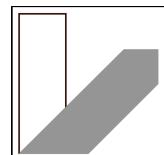


SS2010

PPA1

Viskosität

Markus Sesselmann - Dominik Sieder



it's CREATIVE SCHOOL.

26

D

**kariert
mit Rand**

Protokollheft Versuch Fischart

Markus Lenzmann, Dominik Seeler

Gruppe 33

www.PaperZone.de

DIN A4, 80g Papier aus chlorfrei gebleichtem Zellstoff, 32 Blatt

Versuch Viskosität

Teilnehmer: Dominik Lieder, Markus Tesselmann

Datum: 25.06.2010

Titel des Versuchs: Viskosität

Gruppe: 33

Versuchsort: 2. Platz am Fenster

~

Gliederung:

- | | |
|------------------------------|---------------|
| 1) Einleitung | S. 2 |
| 2) Fragen zur Vorbereitung | S. 3 - S. 9 |
| 3) Theoretischer Hintergrund | S. 10 - S. 12 |
| 4) Versuchsaufbau | S. 13 |
| 5) Versuchsdurchführung | S. 14 - S. 15 |
| 6) Messprotokoll | S. 16 - S. 19 |
| 7) Auswertung | S. 20 - S. 41 |
| 8) Zusammenfassung | S. 42 - S. 43 |

✓

1) Einleitung

Während Festkörper eine feste Gestalt besitzen, können Flüssigkeiten jede von dem Gefäß, in dem sie sich befinden, vorgegebene Geometrie annehmen.

Dies geschieht durch Molekularbewegungen, wodurch Reibungskräfte entstehen, die proportional zur Geschwindigkeit, mit der sich die Moleküle bewegen, sind. Unter der Viskosität versteht man eine charakteristische Materialkonstante, die die Fähigkeit eines Fluids angibt. Allerdings ist sie sehr stark von T abhängig. Wir betrachten im Folgenden die laminare Strömung. Hier ist die Reibung für die Form der Strömung verantwortlich. In der vom Fluid durchströmten Kapillare ergibt sich ein parabolisches Geschwindigkeitsprofil.

Mit Hilfe des Hagen-Poiseuille'schen Gesetzes kann man die Viskosität bestimmen. Eine geeignete Apparatur ist beispielsweise das Viskosimeter nach Ostwald.

Unser Ziel ist es mit Hilfe eines Ostwald-Viskosimeters die Viskosität von Wasser und zwei unbekannten Flüssigkeiten zu bestimmen. Außerdem soll die Temperaturabhängigkeit der Viskosität von Wasser bestimmt werden.

✓

2) Fragen zur Vorbereitung

2.1 Alternative Möglichkeiten zur Bestimmung der Viskosität

Mit Hilfe des Stokes'schen Gesetzes kann man die Viskosität über die Sedimentationsgeschwindigkeit bestimmen.

Stokes'sches Gesetz: $F_R = 6\pi r_k \eta v_k$ $\xrightarrow{\text{Viskosität}} \text{Strömungsgeschwindigkeit}$
 \downarrow der Kugel

Das Volumen der Kugel V_k und deren Dichte ρ_k müssen bekannt sein.

Wenn die Kugel unter dem Einfluss ihrer Geschwindigkeit verlangsamt wird, wirken die Gewichtskraft $F_g = mg$, die Auftriebskraft $F_A = \rho_{Fe} V_k g$ und die Reibungskraft $F_R = 6\pi \eta r_k v_k$ auf sie.

Kräftegleichgewicht:

$$F_g - F_A - F_R = 0 \quad | + F_R$$

Es wirkt also keine bremsende Kraft auf die Kugel, so dass diese sich mit konstanter Geschwindigkeit bewegt.

$$6\pi r_k \eta v_k = \rho_k V_k g - \rho_{Fe} V_k g$$

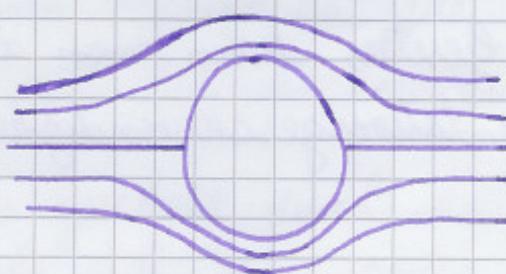
$$6\pi r_k \eta v_k = \frac{4}{3} \pi r_k^3 \eta g (\rho_k - \rho_{Fe})$$

$$6\eta v_k = \frac{4}{3} r_k^2 g (\rho_k - \rho_{Fe})$$

$$\Rightarrow \eta = \frac{2}{9} \frac{r_k^2 g (\rho_k - \rho_{Fe})}{v_k}$$

2.2 Strömungsarten

a) Laminäre Strömungen = Schichtströmungen:

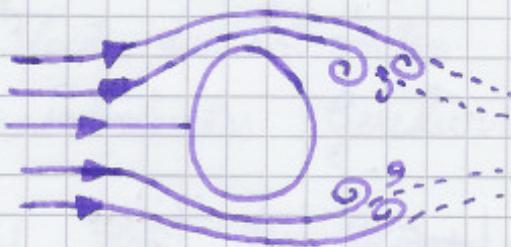


Flüssigkeitsschichten gleiten
glatt von einander ab.

Es entstehen keine Wirbel
oder Turbulenzen in der

Flüssigkeit. Die laminare Strömung tritt nur bei langsamem Fließgeschwindigkeiten auf, z.B. Blutkreissystem, unser Versuch, Strömung durch die Karte?? Überschreiten diese eine gewisse Geschwindigkeit, so kommt es zu:

b) Turbulente Strömungen:



Aus der Skizze kann man entnehmen, dass sich die auftretenden Wirbel scheinbar unregelmäßig und instationär

bilden. Diese Wirbel verursachen eine zusätzliche Reibungskraft, die in der Formel $F_R = 6\pi \eta r_k v_k$ noch nicht berücksichtigt ist, weshalb wir in unserem Experiment mit laminarer Strömung arbeiten werden.

Anschauliche Beispiele für die turbulente Strömung wären das Mixverhalten von Milch und Kaffee bzw. der Rauch einer Zigarette ab einer bestimmten Steighöhe.

2.3 Hagen - Poiseuille

$$\dot{V} = \frac{\pi r^4}{8\eta} \frac{\Delta p}{l}$$

wobei \dot{V} dem Volumenstrom durch das Rohr, r dem Innenradius des Rohres, l der Rohrlänge und η der Viskosität des Fluides entspricht.
Unter Δp versteht man die Druckdifferenz zwischen den beiden Enden des Rohres, wobei gilt:

$$p_{\text{Rohr, Start}} > p_{\text{Rohr, Ende}}$$

Besonders auffällig ist, dass der Innenradius des Rohres mit der vierten Potenz eingehlt, woraus man ablesen kann, dass der Volumenstrom \dot{V} bzw. der Widerstand, der \dot{V} mindert, größtenteils von r^4 abhängt.

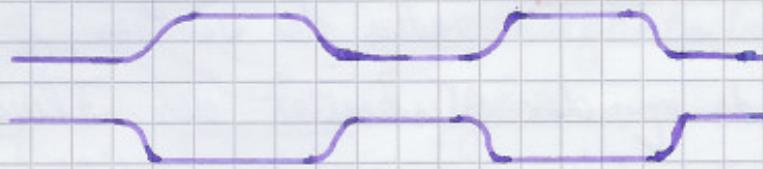
reelle
Häufigkeit)

Will man einen großen Garten gießen, sollte man einen Schlauch mit möglichst großen Radius verwenden, da dieser in vierter Potenz in die Formel vom Volumenstrom einfleist. Jedoch ist der Radius des Schlauches an den Radius des Wasserhahns anzupassen. Zusätzlich sollte der Schlauch nicht zu lang gewählt werden. *(wie lang?)*

Anwendungsbeispiele:

- Medizin: Verengen sich die Kapillaren eines Menschen, z.B. durch Verkalkung um 10% (was einer absoluten Größe von 0,001 mm - 0,02 mm entspricht), so ergibt sich ein Durchmesserabgang von $1 - 0,9^4 = 34\%$.
 \Rightarrow Blutdrucksteigerung um 34 %

- Wasserleitung: ändert man beliebig den Durchmesser eines Rohres, beispielsweise wie in der Skizze dargestellt,



so kann das Rohr beschädigt werden.
Bereits eine kleine Radiusveränderung kann als Folge haben, dass das Rohr dem Druck nicht standhalten kann.

2.4 Andere Gesetze mit 4. Potenz eines Parameters

- das „Stefan - Boltzmann - Gesetz“

$$P = \sigma A T^4$$

Wobei P die emittierte Strahlungsleistung eines schwarzen Körpers der Fläche A der absoluten Temperatur T ist. σ ist die Stefan - Boltzmann - Konstante.

- das „Vierte - Potenz - Gesetz“

Die Beanspruchung einer Straße steigt mit der vierten Potenz in Abhängigkeit von der Schalart.

- die Rayleigh - Streuung

Der Wirkungsquerschnitt σ der Streuung ergibt sich als Grenzfall niedriger Frequenzen (im Vergleich zur Eigenfrequenz $\omega \ll \omega_0$).

$$\sigma(\omega) \approx \sigma_{th} \frac{\omega^4}{\omega_0^4}$$

Wobei σ_{th} die Thomson - Wirkungsquerschnitt, ω die

Frequenz und wo die Eigenfrequenz ist.

2.5 Dynamische und kinematische Viskosität

Unter der dynamischen Viskosität η versteht man die absolute Viskosität

Bedeut., Def.: ?

$$\eta = \frac{\pi \Delta p r^4}{8 \rho v} \quad [\eta] = \text{Pa}\cdot\text{s}$$

Die kinematische Viskosität ν ergibt sich aus der dynamischen Viskosität

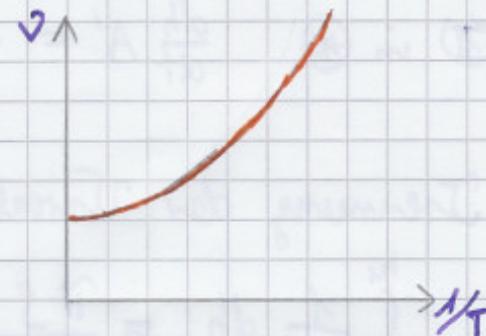
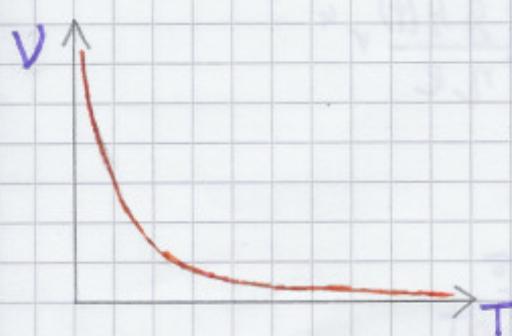
$$\nu = \frac{\eta}{\rho} \quad [\nu] = \frac{\text{m}^2}{\text{s}} \stackrel{?}{=} \begin{array}{l} \text{Dimension einer} \\ \text{Diffusion} \end{array}$$

Die kinematische Viskosität ist ein Maß für die innere Reibung der Flüssigkeit. Sie gibt an, wie lange eine bewegte Flüssigkeit braucht, um sich wieder zu beruhigen.

2.6 Arrhenius-Gesetz

$$\nu = D e^{-\frac{E}{RT}} \quad \text{"Arrhenius-Gesetz"}$$

ν sinkt mit zunehmenden T (\leftarrow absolute Temperatur). Lässt man T gegen 0 K gehen, so wird ν unendlich groß. Geht T gegen ∞ K, so nähert sich ν asymptotisch an D an.



Daran kann man erkennen, dass D ein Maß für die kleine kinematische Viskosität ist.

$D = \nu_0 (T \rightarrow \infty)$ ist Häufigkeitsfaktor.

(7)

T^* ist die Aktivierungsenergie, die nötig ist, um die Wechselwirkungen zwischen den Teilchen, die in Form von Reibung erfolgen, aufzuheben. ✓

D und T^* sind also empirische Konstanten.

Deshalb lässt sich ein direkter Zusammenhang zwischen v und T herstellen:

$$\ln v = \ln [D e^{T^*/T}]$$

$$\ln v = \ln D + T^* \cdot \frac{1}{T}$$

↑-Abschnitt Steigung der Geraden

$$\Rightarrow \underline{\underline{\ln v \sim \frac{1}{T}}}$$

2.7 Differentialgleichung für $h(t)$

$$(I) \Delta p = g g h(t) \quad \text{Gl. (4)}$$

$$(II) \frac{dh}{dt} = - \frac{1}{A'} \frac{dV}{dt} \quad \text{Gl. (5)}$$

$$(III) \frac{dV}{dt} = \frac{\pi \Delta p}{8 \eta l} r^4 \quad \text{Gl. (2)}$$

$$(IV) \text{ in (II): } \frac{dh}{dt} A' = - \frac{\pi \Delta p r^4}{8 \eta l} \quad (*)$$

$$(I) \text{ in } (*) \quad \frac{dh}{dt} A' = - \frac{\pi g g h(t)}{8 \eta l} r^4$$

Trennung der Variablen:

$$\int_{h_2}^{h_1} \frac{1}{h(t)} dh = \frac{\pi g g r^4}{8 \eta l A'} \int_0^t dt$$

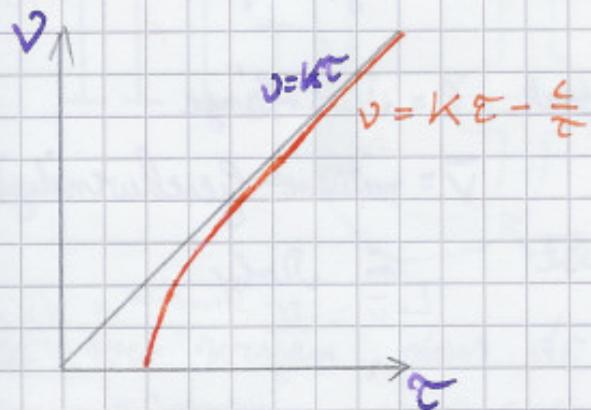
$$\ln\left(\frac{h_1}{h_2}\right) = \frac{\pi \rho g r^4}{8 \eta L A'} \tau \quad \text{mit } v = \frac{n}{g}$$

$$\ln\left(\frac{h_1}{h_2}\right) = \frac{\pi g r^4}{8 L A' v} \tau$$

$$v = \underbrace{\frac{\pi g r^4}{8 L A' \ln\left(\frac{h_1}{h_2}\right)}}_{=: K} \tau \Rightarrow \underline{v = K \tau}$$

K: Apparatekonstante

2.8 $v(\tau)$



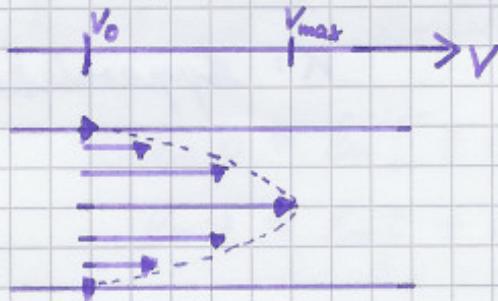
Der Einfluss des Korrekturfaktors $-\frac{\epsilon}{\tau}$ fällt nicht ins Gewicht, wenn $-\frac{\epsilon}{\tau}$ gegen 0 geht. Dies passiert für sehr große Durchlaufzeiten τ .

Für die Anwendung des Viskosimeters gilt deshalb:

Je geringer der Kapillarendurchmesser gewählt wird, desto größer wird die Durchlaufzeit τ und desto geringer der Einfluss des Korrekturfaktors.

3) Theoretischer Hintergrund

Wird ein Rohr von einer genügend langen Flüssigkeit durchströmt (die Strömung kann also als laminar angenommen werden), so bildet sich ein parabolisches Geschwindigkeitsprofil aus



Solang die Strömung im Rohr laminar bleibt, gilt für den Betrag der Reibungskraft im Rohr:

$$F_R = 8\pi l \bar{v} \eta$$

mit l = Rohrlänge

\bar{v} = mittlere Geschwindigkeit

$$\bar{v} = \frac{\text{M-Strömstärke}}{A} = \frac{1}{A} \frac{dV}{dt}$$

Rohrausschnitt

η = Viskosität der Flüssigkeit

Ein Gleichgewicht entsteht nur dann, wenn die durch den Druck verursachte Kraft F_p die Reibungskraft F_R vollständig kompensiert: $F_R = -F_p = A \frac{\Delta p}{\frac{P_1 - P_2}{\rho}}$

$$8\pi l \eta \frac{1}{A} \frac{dV}{dt} = A \frac{\Delta p}{\rho}$$

(P_1/P_2) Druck am jeweiligen Rohrende

→ Hagen-Poiseuille

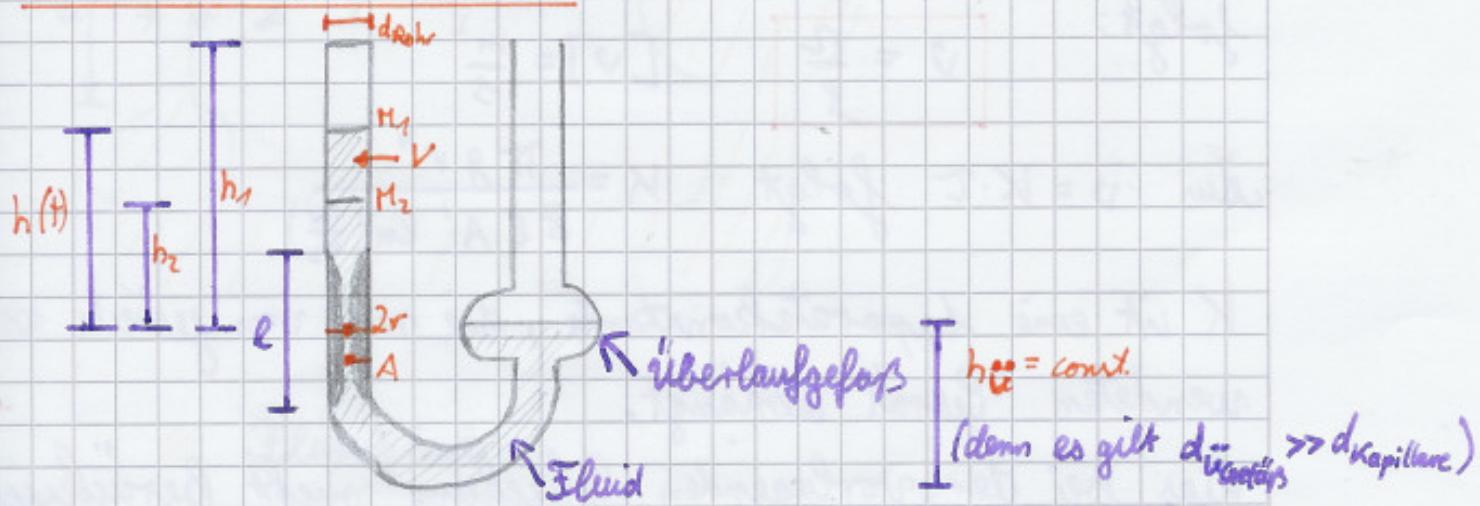
$$\frac{dV}{dt} = \frac{A^2 \Delta P}{8\pi l \eta} = \frac{\pi r^4 \Delta P}{8 l \eta}$$

Maß für die Stromstärke der Flüssigkeit

Für die Versuchsdurchführung verwendet man ein Kapillarviskosimeter nach Ostwald, durch den man eine bestimmte Flüssigkeitsmenge durch ein enges, senkrecht

stehendes Rohr strömen lässt. Die treibende Kraft entsteht durch den bereits erwähnten Druckunterschied an beiden Rohrenden. Das Viskosimeter befindet sich komplett in einem Temperierbehälter (hier: ein geheiztes Wasserbad). Wir messen die Durchlaufzeit τ des bekannten Flüssigkeitsvolumens.

Viskosimeter nach Ostwald



Da wir wissen, dass $d_{\text{Ü}} \gg d_{\text{Rohr}}$ (an dem sich die Membranen M_1 und M_2 befinden) ist, kann die Änderung von $h_{\text{Ü}}$ vernachlässigt werden $\Rightarrow h_{\text{Ü}} = \text{const.}$

Der die Strömung verursachende Druckunterschied Δp ist gegeben durch: $\Delta p = \rho g h(t)$, wobei $h(t)$ die von der Zeit abhängige Höhe des Flüssigkeitsspiegel im Rohr ist.

Der jeweilige Berührpunkt ist der Pegel des Überlaufgefäßes (siehe Skizze oben).

Δp ist eine Funktion der Höhe, da die Höhe zeitabhängig ist, ist Δp eine Funktion der Zeit.

$$\Rightarrow \frac{dh}{dt} = -\frac{1}{A'} \frac{dV}{dt} \quad (*) \quad \text{wobei } A' \text{ die Querschnittsfläche des Rohres ist.}$$

V ist das zwischen M_1 und M_2 eingeschlossene Volumen
 $(*) \rightarrow$ Poiseuille'sches Gesetz \Rightarrow lineare DGL 1. Ordnung

$$\frac{dh}{dt} = -\frac{\pi 38 r^4}{A' 8 \eta l} h(t) \quad \text{Lösung} \rightarrow \text{siehe 2.-7. Aufgabe in „II“}$$

Daraus erhält man für die Viskosität η :

$$\eta = \frac{\pi g r^4 \sigma}{8 \ell A' \ln\left(\frac{n_1}{n_2}\right)}$$

Wobei τ die Durchlaufzeit ist, welche die Flüssigkeiten zwischen den Marken M_1 und M_2 benötigt.

Der Zusammenhang zwischen der dynamischen und der kinematischen Viskosität bzw zwischen η und ν ist wie folgt:

$$\nu = \frac{\eta}{g} \quad [\nu] = \frac{m^2}{s}$$

$$\text{dah } \nu = K \cdot \tau \text{ folgt } K = \frac{\pi g r^4}{8 \ell A' \ln\left(\frac{n_1}{n_2}\right)}$$

K ist eine Apparatekonstante, die nur von jeweils verwendeten Gerät abhängt.

Was bei der vorliegenden Gleichung nicht berücksichtigt wurde, ist, dass eine gewisse Einlauflänge benötigt wird, bis sich das gewünschte Gleichgewicht einstellt.

Durch diese benötigte Einlauflänge entsteht durch erhöhte Reibung ein großerer Druckabfall.

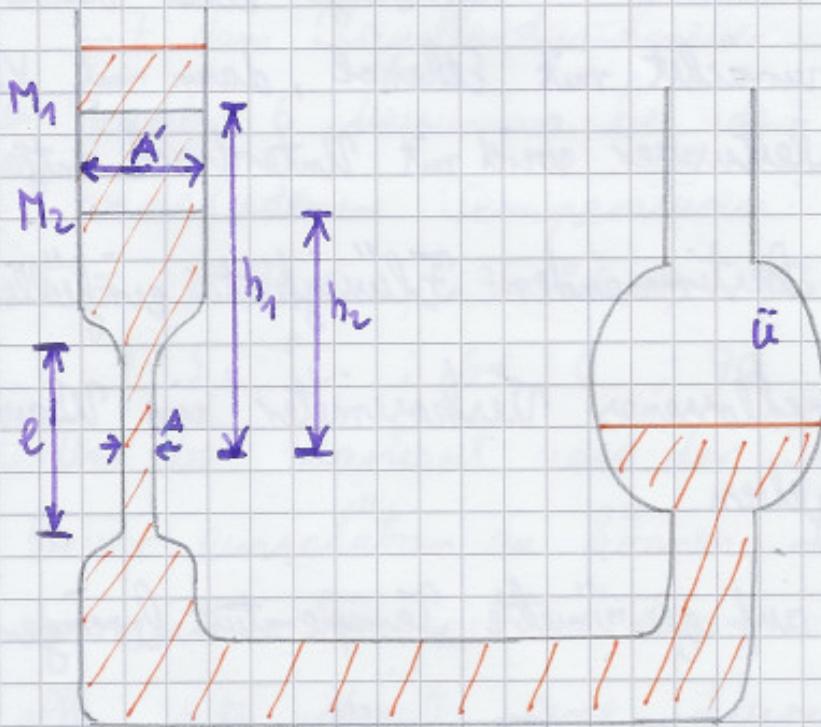
Bei der hierfür benötigten Korrektur handelt es sich um die Hagenbach - Couette - Korrektur.

$$\nu = K\tau - \frac{c}{\tau}, \text{ wobei } c \text{ wieder eine Apparatekonstante ist}$$

Normalerweise sind c und K einer Apparatur angegeben. In unserem Versuch bestimmen wir aber zuerst K und anschließend die Viskosität zweier unbekannter Stoffe.

v

4) Versuchsaufbau



☰ Flüssigkeit

ü Überlaufgefäß, dessen Durchmesser viel
größer als der des Rohres ist

⇒ Flüssigkeitspegel in ü wird als konstant
angenommen

M_1, M_2 Messmarke 1 bzw. 2

A' Querschnittsfläche des Rohres

h_1 Pegel der Flüssigkeit an M_1 (Berührpunkt: Pegel ü)

h_2 Pegel der Flüssigkeit an M_2 (Berührpunkt: Pegel ü)

A Querschnittsfläche der Kapillare

l Länge der Kapillare

5) Versuchsdurchführung

- Spülung des Viskosimeters mit Hilfe einer Wasserstrahlpumpe (zunächst mit Ethanol, dann mit VE-Wasser; das Restwasser wird mit Unterdruck entfernt)
- 3cm^3 der zu bestimmenden Flüssigkeit einfüllen
- Luftdicht verschlossenes Viskosimeter ins Wasserbadgefäß geben
- Wasserbad auf gewünschte Temperatur bringen
- Mit dem Gummiballon Fluid über die obere Messmarke M_1 (Einfüllfreit) bringen und Durchlaufzeit $M_1 - M_2$ jeweils 6 mal stoppen!
=> die oben aufgeführten Schritte gelten für alle drei Teilstufen des Versuchs!

5.1 Kalibrierung der Kapillaren: Bestimmung von k

- Man stellt Wasserbad auf 20°C ein
- Man misst die Durchlaufzeiten τ für vier verschiedene Kapillaren (Durchmesser: $0,3\text{ mm}$; $0,4\text{ mm}$; $0,5\text{ mm}$; $0,6\text{ mm}$)
- Jede Messung aus statistischen Gründen ^{mindestens} 6 mal durchführen

5.2 Temperaturabhängigkeit der Viskosität

- Man verwendet nur noch das Viskosimeter mit dem Kapillardurchmesser 0,4mm
- Jeweils 6 Messungen bei den folgenden verschiedenen Temperaturen:

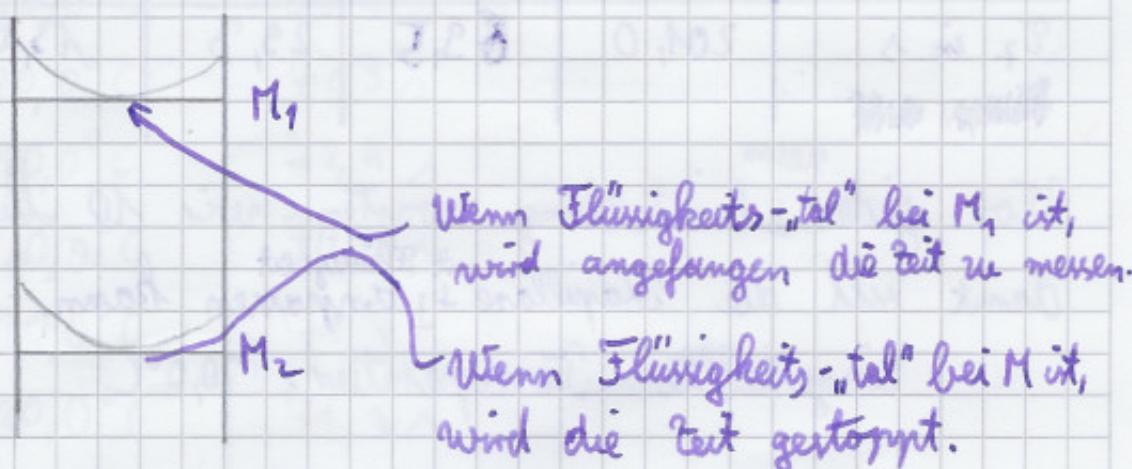
$$T = 25^\circ \text{C} ; 34^\circ \text{C} ; 43^\circ \text{C} ; \\ 52^\circ \text{C} ; 61^\circ \text{C} ; 70^\circ \text{C}$$

- Um die Wärmereit nach der Temperaturänderung besser einschätzen zu können, macht man nach der ersten Temperaturänderung am Thermostat alle zwei Minuten eine Durchlaufmessung

5.3 Viskosität zweier unbekannter Flüssigkeiten

- Viskosimeter mit dem Kapillardurchmesser 0,4mm
- Temperatur des Wasserbads: 20°C
- Man bestimmt jeweils 6 mal die Durchflusszeit für die beiden verschiedenen unbekannten Flüssigkeiten A und B

Hinweis zur allgemeinen Messung der Durchlaufzeit:



6) Messprotokoll

6.1 Kalibrierung der Kapillaren: Bestimmung von K

Gegeben: $V_{Füll} = 3 \text{ cm}^3$

$$C = 0,12 \text{ mm}^2$$

Start der Messung:

$$S_{\text{ar}, \text{uhr}} = 0,05 \text{ s}$$

14.32 Uhr

$$S_{\text{r}, \text{uhr}} = 92,3 + 5 \cdot 10^{-4} \uparrow ; S_{\text{alspritze}} = 0,1 \text{ ml}$$

Kapillare/mm $\pm 0,01 \text{ mm}$	0,3	0,4	0,5	0,6
$t_1 \text{ in s}$	208,6	67,8	29,8	14,3
$t_2 \text{ in s}$	203,5	68,4	29,9	14,3
$t_3 \text{ in s}$	201,5	68,4	29,8	13,9
$t_4 \text{ in s}$	205,8	68,7	28,9	14,3
$t_5 \text{ in s}$	203,6	68,5	29,0	13,7
$t_6 \text{ in s}$	201,6	68,4	29,6	14,1
$t_7 \text{ in s}$	201,0	69,5	29,3	13,6

~~Ablesen mit~~

neuen

Vor jeder Einstellung warten wir 10 Minuten,
damit sich die Kapillare ^{mit Flüssigkeit} anpassen kann.

Eingestellte Temperatur: $20,0^\circ\text{C}$

Aufwärmzeiten (0,3 mm): 14³² - 14⁴² Uhr

" (0,4 mm): 15²³ - 15³³ Uhr

" (0,5 mm): 15⁵⁸ - 16⁰⁹ Uhr

" (0,6 mm): 16¹² - 16²² Uhr ✓

Zeitmesser: Markus

6.2 Viskosität zweier unbekannter Flüssigkeiten

zur Versuchsbeschreibung 5.3

Gegeben: $d_{\text{Kapillar}} = 0,5 \text{ mm} \pm 0,01 \text{ mm}$

$$V_{\text{FGL}} = 3 \text{ cm}^3$$

$$\beta_{a,\text{spritze}} = 0,1 \text{ ml}$$

$$C = 0,12 \text{ mm}^2$$

$$\beta_{a,\text{Uhr}} = 0,05 \text{ s}$$

$$\beta_{r,\text{Uhr}} = 0,2 \text{ s} + 5 \cdot 10^{-4} t$$

a) Flüssigkeit G:

Temperatur	~
20,0 °C	63,3 ↗
20,0 °C	47,3 ↗
20,0 °C	72,4 ↗
20,0 °C	70,3 ↗
20,0 °C	71,4 ↗
20,0 °C	71,4 ↗
20,0 °C	71,9 ↗

Aufwärmzeiten: 16²¹ - 16⁴¹ Uhr

Zeitmesser: Markus

b) Flüssigkeit H:

Temperatur	τ
20,0 °C	49,7 s
20,0 °C	49,6 s
20,0 °C	47,4 s
20,0 °C	51,3 s
20,0 °C	49,7 s
20,0 °C	50,4 s
20,0 °C	49,9 s

Aufwärmzeiten: 17⁰²-17¹² Uhr

Zeitmeier: Markus

6.3 Temperaturabhängigkeit der Viskosität

Gegaben: $d_{\text{Kapillare}} = 0,4 \text{ mm} \pm 0,01 \text{ mm}$

$$C = 0,17 \text{ mm}^2$$

$$V_{\text{Füll}} = 3 \text{ cm}^3$$

$$\tau_{r, \text{Um}} = 0,05 \text{ s}$$

$$\tau_{r, \text{Um}} = 0,7 \text{ s} + 5 \cdot 10^{-9} T$$

Thermometer der Pumpen:

• Auflösung: 0,1

• Genaugigkeit: $\pm 0,1^\circ \text{C}$

a) Temperaturen zwischen 25 °C und 70 °C

$$T_1 = 25^\circ \text{C}, T_2 = 34^\circ \text{C}, T_3 = 43^\circ \text{C},$$

$$T_4 = 52^\circ \text{C}, T_5 = 61^\circ \text{C}, T_6 = 70^\circ \text{C}$$

Aufwärmzeiten für T_1 : 17²⁸-17³⁸ Uhr

" " T_2 : 17⁵⁷-18⁰⁷ Uhr

" " T_3 : 18¹⁶-18²⁶ Uhr

" " T_4 : 18³⁵-18⁴⁸ Uhr

Stufwärmzeiten für T_5 : $18^{\text{st}} \dots 19^{\text{st}}$ Uhr

Stufwärmzeiten für T_6 : $19^{\text{st}} \dots 19^{\text{th}}$ Uhr

Zeitmeier: Markus

$\lambda \setminus {}^\circ\text{C}$	T_1	T_2	T_3	T_4	T_5	T_6
τ_1	53,9	48,2	40,2	35,9	29,5	27,6
τ_2	58,6	49,7	43,4	34,9	30,9	27,1
τ_3	60,7	48,3	41,2	35,8	31,1	26,9
τ_4	57,3	47,6	42,1	37,4	31,4	29,0
τ_5	53,3	49,0	41,8	34,9	30,8	27,5
τ_6	58,7	47,6	42,4	35,0	30,6	27,2
τ_7	54,8	43,5	41,8	33,9	31,9	26,8

b) Durchlaufmessungen \rightarrow Zeitmeier: Markus

vom 34°C bis 43°C

Nr.	Uhrzeit	Temperatur	τ in s
1)	18^{st}	$34,0 {}^\circ\text{C}$	46,5
2)	18^{st}	$33,0 {}^\circ\text{C}$	42,5
3)	18^{th}	$43,2 {}^\circ\text{C}$	42,7
4)	18^{th}	$43,0 {}^\circ\text{C}$	41,8
5)	18^{th}	$43,0 {}^\circ\text{C}$	41,8
6)	18^{st}	$43,0 {}^\circ\text{C}$	42,0
7)	18^{st}	$43,0 {}^\circ\text{C}$	41,3
8)	18^{st}	$43,0 {}^\circ\text{C}$	41,2
9)	18^{st}	$43,0 {}^\circ\text{C}$	41,9
10)	18^{st}	$43,0 {}^\circ\text{C}$	42,5

29.6.2010
LWS

(13)

7) Auswertung

7.1 Bestimmung von K für die 4 Kapillaren

7.1.1 Für Kapillar mit $d = 0,3 \text{ mm}$

Messwerte für $\bar{\tau}$ sind auf S. 16 zu finden.

$$n = 7$$

$$g_w = 0,9982 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3} = 0,9982 \cdot 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \quad \left. \right\} \text{Bei } 20^\circ\text{C}$$

$$\eta_w = 10,019 \cdot 10^{-4} \frac{\text{Ns}}{\text{m}^2}$$

$$C = 0,12 \text{ mm}^2 = 0,12 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2$$

$$\text{GJ. (6): } v = K\tau - \frac{C}{\tau}$$

$$\Leftrightarrow K\bar{\tau} = v + \frac{C}{\bar{\tau}} \quad \Leftrightarrow K = \frac{v}{\bar{\tau}} + \frac{C}{\bar{\tau}^2}$$

$$\stackrel{\text{v} = \frac{\eta_w}{g_w}}{\Leftrightarrow} K = \frac{\eta_w}{g_w \bar{\tau}} + \frac{C}{\bar{\tau}^2} \quad \checkmark$$

$$g := g_w; \eta := \eta_w$$

C , η_w und g_w sind vorgegebene Werte, wobei die Fehler nicht mit angegeben wurden. d.h. nur $\bar{\tau}$ ist fehlerbehaftet.

Fehler für $\bar{\tau}$: • Ablesefehler: $s_a = 0,05 \text{ s}$

• Restfehler: $s_r = 0,2s + 5 \cdot 10^{-4} \text{ s}$

Da wir sieben Messwerte vorliegen haben, können wir für den Fehler statistische Methoden verwenden.

► Mittelwert $\bar{\tau}$: $\bar{\tau} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \tau_i$ mit $n = 7$ und τ_i auf S. 16

$$\Rightarrow \bar{\tau} = 203,6571429 \text{ s}$$

► Standardabweichung σ der Einzelmessung:

$$\sigma = \left[\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\bar{x}_i - \bar{\bar{x}})^2 \right]^{\frac{1}{2}} = \left[\frac{1}{6} \sum_{i=1}^7 (x_i - \bar{\bar{x}})^2 \right]^{\frac{1}{2}}$$

$$\underline{\sigma = 2,738525846 \text{ s}} > s_a = 0,05 \text{ s} \Rightarrow \text{es liegt eine statistische Verteilung vor}$$

► Standardabweichung s des Mittelwertes:

$$s = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\sigma}{\sqrt{7}}$$

$$\underline{s = 1,035065478 \text{ s}}$$

► Aussonderung von Messwerten nach dem Chauvenetischen Kriterium (Skript S. F-12)

Da in der Tabelle auf S.F-12 n=7 nicht aufgeführt ist, wird $\Delta x_{ch}/\sigma$ für n=8 verwendet.
(Im Zweifelsfall sollte man $\Delta x_{ch}/\sigma$ lieber zu groß als zu klein wählen.)

$$\Rightarrow \frac{\Delta x_{ch}}{\sigma} = 2,01$$

$$\Rightarrow \Delta x_{ch} = 2,01 \cdot \sigma = 5,504436951 \text{ s}$$

$$\Rightarrow \text{Intervall: } \bar{\bar{x}} \pm \Delta x_{ch} \approx [198,45 \text{ s}; 221,14 \text{ s}]$$

Nach Vergleich der Messwerte auf S.16 mit dem Intervall, stellt man fest, dass alle Werte in diesem Intervall liegen. D.h. kein Wert muss ausgesondert werden.

► Messunsicherheit des Mittelwertes:

$$u_{\bar{x}} = \left[(s_r(\bar{x}))^2 + s^2 \right]^{\frac{1}{2}} = \left[(0,2 \text{ s} + 5 \cdot 10^{-4} \cdot \bar{\bar{x}})^2 + s^2 \right]^{\frac{1}{2}}$$

$$u_{\bar{x}} = 1,078174861 \text{ s}$$

Mit \bar{z} und u_z können nun \bar{K} und u_K berechnet werden:

$$\bullet \quad \bar{K} = \frac{\eta}{g \bar{z}} + \frac{C}{\bar{z}^2}$$

$$\underline{\bar{K} = 4,93131 \cdot 10^{-9} \frac{m^2}{s^2}}$$

• Fehlerfortpflanzung für u_K :

$$u_K = \left[\left(\frac{\partial K}{\partial z} u_z \right)^2 \right]^{1/2} = \frac{\eta}{g z^2} + 2 \frac{C}{z^3}$$

$$\underline{u_K = 2,4228 \cdot 10^{-11} \frac{m^2}{s^2} = 0,024 \cdot 10^{-9} \frac{m^2}{s^2}}$$

\Rightarrow apparatekonstante K für Kapillare $d=0,3\text{mm}$:

$$\underline{\underline{K = (4,931 \pm 0,024) \cdot 10^{-9} \frac{m^2}{s^2}}}$$

7.1.2 Für Kapillar mit $d=0,4\text{mm}$

Messwerte befinden sich auf S.16.

Die Vorgehensweise und Rechenschritte sind analog zu 7.1.1, ebenfalls blieben η, g und C unverändert.

- Mittelwert: $\bar{z} = 68,54142857_s$
- Standardabweichung der Einzelmessung: $\sigma = 0,508367208_s$
 $\rightarrow s_x = 0,05_s$
- Chauvenet: $\Delta X_{ch} = 1,023024089_s$
 \Rightarrow Intervall: $\bar{z} \pm \Delta X_{ch} = [67,55_s; 69,59_s]$
 \Rightarrow Nach Vergleich ist keine Aussonderung nötig.
- Standardabweichung des Mittelwertes: $s = 0,192371523_s$
- Messunsicherheit des Mittelwertes: $u_z = 0,303144518_s$

► $K = 1,46629 \cdot 10^{-8} \frac{m^2}{s^2}$

► Fehler: $u_K = 2,14206 \cdot 10^{-10} \frac{m^2}{s^2} = 0,0214706 \cdot 10^{-8} \frac{m^2}{s^2}$

$\Rightarrow K = (1,466 \pm 0,021) \cdot 10^{-8} \frac{m^2}{s^2}$

7.1.3 Für Kapillar mit $d = 0,5\text{ mm}$

Messwerte befinden sich auf S. 16

Vorgehensweise ist analog zu 7.1.1. η , g und C sind unverändert.

► Mittelwert: $\bar{\Sigma} = 29,47142857\text{ s}$

► Standardabweichung der Einzelmessung: $\sigma = 0,407080196\text{s} > \lambda_b = 0,05\text{s}$

► Standardabweichung des Mittelwertes: $s = 0,153861852\text{s}$

► Chauvenet: $\Delta x_{ch} = 0,81823493\text{s}$

\Rightarrow Intervall: $\bar{\Sigma} \pm \Delta x_{ch} \approx [28,65\text{s}; 30,29\text{s}]$

\Rightarrow Nach Vergleich mit Bezugswert ist keine Korrektur nötig.

► Messunsicherheit des Mittelwerts $u_{\bar{\Sigma}} = 0,264168311\text{s}$

► $\bar{K} = 3,41951 \cdot 10^{-8} \frac{m^2}{s^2}$

► Fehler: $u_K = 1,16497 \cdot 10^{-9} \frac{m^2}{s^2} = 0,116497 \cdot 10^{-8} \frac{m^2}{s^2}$

$\Rightarrow K = (3,42 \pm 0,12) \cdot 10^{-8} \frac{m^2}{s^2}$

7.1.4 Für Kapillar mit $d = 0,6\text{ mm}$

Messwerte befinden sich auf S. 16.

Vorgehensweise ist analog zu 7.1.1. η , g und C sind unverändert.

► Mittelwert: $\bar{\Sigma} = 14,11428571\text{ s}$

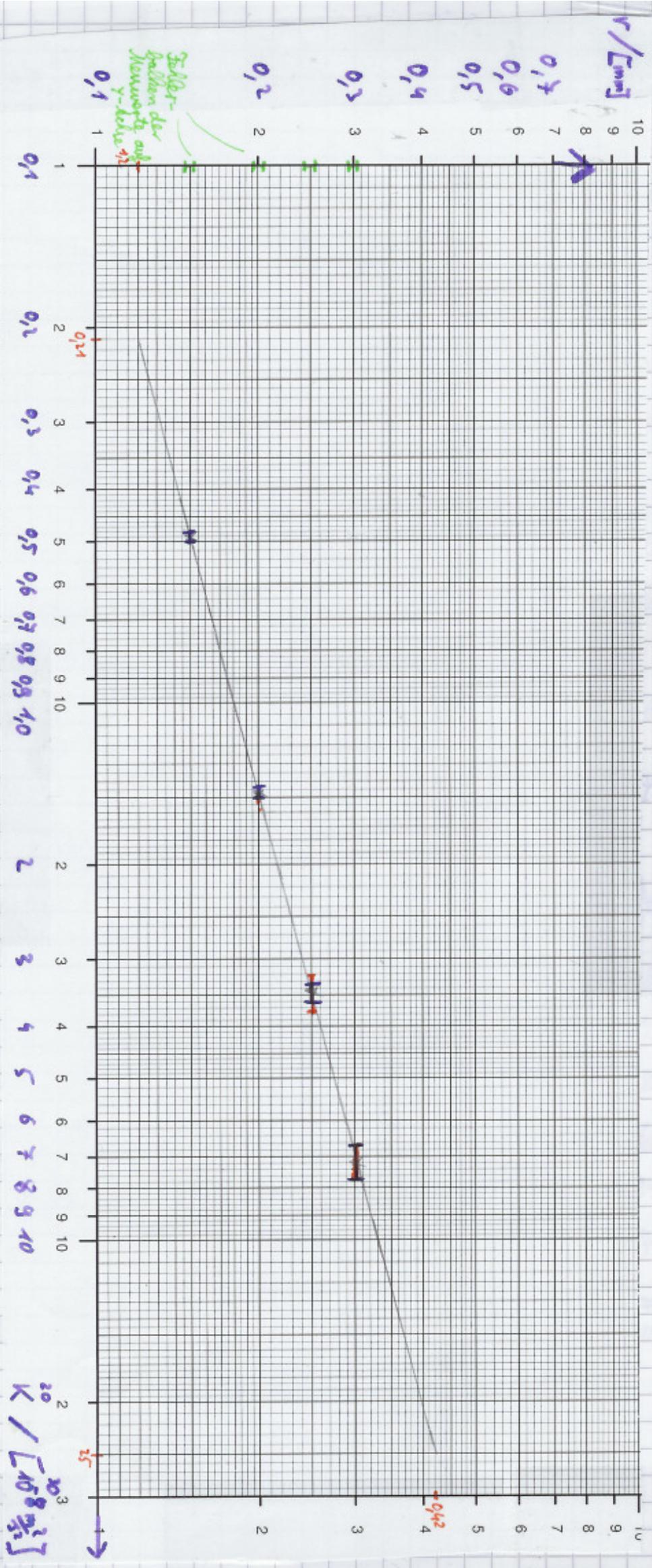
► Standardabweichung der Einzelmessung: $\sigma = 0,441318371\text{s}$

$> \lambda_a = 0,05\text{s}$

- Standardabweichung des Mittelwertes: $s = 0,166802666s$
- Chauvenet: $\Delta x_{ch} = 0,887049926 s$
 $\Rightarrow \text{Intervall: } \bar{x} \pm \Delta x_{ch} \approx [13,275; 15,005]$
 $\Rightarrow \text{Nach Vergleich ist keine Aussonderung nötig.}$
- Messunsicherheit des Mittelwertes: $u_x = 0,265886799s$
- $K = 7,17152 \cdot 10^{-8} \frac{m^2}{s^2}$
- Fehler: $u_K = 5,12371 \cdot 10^{-3} \frac{m^2}{s^2} = 0,512371 \cdot 10^{-8} \frac{m^2}{s^2}$
- $K = (7,2 \pm 0,5) \cdot 10^{-8} \frac{m^2}{s^2}$

7.1.5 Bemerkungen

- Betrachtet man die Formel für K (S. 20), stellt man fest, dass K zunehmen muss, da die Durchflusbreiten τ von 0,3mm bis 0,6mm abnehmen, was auch die berechneten Werte für K zeigen.
- Die statistische Auswertung scheint gerechtfertigt zu sein, da die Standardabweichung der Einzelmessung s stets größer ist als der Abtastfehler s_a .
- Vergleicht man die Werte von \bar{K} mit deren Fehler, so stellt man fest, dass die Fehler stets klein sind. Dies liegt daran, dass nur eine Fehlerquelle, die Stoppuhr, vorhanden ist. Der Abtastfehler ist im Vergleich zu den gemessenen Zeiten nicht allzu groß.



Vollständig? ✓

7.1.6 Graphische Auswertung

$$K = \frac{\pi g r^4}{8 \ell A' \ln(\frac{h_1}{h_2})} \quad (\text{nach 3) S.12})$$

auf doppellogarithmischem Papier aufgetragen.

$$\ln K = \ln \left(\frac{\pi g r^4}{8 \ell A' \ln(\frac{h_1}{h_2})} \right)$$

$$\ln K = \ln r^4 + \underbrace{\ln(\pi \cdot g)}_{\text{Konstanten}} - \underbrace{\ln(8 \ell A' \ln(\frac{h_1}{h_2}))}_{\text{Konstanten}}$$

Konstanten \Rightarrow nur Verschiebung des y-Achsenabschnitts

$$\Rightarrow \ln K \sim \ln r^4$$

$$(\Rightarrow) \ln r \sim \frac{1}{4} \ln K$$

\Rightarrow Die Steigung der Geraden auf dem doppellogarithmischen Papier sollte $\frac{1}{4}$ betragen.

Steigung a:

$$a = \frac{\Delta y}{\Delta x} \quad \begin{matrix} (\Delta x, \Delta y) \\ \text{orange Markierungen} \end{matrix}$$

Messen mit Hilfe des Lineals (Hersteller: $\pm (0,2 \text{ mm} + 1 \cdot 10^{-3} \ell)$)
(Ablesefehler: $\pm 0,5 \text{ mm}$)

$$\Delta y = 5,5 \text{ cm} \quad (\rightarrow \ln r)$$

$$\Delta x = 20,7 \text{ cm} \quad (\rightarrow \ln K) \quad \Rightarrow a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{5,5 \text{ cm}}{20,7 \text{ cm}} = 0,26700218$$

Fehler:

$$u_y = \left[(0,5 \text{ mm})^2 + (0,2 \text{ mm} + 1 \cdot 10^{-3} \cdot 55,0 \text{ mm})^2 \right]^{\frac{1}{2}} = 0,56127085 \text{ mm}$$

$$u_x = \left[(0,5 \text{ mm})^2 + (0,2 \text{ mm} + 1 \cdot 10^{-3} \cdot 20,7 \text{ mm})^2 \right]^{\frac{1}{2}} = 0,64470846 \text{ mm}$$

$$\Rightarrow u_a = \left[\left(\frac{\partial a}{\partial y} u_y \right)^2 + \left(\frac{\partial a}{\partial x} u_x \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} = \left[\left(\frac{1}{\Delta x} u_y \right)^2 + \left(-\frac{\Delta y}{(\Delta x)^2} u_x \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} =$$

$$= 0,0028349234936565$$

$$\Rightarrow \underline{a = 0,2407 \pm 0,0028} \quad a \approx 0,25 = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow \ln v \sim \frac{1}{4} \ln K \Leftrightarrow \ln K \sim 4 \ln v \Leftrightarrow K \sim v^4$$

air will also increase?

7.2 Temperaturabhängigkeit der Viskosität

7.2.1 Bestimmung der mittleren Durchflussraten $\bar{\varepsilon}$ mit Fehler

Nun wird jeweils der Mittelwert und dessen Fehler der gemessenen Durchlaufzeiten von 5.19 für die verschiedenen Temperaturen bestimmt. Die Vorgehensweise ist hierbei die gleiche wie bei der Auswertung 7.1 (Bestimmung von K), weshalb die Rechenschritte nicht erneut ausgeführt werden (s.20f.).

$T_i / [^\circ C]$	$\bar{\varepsilon}_i / [s]$	$\sigma_i / [s]$	$s_i / [s]$	$\Delta x_{ch_i} / [s]$	$\bar{\varepsilon}_i \pm \Delta x_{ch_i} / [s]$	$u_{\bar{\varepsilon}_i} / [s]$
25	58,83	1,1191	0,920	2,2494	[56,58; 61,08]	0,4812 $\approx 0,5$
34	48,56	0,8580	0,3243	1,7246	[46,83; 50,28]	0,3943 $\approx 0,39$
43	41,84	0,9931	0,3753	1,9961	[39,85; 43,81]	0,4355 $\approx 0,4$
52	35,33	1,1572	0,4374	2,3259	[33,00; 37,65]	0,4885 $\approx 0,5$
61	30,86	0,7635	0,2886	1,5345	[29,32; 32,39]	0,3601 $\approx 0,36$
70	27,16	0,2392	0,1131	0,6014	[26,56; 27,76]	0,2417 $\approx 0,24$

Da sämtliche Messwerte innerhalb des Intervalls $\bar{\varepsilon}_i \pm \Delta x_{ch_i}$ liegen, ist die Aussonderung nach Chauvenet hier nicht nötig.

Weiterhin ist stets $\sigma_i > s_i = 0,05s$ (Ablesefehler), d.h. die statistische Betrachtung ist sinnvoll.

Berechnung der Größen in der Tabelle (siehe oben):

T_i : Meintemperatur

$\bar{\tau}_i$: Mittelwert der Durchflussraten

σ_i : Standardabweichung der Einzelmessung

s_i : Standardabweichung des Mittelwertes

$u_{\bar{\tau}_i}$: Fehler des Mittelwertes

7.2.2 Berechnung der kinematischen Viskosität ν

$$\text{gl.(6)} \quad \nu = K \bar{\tau} - \frac{C}{\bar{\tau}}$$

Mit gegebenen Werten:

- K für Kapillar mit $d=0,4\text{mm}$:

$$K = 1,46629 \cdot 10^{-8} \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} \pm 0,0214206 \cdot 10^{-8} \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}$$

- C :

$$C = 0,12 \text{mm}^2 = 0,12 \cdot 10^{-6} \text{m}^2 = 1,2 \cdot 10^{-7} \text{m}^2$$

$$\nu_i = K \bar{\tau}_i - \frac{C}{\bar{\tau}_i} \quad \text{bei Temperatur } T_i$$

Fehlerfortpflanzung:

$$u_{\nu_i} = \left[\left(\frac{\partial \nu_i}{\partial K} u_K \right)^2 + \left(\frac{\partial \nu_i}{\partial \bar{\tau}_i} u_{\bar{\tau}_i} \right)^2 \right]^{1/2} =$$

$$= \left[\left(\bar{\tau}_i u_K \right)^2 + \left(\left(K + \frac{C}{\bar{\tau}_i^2} \right) u_{\bar{\tau}_i} \right)^2 \right]^{1/2}$$

mit: • u_K siehe oben

• $u_{\bar{\tau}_i} = u_{\bar{\tau}}$ bei Temperatur T_i (S. 27)

Weiterhin wird für das Diagramm die jeweilige reziproke Temperatur in Kelvin benötigt:

Seit T_i die Temperatur in $^{\circ}\text{C}$, so ist

$$\tilde{T}_i = [T_i \cdot ({}^{\circ}\text{C})^{-1} + 273,15] \text{ K} \quad \text{die Temperatur in Kelvin, [K].}$$

Der Fehler ist $u_{T_i} = 0,4 {}^{\circ}\text{C}$ (S.18)

$$\Rightarrow \text{Fehler in Kelvin: } u_{\tilde{T}_i} = 0,4 \text{ K}$$

Fehler der reziproken Werte:

$$u_{1/\tilde{T}_i} = \sqrt{\left(\frac{\partial(1/\tilde{T}_i)}{\partial \tilde{T}_i} u_{\tilde{T}_i} \right)^2} = \frac{u_{\tilde{T}_i}}{\tilde{T}_i^2}$$

$T_i / [{}^{\circ}\text{C}]$	$\tilde{T}_i / [\text{K}]$	$\frac{1}{\tilde{T}_i} / [\text{K}^{-1}]$	$u_{1/\tilde{T}_i} / [\text{K}^{-1}]$	$v_i / [10^{-3} \frac{\text{m}^3}{\text{s}^2}]$	$u_{v_i} / [10^{-3} \frac{\text{m}^3}{\text{s}^2}]$
25	298,15	0,003354	0,000005	8,61	0,14
34	307,15	0,003256	0,000004	7,10	0,19
43	316,15	0,003163	0,000004	6,11	0,11
52	325,15	0,0030755	0,0000038	5,15	0,10
61	334,15	0,0029927	0,0000036	4,49	0,08
70	343,15	0,0029142	0,0000034	3,94	0,07

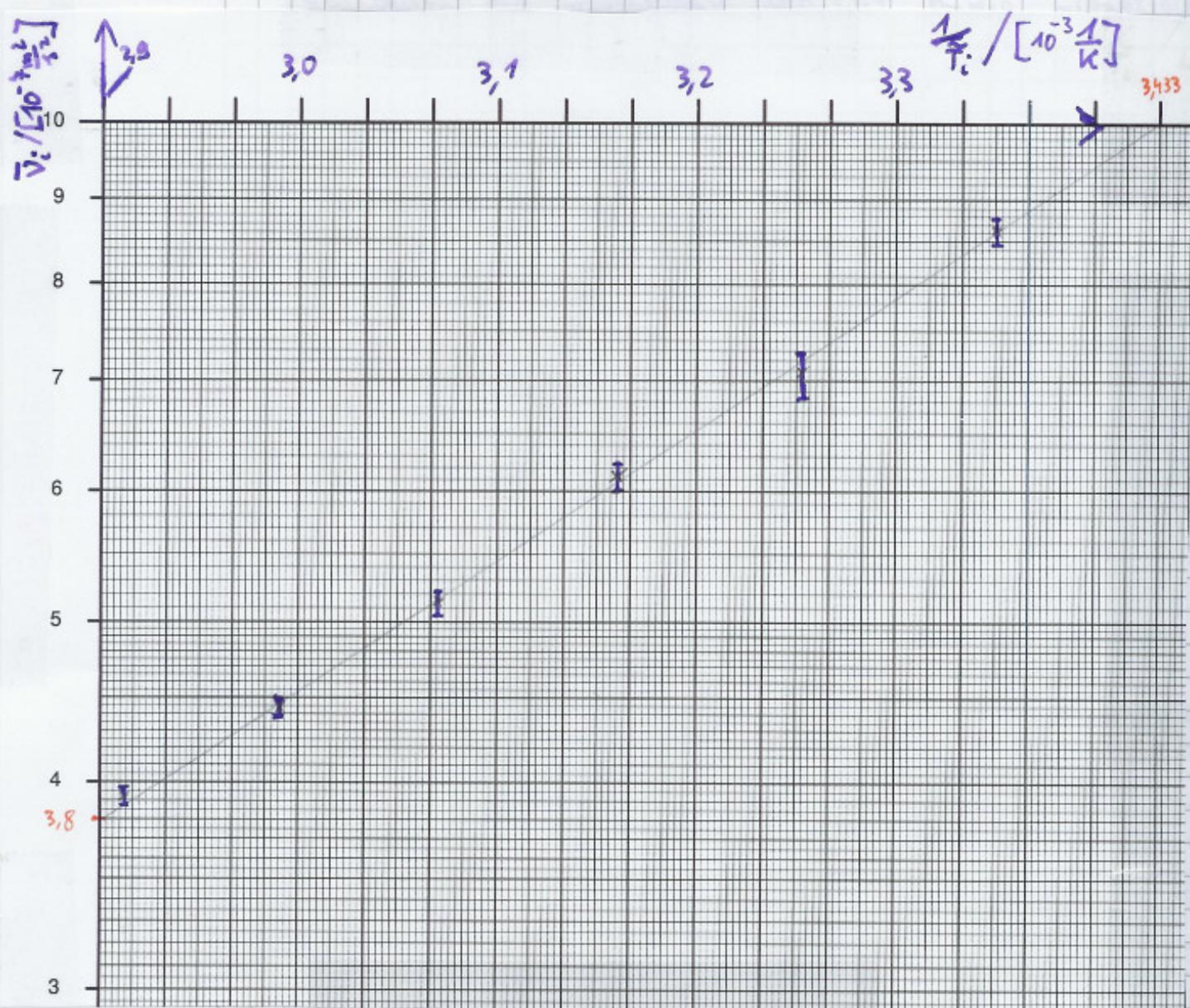
Get.

7.2.3 Zeichnung des Graphen $v(1/T)$ auf halblogarithmischem Papier

Es gilt: $v = D e^{T^* \frac{1}{T}}$ gl. (3)

$$\Leftrightarrow \ln v = \ln D + T^* \cdot \frac{1}{T}$$

Trägt man die Messwerte auf halblogarithmischem Papier auf, so sollte sich eine Gerade mit Steigung T^* ergeben.



Wie auch bereits anhand der Formel zu sehen war (und aus den berechneten Werten), nimmt die Viskosität mit steigender Temperatur ab, d.h. die Durchflussraten nehmen ab und die innere Reibung wird geringer.

Die Fehler der reziproken Temperaturen sind zu klein zum Einreichen.

7.2.4 Bestimmung von T^* mittels Linearer Regression

mit $y := \ln v$, $x := \frac{1}{T}$ ergibt sich als Geradengleichung:

$$y = \ln D + T^* x$$

Sie entsteht durch lineare Regression der diskreten Werte y_i und x_i , wobei $i=1, \dots, 6$. y_i ist dabei fehlerbehaftet und es gilt:

$$u_i = \left[\left(\frac{\partial y_i}{\partial v_i} u_{v_i} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} = \frac{u_{v_i}}{v_i} \quad \text{mit } y_i = \ln v_i$$

(Fehler von $\frac{1}{T_i}$ wird vernachlässigt, da diese sehr klein in Bezug auf die Werte von $\frac{1}{T_i}$ sind.)

Nach Skript S. F-21 gilt:

$$\tilde{D} := \sum_{i=1}^6 \frac{x_i^2}{u_i^2} \cdot \sum_{i=1}^6 \frac{1}{u_i^2} - \left(\sum_{i=1}^6 \frac{x_i}{u_i^2} \right)^2 \quad \text{mit } x_i = \frac{1}{T_i}$$

$$\tilde{T}^* = \frac{1}{\tilde{D}} \left(\sum_{i=1}^6 \frac{x_i y_i}{u_i^2} \cdot \sum_{i=1}^6 \frac{1}{u_i^2} - \sum_{i=1}^6 \frac{x_i}{u_i^2} \sum_{i=1}^6 \frac{y_i}{u_i^2} \right)$$

$$\text{Fehler von } T^*: u_{T^*} = \sqrt{\frac{1}{\tilde{D}} \sum_{i=1}^6 \frac{1}{u_i^2}}$$

→ Skript!

In diese Formeln werden die Werte von S. 27 eingesetzt.

Es ergibt sich:

$$\tilde{D} = \underline{8,442879178 \frac{1}{K^2}}$$

$$\bar{T}^* \approx \underline{1773,885802 \text{ K}}$$

$$u_{\bar{T}^*} \approx \underline{47,06695439 \text{ K}} \approx 47 \text{ K}$$

$$\Rightarrow \underline{\bar{T}^* = \bar{T}^* \pm u_{\bar{T}^*} = (1774 \pm 47) \text{ K}} \quad \checkmark$$

aus den Graphen selbst ergibt sich zum Vergleich
(siehe orange Markierungen im Diagramm):

$$\bar{T}^* = \frac{\ln(10 \cdot 10^{-3}) - \ln(3,8 \cdot 10^{-3})}{3,433 \cdot 10^{-3} \frac{1}{K} - 2,9 \cdot 10^{-3} \frac{1}{K}} = 1815,354646 \text{ K} \quad \left(\stackrel{?}{=} \frac{\Delta V}{\Delta K} \right)$$

Dies stimmt in etwa mit dem theoretischen Wert
überein, den man aus der linearen Regression erhält.

7.2.5 Graphische Darstellung des Zusammenhangs zwischen τ und der seit der Temperaturänderung vergangenen Zeit

Messwerte befinden sich auf S. 19.

zwischen zwei Messwerten ist ungefähr 1 Minute vergangen, was auch das Messprotokoll zeigt.

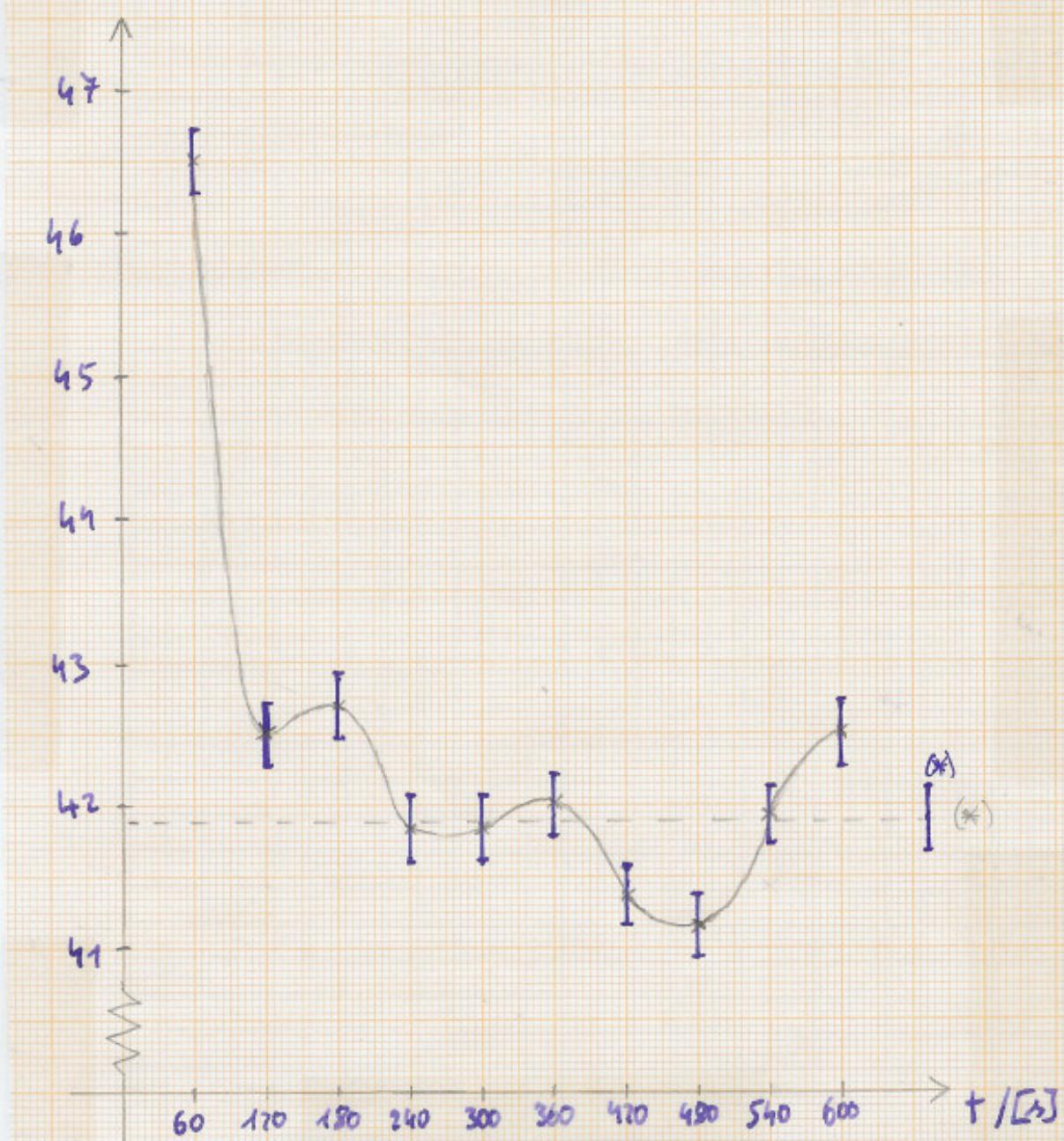
Die Wartezeit der Erwärmung von 34°C auf 43°C entsprach ca. der Messzeit der Messwerte von 6.3(b) von S. 19.

Nr.	τ in s	vergangene Zeit t in s	u_τ in s
1)	46,5	60	0,23
2)	42,5	120	0,23
3)	42,7	180	0,23
4)	41,8	240	0,23
5)	41,8	300	0,23
6)	42,0	360	0,23
7)	41,3	420	0,23
8)	41,2	480	0,23
9)	41,9	540	0,23
10)	42,5	600	0,23

Der Fehler u_τ von τ wurde dabei folgendermaßen berechnet:

$$u_\tau = \left[(0,05_s)^2 + (0,2_s + 5 \cdot 10^{-4} t)^2 \right]^{1/2}$$

$\tau / [\text{s}]$



Beim Betrachten des Graphen wird klar, dass die 10-minütige Wartezeit durchaus berücksichtigt ist. Der größte Abfall der Durchlaufzeit aufgrund der Temperaturänderung geschieht zwar während den ersten drei Minuten, aber bis sich der Wert richtig eingependelt hat, muss man noch einige Minuten warten, denn die Temperatur des Wasserbads steigt zwar erst einmal ziemlich schnell, benötigt aber eine gewisse Zeit, bis sie sich genau eingependelt hat.

Im Graphen wurde kein Fehler für die vergangene Zeit (x-achse) eingerechnet, da die Intervalle selbst nur abgeschätzt wurden.

~~stimmig~~

Der mit (*) in dem Diagramm berechnete Wert ist die mittlere Durchlaufzeit, die für die Bestimmung der Viskosität nach 10 min. auf S. 27 verwendet wurde. Die Temperatur pendelt sich aber langsam ein.

v

7.3 Viskosität zweier unbekannter Flüssigkeiten

7.3.1 Bestimmung der mittleren Durchflusreiten $\bar{\tau}$ mit Fehler

Messwerte befinden sich auf S. 17/18

~~Vorgehensweise analog zu 7.1.1.~~

Hierbei werden die mittleren Durchflusreiten der Flüssigkeiten G und H und deren Fehler berechnet.

~~Vorgehensweise analog zu 7.1.1.~~

Fluid	$\bar{\tau}_i / [\text{s}]$	$\sigma_i / [\text{s}]$	$\Delta x_{\text{char}} / [\text{s}]$	$\bar{\tau}_i + \sigma_{\bar{\tau}_i} / [\text{s}]$	$s_i / [\text{s}]$	$u_{\bar{\tau}_i} / [\text{s}]$
G	71,3	1,1088	2,2288	[69,0; 73,5]	0,4191	0,4
H	49,7	1,1824	2,3767	[47,3; 52,1]	0,4163	0,5

Berechnungen: $\bar{\tau}_i$: Mittelwert der Durchflusreiten

σ_i : Standardabweichung der Einzelmessung

s_i : Standardabweichung des Mittelwertes

$u_{\bar{\tau}_i}$: Fehler des Mittelwertes

Noch zu beachten ist, dass kein Messwert nach dem Chauvenetschen Kriterium auszuwerden ist.

7.3.2 Berechnung der kinematischen Viskosität v

\bar{v}_i und der Fehler $u_{\bar{v}_i}$ werden analog zu 7.2.2

berechnet, jedoch ist K nun:

$$K = 3,41951 \cdot 10^{-8} \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} \pm 0,116497 \cdot 10^{-8} \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} \quad (S.23)$$

Fluid	$\bar{\tau}_i / [\text{s}]$	$u_{\bar{\tau}_i} / [\text{s}]$	$\bar{v}_i / [10^{-6} \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}]$	$u_{\bar{v}_i} / [10^{-6} \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}]$
G	71,3	0,4	2,43	0,08
H	49,7	0,5	1,70	0,06

$$\text{Intervalle: } \bullet G_1 : v_{G_1} = [2,35; 2,51] \cdot 10^{-6} \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}$$

$$\bullet H : v_H = [1,64; 1,76] \cdot 10^{-6} \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}$$

7.3.3 Bestimmung / Schätzung der Ethanol-Konzentration

zur Bestimmung der Konzentration von Ethanol in der Flüssigkeit ist eine Tabelle nötig, die die Stoffmengenkonzentration zusammen mit der dazugehörigen Viskosität listet (bei 20°C).

Solche eine Tabelle findet sich in „CRC Handbook of chemistry and physics“ (Verlag: Taylor and Francis), S. 8-56f.

In dieser ist jedoch nur die dynamische Viskosität η , nicht aber die kinematische gelistet. Mithilfe der angegebenen Dichte ρ läuft sich jedoch die kinematische Viskosität über $\nu = \frac{\eta}{\rho}$ berechnet.

Tabelle der Viskositäten

aus "CRC Handbook of chemistry
and physics"berechnet über $v = \frac{\eta}{\rho}$

Stoffmengenkonz. c [mol/L]	Dichte in [g/cm^3]	Dyn. Vis. η in [mPa s]	Kinemat. Vis. v in [$10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$]
0,108	0,9973	1,023	1,03
0,216	0,9963	1,046	1,05
0,432	0,9945	1,095	1,10
0,646	0,9927	1,140	1,15
0,860	0,9910	1,183	1,19
1,074	0,9893	1,228	1,24
1,286	0,9878	1,279	1,29
1,498	0,9862	1,331	1,35
1,710	0,9847	1,385	1,41
1,921	0,9833	1,442	1,47
2,131	0,9819	1,501	1,53
2,551	0,9792	1,627	1,66 H
2,967	0,9765	1,761	1,80
3,382	0,9739	1,890	1,94
3,795	0,9713	2,019	2,08
4,205	0,9687	2,142	2,21
4,613	0,9660	2,259	2,34
5,018	0,9632	2,370	2,46 G
5,419	0,9602	2,476	2,58
5,817	0,9571	2,581	2,70
6,212	0,9539	2,667	2,80
6,601	0,9504	2,726	2,87
6,987	0,9468	2,768	2,92
7,370	0,9431	2,803	2,97
7,747	0,9392	2,829	3,01
8,120	0,9352	2,846	3,04
8,488	0,9311	2,852	3,06
8,853	0,9269	2,850	3,07
9,213	0,9227	2,843	3,08
9,568	0,9183	2,832	3,08
9,919	0,9139	2,813	3,08
11,605	0,8911	2,547	2,86
13,183	0,8676	2,214	2,55
14,649	0,8436	1,881	2,23 G
15,980	0,8180	1,542	1,89
16,225	0,8125	1,475	1,82
16,466	0,8070	1,407	1,74
16,697	0,8013	1,342	1,67
16,920	0,7954	1,273	1,60
17,133	0,7893	1,203	1,52

Siehe weiter unten

Bemerkung:

Vergleicht man die kin. Viskosität v unserer beiden Flüssigkeiten mit den berechneten Werten der Tabelle, so stellt man fest, dass je zwei Konzentrationen für eine kin. Viskosität einer Flüssigkeit zur Auswahl stehen.

Außerdem werden unsere berechneten Werte für v nicht in obiger Tabelle aufgelistet, so dass

diese zwischen zwei Werten aus der Tabelle liegen.
Zusätzlich wird durch den Fehler von v das Intervall vergrößert, so dass mehrere Werte in Frage kommen.

Letzteres wird durch Interpolation gemindert.
Eine Möglichkeit, um die Werte der Konzentration eindeutig zu bestimmen, wäre, die Ethanolkonzentration der Flüssigkeit zu erhöhen. Bestimmt man nun erneut die Viskosität, stellt man fest, dass man sich im unteren Teil der Tabelle befindet, falls die Viskosität abnimmt. Steigt diese, so befindet man sich im oberen Teil der Tabelle. ✓

Flüssigkeit G:

$$\text{Mögliche Bereiche: } 1) v = [2,34; 2,46] \cdot 10^{-6} \frac{\text{m}^2}{\text{s}} \Rightarrow c = [4,613; 5,018] \frac{\text{mol}}{\text{L}}$$

$$2) v = [2,23; 2,55] \cdot 10^{-6} \frac{\text{m}^2}{\text{s}} \Rightarrow c = [13,183; 14,649] \frac{\text{mol}}{\text{L}}$$

$$1) \text{ linear interpolierter Wert: } \tilde{c} = \frac{\Delta c}{\Delta v} (v_c - v_N) + c_N$$

mit v_c : errechneter Wert von v von S. 36

v_N : niedrigster Wert des Intervalls von v

c_N : niedrigster Wert des Intervalls von c

$$\text{Hier: } \tilde{c}_{G1} = \frac{5,018 - 4,613}{2,46 - 2,34} (2,43 - 2,34) \frac{\text{mol}}{\text{L}} + 4,613 \frac{\text{mol}}{\text{L}} = \\ = \underline{\underline{4,917 \frac{\text{mol}}{\text{L}}}}$$

Der Fehler wird geschätzt mittels: $u_{\tilde{c}} = \frac{1}{2} (c_H - c_N)$

mit c_H : höchster Wert des Intervalls von c

$$\text{Hier: } u_{\tilde{c}} = \frac{1}{2} (5,018 - 4,613) \frac{\text{mol}}{\text{L}} = \underline{\underline{0,2025 \frac{\text{mol}}{\text{L}}}} \\ \approx 0,20 \frac{\text{mol}}{\text{L}}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{c_{G1} = (4,92 \pm 0,20) \frac{\text{mol}}{\text{L}}}}$$

2) linear interpolierter Wert:

$$\tilde{c}_{G2} = \frac{14,643 - 13,183}{2,55 - 2,23} (2,43 - 2,23) \frac{\text{mol}}{\text{L}} + 13,183 \frac{\text{mol}}{\text{L}} = \\ = 14,033 \frac{\text{mol}}{\text{L}}$$

$$u_{\tilde{c}} = \frac{1}{2} (14,643 - 13,183) \frac{\text{mol}}{\text{L}} = 0,733 \frac{\text{mol}}{\text{L}} \approx 0,7 \frac{\text{mol}}{\text{L}}$$

$$\Rightarrow \underline{c_{G2} = (14,1 \pm 0,7) \frac{\text{mol}}{\text{L}}}$$

Flüssigkeit H:

Mögliche Bereiche: 1) $v = [1,66; 1,80] \cdot 10^6 \frac{\text{m}^3}{} \hat{=} c = [2,551; 2,967] \frac{\text{mol}}{\text{L}}$

2) $v = [1,67; 1,74] \cdot 10^6 \frac{\text{m}^3}{} \hat{=} c = [16,466; 16,697] \frac{\text{mol}}{\text{L}}$

1) linear interpolierter Wert:

$$\tilde{c}_{H1} = \frac{2,967 - 2,551}{1,80 - 1,66} (1,70 - 1,66) \frac{\text{mol}}{\text{L}} + 2,551 \frac{\text{mol}}{\text{L}} = \\ = 2,670 \frac{\text{mol}}{\text{L}}$$

$$u_{\tilde{c}} = \frac{1}{2} (2,967 - 2,551) \frac{\text{mol}}{\text{L}} = 0,708 \frac{\text{mol}}{\text{L}} \approx 0,71 \frac{\text{mol}}{\text{L}}$$

$$\Rightarrow \underline{c_{H1} = (2,67 \pm 0,71) \frac{\text{mol}}{\text{L}}}$$

2) linear interpolierter Wert:

$$\tilde{c}_{H2} = \frac{16,697 - 16,466}{1,74 - 1,67} (1,70 - 1,67) \frac{\text{mol}}{\text{L}} + 16,466 \frac{\text{mol}}{\text{L}} = \\ = 16,565 \frac{\text{mol}}{\text{L}}$$

$$u_{\tilde{c}} = \frac{1}{2} (16,697 - 16,466) \frac{\text{mol}}{\text{L}} = 0,116 \frac{\text{mol}}{\text{L}} \approx 0,12 \frac{\text{mol}}{\text{L}}$$

$$\Rightarrow \underline{c_{H2} = (16,57 \pm 0,12) \frac{\text{mol}}{\text{L}}}$$

Fluid A ist entweder stärker oder schwächer als Flüssigkeit G konzentriert. Welcher Sachverhalt nun trifft, lässt sich aus der Messung nicht herleiten; eine zusätzliche Messung (etwa eine Dichtebestimmung) wäre nötig.

Zu beachten ist auch, dass für die Interpolation jeweils ein linearer Zusammenhang angenommen wurde. Der Fehler wurde so gewählt, dass die wahre Konzentration innerhalb liegt, indem der vom Fehler der Toleranz „abgedeckte“ Bereich übernommen wurde. Trotzdem sind die Fehler im Vergleich zu den eigentlichen Werten nicht zu groß, da die Schrittweite der Tabelle relativ gering ist.

Erinnerung zur Tabelle:

Die durchgezogenen Linien markieren den Bereich, in dem mit hoher Wahrscheinlichkeit die jeweilige Stoffmengenkonzentration vorliegen sollte.

Die gestrichelten Linien markieren den Bereich, in dem die Konzentration liegen könnte, falls grobe Fehler begangen wurden. ✓

Sehr gut durchdacht!

8) Zusammenfassung

Zu Beginn des Versuchs wurden die Durchlaufzeiten von VE-Wasser für vier verschiedene Kapillare im Viskosimeter nach Ostwald gemessen. Damit konnte das Viskosimeter für unsere Auswertung „kalibriert“ werden, d.h. es wurde die Dämpfungskonstante K für die jeweilige Kapillare bestimmt. Dabei haben wir bemerkt, dass K direkt proportional zur vierten Potenz des Kapillarradius ist.

Weiterhin wurden zwei unbekannte Ethanol-Wasser-Mischungen anhand ihrer Durchfluszeiten analysiert. Über diese Zeiten haben wir die kinematische Viskosität ν bestimmt, um auf deren Stoffmengenkonzentration von Ethanol zu schließen. Außerdem haben wir die Durchfluszeiten von abgekochtem VE-Wasser bei verschiedenen Temperaturen und konstanter Kapillare gemessen. Dabei konnten wir bei der Berechnung der kinematischen Viskosität feststellen, dass diese temperaturabhängig ist, d.h. die Viskosität nimmt exponentiell ab, wenn die Temperatur steigt.

Es wurde nach der Konfiguration des Viskosimeters jedes mal mit der Versuchsdurchführung gewartet, damit sich die Flüssigkeit an die veränderte Situation anpassen kann. Dies erwies sich als sinnvoll, da die

Durchflussezeit in diesem Zeitintervall stark schwankt.
Dies wurde bei kontinuierlicher Messung der Durchflusseiten bei Erweiterung des Verbrauchers festgestellt.

Frage 3. Nach: -qd, der auf rd auf die Frage keine sehr guten + selbst gut verbaubare Beantwortungen!

Auswertg.: - Kalißierung: - Sei die Kalißierung der Steig:

- Nitromax!..

- empfohlene Wirkstoffe eine Hilfe!

→ Wichtig sehr sichtbare Auswertung mit gut durchdachten Diskussionen!

→ Leibso!

Fragen zur Vorbereitung:
Protokoll/Durchführung:

3,5/4
3/3
2/2

Form:

3,5/4,5

Bestimmung von K:

4,5/4,5

Temperaturabhängigkeit von v:

2,2

v für unbekannte Flüssigkeiten:

~~2,2~~ 1,5

Gesamt:

18,5 ~~22~~/20

Nicht in Zukunft die Vorlesung etwas entgehn!