1}{|\bar\tau| \cdot \bar\omega}$ Was für eine Aussage hat das?

0,3A: $\frac{1}{|-3{,}90s| \cdot 3{,}491 \frac{1}{s}} = 0{,}073448941 \approx 0{,}073 = 7{,}3\%$?

0,5A: $\frac{1}{|-1{,}69s| \cdot 3{,}491 \frac{1}{s}} = 0{,}169497558 \approx 0{,}169 \approx 16{,}9\%$

0,8A: $\frac{1}{|-1{,}38s| \cdot 3{,}491 \frac{1}{s}} = 0{,}207573096 \approx 0{,}208 = 20{,}8\%$

Die Näherung ist für die erste Messung anwendbar, da $\lambda_b < \frac{1}{10} \omega_{0,1}$.

Für die anderen beiden Messungen ist die Näherung nur in einem gewissen Maße anwendbar, da $\lambda_{c/d} > \frac{1}{10} \omega_{0,2/3}$.

~~↯ Vergleich~~ $\cancel{\omega_{exp} \Leftrightarrow \omega = \sqrt{\omega_{0\,exp}^2 - \lambda_{exp}^2}}$

0/1

5.1.3 Vergleich unserer Ergebnisse für ω mit den theoretisch erwarteten

Aus den Fragen zur Vorbereitung geht hervor, dass ω für kleine Dämpfungen größer sein muss als ω für große Dämpfungen.
Also müsste ω für $I_D = 0{,}3\,A$ größer sein als ω von $I_D = 0{,}5\,A$ und $I_D = 0{,}8\,A$.
Das ω für $I_D = 0{,}5\,A$ wiederrum muss größer sein als ω für $I_D = 0{,}8\,A$.

Bestimmung von ω-theoretisch:

$$\omega_{th} = \sqrt{\omega_0^2 - \lambda^2}$$

$I_D = 0{,}3\,A$: $\omega_{th_b} = \sqrt{(3{,}4906585041\frac{1}{s})^2 - (-0{,}2563946895\frac{1}{s})^2} = 3{,}481229461\frac{1}{s} \approx 3{,}481\frac{1}{s}$

$I_D = 0{,}5\,A$: $\omega_{th_c} = \sqrt{(3{,}490658504\frac{1}{s})^2 - (-0{,}5920161031\frac{1}{s})^2} = 3{,}4400892031\frac{1}{s} \approx 3{,}440\frac{1}{s}$

$I_D = 0{,}8\,A$: $\omega_{th_d} = \sqrt{(3{,}490658504\frac{1}{s})^2 - (-0{,}7244487041\frac{1}{s})^3} = 3{,}414655307\frac{1}{s} \approx 3{,}415\frac{1}{s}$

I_D in A	0,3	0,5	0,8
ω_{th}	$3{,}481\frac{1}{s}$	$3{,}440\frac{1}{s}$	$3{,}415\frac{1}{s}$
$\omega_{exp.}$	$3{,}491\frac{1}{s}$	$3{,}491\frac{1}{s}$	$3{,}491\frac{1}{s}$
absolute Abweichung $\omega_{th} - \omega_{exp}$	$-0{,}01\frac{1}{s}$	$-0{,}051\frac{1}{s}$	$-0{,}076\frac{1}{s}$
relative Abweichung $\frac{\omega_{th} - \omega_{exp}}{\omega_{th}}$	−0,29 %	−1,49 %	−2,23 %

innerhalb der Fehler vergleichen !!

$I_D = 0{,}3\,A$: $\frac{\omega_{th} - \omega_{exp}}{\omega_{th}} \cdot 100\% = \frac{-0{,}01\frac{1}{s}}{3{,}481\frac{1}{s}} \cdot 100\% = -0{,}287273771\% \approx -0{,}29\%$

$I_D = 0{,}5\,A$: $\frac{\omega_{th} - \omega_{exp}}{\omega_{th}} \cdot 100\% = \frac{-0{,}051\frac{1}{s}}{3{,}440\frac{1}{s}} \cdot 100\% = -1{,}48255814\% \approx -1{,}49\%$

$I_D = 0{,}8A: \quad \frac{\omega_{th} - \omega_{exp}}{\omega_{th}} \cdot 100\% = \frac{-0{,}076 \frac{1}{s}}{3{,}415 \frac{1}{s}} \cdot 100\% = -2{,}225475842\% \approx -2{,}23\%$

Die relativen Abweichungen von den theoretisch erwarteten Werten sind gering, jedoch muss man beachten, dass λ bereits relativ klein ist.
Vergleicht man die relativen Abweichungen untereinander, stellt man fest, dass bei steigenden Dämpfungsstrom die Abweichung immer größer wird. Der Grund dafür ist, dass zur Auswertung bei größerer Dämpfung immer weniger Schwingungen im betrachteten Intervall auftraten.

0.5/1

5.2 Erzwungene Schwingungen

5.2.1 Verschiedene Resonanzkurven für verschiedene Dämpfungen

Der x-t-Schreiber hat die Amplitude für verschiedene Anregungsfrequenzen aufgezeichnet. Dabei wurde das Papier nicht weiterbewegt, d.h. $v=0$. Die Resonanzkurven wurden nach dem Einschwingen gezeichnet.

Diagramm der Resonanzkurve für $I_D = 0{,}3A$:

Bestimmung von φ_A:

φ_A erhält man aus Aufgabenteil 4.2.2, indem man die Amplitude misst.

$$\varphi_A = \frac{1}{2} \cdot 9{,}50cm = 4{,}75cm$$

$$s_{\varphi_A} = \sqrt{(0{,}05cm)^2 + (0{,}02cm + 1 \cdot 10^{-3} \cdot 9{,}50cm)^2 + (0{,}0035 \cdot 9{,}50cm)^2} =$$

$$= \sqrt{0{,}0025cm^2 + 0{,}00087025cm^2 + 0{,}001105562 5cm^2} =$$

$$= \underline{0{,}066901513cm} \approx 0{,}07cm$$

$$\Rightarrow \underline{\varphi_A = 4{,}75cm \pm 0{,}07cm}$$

Beachte, dass die Amplitude φ_A bei der Einstellung cal $V=1$ (welche die Empfindlichkeit des x-t-Schreibers angibt) gemessen wurde.

Weiterhin ist anzumerken, dass in der gewählten Empfindlichkeit und Auslenkung des Pohlschen Rades die Quantisierung der Radauslenkung sichtbar ist (der Graph ist „richtig"). Dies resultiert daher, dass die Zähne der Zahnscheibe eine endliche Ausdehnung besitzen, das Rad nur gering ausgelenkt wird und somit relativ wenige hell-dunkel-Wechsel durch den Digital-Analog-Wandler gezählt werden.

φ_0 wird aus ~~4~~5.2.3 a) abgemessen:

$$s_{\varphi_0} = \sqrt{(0{,}05cm)^2 + (0{,}02cm + 1 \cdot 10^{-3} \cdot \ell)^2 + (0{,}0035 \cdot \ell)^2}$$

$$s_{\varphi_0/\varphi_A} = \sqrt{\left(\frac{1}{\varphi_A} \cdot s_{\varphi_0}\right)^2 + \left(-\frac{\varphi_0}{\varphi_A^2} \cdot s_{\varphi_A}\right)^2}$$

Nr.	Skalierung	$\varphi_0 = \frac{1}{2} \cdot k \cdot l$ in cm *	$\frac{\omega_A}{\omega_0}(s)$	$\frac{\varphi_0}{\varphi_A}$	Fehler von $\frac{\varphi_0}{\varphi_A}$
1)	0,0	4,80 ± 0,06	0,266	1,011	0,020
2)	0,2	5,13 ± 0,06	0,336	1,080	0,020
3)	0,4	5,25 ± 0,06	0,406	1,105	0,021
4)	0,6	5,88 ± 0,06	0,476	1,238	0,022
5)	0,8	6,43 ± 0,06	0,546	1,354	0,024
6)	1,0	7,25 ± 0,06	0,616	1,526	0,026
7)	1,2	8,60 ± 0,06	0,686	1,811	0,030
8)	1,4	10,88 ± 0,07	0,756	2,291	0,037
9)	1,6	14,58 ± 0,08	0,826	3,069	0,046
10)	1,7	17,75 ± 0,09	0,861	3,737	0,058
11)	1,8	23,00 ± 0,10	0,896	4,842	0,074
12)	1,9	33,75 ± 0,14	0,931	7,105	0,109
13)	2,0	52,75 ± 0,20	0,966	11,105	0,169
14)	2,1	57,50 ± 0,22	1,001	12,105	0,184
15)	2,2	39,55 ± 0,16	1,036	8,326	0,127
16)	2,3	12,38 ± 0,07	1,071	2,606	0,041
17)	2,4	9,38 ± 0,07	1,106	1,975	0,033
18)	2,6	5,90 ± 0,06	1,177	1,242	0,022
19)	2,8	4,25 ± 0,06	1,247	0,894	0,018
20)	3,0	3,25 ± 0,06	1,317	0,684	0,016

5 V (k=5)
10 V (k=10)

10 V (k=10)
5 V (k=5)

Nein!

10 V

* k ist die Einstellungszahl des x-t-Schreibers (z.B.: calV=5 ⇒ k=5); l ist Länge der Auslenkung

$\frac{\omega_A}{\omega_0}$ berechnet sich über die Funktion $\frac{\omega_A}{\omega_0}(s) = 0{,}3502\,s + 0{,}266$ von S. 20 mit s als Skalierung/Schalterstellung des Motors

Diagramm der Resonanzkurve für $I_D = 0,5\,A$:

Bestimmung von φ_A:

φ_A für $I_D = 0,5A$ analog dem φ_A für $I_D = 0,3A$

$\varphi_A = 4,75\,cm \pm 0,07\,cm$

s_{φ_0/φ_A} analog zu $I_D = 0,3A$

φ_0 wird aus 4.2.3 b) abgemessen:

$$s_{\varphi_0} = \sqrt{(0,05\,cm)^2 + (0,02\,cm + 1\cdot 10^{-3}\cdot \ell)^2 + (0,0035\cdot \ell)^2}$$

Nr.	Skalierung	$\varphi_0 = \frac{1}{2}\cdot k\cdot \ell$ in cm *	$\frac{\omega_A}{\omega_0}$ (s)	$\frac{\varphi_0}{\varphi_A}$	Fehler von $\frac{\varphi_0}{\varphi_A}$
1)	0,0	4,75 ± 0,06	0,266	1,000	0,019
2)	0,2	4,98 ± 0,06	0,336	1,048	0,020
3)	0,4	5,30 ± 0,06	0,406	1,116	0,021
4)	0,6	5,68 ± 0,06	0,476	1,196	0,022
5)	0,8	6,38 ± 0,06	0,546	1,343	0,023
6)	1,0	7,25 ± 0,06	0,616	1,526	0,026
7)	1,2	8,38 ± 0,06	0,686	1,764	0,029
8)	1,4	10,50 ± 0,07	0,756	2,211	0,036
grober Fehler, da identisch mit 1,4, also Nr. 8) → 9)	1,5	10,50 ± 0,07	0,826	2,211	0,036
10)	1,6	13,20 ± 0,08	0,861	2,779	0,044
11)	1,8	18,75 ± 0,09	0,896	3,947	0,061
12)	1,9	22,75 ± 0,10	0,931	4,789	0,074
13)	2,0	25,80 ± 0,11	0,966	5,432	0,083
14)	2,1	25,63 ± 0,11	1,001	5,396	0,083
15)	2,2	22,25 ± 0,10	1,036	4,684	0,072
16)	2,3	18,00 ± 0,09	1,071	3,789	0,059
17)	2,4	14,53 ± 0,08	1,106	3,059	0,048
18)	2,5	12,00 ± 0,07	1,177	2,526	0,040
19)	2,6	10,05 ± 0,07	1,247	2,116	0,034
20)	2,7	10,01 ± 0,07	1,317	2,107	0,034

*k ist die Kalibrierungszahl des x-t-Schreibers; l die Länge der Auslenkung *1

$\frac{\omega_A}{\omega_0}(s)$ ist die Funktion von S. 20 mit $\frac{\omega_A}{\omega_0}(s) = 0{,}3502\cdot s + 0{,}266$

Diagramm der Resonanzkurve für $I_D = 0{,}8A$:

Bestimmung von φ_A: $\varphi_{A\perp}$ (von $I_D=0{,}8A$) analog zu φ_A für $I_D=0{,}3A$ bzw. $I_D=0{,}5A$

$\varphi_A = 4{,}75cm \pm 0{,}07cm$

φ_0 wird aus 4.2.3 c) abgemessen:

$$s_{\varphi_0} = \sqrt{(0{,}05cm)^2 + (0{,}02cm + 1\cdot10^{-3}\cdot l)^2 + (0{,}0035\cdot l)^2}$$

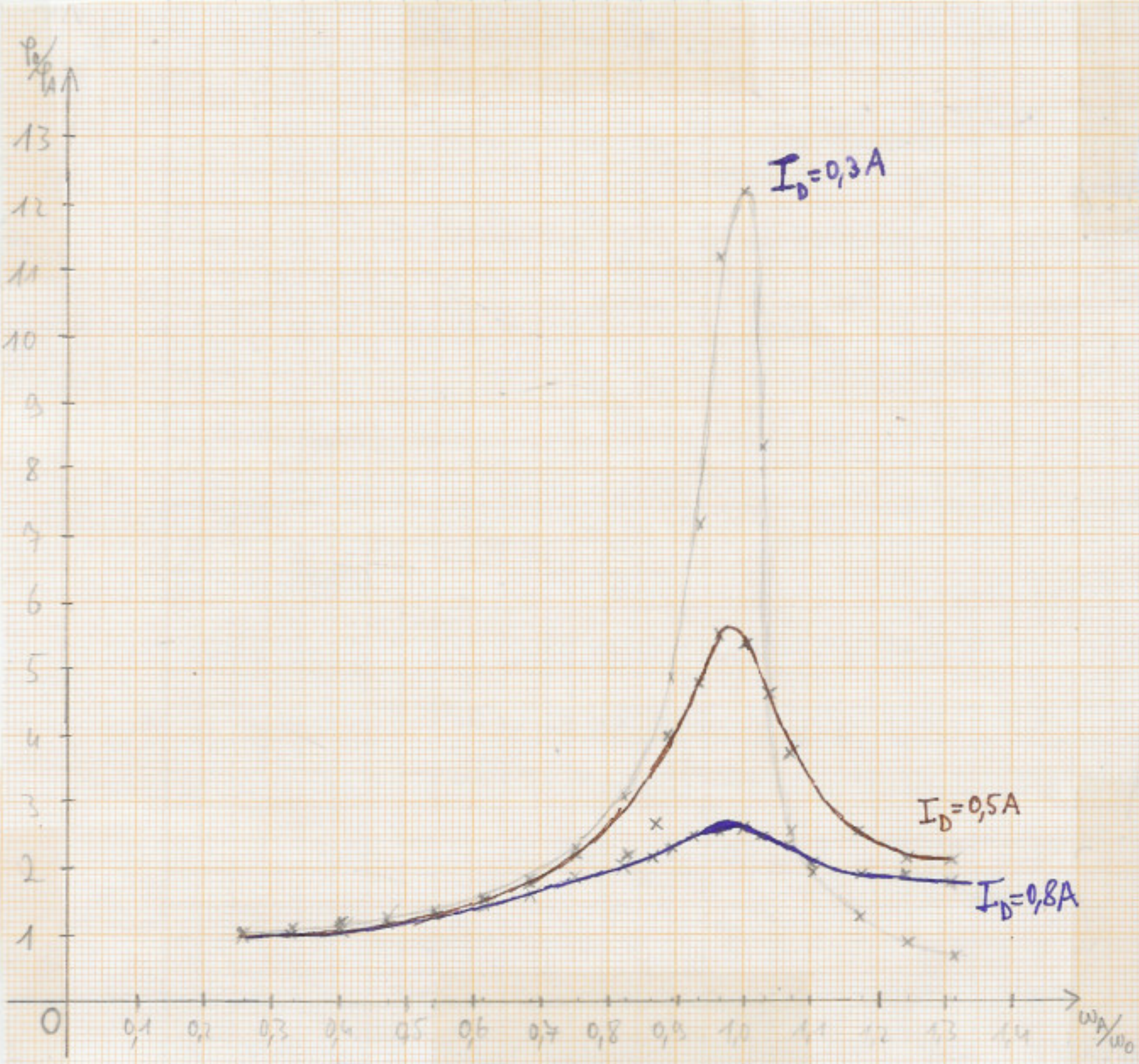
s_{φ_0/φ_A} analog zu $I_D=0{,}3A$ bzw. $I_D=0{,}5A$

Nr.	Skalierung	$\varphi_0=\frac{1}{2}k\cdot l$ in cm *1	$\frac{\omega_A}{\omega_0}(s)$	$\overline{\varphi_0/\varphi_A}$	Fehler von φ_0/φ_A
1)	0,0	4,75 ± 0,06	0,266	1,000	0,019
2)	0,2	5,00 ± 0,06	0,336	1,053	0,020
3)	0,4	5,20 ± 0,06	0,406	1,095	0,020
4)	0,6	5,65 ± 0,06	0,476	1,189	0,022
5)	0,8	6,10 ± 0,06	0,546	1,284	0,023
6)	1,0	6,80 ± 0,06	0,616	1,432	0,025
7)	1,2	7,67 ± 0,06	0,686	1,615	0,027
8)	1,4	8,83 ± 0,07	0,756	1,859	0,031
9)	1,5	9,50 ± 0,07	0,826	2,000	0,034
10)	1,6	10,20 ± 0,07	0,861	2,147	0,035
11)	1,7	10,86 ± 0,07	0,896	2,286	0,037
12)	1,8	11,50 ± 0,07	0,931	2,421	0,039
13)	1,9	11,95 ± 0,07	0,966	2,516	0,040
14)	2,0	11,99 ± 0,07	1,001	2,524	0,040
15)	2,1	11,60 ± 0,07	1,036	2,442	0,039
16)	2,2	11,01 ± 0,07	1,071	2,318	0,037
17)	2,3	10,06 ± 0,07	1,106	2,118	0,036
18)	2,4	9,20 ± 0,07	1,177	1,937	0,032
19)	2,5	9,19 ± 0,07	1,247	1,935	0,032
20)	2,6	8,30 ± 0,06	1,317	1,747	0,029

0.5/1

4 Fehl

1.5/2



Die drei Graphen entsprechen üblichen Resonanzkurven für Dämpfungen. Wobei der Graph für $I_D = 0{,}3A$ nicht der Erwartung entspricht, da dieser nicht komplett über den anderen beiden Graphen mit größeren Dämpfungen liegt. Trotz Überprüfung der Werte und Rechnungen, sind wir auf keinen Fehler gestoßen.

Der Fehler ist ganz leicht ersichtlich!

genauer Arbeiten!

5.2.2 Überprüfen der Resonanzkurve

Die Bestimmung der Maxima, d.h. der Koordinaten $x_{max} := \left(\frac{\omega_1}{\omega_0}\right)_{max}$ und $y_{max} := \left(\frac{\varphi_e}{\varphi_A}\right)_{max}$ erfolgt mit Hilfe der Aufzeichnungen des x-t-Schreibers, der Tabellen (S.53ff) und des Diagramms (S.56). Diese sollen dann mit den berechneten Werten der Maxima verglichen werden.

Maxima aus Diagramm:

$I_D = 0{,}3\,A$:

$\bar{x}_{max_1} = 1{,}050$; $\bar{y}_{max_1} = 12{,}170$; aus Diagramm vom Millimeterpapier abgemessen

$s = \sqrt{(0{,}005)^2} = 0{,}005$

$\Rightarrow \underline{\underline{x_{max_1} = 1{,}050 \pm 0{,}005}}$; $\underline{\underline{y_{max_1} = 12{,}170 \pm 0{,}005}}$

$I_D = 0{,}5\,A$:

$\bar{x}_{max_2} = 0{,}970$; $\bar{y}_{max_2} = 5{,}600$; aus Diagramm vom Millimeterpapier abgemessen

$s = \sqrt{(0{,}005)^2} = 0{,}005$

$\Rightarrow \underline{\underline{x_{max_2} = 0{,}970 \pm 0{,}005}}$; $\underline{\underline{y_{max_2} = 5{,}600 \pm 0{,}005}}$

$I_D = 0{,}8\,A$:

$\bar{x}_{max_3} = 0{,}960$; $\bar{y}_{max_3} =$; aus Diagramm vom Millimeterpapier abgemessen

$s = \sqrt{(0{,}005)^2} = 0{,}005$

$\Rightarrow \underline{\underline{x_{max_3} = 0{,}960 \pm 0{,}005}}$; $\underline{\underline{y_{max_3} = 2{,}720 \pm 0{,}005}}$

Vergleich mit Theorie

Es werden benutzt:

$$\omega_0 = 3{,}447\,\tfrac{1}{s} \pm 0{,}009\,\tfrac{1}{s} \qquad (S.31)$$

$$\lambda_b = -0{,}2563946895\,\tfrac{1}{s} \qquad (S.39)$$

$$\lambda_c = -0{,}592016103\,\tfrac{1}{s} \qquad (S.43)$$

$$\lambda_d = -0{,}724448704\,\tfrac{1}{s} \qquad (S.47)$$

(Für λ_b, λ_c und λ_d wird noch Fehlerrechnung durchgeführt, um deren Fehler zu bestimmen, die auch noch benutzt werden sollen.)

λ_b: $$\lambda = \frac{\Delta y}{\Delta t} = \frac{y_2 - y_1}{t_2 - t_1} \Rightarrow \frac{\partial \lambda}{\partial y_2} = \frac{1}{t_2 - t_1}\ ; \ \frac{\partial \lambda}{\partial y_1} = \frac{-1}{t_2 - t_1}\ ;$$

$$\frac{\partial \lambda}{\partial t_2} = -\frac{y_2 - y_1}{(t_2 - t_1)^2}\ ; \ \frac{\partial \lambda}{\partial t_1} = +\frac{y_2 - y_1}{(t_2 - t_1)^2}$$

$$\Rightarrow s_{\lambda_b} = \sqrt{\left(\frac{s_{y_2}}{t_2 - t_1}\right)^2 + \left(\frac{-s_{y_1}}{t_2 - t_1}\right)^2 + \left(-\frac{y_2 - y_1}{(t_2 - t_1)^2} \cdot s_{t_2}\right)^2 + \left(\frac{y_2 - y_1}{t_2 - t_1} \cdot s_{t_1}\right)^2} =$$

$$= \sqrt{\left(\frac{0{,}00881120673}{19{,}80\,s}\right)^2 + \left(-\frac{0{,}01488645855}{19{,}80\,s}\right)^2 + \left(-\frac{\ln(0{,}079)}{(19{,}80\,s)^2} \cdot 0{,}135567437\,s\right)^2 + 0\,\tfrac{1}{s^2}} =$$

$$= \underline{0{,}001238442172\,\tfrac{1}{s}} \approx 0{,}00124\,\tfrac{1}{s}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{\lambda_b = -0{,}25639\,\tfrac{1}{s} \pm 0{,}00124\,\tfrac{1}{s}}}$$

λ_c: $$s_{\lambda_c} = \sqrt{\left(\frac{0{,}004589713031}{12{,}60\,s}\right)^2 + \left(-\frac{0{,}009082105446}{12{,}60\,s}\right)^2 + \left(-\frac{\ln(0{,}024)}{(12{,}60\,s)^2} \cdot 0{,}082972103\,s\right)^2 + 0\,\tfrac{1}{s^2}}$$

$$= \underline{0{,}002109923091\,\tfrac{1}{s}} \approx 0{,}00211\,\tfrac{1}{s}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{\lambda_c = -0{,}59202\,\tfrac{1}{s} \pm 0{,}00211\,\tfrac{1}{s}}}$$

λ_d: $$s_{\lambda_d} = \sqrt{\left(\frac{0{,}004952397041}{5{,}40\,s}\right)^2 + \left(-\frac{0{,}09801480135}{5{,}40\,s}\right)^2 + \left(-\frac{\ln(0{,}020)}{(5{,}40\,s)^2} \cdot 0{,}069437525\,s\right)^2 + 0\,\tfrac{1}{s^2}} =$$

$$= \underline{0{,}020422418\,\tfrac{1}{s}} \approx 0{,}02042\,\tfrac{1}{s}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{\lambda_d = -0{,}72445\,\tfrac{1}{s} \pm 0{,}02042\,\tfrac{1}{s}}}$$

Zu den gegebenen λ und ω_0 sollen x_{max} und y_{max} berechnet werden.

$\omega_{A,max}$ berechnet sich nach der folgenden Formel von S. 9:

$$\omega_{A,max} = \omega_0 \sqrt{1 - \frac{2\lambda^2}{\omega_0^2}}$$

$$\Rightarrow x_{max} = \frac{\omega_{A,max}}{\omega_0} = \sqrt{1 - \frac{2\lambda^2}{\omega_0^2}}$$

$$s_{x_{max}} = \sqrt{\left(\frac{\partial \omega_{A,max}/\omega_0}{\partial \lambda} \cdot s_\lambda\right)^2 + \left(\frac{\partial \omega_{A,max}/\omega_0}{\partial \omega_0} \cdot s_{\omega_0}\right)^2} = \frac{2|\lambda|}{\omega_0^2} \sqrt{\frac{(s_\lambda)^2}{1+\frac{2\lambda^2}{\omega_0^2}} + \frac{\lambda^2 (s_{\omega_0})^2}{\omega_0^2\left(1+\frac{2\lambda^2}{\omega_0^2}\right)}}$$

y_{max} ergibt sich aus der Formel S. 10:

$$\varphi_{0,max} = \frac{A}{2\lambda\sqrt{\omega_0^2 - \lambda^2}} = \frac{\varphi_A \, \omega_0^2}{2\lambda\sqrt{\omega_0^2 - \lambda^2}} \quad \text{mit } A = \varphi_A \cdot \omega_0^2$$

$$y_{max} = \left(\frac{\varphi_0}{\varphi_A}\right)_{max} = \frac{\omega_0^2}{2|\lambda|\sqrt{\omega_0^2 - \lambda^2}}$$

$$s_{y_{max}} = \sqrt{\left(\frac{\partial \varphi_0/\varphi_A}{\partial \lambda} \cdot s_y\right)^2 + \left(\frac{\partial \varphi_0/\varphi_A}{\partial \omega_0} \cdot s_{\omega_0}\right)^2}$$

$I_D = 0{,}3\,A$:

- $$x_{max_1} = \sqrt{1 - \frac{2\cdot(-0{,}2563946895\tfrac{1}{3})^2}{(3{,}44661838\tfrac{1}{3})^2}} = \underline{0{,}994450698} \approx 0{,}994451$$

$$s_{x_{max_1}} = \frac{2\cdot 0{,}2563946895\tfrac{1}{3}}{(3{,}44661838\tfrac{1}{3})^2} \sqrt{\frac{(0{,}004238442172\tfrac{1}{3})^2}{1+\frac{2\cdot(0{,}2563946895\tfrac{1}{3})^2}{(3{,}44661838\tfrac{1}{3})^2}} + \frac{(0{,}2563946895\tfrac{1}{3})^2 (0{,}009453149694\tfrac{1}{3})^2}{(3{,}44661838\tfrac{1}{3})^2\left(1+\frac{2\cdot(0{,}2563946895\tfrac{1}{3})^2}{(3{,}44661838\tfrac{1}{3})^2}\right)}} =$$

$$= \underline{0{,}000006094511652} \approx 0{,}000006$$

$$\Rightarrow x_{max_1} = 0{,}994451 \pm 0{,}000006$$

- $$y_{max_1} = \frac{(3{,}44661838\tfrac{1}{3})^2}{2\cdot(0{,}2563946895\tfrac{1}{3})\sqrt{(3{,}44661838\tfrac{1}{3})^2 - (0{,}256394685\tfrac{1}{3})^2}} = \underline{6{,}701734159}$$

$\approx$

$s_{y_{max_1}} =$

Zu den gegebenen λ und ω_0 sollen x_{max} und y_{max} berechnet werden.

$\omega_{A,max}$ berechnet sich nach der folgenden Formel von S. 9:

$$\omega_{A,max} = \omega_0 \cdot \sqrt{1 - \frac{2\lambda^2}{\omega_0^2}}$$

$$\Rightarrow x_{max} = \frac{\omega_{A,max}}{\omega_0} = \sqrt{1 - \frac{2\lambda^2}{\omega_0^2}}$$

y_{max} ergibt sich aus der Formel von S. 10:

$$\varphi_{0,max} = \frac{A}{2\lambda\sqrt{\omega_0^2 - \lambda^2}} = \frac{\varphi_A\, \omega_0^2}{2|\lambda|\sqrt{\omega_0^2 - \lambda^2}} \quad \text{mit } A = \varphi_A\, \omega_0^2$$

$$y_{max} = \left(\frac{\varphi_0}{\varphi_A}\right)_{max} = \frac{\omega_0^2}{2|\lambda|\sqrt{\omega_0^2 - \lambda^2}}$$

$I_D = 0{,}3A$:

$$x_{max_1} = \sqrt{1 - \frac{2 \cdot (0{,}2563946895 \tfrac{1}{s})^2}{(3{,}446618383 \tfrac{1}{s})^2}} = \underline{0{,}994450698} \approx \underline{\underline{0{,}994}}$$

$$y_{max_1} = \frac{(3{,}446618383 \tfrac{1}{s})^2}{2 \cdot (0{,}2563946895 \tfrac{1}{s}) \sqrt{(3{,}446618383 \tfrac{1}{s})^2 - (0{,}2563946895 \tfrac{1}{s})^2}} =$$

$$= \underline{6{,}73998899812955} \approx \underline{\underline{6{,}740}}$$

$I_D = 0{,}5A$:

$$x_{max_2} = \sqrt{1 - \frac{2 \cdot (0{,}5920161031 \tfrac{1}{s})^2}{(3{,}446618383 \tfrac{1}{s})^2}} = \underline{0{,}970047439} \approx \underline{\underline{0{,}970}}$$

$$y_{max_2} = \frac{(3{,}446618383 \tfrac{1}{s})^2}{2 \cdot (0{,}5920161031 \tfrac{1}{s}) \sqrt{(3{,}446618383 \tfrac{1}{s})^2 - (0{,}5920161031 \tfrac{1}{s})^2}} =$$

$$= \underline{2{,}954832079790086} \approx \underline{\underline{2{,}955}}$$

$I_D = 0{,}8A$:

$$x_{max_3} = \sqrt{1 - \frac{2 \cdot (0{,}7244487041 \tfrac{1}{s})^2}{(3{,}446618383 \tfrac{1}{s})^2}} = \underline{0{,}95479807} \approx \underline{\underline{0{,}955}}$$

$$y_{max_3} = \frac{(3{,}446618383 \tfrac{1}{s})^2}{2 \cdot (0{,}7244487041 \tfrac{1}{s}) \sqrt{(3{,}446618383 \tfrac{1}{s})^2 - (0{,}7244487041 \tfrac{1}{s})^2}} =$$

$$= \underline{2{,}433142 7012362} \approx \underline{\underline{2{,}433}}$$

	$x_{max_{exp}}$	$x_{max_{th}}$	$y_{max_{exp}}$	$y_{max_{th}}$
$I_D = 0,3A$	1,050	0,994	12,170	6,740
$I_D = 0,5A$	0,970	0,970	5,600	2,955
$I_D = 0,8A$	0,960	0,955	2,720	2,433

f, da λ falsch

Vergleicht man die $x_{max} = \left(\frac{\omega_A}{\omega_0}\right)_{max}$ Werte aus der Theorie mit unseren experimentell ermittelten, stellt man fest, dass die größte Abweichung bei $I_D = 0,3A$ mit 0,056 vorliegt. Bei $I_D = 0,5A$ stimmen die Werte überein. Bei $I_D = 0,8A$ weicht er gerade um 0,005 ab.

Dies bedeutet, dass für die x_{max}-Werte die Theorie mit unserem praktisch ermittelten Werte harmonieren.

Dagegen kommt es bei den $y_{max} = \left(\frac{\varphi_0}{\varphi_A}\right)_{max}$ Werten beim Vergleich zu großen Abweichungen. Bei $I_D = 0,8A$ sind die beiden Werte relativ ähnlich, da die Abweichung nur 0,287 beträgt. Betrachtet man nun die Werte von $I_D = 0,3A$ und $I_D = 0,5A$, stellt man fest, dass die theoretischen Werte ungefähr die Hälfte der experimentell ermittelten Werte betragen. Wir vermuten daher bei den y-Werten von $I_D = 0,3A$ und $I_D = 0,5A$ einen groben Fehler. Trotz Überprüfung der Rechnungen und Vorgehensweisen haben wir nicht die Ursache des Fehlers gefunden. 1/2

6) Zusammenfassung

Bei dem Versuch erzwungene Schwingung steht im Vordergrund, die Experimentatoren mit der Drehschwingung vertraut zu machen. Diese wird mit Hilfe des Pohlschen Rades veranschaulicht. Hierbei beschäftigen sich die Experimentatoren mit einem Oszillator, der mit einem x-t-Schreiber verbunden ist, welcher die Schwingungen sichtbar macht.

Oszillatoren sind in der Physik weit verbreitet, vor allem in der Mechanik und Elektronik. Das Prinzip des Pohlschen Rades findet auch bei den Versuchen Strom-Spannungs-Kennlinien und komplexe Widerstände Anwendung.

Frage: 3/4
Protokoll: 2/3
Form: 0.5/2 unübersichtlich!
Auswertung: freie Schwingung: 3/5
erzw. Schwingung: 3.5/6

12

01.06.10

- Auf Verstärkung des x-t-Schreibers achten => deswegen Amplitude

- Fehlerbalken in Diagramme!

→ Diagramme am PC : GNU-Plot

Latech