

Allgemeines zu den Elektronikversuchen

1. Motivation

Die Elektronik ist ein wichtiges Hilfsmittel in der Experimentalphysik. Mittels verschiedenartiger Messwertaufnehmer wird die Messung vieler nichtelektrischer Größen auf elektrische zurückgeführt, welche sich elektronisch verstärken, weiterverarbeiten und gut messen lassen. Auch für Steuerungs- und Regelungsaufgaben ist die Elektronik unentbehrlich. Durch die Elektronikversuche sollen Sie lernen, mit einfachen Geräten wie Spannungsquellen, Funktionsgeneratoren, Digitalmultimetern und Oszilloskopen umzugehen bzw. Ihre Kenntnisse vertiefen. Ähnliche und kompliziertere Geräte verwenden Sie auch in den weiterführenden Praktika sowie während einer experimentellen Bachelor- oder Masterarbeit. Weiterhin soll in diesem Praktikum ein Verständnis insbesondere der grundlegenden Funktionen passiver (Widerstände, Dioden, Kondensatoren, Spulen) und aktiver Bauelemente (Transistoren, integrierte Schaltungen wie z.B. Operationsverstärker) vermittelt werden. Die physikalischen Grundlagen der Halbleiterelektronik und der innere Aufbau der Bauelemente stehen dabei jedoch im Hintergrund. Hier sollen Sie lernen, wie die Bauelemente beschaltet werden um ihre besonderen Eigenschaften nutzbringend einzusetzen.

2. Organisatorisches

Die Elektronikversuche folgen weitgehend den anderen Versuchen des Grundpraktikums:

- Vorbereitung und schriftliche Beantwortung der Fragen zur Vorbereitung zu Hause vor der Versuchsdurchführung.
- Kurzer Eingangstest am Versuchstag.
- Erläuterung und Diskussion der Versuche und Überprüfung der Vorbereitung im Wechselgespräch mit dem Betreuer am Versuchstag.
- Durchführung der Messungen und dabei Anfertigung eines nachvollziehbaren Messprotokolls, welches am Ende des Versuchsnachmittags vom Betreuer vortestiert wird.
- Auswertung zu Hause anhand der vorgegebenen Aufgaben. Jede Zweiergruppe gibt eine gemeinsame Auswertung ab, für die beide gleichermaßen verantwortlich sind.
- Die Bepunktung erfolgt ähnlich wie bei den anderen Versuchen in diesem Semester. Der einzige Unterschied ist, dass es aufgrund des höheren experimentellen Aufwandes für das Messprotokoll 6 und für die Auswertung 12 Punkte gibt.

Insbesondere die Vorbereitung wird etwas aufwändiger sein, da die Thematiken den meisten von Ihnen fremd sind und auch in den Vorlesungen nicht behandelt wurden. Ohne ein eingehendes Studium der angegebenen Literatur können Sie voraussichtlich nicht verstehen, was Sie tun! Denken Sie also daran, bei Problemen in der Vorbereitung die jeweiligen Betreuer rechtzeitig zu kontaktieren.

Falls ein Bastelversuch angeboten wird, ist die Vorgehensweise etwas anders. Für diesen ist keine Vorbereitung und auch keine Auswertung nötig, dafür erstreckt sich der Versuch über drei Nachmittage. Die Durchführung selbst ist aber natürlich nachvollziehbar zu

protokollieren. In dieser Zeit werden Sie unter Anleitung ein elektronisches Gerät bauen und die dafür nötigen Fertigkeiten wie Löten, Bohren und Schrauben lernen. Als Erfolgskriterium muss das Gerät funktionieren und grundsätzlich verstanden sein.

3. Literatur

In den Standardlehrbüchern der Physik werden Sie wenig bis gar nichts über Elektronik und insbesondere über elektronische Schaltungen finden. Deshalb ist das Studium mindestens eines speziellen Elektronikwerkes unerlässlich. Hierzu wird auf folgende Bücher (mit ihren Abkürzungen) verwiesen:

HBG: Hering, Bressler, Gutekunst: “Elektronik für Ingenieure und Naturwissenschaftler”, 6. Auflage (2014)

HH: Horowitz, Hill: “Die Hohe Schule der Elektronik”
Teil 1: Analogtechnik, 6. Auflage (2001); Teil 2: Digitaltechnik (1996)
Englische Originalausgabe: “The Art of Electronics”

TS: Tietze, Schenk: “Halbleiterschaltungstechnik”, 6. Auflage (1983)

Besonders für Elektronik-Einsteiger mit physikalischem Hintergrund ist der HBG angenehm zu lesen. Hier werden die Halbleiterübergänge (wie pn-Übergang) und deren Anwendung in der Elektronik sehr gut erklärt. Der Aufbau und die Diskussion der einfachen Grundschaltungen ist auch für in Elektronik nicht vorgebildete Leser gut nachvollziehbar. Die beiden anderen Bücher beschäftigen sich dagegen kaum mit Physik und setzen gewisse Elektronikkenntnisse bereits voraus. Dafür werden dann auch kompliziertere Schaltungen und auf den ersten Blick nicht mehr offensichtliche Tricks diskutiert. Insbesondere der TS, der als ein Standardwerk der Elektronik gilt, ist vor allem zum Nachschlagen für erfahrene Bastler geeignet, für Einsteiger aber eher unübersichtlich. Hier sind die älteren Auflagen (z.B. die 6.), welche noch didaktischer angelegt waren, den neueren vorzuziehen.

Als Grundlage für alle Elektronikversuche sollten Sie HBG, Kapitel 1 oder HH, Kapitel 1 gelesen und verstanden haben!

4. Hinweise zur Durchführung der Versuche

Die Schaltungen werden typischerweise auf Steckplatten aufgebaut. Gehen Sie dabei sorgfältig vor, da die Kontakte fehleranfällig sein können. Versuchen Sie insbesondere nicht, Kontakte mit Gewalt herzustellen. Halten Sie sich beim Aufbau sehr sorgfältig an die Schaltpläne und schalten Sie die Versorgungsspannung erst ein, wenn die Schaltung komplett aufgebaut ist. Überprüfen Sie bei Funktionsproblemen als erstes die Kontakte.

Bei allen Veränderungen am Schaltungsaufbau ist die Versorgungsspannung abzuschalten.

Beachten Sie bei Arbeiten mit dem Zweikanal-Oszilloskop unbedingt, dass bei diesen Geräten **die Masseanschlüsse aller Eingänge intern miteinander verbunden sind**. Zusätzlich ist diese Masse über das Netzkabel auch mit der Labormasse und damit auch mit den Massen aller anderen verwendeten Geräte verbunden (s. Abb. EA.1)! Es dürfen also nur solche Signale gleichzeitig oszilloskopiert werden, welche ein gemeinsames Potential besitzen. Und sobald ein Masseanschluss eines beliebigen Gerätes im Labor an eine

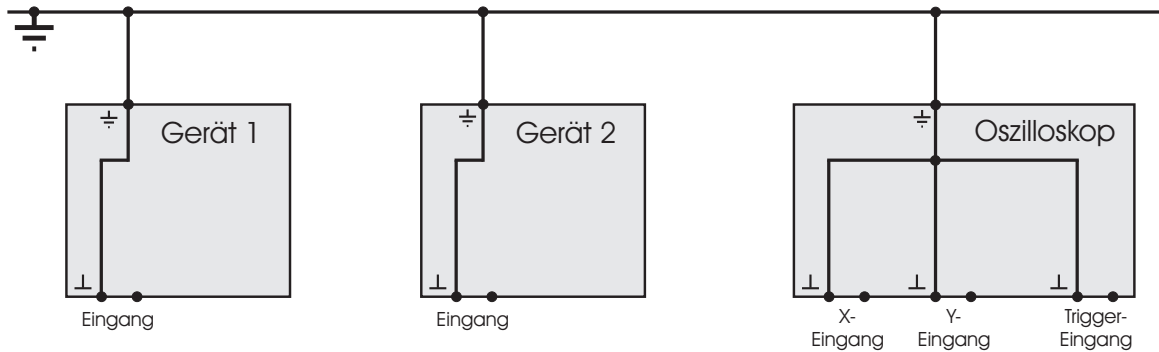


Abbildung EA.1: Eingänge und Masse am Zweikanal-Oszilloskops und anderen Geräten. Beachten Sie, dass alle Masseanschlüsse miteinander verbunden sind!

Stelle der Schaltung angeschlossen ist, dürfen die Massen aller anderen Geräte ausschließlich an diese Stelle angeschlossen werden! Andernfalls kommt es zu einem Kurzschluss über die interne Masseverbindung.

Bevor Sie weiterlesen, sollten Sie sich Abb. EA.1 ausdrucken, einrahmen, über's Bett hängen und nie mehr vergessen!

Bitte geben Sie alle Bauelemente nach Abbau der Schaltung wieder in Ihre eigene Sammelbox zurück! Der Betreuer wird diese dann nach den Elektronikversuchen richtig einordnen. Andernfalls können Sie und auch nachfolgende Gruppen leicht Opfer eines falsch einsortierten Bauteils werden. Wenn Sie von einem Bauteil glauben, dass es defekt ist, können Sie dieses im Falle von billigen Widerständen oder Kondensatoren einfach wegwerfen. Integrierte Schaltkreise und Transistoren geben Sie aber bitte zur Begutachtung dem Betreuer. Melden Sie bitte ebenso Defekte an den Geräten sofort beim Betreuer, damit diese repariert und/oder ausgetauscht werden können.

5. Allgemeines zu Elektronik-Bauteilen

Datenblätter

Im Prinzip gibt es zu allen Bauteilen Datenblätter, welche Auskunft über die jeweiligen mechanischen und elektrischen Eigenschaften geben. Dazu gehören

- Kurzbeschreibung: Typenbezeichnung, Hersteller, Technologie, Anwendungsbereich.
- Gehäusedaten: Werkstoff, Bezeichnung der Anschlüsse, bestimmte Markierungen.
- Mechanische Daten: Abmessungen mit Toleranzen und Montagebedingungen.
- Kennwerte: Zahlenwerte oder Kennlinien, welche die Eigenschaften oder die Funktion des Bauteiles bei definierten Arbeitspunkten beschreiben. Statische Kenndaten beschreiben das Gleichstromverhalten, dynamische Kenndaten das Verhalten bei Wechselstrom oder Impulsbetrieb.
- Typische Werte: insbesondere bei Halbleiterbauteilen angegeben; diese sind unverbindlich und können stark streuen. Bei der Entwicklung von Schaltungen sind die minimalen und maximalen Werte zu berücksichtigen.
- Garantiewerte: Kennwerte, die vom Hersteller garantiert werden.

- Grenzwerte: Absolutwerte, die nicht über- (oder unter-) schritten werden dürfen, wie z.B. Strom-, Spannungs-, Leistungs- oder Temperaturwerte. Das Überschreiten auch nur eines Grenzwertes kann unabhängig von den anderen Werten zur Zerstörung des Bauteils führen. Die Grenzwerte sollten nur in Ausnahmefällen erreicht werden.

Datenblätter werden Ihnen im Praktikum bei Transistoren, Operationsverstärkern und logischen Bauteilen begegnen und liegen am Arbeitsplatz aus. Für Sie besonders wichtig sind die Gehäusedaten zum Auffinden der Anschlüsse, sowie die Kenn- und Grenzwerte zur richtigen Beschaltung. Ein ausführliches Beispiel finden Sie in HBG, Abschnitt 3.1.7. Datenblätter für die meisten im Praktikum verwendeten Bauteile finden Sie im Internet unter <http://www.datasheetcatalog.com>.

Widerstände und Kondensatoren, Normreihen

Die Kennwerte käuflicher Widerstände und Kondensatoren sind in Normreihen abgestuft. Die Reihe hat den Kennbuchstaben "E" und bildet eine geometrische Reihe, d.h. der Quotient aus zwei aufeinanderfolgenden Werten ist immer gleich. Bei der E6-Reihe gibt es innerhalb einer Dekade 6 Normwerte, welche sich gemäß $10^{\frac{i}{6}}$, $i = 0, 1, \dots, 5$ berechnen: 1, 1,5, 2,2, 3,3, 4,7, 6,8. Die üblichen Reihen sind E3, E6, E12, E24, E48, E96 und E192, so dass sich von Reihe zu Reihe die Anzahl der Werte verdoppelt und die Werte der vorhergehenden Reihe in der folgenden enthalten sind.

Im Praktikum werden Ihnen die E6- und die E12-Reihen mit folgenden Werten (E6 ist fett gedruckt) begegnen:

1	1,2	1,5	1,8	2,2	2,7	3,3	3,9	4,7	5,6	6,8	8,2
10	12	15	18	22	...						

Die Toleranzen sind durch die jeweilige Reihe vorgegeben. Während Sie es bei Widerständen mit Toleranzen von etwa 1% zu tun haben werden, können dies bei Kondensatoren durchaus bis zu 30% sein. Genauer finden Sie in HBG, Abschnitte 2.1.4, 2.2 und 2.3. Der Trick ist also, die Schaltungen so aufzubauen, dass die Toleranzen für die Funktionsweise nicht wichtig sind.

Besonderheiten bei Kondensatoren: Weil aufgrund der kleinen Bauformen wenig Platz auf Keramik- und Folienkondensatoren ist, werden verschiedene Verfahren zur Abkürzung der Beschriftung verwendet. Dabei gilt grundsätzlich, dass Kleinbuchstaben für die Einheit stehen und auf das F für *Farad* verzichtet wird.

- Im günstigsten Fall steht die Einheit im Aufdruck, p steht dabei für Pikofarad und n für Nanofarad. Der Kleinbuchstabe ist durch ein Komma zu ersetzen.
- Die Einheit und der Dezimalpunkt fehlen. In diesem Fall ist die Angabe in Pikofarad (Keramikkondensator).
- Die Einheit fehlt, der Dezimalpunkt ist jedoch vorhanden. In diesem Fall ist die Angabe in Mikrofara (Folienkondensator).
- Manchmal ist die Kapazität kodiert aufgedruckt. Sie ist dreistellig und ohne Einheit angegeben. Die Kapazität entspricht dann den ersten beiden Stellen in Pikofarad mit so vielen Nullen dahinter, wie die letzte Stelle angibt.

Großbuchstaben hinter dem Zahlenwert geben die Toleranz an:

B $\pm 0,1 \text{ pF}$	C $\pm 0,25 \text{ pF}$	D $\pm 0,5 \text{ pF}$	F $\pm 1 \text{ pF}$	G $\pm 2 \text{ pF}$	H $\pm 2,5 \%$	J $\pm 5 \%$	K $\pm 10 \%$	L $\pm 15 \%$
M $\pm 20 \%$	N $\pm 30 \%$	P $0 \dots 100 \%$	Q $-10 \dots 30 \%$	R $-20 \dots 30 \%$	S $-20 \dots 50 \%$	T $-20 \dots 50 \%$		
U $0 \dots 80 \%$	W $0 \dots 20 \%$	Y $0 \dots 50 \%$	Z $-20 \dots 100 \%$					

Beispiele:	12pJ	12 pF mit $\pm 5 \%$ Toleranz
	47nZ	47 nF mit $-20 \dots 100 \%$ Toleranz
	471	470 pF ohne Toleranzkennung
	105K	1 μF mit $\pm 10 \%$ Toleranz
	47K	47 pF mit $\pm 10 \%$ Toleranz
	2200	2200 pF = 2.2 nF ohne Toleranzkennung
	0.47	0,47 μF = 470 nF ohne Toleranzkennung
	.022K	0,022 μF = 22 nF mit $\pm 10 \%$ Toleranz

Kennzeichnung von Halbleiterbauelementen

Diese Bauteile werden durch einen Schlüssel klassifiziert, welcher aus zwei Buchstaben und einem Kennzeichen besteht. Der erste Buchstabe beschreibt das Halbleitermaterial und der zweite Buchstabe den Verwendungszweck. Das Kennzeichen ist eine dreistellige Zahl für Konsumelektronik oder ein Buchstabe und eine zweistellige Zahl für Industrie-elektronik.

Im einzelnen bedeuten der erste Buchstabe

- A Germanium (Energiebandabstand von $0,6 \dots 1,0 \text{ eV}$)
- B Silizium (Energiebandabstand von $1,0 \dots 1,3 \text{ eV}$)
- C III–V–Material, z.B. Gallium–Arsenid (Energiebandabstand von $1,3 \text{ eV}$ und mehr)
- D Material mit Energiebandabstand von $0,6 \text{ eV}$ oder weniger, z.B. Indium–Antimonid
- R Halbleiter–Material für Photoleiter und Hallgeneratoren

und der zweite Buchstabe

- A Signaldiode
- B Diode mit veränderlicher Sperrschichtkapazität (Kapazitätsdiode, Abstimm-diode)
- C Transistor für Anwendungen im Tonfrequenzbereich
- D Leistungstransistor für Anwendungen im Tonfrequenzbereich
- E Tunneldiode
- F Hochfrequenztransistor
- H Hall–Feldsonde
- K Hallgenerator in magnetisch offenem Kreis (z.B. Magnetogramm- oder Signalsonde)
- L Hochfrequenz–Leistungstransistor
- M Hallgenerator in magnetisch geschlossenem Kreis (z.B. Hallmodulator oder Hallmultiplikator)
- N Optokoppler
- P Fotohalbleiter (z.B. Fotodiode, Fototransistor, Fotothyristor)
- Q Strahlungserzeugendes Halbleiterbauelement (z.B. Leuchtdiode)

- R Elektrisch ausgelöste Steuer- oder Schaltbauteile mit Durchbruchcharakteristik (z.B. Thyristortetrode)
- S Transistor für Schaltanwendungen
- T Elektrisch oder mittels Licht ausgelöste Schaltbauteile mit Durchbruchcharakteristik (z.B. Thyristor)
- U Leistungstransistor für Schaltanwendungen
- X Guneffektelemente, Vervielfacher-Diode (z.B. Varaktor- und Step-Recovery-Diode)
- Y Leistungsdiode (Gleichrichter), Spannungsrückgewinnungsdiode, "booster"-Diode
- Z Bezugs- oder Spannungsreglerdiode, Z-Diode (früher Zenerdiode genannt)

Das Kennzeichen hat keine standardisierte Aussage oder technische Bedeutung und dient nur der laufenden Nummerierung. Halbleiter mit aufeinanderfolgender Ordnungszahl müssen keine ähnlichen Eigenschaften haben.

Als wichtigste Bauteile aus dieser Kategorie werden Ihnen im Praktikum Dioden und Transistoren begegnen.

Versuch El1: Der Transistor

1. Motivation und Versuchsziel

Transistoren sind die einfachsten aktiven elektronischen Bauteile. Es handelt sich um Halbleiterbauelemente, bei denen der Strom zwischen zwei Elektroden mit Hilfe einer weiteren Elektrode leistungsarm gesteuert wird, was durch pn-Übergänge geschieht. Die Entdeckung des Transistoreffekts bildete die Grundlage der Mikroelektronik.

Transistoren werden in zweierlei Funktionen verwendet: als (meist lineare) Verstärker in der Analogtechnik, wobei zwischen reiner Signalverstärkung und reiner Leistungsverstärkung alle Zwischenstufen vorkommen; und als Schalter z.B. in der Digitaltechnik, um ein Signal elektronisch ein- und auszuschalten. In letzterer Funktion sind sie die wesentlichen Bauteile von Rechenbausteinen in Computern.

In diesem Versuch lernen Sie die grundsätzliche Physik des Transistors kennen und messen dessen Ein- und Ausgangskennlinien. Sie werden mit der gebräuchlichsten Transistorschaltung, der Emitterschaltung, vertraut, studieren deren Eigenschaften und benutzen diese als Wechselspannungsverstärker. Dabei lernen Sie auch, wie man so einen Verstärker dimensioniert.

2. Literatur

Zur Vorbereitung muss mindestens eine der folgenden Quellen gelesen werden:

HBG, Abschnitte 1, 2, 3.1, 3.2, 8.4.3, 8.4.3.1. und 8.4.3.3

EKS, Abschnitt 30

Berkeley 6, Abschnitte 12.1–12.5

BS-2, Abschnitte 9.1–9.3

HH 1, Abschnitte 1 und 2

TS, Abschnitte 2.1–2.3, 3.1, 4.1–4.3

3. Theoretischer Hintergrund

3.1 Der bipolare Transistor, Ein- und Ausgangskennlinien

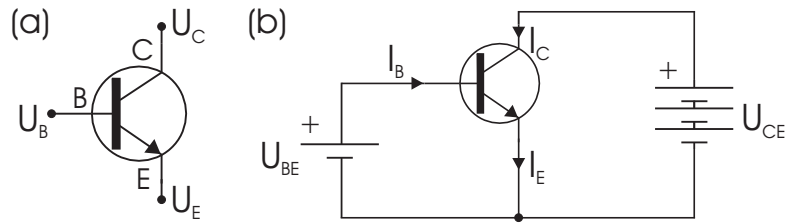
Ein *bipolarer Transistor*¹ besteht aus drei Halbleiterschichten, die jeweils abwechselnd dotiert sind (also entweder n-p-n oder p-n-p): Dem *Emitter* (E), der sehr dünnen *Basis* (B) und dem *Kollektor* (C). Das Schaltbild ist in Abb. El1.1(a) gezeigt. Mit U_B , U_C und U_E werden die Spannungen an der Basis, am Kollektor und am Emitter bezeichnet.

Für den Betrieb des Transistors wird der Basis-Emitter-Übergang in Durchlassrichtung und der Kollektor-Basis-Übergang in Sperrrichtung betrieben. Für einen npn-Transistor liegen also zwischen Kollektor und Emitter sowie zwischen Basis und Emitter die positiven Spannungen U_{CE} und U_{BE} an, wobei gelten muss $U_{CE} > U_{BE}$ (s. Abb. El1.1b). Als Folge des Transistoreffektes fließt ein Kollektorstrom I_C , welcher sehr viel größer ist als der Basisstrom I_B und weitgehend unabhängig von U_{CE} . Aus der Knotenregel folgt dann, dass auch der Emitterstrom $I_E \approx I_C$ vergleichbar groß ist. Typische Werte für die Stromverteilung sind: Emitterstrom 100%, Kollektorstrom 99% und Basisstrom 1%. Da

¹Im Gegensatz zu einem *Feldeffekt-Transistor* (FET), welcher hier nicht besprochen wird.

Abbildung El1.1:

(a) Schaltsymbol eines npn-Transistors mit den jeweiligen Spannungen am Kollektor (C), an der Basis (B) und am Emitter (E). (b) Spannungen und Ströme am Transistor.



die Größe von I_C dabei von I_B abhängt, kann durch Regelung des geringen Basisstromes, bzw. der dazu gehörenden Basisspannung U_{BE} , der viel größere Kollektorstrom gesteuert werden. Man hat es also mit einer (Gleich-)Stromverstärkung $B = \frac{I_C}{I_B}$ zu tun.

Als *Eingangskennlinie* wird die Funktion $I_B(U_{BE})$ bezeichnet. Dies ist eine typische Diodenkennlinie, wie sie im Versuch SK gemessen und diskutiert wurde. I_B ändert sich stark nichtlinear mit U_{BE} . Die *Ausgangskennlinie* ist durch $I_C(U_{CE})$ bei konstantem I_B gegeben. Der Basisstrom fungiert hier als Parameter, so dass sich für jedes I_B eine andere Kennlinie ergibt. Die Ausgangskennlinien sind dadurch gekennzeichnet, dass ab einem bestimmten Wert von U_{CE} der Kollektorstrom I_C kaum mehr ansteigt.

Aus den beiden Kennlinien kann für jedes I_B die Stromverstärkung B bestimmt werden.

3.2 Emittergrundschaltung: Arbeitspunkt und Signalverstärkung

Der Transistor ist also ein extrem nichtlinearer Verstärker für positive Ströme I_B . Zur Weiterverarbeitung von kleinen Wechselspannungssignalen u_e ist er zunächst nicht geeignet, da für Spannungen unterhalb der *Schleusenspannung* der Eingangsdiode I_B gegen Null geht. Dieses Problem wird umgangen, indem zum ‘kleinen’ Signal u_e ein ‘großer’ Offset $U_{BE,A}$ addiert wird. Dadurch wird die Eingangsspannung $U_e = U_{BE,A} + u_e$ über die Schleusenspannung gehoben, so dass nun auch kleine und negative Signale verarbeitet werden können. Der Transistor wird also an den *Arbeitspunkt* gebracht.

Für die weiteren Betrachtungen ist es wichtig, zwischen dem Gleichstrom- und dem Wechselstromverhalten des Transistors zu unterscheiden. Gleichstromgrößen werden mit Großbuchstaben und Wechselstromgrößen mit Kleinbuchstaben bezeichnet. Die in Abb. El1.2(a) gezeigte und in der Praxis häufig verwendete Schaltung heißt *Emitterschaltung*, da der Emitter auf konstantem Potential liegt. Durch den Kondensator am Ausgang wird nur der zeitlich veränderliche Teil u_a der Kollektorspannung übertragen.

Wurde der Arbeitspunkt so festgelegt, dass $U_{BE,A}$ leicht oberhalb der Schleusenspannung liegt, so wird $I_{B,A}$ (und insbesondere Schwankungen davon) durch den steilen Anstieg der Eingangskennlinie bestimmt. Für den Basisgleichstrom $I_{B,A}$ hat der Transistor also den *statischen Eingangswiderstand* $R_{BE} = \frac{U_{BE,A}}{I_{B,A}}$. Für die Schwankung i_B des Basisstromes, z.B. aufgrund des Eingangssignals u_e , hingegen gilt der viel kleinere

$$\text{differenzielle Transistor-Eingangswiderstand} \quad r_{BE} = \left. \frac{dU_{BE}}{dI_B} \right|_{U_{BE,A}}, \quad (1)$$

welcher durch die Steigung der Kennlinie am Arbeitspunkt gegeben ist. Die resultierende Schwankung i_C des Kollektorstromes ist entsprechend durch die

$$\text{differenzielle Stromverstärkung} \quad \beta = \frac{i_C}{i_B} \quad (2)$$

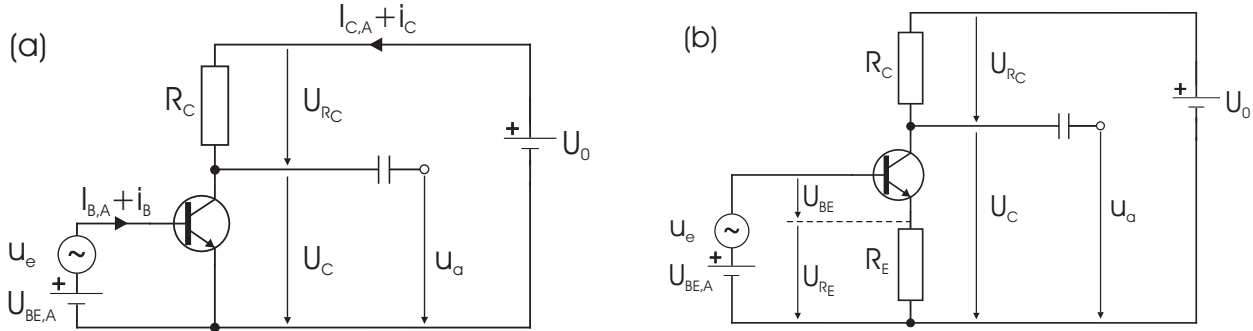


Abbildung El1.2: (a) Prinzip der Emitterschaltung mit allen relevanten Größen. Großbuchstaben bezeichnen Gleichspannungen und -ströme, Kleinbuchstaben stehen für sich zeitlich ändernde Größen. (b) Emitterschaltung mit Stromgegenkopplung.

gegeben, welche allerdings nicht stark von B abweicht. β und r_{BE} sind wichtige Kenngrößen eines Transistors und können dem Datenblatt entnommen werden. Typische Werte sind $\beta = 200 \dots 600$ und $r_{BE} = 2 \dots 10 \text{ k}\Omega$.

Die Spannung am Kollektor ist $U_C = U_0 - I_C R_C$. Eine Änderung i_B des Basisstroms führt zu einer Änderung i_C des Kollektorstroms, was eine Änderung von U_C am Ausgang um $u_a = -i_C R_C$ zur Folge hat. Andererseits wird i_B durch eine Änderung von U_{BE} aufgrund des Eingangssignals u_e gemäß $u_e = i_B r_{BE}$ bestimmt. Damit erhält man also für das Ausgangssignal die

$$\text{differenzielle Spannungsverstärkung} \quad v = \frac{u_a}{u_e} = -\frac{i_C R_C}{i_B r_{BE}} = -\beta \frac{R_C}{r_{BE}}. \quad (3)$$

Die *differentiellen Ein- und Ausgangswiderstände* r_e und r_a für das Signal sind

$$r_e = r_{BE} \quad r_a = R_C \parallel r_{CE} \approx R_C. \quad (4)$$

Die Größen i_B , i_C , u_e und u_a heißen *Kleinsignale* und β , r_{BE} , r_{CE} , r_e , r_a und v *Kleinsignalparameter*. Dabei ist r_{CE} der differenzielle Transistor-Ausgangswiderstand (s. 6.2).

3.3 Temperaturdrift und Frequenzverhalten

Eine Eigenschaft aller pn-Übergänge ist, dass sich die Kennlinie mit steigender Temperatur nahezu parallel entlang der U_{BE} -Achse nach links verschiebt. Diese Temperaturdrift ist für alle Transistoren in etwa gleich und beträgt

$$\left. \frac{\partial U_{BE}}{\partial T} \right|_{I_B = \text{const.}} = -2 \frac{\text{mV}}{\text{K}} \quad (5)$$

Da sich Transistoren im Betrieb aufheizen können, ist diese Drift nicht vernachlässigbar und beim Entwurf der Schaltung zu berücksichtigen. Die daraus folgende Änderung von U_{BE} wird genauso verstärkt wie das Signal, was natürlich unerwünscht ist.

Weiterhin ist zu beachten, dass Transistoren nur innerhalb eines nach oben begrenzten Frequenzbereiches als Verstärker geeignet sind. Zum einen nimmt der Kollektorstrom deutlich ab, wenn die Laufzeit der Ladungsträger durch die Basisschicht in die Größenordnung der Dauer einer Halbperiode des Signals kommt. Zum anderen führt die immer vorhandene Transistorkapazität zu einem mit zunehmender Signalfrequenz abnehmenden Ausgangswiderstand. Für hohe Grenzfrequenzen benötigt man also dünne Basisschichten und kleine Kontaktflächen.

3.4 Emitterschaltung: Stromgegenkopplung zur Arbeitspunktstabilisierung

Die in Abb. El1.2(a) gezeigte Schaltung hat einige gravierende Nachteile. So hängt die Verstärkung direkt von den Transistorparametern β und r_{BE} ab, welche von Bauteil zu Bauteil stark variieren können, und durch die nichtlineare Eingangskennlinie sind starke Verzerrungen des Signals möglich. Insbesondere aber werden auch unerwünschte Störungen (aufgrund von Temperaturschwankungen und Ähnlichem) genau wie das Signal verstärkt. Deshalb wird eine leicht geänderte Schaltung verwendet (s. Abb. El1.2b).

Der einzige Unterschied ist der zusätzliche *Emitterwiderstand* R_E . Zwischen Basis und Emitter liegt nun nicht mehr die gesamte Eingangsspannung U_e , sondern nur noch die um den Spannungsabfall U_{R_E} am Emitterwiderstand verringerte Spannung $U_{BE} = U_e - U_{R_E}$. Durch die Beschaltung wirkt also ein Teil des Ausgangssignals gegenphasig auf den Eingang zurück. Man spricht daher von *Stromgegenkopplung*. Eine Änderung von U_E führt nun zu einer kleineren Änderung von I_B als ohne Gegenkopplung und damit auch zu einer kleineren Änderung von I_C , wodurch die Schaltung um den Arbeitspunkt stabilisiert wird.² Quantitativ erhält man nun für die Verstärkung (mit $R_E \gg \frac{r_{BE}}{\beta}$)

$$v = \frac{u_a}{u_e} = -\frac{R_C}{\frac{r_{BE}}{\beta} + R_E} \approx -\frac{R_C}{R_E}, \quad (6)$$

welche damit weitgehend unabhängig von den Transistoreigenschaften ist!³ Die Gegenkopplung verringert *immer* die Verstärkung, es verbessern sich aber andere Eigenschaften: Die Schaltung wird stabiler und der Eingangswiderstand erhöht sich beträchtlich.

4. Fragen zur Vorbereitung

1. Welche Eingangs- und Ausgangsimpedanz hat der komplexe Spannungsteiler in Abb. El1.5(a), wenn der Innenwiderstand der Eingangs-Spannungsquelle vernachlässigt werden kann? Wie ändert sich die Eingangsimpedanz, wenn die Schaltung mit dem Verbraucher R_V belastet wird? Wie ändert sich die Ausgangsimpedanz, wenn der Innenwiderstand der Eingangs-Spannungsquelle berücksichtigt wird? Wieso heißt die Schaltung auch *Hochpass*?
2. Was bedeutet es, wenn am Eingang eines Oszilloskops “1 M Ω , 20 pF” vermerkt ist? Was bedeutet es, wenn ein Kabel eine Impedanz von 50 Ω hat?
3. Erläutern Sie die Funktionsweise eines Transistors, z.B. anhand eines vereinfachten Bändermodells (s. auch Versuch SK). Zeichnen Sie das Schaltbild eines pnp-Transistors mit allen relevanten Spannungen und Strömen.

Wie groß sollte näherungsweise die Basis-Emitterspannung $U_{BE,A}$ im Arbeitspunkt für einen Germanium- und für einen Siliziumtransistor sein?

4. Skizzieren und diskutieren Sie die Ein- und Ausgangskennlinien eines Transistors! Was ist die Lastgerade? Zeichnen Sie diese mit ins Ausgangskennlinienfeld!
5. Skizzieren Sie Emitter-, Basis- und Kollektorschaltung! Was sind die prinzipiellen Unterschiede?

²Im Gegensatz dazu kann eine Schaltung durch gleichphasige Rückkopplung (*Mitkopplung*) auch destabilisiert werden. Die Effekte der Rückkopplung werden Sie ausführlich im Versuch El2 studieren.

³ v wird im Falle der Gegenkopplung oft auch als *Driftverstärkung* bezeichnet.

6. Zeigen Sie, dass für die in Abb. El1.2(b) gezeigte Schaltung Gl. (6) gilt. Wie groß sind nun r_e und r_a ? Zeichnen Sie dazu die Wechselstrompfade in Abb. El1.2(b) ein. (Ergebnis: $r_e = r_{BE} + \beta R_E$, $r_a \approx R_C$. Begründung!)
7. *Vermischtes:* Wer hat den Transistor erfunden? Warum werden heute Silizium- und kaum mehr Germanium-Transistoren verwendet? Wer hat die Silizium-Technologie eingeführt?

5. Versuchsaufbau und Messtechniken

Für den Aufbau der Schaltungen stehen eine Steckplatte, die verschiedenen elektronischen Bauteile und Verbindungskabel zur Verfügung. Als Wechselspannungsquelle wird ein Frequenzgenerator zur Erzeugung von Sinusspannungen mit einstellbarer Ausgangsamplitude verwendet, die Versorgungsspannung des Transistors wird von einem Gleichspannungsnetzteil geliefert. Zur Messung und Darstellung der Spannungen, Ströme und Signale dienen 2 Digitalmultimeter (DMM) und ein Zweikanal-Oszilloskop.

5.1 Im Versuch verwendete Schaltung

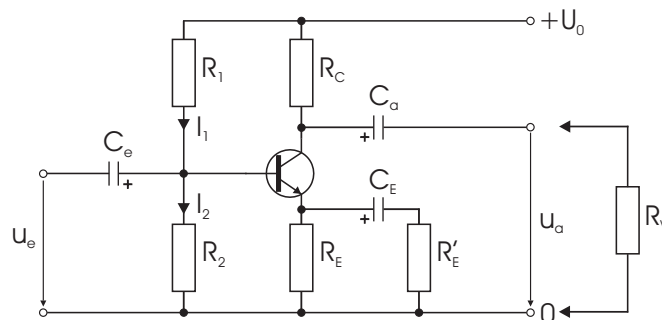
In diesem Versuch wird zur Verstärkung von Wechselspannungen die in Abb. El1.3 gezeigte Schaltung verwendet. Anstatt einer getrennten Spannungsversorgung wie in Abb. El1.2(b) wird die Basisvorspannung hier über den Spannungsteiler R_1, R_2 von der Versorgungsspannung U_0 des Transistors geliefert. Um für das Signal selbst keine Gegenkopplung, sondern die volle Verstärkung v der Emitttergrundsaltung gemäß Gl. (3) zu erhalten, wird R_E für Wechselspannungen durch den Kondensator C_E überbrückt. Durch Einfügen eines weiteren Widerstandes R'_E erhält man auch für Wechselspannungen eine, gegebenenfalls kleinere, Gegenkopplung. Für den Ein- und Ausgangswiderstand der Schaltung gilt

$$r_e = R_1 \parallel R_2 \parallel [r_{BE} + \beta(R_E \parallel R'_E)] \quad \text{und} \quad r_a \approx R_C. \quad (7)$$

5.2 Kochrezept zur Dimensionierung der Emitterschaltung

Um eine konkrete Schaltung zu dimensionieren, gibt man die Betriebsspannung U_0 , die gewünschte Verstärkung v und den zu verwendenden Transistor vor. Damit stehen dann auch die Basis-Emitter-Spannung U_{BE} , sowie β und r_{BE} fest. Die Kollektorspannung wählt man etwa zu $U_{C,A} = \frac{U_0}{2}$, so dass symmetrisch um den Arbeitspunkt angesteuert werden kann. Für den Kollektorstrom I_C setzt man einen Erfahrungswert an, z.B. 2 mA.

Abbildung El1.3:
Emitterschaltung mit
Stromgegenkopplung
und Basisspannungs-
teiler. Dies ist ein
reiner Wechselspan-
nungsverstärker.



Über $U_0 = U_{R_C} + U_{C,A}$ folgt sofort R_C und aus v dann auch R_E . Die Basisgleichspannung $U_{B,A} = U_{BE} + U_{R_E}$ wird durch den Spannungsteiler geliefert. Hier gilt $\frac{R_2}{R_1} = \frac{U_{B,A}}{U_0 - U_{B,A}}$. Für stabile Gleichspannungsverhältnisse muss der "Querstrom" I_2 im Spannungsteiler viel größer sein als der Basisstrom $I_B = \frac{I_C}{\beta} \approx \frac{I_C}{\beta}$, also z.B. $I_2 \approx 10I_B$.⁴ Damit sind R_1 und R_2 festgelegt. Für die Widerstände werden nun Werte aus der E12-Reihe gewählt und mit diesen die endgültigen Kenndaten der Schaltung berechnet: v , r_e und r_a .

Die Koppelkondensatoren C_e und C_a trennen den Verstärker gleichspannungsmäßig vom Signalgenerator und vom nachfolgenden Gerät, über sie werden nur Wechselspannungen übertragen. Ihre Größen werden durch die kleinste Frequenz f_{\min} , welche übertragen werden soll, bestimmt, und zwar muss der Wechselstromwiderstand der Kondensatoren klein gegenüber dem in Reihe liegenden Ohmschen Widerstand sein: $\frac{1}{\omega_{\min} C} \ll R$. Man wählt $C \geq \frac{10}{\omega_{\min} R}$. Für R ist der jeweilige Ein- oder Ausgangswiderstand r_e oder r_a zu wählen.

Der Wechselstromwiderstand von C_E muss ebenfalls klein gegen den relevanten Ohmschen Widerstand, in diesem Fall $\frac{r_{BE}}{\beta}$, sein (dies ist der Eingangswiderstand des Transistors, vom Ausgang aus gesehen). Dieser kann auch durch den Strom I_C und die *Temperaturspannung* $U_T = \frac{kT}{e_0} \approx 26 \text{ mV}$ ausgedrückt werden. Damit muss $C_E \gg \frac{\beta}{\omega_{\min} r_{BE}} \approx \frac{I_C}{\omega_{\min} U_T}$ sein. Für die Kondensatoren sind E3-Werte zu wählen.

6. Aufgaben

Gefährdungspotentiale: Bananenstecker (4 mm-Federstecker), sonstige Kabel oder elektrische Bauteile dürfen auf keinen Fall in die Steckdose gesteckt werden!

Besorgen Sie sich schon vor Versuchsbeginn die notwendigen Datenblätter (Internet!).

Zeichnen Sie im Protokollheft für jeden Versuchsteil ein Schaltbild Ihres Aufbaus sowie Ihre Implementierung der Schaltung auf dem Steckbrett!

6.1 Eingangskennlinie des Transistors

Nehmen Sie die Eingangskennlinie für einen npn-Transistor (BC 107, Silizium) auf!

Freiwillige Zusatzaufgabe für Forscher: Wiederholen Sie die Messung für einen pnp-Transistor (AC 128, Germanium).

Hinweise zur Versuchsdurchführung

Verwenden Sie die in Abb. El1.4(a) gezeigte Messschaltung. Basisstrom und -spannung werden über U_b (Gleichspannungsnetzteil) und einen geeigneten Basiswiderstand R_B festgelegt. Messen Sie I_B und U_{BE} mit je einem DMM im Bereich $I_B = 0,01 \dots 4 \text{ mA}$.

Die Schaltung gilt für den npn-Transistor. Was ist beim pnp-Transistor zu ändern?

Auswertung

Zeichnen und diskutieren Sie die Eingangskennlinien $I_B(U_{BE})$ für die beiden Transistoren! Durch welche analytische Funktion lässt sich die Kennlinie beschreiben?

Wie groß sind die typischen Schleusenspannungen? Bestimmen sie jeweils im gesamten Messbereich den Verlauf der differentiellen Eingangswiderstände $r_{BE}(I_B)$.

⁴Der Spannungsteiler darf auch nicht zu niederohmig sein, da R_1 und R_2 wechsellspannungsmäßig parallel zu r_{BE} liegen und damit den Eingangswiderstand der Schaltung erniedrigen.

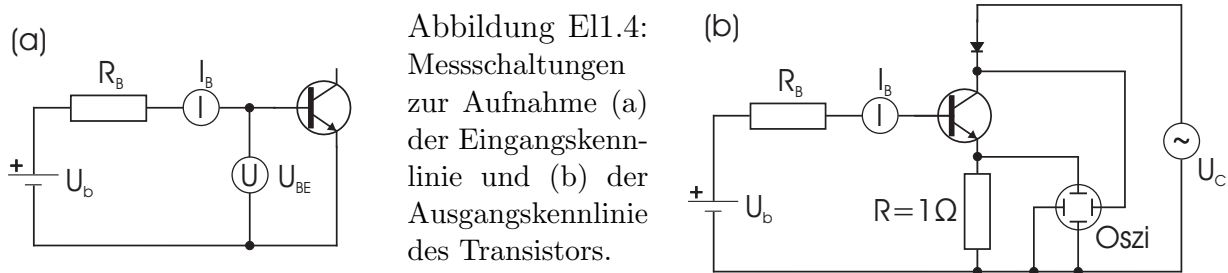


Abbildung El1.4:
Messschaltungen
zur Aufnahme (a)
der Eingangskenn-
linie und (b) der
Ausgangskennlinie
des Transistors.

6.2 Ausgangskennlinienfeld des Transistors

Nehmen Sie die Ausgangskennlinien des npn-Transistors auf!

Hinweise zur Versuchsdurchführung

Verwenden Sie die in Abb. El1.4(b) gezeigte Messschaltung und bilden Sie damit die Ausgangskennlinien $I_C(U_{CE})$ für verschiedene I_B auf dem Oszilloskop ab. Skizzieren Sie den Kurvenverlauf für $I_B = 0, 0,05, 0,1, 0,2, 0,3, 0,4$ und $0,5$ mA.

U_b wird wieder vom Gleichspannungsnetzteil geliefert, während für die Kollektorspannung der Frequenzgenerator mit einer Amplitude von 10 V bei 200 Hz verwendet wird. I_B wird mit dem DMM gemessen. Am x -Eingang des Oszilloskops liegt die Spannung $U_x = U_{CE} + RI_E$ und am y -Eingang $U_y = RI_E$. Für $RI_E \approx RI_C \ll U_{CE}$ kann damit also direkt $I_C(U_{CE})$ sichtbar gemacht werden.

Auswertung

Skizzieren und diskutieren Sie das Ausgangskennlinienfeld! Wie ändert sich mit zunehmendem Basisstrom der

$$\text{differenzielle Transistor-Ausgangswiderstand} \quad r_{CE} = \left. \frac{\partial U_{CE}}{\partial I_C} \right|_{I_B = \text{const.}} \quad ? \quad (8)$$

Die maximal zulässige Gesamtverlustleistung $P_v = U_{CE} I_C$ des Transistors beträgt $P_{v,\max} = 300$ mW (s. Datenblatt). Skizzieren Sie das Gebiet mit $P_v \leq P_{v,\max}$ ins Kennlinienfeld! Bestimmen Sie auch die Stromverstärkung B als Funktion von I_B bei konstantem U_{CE} .

6.3 Emitterschaltung: Arbeitspunktstabilisierung und Signalverstärkung

Verwenden Sie die in Abb. El1.3 gezeigte Schaltung mit einem Transistor BC 107. Bereiten Sie die Dimensionierung der Verstärkerstufe zu Hause anhand von Abschnitt 5.2 vor. Hierzu ist die Betriebsspannung $U_0 = 12$ V vorgegeben, der Arbeitspunkt soll bei $U_{C,A} = \frac{U_0}{2}$ und $I_{C,A} = 2$ mA liegen und es ist eine Driftverstärkung $v = 5$ gewünscht. Die niedrigste Frequenz, die übertragen werden soll, beträgt 100 Hz.

Die Dimensionierung wird nun zusammen mit dem Betreuer diskutiert und erklärt. Für diesen Versuch kann der Ausgangskondensator C_a weggelassen werden, wodurch die Schaltung etwas einfacher wird. Dem Ausgangssignal u_a ist dann ein konstanter Offset überlagert.

Bauen Sie die Schaltung auf und charakterisieren Sie diese durch Messungen für verschiedene Amplituden bei verschiedenen Frequenzen! Bestimmen Sie den Arbeitspunkt sowie den Eingangs- und Ausgangswiderstand. Bestimmen Sie die Verstärkung auch für Wechselspannungs-Gegenkopplung.

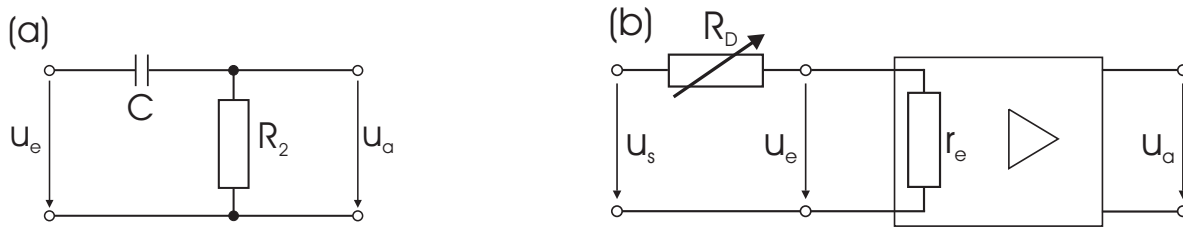


Abbildung El1.5: (a) Hochpass als komplexer Spannungsteiler. (b) Schaltung zur Messung des Eingangswiderstandes.

Hinweise zur Versuchsdurchführung

1. Bauen Sie die Schaltung gemäß Abb. El1.3 und Ihren Berechnungen auf (zunächst ohne die Kondensatoren und ohne R'_E).
2. Verwenden Sie für U_0 das Gleichspannungsnetzteil (Strombegrenzung auf 100 mA!) Messen Sie mit einem Multimeter U_0 sowie die Kollektor-, Basis- und Emitterpotentiale U_C , U_B und U_E gegen Masse, wenn kein Eingangssignal anliegt. Solange diese nicht Ihren Erwartungen entsprechen, kann die Schaltung nicht funktionieren! Erst dann bauen Sie die Kondensatoren C_e und C_E ein.
3. u_e wird vom Frequenzgenerator geliefert, u_e und u_a werden mit dem Oszilloskop gemessen. Vergrößern Sie nun, beginnend vom kleinstmöglichen Wert, schrittweise u_e bei einer Frequenz von 1 kHz und beobachten Sie u_a , bis der Verstärker weit übersteuert. Messen Sie dazu mit **DC-Kopplung** direkt am Kollektor des Transistors (also ohne C_a). Dokumentieren Sie detailliert Ihre Beobachtungen mit Skizzen!
4. Messen Sie die Wechselspannungsverstärkung $v = \frac{u_a}{u_e}$ bei 1 kHz durch Darstellung auf dem Oszilloskop für verschiedene Eingangsspannungen u_e . Verwenden Sie am Eingang den einstellbaren Spannungsteiler, um genügend niedrige Eingangsspannungen zu erzielen. Messen Sie immer beide Spannungen (am Besten von Spitze zu Spitze) mit dem Oszilloskop (AC-Kopplung! Warum?).
5. Bestimmen Sie den Ausgangswiderstand r_a , indem Sie als Verbraucher R_V eine Widerstandsdekade anschließen und diese so abgleichen, dass die Ausgangsspannung auf die Hälfte des unbelasteten Wertes abnimmt.
6. Bestimmen Sie den Eingangswiderstand r_e der Verstärkerstufe, indem Sie eine Widerstandsdekade R_D in Serie zum Eingang schalten (s. Abb. El1.5b). Gleichen Sie R_D so ab, dass $u_e = \frac{u_s}{2}$ ist. Machen Sie den Abgleich mit dem Oszilloskop und wählen Sie dabei geschickte Eingangsempfindlichkeiten!
7. Für $R'_E \neq 0$ besteht auch für Wechselspannungen eine Gegenkopplung. Bestimmen Sie jeweils die Leerlaufverstärkung v' und den Eingangswiderstand r'_e für $R'_E = 68 \Omega$, $R'_E = 150 \Omega$ und $R'_E \rightarrow \infty$ ($\hat{=}$ Entfernen von C_E).

Auswertung

Beantworten Sie die erste Frage rein rechnerisch ausgehend von Ihrer Dimensionierung und die folgenden Fragen dann als Ergebnisse Ihrer Messungen!

1. Warum ist für $R'_E = 0$ die Wechselspannungsverstärkung durch v aus Gl. (3) gegeben, also wie für $R_E = 0$? Wie groß ist diese bei Ihrer Dimensionierung und wie groß ist die Verstärkung gemäß Gl. (6)?
Wie groß sind Ein- und Ausgangswiderstand Ihrer Verstärkerstufe (mit den Kondensatoren C_e und C_E)?
Wie groß ist die Spannungsdrift ΔU_C am Kollektor bei einer Temperaturerhöhung um 10°C ?
2. Bestimmen Sie aus Ihren Messungen I_C , I_E , U_{CE} und U_{BE} am Arbeitspunkt!
3. Wie groß ist die maximale und die minimale Gleichspannung am Kollektor? Wie groß ist die maximale Amplitude der Ausgangswechselspannung u_a ? Erfolgt die Übersteuerung symmetrisch bei positiver und negativer Halbwelle von u_a ? Erklären Sie die beobachtete Ausgangsaussteuerbarkeit!
4. Vergleichen Sie die gemessene und die berechnete Verstärkung! Arbeitet der Verstärker linear? Wie ist die Phasenbeziehung zwischen u_e und u_a ?
5. Erklären Sie quantitativ Ihre Messtechnik.
Vergleichen Sie den gemessenen und den berechneten Ausgangswiderstand!
6. Erklären Sie quantitativ Ihre Messtechnik.
Vergleichen Sie den gemessenen und den berechneten Eingangswiderstand!
7. Welche Werte erwarten Sie jeweils für den Eingangswiderstand r'_e bei Wechselspannungs-Gegenkopplung ($R'_E \neq 0$)? Vergleichen Sie dies mit Ihren Messungen! Welche Verstärkung erwarten und welche messen Sie in diesem Fall?

Versuch El2: Operationsverstärker

1. Motivation und Versuchsziel

Operationsverstärker sind nahezu ideale Gleichspannungsverstärker mit sehr großer Verstärkung. Sie bestehen aus einer Vielzahl von Einzelbauelementen wie Dioden, Transistoren, Widerständen und Kondensatoren und sind häufig in Form von so genannten integrierten Schaltungen auf einem winzigen, gekapselten Siliziumchip untergebracht. Allerdings ist der interne Aufbau für Anwendungen von untergeordneter Bedeutung.

In der Praxis wird nicht die sehr hohe Leerlaufverstärkung genutzt, sondern eine Rückkopplung verwendet, welche die Eigenschaften der Schaltung festlegt. Dadurch können zum einen der Verstärkungsfaktor eingestellt und zum anderen Schaltungen aufgebaut werden, welche mathematische Operationen der Eingangsspannung(en) ausführen. Daraus leitet sich auch der Name “Operationsverstärker” ab.

In diesem Versuch werden Sie die Grundlagen der Rückkopplungsschaltung kennen und dabei hoffentlich die Einfachheit beim Umgang mit Operationsverstärkern schätzen lernen. Sie bauen einfache Schaltungen zum Verstärken, Differenzieren und Integrieren der Eingangsspannung auf und messen deren Eigenschaften. Des Weiteren lernen Sie mit dem Elektrometerverstärker einen effektiven Impedanzwandler kennen.

2. Literatur

Zur Vorbereitung muss mindestens eine der folgenden Quellen gelesen werden:

HBG, Abschnitte 8.1–8.4

EKS, Abschnitt 31

HH 1, Abschnitte 4.1–4.12, 4.19, 4.20, 4.25 und 4.26

TS, Abschnitte 7, 12.4 und 12.5

(BS–2, Abschnitt 9.3.3)

3. Theoretischer Hintergrund

3.1 Ideale und reale Verstärker

Ein idealer Verstärker sollte eine große Verstärkung v haben; einen hohen Eingangswiderstand R_e , um die Signalquelle nicht zu belasten; einen niedrigen Ausgangswiderstand R_a , damit die Ausgangsspannung vom angeschlossenen Verbraucher unabhängig ist; eine kleine Einstellzeit zum Erreichen einer hohen Grenzfrequenz; und die Ausgangsspannung soll Null sein, wenn am Eingang keine Spannung anliegt. *Operationsverstärker* kommen diesen Anforderungen sehr nahe. Abbildung El2.1(a) zeigt das Schaltbild und die grundsätzlichen Größen während Abb. El2.1(b) einen Einblick in den inneren Aufbau des klassischen Operationsverstärkers 741 gibt.

Operationsverstärker werden meist von zwei symmetrischen Betriebsspannungen $\pm U_0$ gespeist (bis zu $\pm 15 \dots 18$ V) und haben keinen 0-Volt oder Masseanschluss. Die Betriebsspannungen werden normalerweise in Schaltbildern (und auch im Folgenden hier) nicht mit eingezeichnet. Es gibt einen *invertierenden* (–) und einen *nichtinvertierenden* (+) Eingang sowie einen Ausgang (A). Weiterhin gibt es Anschlüsse zum Nullspannungsabgleich (s. später; in Abb. El2.1a nicht gezeigt). Eingangs-, Ausgangs- und interne Potentiale können sich bis auf eine kleine Restspannung von etwa $1 \dots 3$ V frei innerhalb der

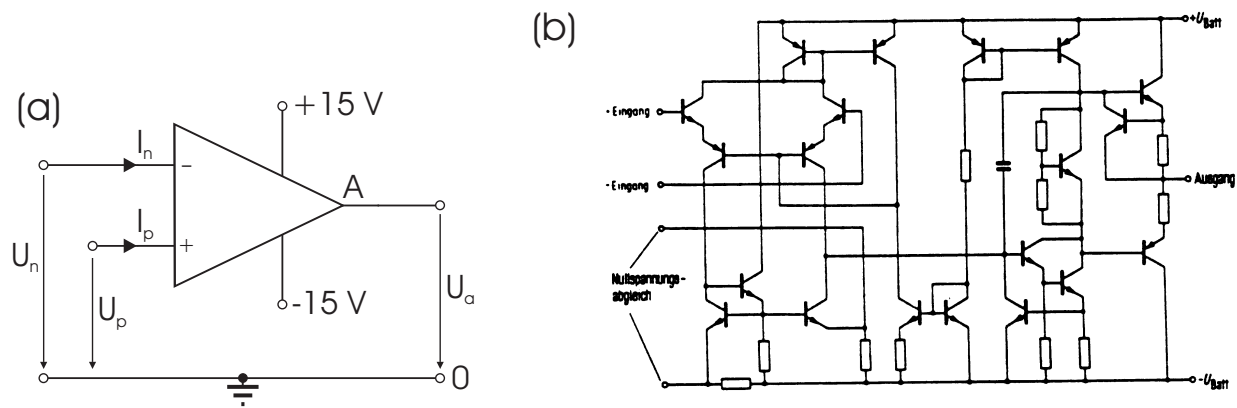


Abbildung El2.1: (a) Schaltsymbol eines Operationsverstärkers mit den wichtigsten Anschlüssen. (b) Innerer Aufbau des Operationsverstärkers 741.

Versorgungsspannungen bewegen. In diesem Bereich ist die Verstärkung nahezu konstant. Der einfachste Operationsverstärker besteht aus drei gleichspannungsgekoppelten Verstärkerstufen: einem Differenzverstärker mit 2 Eingängen und einem Spannungsverstärker, welche für eine hohe Verstärkung des Eingangssignals sorgen; und einem Stromverstärker als Impedanzwandler, der für eine Transformation des hohen Eingangswiderstandes auf einen kleinen Ausgangswiderstand sorgt. Verstärkt wird die Differenz der an den beiden Eingängen anliegenden Spannungen U_n und U_p , und zwar derart, dass am Ausgang eine negative Spannung U_a erscheint, wenn der invertierende Eingang positiv gegenüber dem nichtinvertierenden ist. Mit der *Leerlaufverstärkung* v_0 gilt dann:

$$U_a = -v_0(U_n - U_p). \quad (1)$$

v_0 ist typischerweise so groß ($> 10^5$), dass schon kleinste Differenzen $U_n - U_p$ den Ausgang an das Maximum der Versorgungsspannung bringen, so dass der Verstärker übersteuert. Differenzverstärker haben den Vorteil, dass (Stör-)Spannungen, welche beide Eingänge in gleicher Weise beeinflussen (wie z.B. eine Temperaturdrift), fast nicht verstärkt werden.

3.2 Gegenkopplungsschaltung

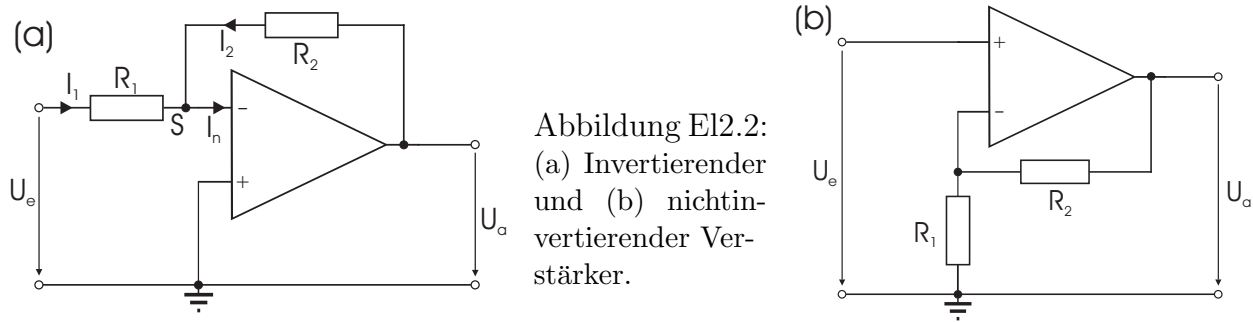
In der Praxis wird ein Operationsverstärker nie wie in Abb. El2.1(a) gezeigt verwendet, sondern immer mit einer *Rückkopplung* des Ausgangs auf den Eingang. Bei Rückkopplung auf den invertierenden Eingang spricht man von *Gegenkopplung*, bei Rückkopplung auf den nichtinvertierenden Eingang von *Mitkopplung*. Die Verstärkung wird dabei erniedrigt und nahezu unabhängig vom Operationsverstärker selbst, so dass sie nur noch durch das Rückkopplungsnetzwerk bestimmt wird. Weiterhin verbessert sich der Frequenzgang des Verstärkers drastisch.

Zur Berechnung einer konkreten Schaltung mit Gegenkopplung können zwei sehr gute Näherungen angewendet werden:

1. Aufgrund der extrem großen Leerlaufverstärkung v_0 stellt sich die Ausgangsspannung so ein, dass die Differenz der Eingangsspannungen Null wird.
2. Aufgrund des hohen Eingangswiderstandes sind die Eingangsströme des Verstärkers nahezu Null.

Zusammengefasst hat man also

$$U_n = U_p \quad \text{und} \quad I_n = I_p = 0. \quad (2)$$



3.3 Invertierender und nichtinvertierender Verstärker

Beim *invertierenden* oder auch *Umkehrverstärker* liegt der nichtinvertierende Eingang auf Masse, während der Ausgang über einen Widerstand R_2 auf den invertierenden Eingang zurückgekoppelt ist (s. Abb. El2.2a). Im Punkt S gilt also $I_1 + I_2 - I_n = 0$ und damit wegen Gl. (2) $I_1 + I_2 = 0$. Für die einzelnen Ströme gilt $I_1 = \frac{U_e - U_n}{R_1}$ und $I_2 = \frac{U_a - U_n}{R_2}$, woraus wiederum wegen Gl. (2) $I_1 = \frac{U_e}{R_1}$ und $I_2 = \frac{U_a}{R_2}$ folgt. Man findet also die

$$\text{Signalverstärkung (invertierender Verstärker):} \quad v = \frac{U_a}{U_e} = -\frac{R_2}{R_1}. \quad (3)$$

Der Wert von v hängt nur von der Beschaltung ab und ist unabhängig von der Leerlaufverstärkung v_0 . Dies gilt für $v_0 \gg v$ und solange der Verstärker nicht übersteuert. Die Schaltung sorgt dafür, dass der Punkt S auf dem gleichen Potential wie der nichtinvertierende Eingang, also auf Masse liegt, weshalb S auch *virtueller Massepunkt* heißt.

Eine häufig unerwünschte Eigenschaft dieser Schaltung ist der niedrige Eingangswiderstand, welcher durch $R_e = \frac{U_e}{I_1} = R_1$ gegeben und damit viel kleiner ist als der Wert für den unbeschalteten Operationsverstärker. Der Ausgangswiderstand ist $R_a \approx \frac{v}{v_0} R'_a$ und kann in der Regel vernachlässigt werden ($R'_a \approx 100 \Omega$ ist der Wert für den unbeschalteten Verstärker).

Das Problem des Eingangswiderstandes wird beim *nichtinvertierenden Verstärker* in Abb. El2.2(b) umgangen. R_e ist hier durch den *Gleichtakteingangs-widerstand* (s. Frage 2 zur Vorbereitung) gegeben und liegt im Bereich von $10^{10} \dots 10^{13} \Omega$. Der Ausgangswiderstand ist wie oben $R_a \approx \frac{v}{v_0} R'_a$. Dadurch hat man eine extrem gute Impedanzwandlung (s. ebenfalls Frage 2). Aufgrund des großen Eingangswiderstandes heißt die Schaltung oft auch *Elektrometerverstärker*. Es gilt für die

$$\text{Signalverstärkung (nichtinvertierender Verstärker):} \quad v = 1 + \frac{R_2}{R_1}, \quad (4)$$

welche nicht kleiner als 1 sein kann. Für den Spezialfall $R_2 = 0$ ist R_1 unwichtig und $v = 1$. Ein- und Ausgangsspannung sind in diesem Fall gleich, woher auch der Name *Spannungsfolger* kommt.

4. Fragen zur Vorbereitung

1. Welche wichtigsten Daten hat ein idealer und welche ein realer Operationsverstärker? Wie verändert die Gegenkopplung den Frequenzgang des Operationsverstärkers und was bedeutet in diesem Zusammenhang das *Verstärkung-Bandbreite-Produkt*?

2. Erklären Sie kurz die Bedeutung der folgenden Begriffe: Eingangs-Offsetstrom, Eingangs-Offsetspannung, Gleichtakt-Eingangswiderstand, Differenz-Eingangswiderstand, Gleichtakt-Eingangsbereich, Differenz-Eingangsbereich, Slewrate. Was ist mit *Impedanzwandlung* gemeint und wofür ist das wichtig?
3. Zeigen Sie, dass für den nichtinvertierenden Verstärker Gl. (4) gilt!
4. Durch die Integrationsschaltung in Abb. El2.4(a) werden Funktionsverläufe elektrischer Größen über die Zeit integriert. Zeigen Sie, dass

$$U_a(T) = -\frac{1}{R_1 C_2} \int_0^T U_e(t) dt + U_0 \quad (5)$$

gilt. Wodurch wird U_0 festgelegt?

Berechnen Sie die Frequenzabhängigkeit der Verstärkung und stellen Sie diese doppeltlogarithmisch dar. Wie ändert sich der Frequenzgang, wenn Sie R_2 aus Abb. El2.5(a) berücksichtigen? Skizzieren Sie dies ins gleiche Diagramm. Was muss also für die Frequenz der zu integrierenden Eingangsspannung gelten?

5. Durch die Differenzierschaltung in Abb. El2.4(b) werden nur Änderungen der Eingangsspannung verarbeitet. Zeigen Sie, dass gilt:

$$U_a(t) = -R_2 C_1 \frac{dU_e}{dt} . \quad (6)$$

Diskutieren Sie den Einfluss von R_i und C_i in Abb. El2.5(b) auf den Frequenzgang!

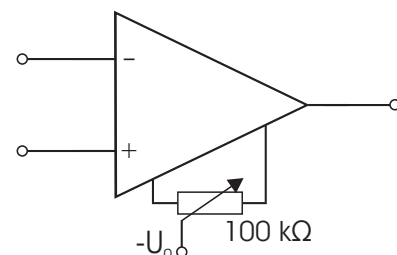
5. Versuchsaufbau und Messtechniken

Für den Aufbau der Schaltungen stehen eine Steckplatte, die verschiedenen elektronischen Bauteile und Verbindungskabel zur Verfügung. Als Wechselspannungsquelle wird ein Frequenzgenerator zur Erzeugung verschiedener Wellenformen mit einstellbarer Ausgangsamplitude verwendet, die Versorgungsspannungen des Operationsverstärkers werden von einem Gleichspannungsnetzteil geliefert. Zur Messung und Darstellung der Spannungen, Ströme und Signale dienen Digitalmultimeter (DMMs) und ein Zweikanal-Oszilloskop.

Für alle Messungen wird der Operationsverstärker TL071 verwendet. Das zugehörige Datenblatt finden Sie am Experimentierplatz.

5.1 Nullspannungsabgleich

Abbildung El2.3: Für extrem genaue Messungen und insbesondere für hohes v (≥ 100) muss ein *Nullspannungsabgleich* durchgeführt werden. Hierzu wird zwischen die entsprechenden Anschlüsse (hier 1 und 5) ein Mehrgang-Potentiometer (100 k Ω) geschaltet, dessen Schleifabgriff an der negativen Versorgungsspannung $-U_0$ liegt. Der Nullspannungsfehler hängt u.a. von der externen Beschaltung ab, so dass der Abgleich immer in der fertig aufgebauten Schaltung durchgeführt werden muss. Das Potentiometer wird dann so eingestellt, dass bei kurzgeschlossenem Eingang die Ausgangsspannung $U_a = 0$ ist. Messen Sie U_a mit einem DMM.



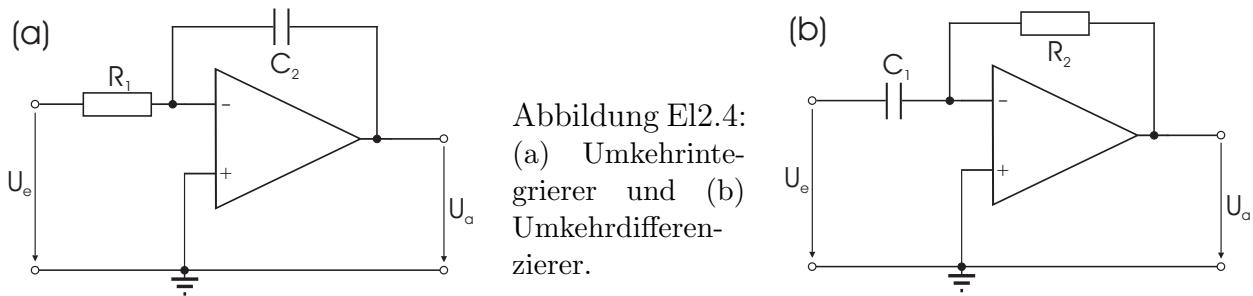


Abbildung El2.4:
(a) Umkehrintegrator und (b)
Umkehrdifferenzierer.

5.2 Integrier- und Differenzierschaltung

Abbildung El2.4 zeigt die einfachsten Ausführungen (a) eines *Umkehrintegrators* und (b) eines *Umkehrdifferenzierers* (s. auch Fragen zur Vorbereitung 4 und 5). Beide entsprechen der Schaltung des Umkehrverstärkers in Abb. El2.2(a), wobei jeweils R_1 oder R_2 durch einen Kondensator C_1 oder C_2 ersetzt wurde.

Der Integrator aus Abb. El2.4(a) hat allerdings einige gravierende Nachteile. So lässt der *Eingangsruestrom* und die *Offsetspannung* die Ausgangsspannung U_a auch bei kurzgeschlossenem Eingang kontinuierlich ansteigen bis der Verstärker gesättigt ist.¹ Außerdem ist $U_a(t = 0)$ undefiniert und sollte eigentlich Null sein, um stets die gleiche Anfangsbedingung zu haben. Hierzu wird der Kondensator C_2 im Ruhezustand durch einen parallel liegenden (großen) Widerstand R_2 entladen (s. Abb. El2.5a). Zusätzlich bewirkt R_2 eine Gleichspannungsgegenkopplung, wodurch die Gleichspannungsverstärkung auf $\frac{R_2}{R_1}$ herabgesetzt und der Einfluss von Offsetspannung und -strom vermindert wird.

Der Differenzierer aus Abb. El2.4(b) hat ebenfalls einige schwerwiegende Nachteile. So sinkt der Eingangswiderstand $R_e = \frac{1}{\omega C_1}$ mit steigender Frequenz ω der Eingangsspannung und hochfrequente Störsignale (Rauschen) werden übermäßig verstärkt. Diese Probleme werden bei der in Abb. El2.5(b) gezeigten Schaltung vermieden. Durch den Kondensator C_2 und den Widerstand R_1 wird die Verstärkung für hohe Frequenzen auf den Wert $v' = \frac{1}{\omega C_2 R_1}$ begrenzt und dadurch das hochfrequente Rauschen unterdrückt. Die Schaltung ist dann allerdings nur noch für Frequenzen $\omega \ll \omega_0 = \frac{1}{R_1 C_1}$ als Differenzierer wirksam. Für Näheres s. auch Frage 5 zur Vorbereitung.

6. Aufgaben

Gefährdungspotentiale: Bananenstecker (4 mm–Federstecker), sonstige Kabel oder elektrische Bauteile dürfen auf keinen Fall in die Steckdose gesteckt werden!

Besorgen Sie sich schon vor Versuchsbeginn die notwendigen Datenblätter (Internet!).

Messungen mit dem Oszilloskop immer im kalibrierten Modus durchführen! Messen Sie Ein- und Ausgangsspannungen mit unterschiedlichen Kanälen, wobei Wechselspannungen immer von Spitze zu Spitze gemessen werden. Besonders für kleine Frequenzen ist DC–Kopplung zu verwenden (warum?).

Frequenzgänge werden **immer** mit einer Sinusspannung gemessen.

Nehmen Sie in der Nähe der Übergangsfrequenzen genügend Messwerte auf!

In der Regel ist für diesen Versuch kein Nullspannungsabgleich nötig. Führen Sie nur dann einen durch, wenn beim jeweiligen Versuchsteil der Offsetfehler größer als etwa 0,1 V ist.

¹Beachten Sie, dass es für Gleichstrom keine Gegenkopplung gibt: $v(f = 0) = v_0$!

Diskutieren Sie bei allen Versuchsteilen die Messungen und die Ergebnisse!

6.1 Umkehrverstärker

Verwenden Sie die Schaltung aus Abb. El2.2(a) und wählen Sie $R_1 = 10\text{ k}\Omega$ und $R_2 = 1\text{ M}\Omega$ bzw. $4,7\text{ M}\Omega$. Führen Sie alle Messungen für beide Werte von R_2 durch!

Messen Sie den Frequenzgang der Verstärkung v von 10 Hz bis zu dem Punkt, an dem die Verstärkung 1 ist. Messen Sie außerdem die Grenzfrequenz (= Bandbreite B)! Überlegen Sie sich hierfür vorher die Definition der Grenzfrequenz.

Messen Sie die *Flankenabfallszeit* τ bei der Übertragung einer Rechteckspannung (τ ist die Zeit, nach der die Ausgangsspannung auf $\frac{1}{e}$ abgenommen hat.). Der Verstärker darf dabei nicht übersteuern!

Auswertung

Berechnen Sie zunächst die Verstärkung v und den Eingangswiderstand R_e für Ihre Schaltungen. Stimmt v mit Ihren Messungen überein?

Zeichnen Sie den Frequenzgang in ein Diagramm (doppeltlogarithmisch!) und bestimmen Sie aus Ihren Messungen für B das Produkt Bv für die verschiedenen Werte von R_2 .

Welcher Zusammenhang besteht zwischen der Bandbreite B und der Flankenabfallszeit τ (Begründung!)?² Überprüfen Sie diese Beziehung anhand Ihrer Messergebnisse.

6.2 Elektrometerverstärker

Verwenden Sie die Schaltung aus Abb. El2.2(b) und wählen Sie $R_1 = 10\text{ k}\Omega$ und $R_2 = 10\text{ k}\Omega$ bzw. $100\text{ k}\Omega$. Führen Sie folgende Messungen für beide Werte von R_2 durch!

Messen Sie die Verstärkung bei einer Frequenz von 1 kHz für verschiedene Amplituden!

Auswertung

Berechnen Sie v für $f \rightarrow 0$ und vergleichen Sie dies mit Ihrer Messung.

6.3 Umkehrintegrator

Bauen Sie die Schaltung aus Abb. El2.5(a) mit $R_1 = 10\text{ k}\Omega$, $R_2 = 1\text{ M}\Omega$, $C_2 = 10\text{ nF}$ auf! Legen Sie an den Eingang eine Rechteckspannung geeigneter Amplitude und beobachten Sie die Ausgangsspannung auf dem Oszilloskop für die Eingangsfrequenzen 10 Hz, 100 Hz

²Betrachten Sie z.B. einen Tiefpass aus Widerstand R und Kondensator C und vergleichen Sie dabei die Übergangsfrequenz mit der Zeitkonstanten der Sprungantwort; s. auch Versuch KW!

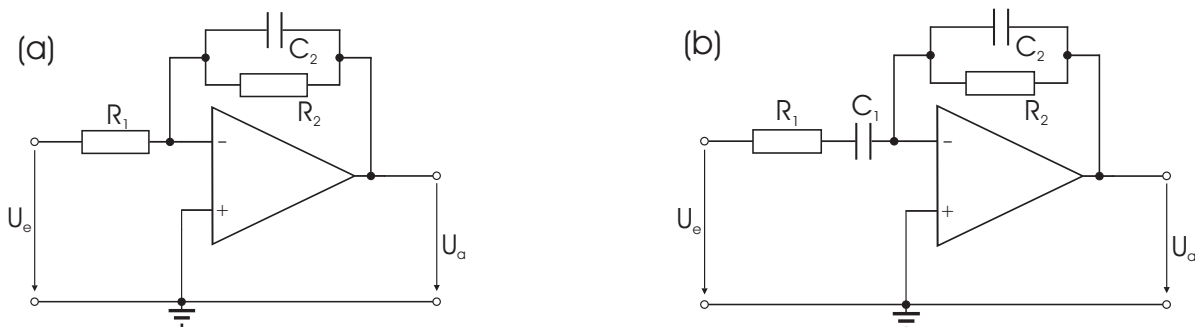


Abbildung El2.5: Modifizierte Versionen von (a) Umkehrintegrierer und (b) -differenzierer.

und 1 kHz.

Messen Sie den Frequenzgang der Verstärkung von 1 Hz bis 10 kHz (Sinusspannung!).

Auswertung

Diskutieren Sie Ihre Beobachtungen beim Anlegen einer Rechteckspannung!

Tragen Sie die gemessenen und die berechneten Werte für den Frequenzgang ins gleiche Diagramm ein (doppeltlogarithmisch)!

In welchem Frequenzbereich arbeitet diese Schaltung als Integrierer?

6.4 Umkehrdifferenzierer

Bauen Sie zunächst die Schaltung aus Abb. El2.4(b) mit $R_2 = 10\text{ k}\Omega$ und $C_1 = 10\text{ nF}$ auf. Beobachten Sie mit dem Oszilloskop die Übertragung einer Dreiecksspannung geeigneter Amplitude bei 1 kHz.

Fügen Sie dann $R_1 = 1\text{ k}\Omega$ und $C_2 = 1\text{ nF}$ gemäß Abb. El2.5(b) dazu und beobachten Sie, wie sich das Ausgangssignal ändert.

Messen Sie den Frequenzgang der Verstärkung von 10 Hz bis 1 MHz (Sinusspannung!).

Auswertung

Diskutieren Sie Ihre Beobachtungen beim Anlegen einer Dreiecksspannung!

Tragen Sie den Frequenzgang zusammen mit den Ergebnissen von 6.3 in ein Diagramm ein! Wo schneiden sich die Kurven? Warum?

In welchem Frequenzbereich arbeitet diese Schaltung als Differenzierer?

Versuch Pol: Polarisation des Lichtes, Lichtstreuung

1. Motivation und Versuchsziel

Die Phänomene Lichtstreuung, Beugung, Dispersion, Reflexion und Brechung (einschließlich Doppelbrechung) sind eine Folge von induzierten Dipolen, welche im jeweiligen Medium von einer einfallenden Lichtwelle zu erzwungenen Schwingungen angeregt werden. Da Dipole nicht in Richtung ihrer Achse abstrahlen, fehlen beim Einstrahlen von unpolarisiertem Licht in der gestreuten, gebrochenen oder reflektierten Lichtwelle gewisse Schwingungsrichtungen. Solche Wellen sind dann ganz oder teilweise polarisiert. Licht mit nur einer Schwingungsrichtung senkrecht zur Ausbreitungsrichtung ist linear polarisiert.

Dieser Versuch befasst sich mit den Eigenschaften linear polarisierten Lichtes bezüglich Reflexion und Streuung. Sie werden den Brewsterwinkel von Glas messen und daraus den Brechungsindex berechnen. Außerdem werden Sie die Richtigkeit der Fresnelschen Formeln überprüfen. Weiterhin bestimmen Sie mit Hilfe linear polarisierten Lichtes und unter Ausnutzung der Miestreuung die Größe kugelförmiger Polystyrol-Teilchen.

2. Literatur

Zur Vorbereitung muss mindestens eine der folgenden Quellen sowie die Zusatzliteratur gelesen werden:

BS-3, Abschnitte 3.13, 4.1–4.3 und 9.71

Gerthsen, Abschnitte 11.2 und 11.3

EKS, Abschnitt 41

Tipler, Abschnitte 31.3.–31.5

und Zusatzliteratur “Vollmer” auf der eLearning-Seite

3. Theoretischer Hintergrund

3.1 Theorie der Brechung, Reflexion und Polarisation

Die Vorgänge der *Reflexion* und *Brechung* von Licht spielen sich nur in einer schmalen Schicht um die Trennfläche zweier aneinanderstoßender Medien mit den *Brechungsindizes* n_1 und n_2 ab, so dass es genügt, allein diese Trennschicht zu betrachten. Der Durchgang des Lichtes durch diese Grenzfläche wird durch die *Fresnelschen Formeln* beschrieben:

$$\frac{E_{r,\parallel}}{E_{e,\parallel}} = \frac{n_2 \cos \varphi - n_1 \cos \psi}{n_2 \cos \varphi + n_1 \cos \psi} = \frac{n^2 \cos \varphi - \sqrt{n^2 - \sin^2 \varphi}}{n^2 \cos \varphi + \sqrt{n^2 - \sin^2 \varphi}} \quad (1)$$

$$\frac{E_{r,\perp}}{E_{e,\perp}} = \frac{n_1 \cos \varphi - n_2 \cos \psi}{n_2 \cos \psi + n_1 \cos \varphi} = \frac{\cos \varphi - \sqrt{n^2 - \sin^2 \varphi}}{\cos \varphi + \sqrt{n^2 - \sin^2 \varphi}} \quad (2)$$

$$\frac{E_{t,\parallel}}{E_{e,\parallel}} = \frac{2n_1 \cos \varphi}{n_2 \cos \varphi + n_1 \cos \psi} = \frac{2n \cos \varphi}{n^2 \cos \varphi + \sqrt{n^2 - \sin^2 \varphi}} \quad (3)$$

$$\frac{E_{t,\perp}}{E_{e,\perp}} = \frac{2n_1 \cos \varphi}{n_2 \cos \psi + n_1 \cos \varphi} = \frac{2 \cos \varphi \sqrt{n^2 - \sin^2 \varphi} - 2 \cos^2 \varphi}{n^2 - 1} \quad (4)$$

Diese haben ihren Ursprung in der elektromagnetischen Lichttheorie und können mit Hilfe der Energieerhaltung und der Stetigkeitsbedingungen für die Tangential- und die Normalkomponenten der elektromagnetischen Feldgrößen \vec{H} , \vec{B} , \vec{E} und \vec{D} beim Durchgang durch die Grenzfläche hergeleitet werden. Dabei ist $n = \frac{n_2}{n_1}$ der relative Brechungsindex, φ der Einfalls- und Reflexionswinkel und ψ der Winkel unter dem der Strahl transmittiert wird. Die Indizes e, r und t stehen für die einfallende, die reflektierte und die transmittierte elektromagnetische Welle und die Indizes \parallel und \perp für die jeweilige Komponente der Welle parallel und senkrecht zur Einfallsebene.

Experimentell zugänglich (z.B. mit einer Photodiode) ist typischerweise die Leistung des Lichts. Die Intensität $I \propto E^2$ entspricht dabei der Leistung pro Fläche und der *Reflexionsgrad* R sowie der *Transmissionsgrad* T geben jeweils das Verhältnis zwischen reflektierter und einfallender sowie zwischen transmittierter und einfallender Lichtleistung an. Die Größen R und T sind wie folgt mit den Fresnelschen Formeln (1)–(4) verknüpft:

$$R_{\parallel} = \frac{I_{r,\parallel}}{I_{e,\parallel}} = \left(\frac{E_{r,\parallel}}{E_{e,\parallel}} \right)^2 \quad ; \quad R_{\perp} = \frac{I_{r,\perp}}{I_{e,\perp}} = \left(\frac{E_{r,\perp}}{E_{e,\perp}} \right)^2 \quad (5)$$

$$T_{\parallel} = \frac{I_{t,\parallel} \cos \psi}{I_{e,\parallel} \cos \varphi} = \frac{n_2 \cos \psi}{n_1 \cos \varphi} \left(\frac{E_{t,\parallel}}{E_{e,\parallel}} \right)^2 \quad ; \quad T_{\perp} = \frac{I_{t,\perp} \cos \psi}{I_{e,\perp} \cos \varphi} = \frac{n_2 \cos \psi}{n_1 \cos \varphi} \left(\frac{E_{t,\perp}}{E_{e,\perp}} \right)^2 \quad (6)$$

Da bei der Reflexion einfallender und ausfallender Strahl die gleiche Querschnittsfläche besitzen und sich im gleichen Medium ausbreiten, bleibt in Gl. (5) nur das Verhältnis der Intensitäten übrig. Bei der Transmission ändern sich sowohl die Querschnittsfläche des Strahls als auch das Ausbreitungsmedium, weshalb sich die Größen in Gl. (6) nicht vollständig wegekürzen. Für die eingestrahlte, reflektierte und transmittierte Leistung gilt die Energieerhaltung, und zwar im Gesamten: $R + T = 1$, als auch individuell für beide Polarisationsrichtungen: $R_{\parallel} + T_{\parallel} = 1$ und $R_{\perp} + T_{\perp} = 1$.

3.2 Theorie der Streuung

Atomistisch geht man bei der Streuung von dem Modell aus, dass eine einfallende Lichtwelle der Frequenz ν Dipole in einem homogenen Medium induziert und sie zu erzwungenen Schwingungen anregt.¹ Ist die Frequenz des eingestrahnten Lichtes kleiner als die Resonanzfrequenz der Dipole, so erhält man eine von zwei nichtresonanten Arten der Streuung: Rayleighstreuung oder Miestreuung.

Die *Rayleighstreuung* tritt auf, wenn die Streukörper klein gegenüber der Lichtwellenlänge λ sind. Bei dieser kohärenten Streuung kommt es zu keiner Energieaufnahme oder -abgabe. Jedes Teilchen strahlt mit der typischen Charakteristik des Hertzschen Dipols, so dass die Winkelabhängigkeit der Intensität S der Streustrahlung gegeben ist durch

$$S(\delta) = AI \sin^2 \delta \quad (7)$$

In A steckt die Frequenzabhängigkeit, die Polarisierbarkeit und der Abstand zwischen Streuzentrum und Beobachter, I ist die eingestrahlte Intensität und δ der Winkel zwischen Beobachtungsrichtung und Polarisation der einfallenden Strahlung.

¹Diese Beschreibung der Wechselwirkung von Licht mit Materie gilt auch für inhomogene Systeme. Jedoch treten dann zusätzliche Streueffekte auf, die bei Gasen und Flüssigkeiten hauptsächlich durch Dichteschwankungen und bei Festkörpern durch Gitterfehler verursacht werden.

Nehmen die Streukörper annähernd die Größe der Wellenlänge λ an, so treten im Gegensatz zur Rayleighstreuung zusätzlich Interferenzeffekte der gestreuten Wellen auf. Man spricht von der *Miestreuung*. Polarisierungseffekte sind geringer als bei der Rayleighstreuung. Das genaue Streuverhalten solcher Teilchen ist i.Allg. schwierig vorherzusagen, da an der Grenzfläche der einzelnen Teilchen Reflexion, Brechung und Beugung auftreten können. In diesem Versuch ist die Wechselwirkung zwischen Teilchen und einfallender Strahlung klein, so dass die Phänomene Reflexion und Brechung vernachlässigt werden können. Die Streustrahlung kann dann in guter Näherung durch die Interferenz von Huygenschen Elementarwellen, die an den Atomen des Teilchens kohärent erzeugt werden, beschrieben werden. Damit ergibt sich ein ähnliches Intensitätsverhalten wie bei der Beugung am Spalt, womit sich die für die Miestreuung charakteristische starke Vorwärtsstreuung erklären lässt, deren Ausmaß vom Verhältnis $\frac{D}{\lambda}$ abhängt. D ist ein typischer Wert für die Größe des Teilchens. Sind die Brechungsindizes der Streuteilchen und des Mediums, in dem sich die Teilchen befinden, nahezu gleich, wie es in diesem Versuch der Fall ist, dann hat die Streucharakteristik für die Spezialfälle, dass die Polarisation parallel bzw. senkrecht zur Streuebene ist, die einfache Form:²

$$S_{\parallel}(\Phi) = AI_{\parallel} \cos^2 \Phi F(\Phi) \quad (8)$$

$$S_{\perp}(\Phi) = AI_{\perp} F(\Phi) \quad (9)$$

Der *Streuwinkel* Φ ist der Winkel zwischen Einfalls- und Beobachtungsrichtung. Die Funktion $F(\Phi)$ beschreibt die kohärente Überlagerung des Streulichts der einzelnen Rayleighstreuer.

Dieser Versuch dient als Modellversuch für eine Vielzahl in der Physik angewandter Streuveruche zur Teilchengrößenbestimmung. Aus der Intensitätsverteilung $S(\Phi)$ bei der Miestreuung lässt sich die Größe von Teilchen bestimmen, sofern man die Form der Teilchen kennt. Die einfachste Methode ist die Messung des Asymmetriefaktors X , da diese Größe unabhängig von der Polarisation des einfallenden Lichtes ist:

$$X = \frac{S(\Phi)}{S(\pi - \Phi)} \quad (10)$$

In Tab. Pol.1 ist X für kugelförmige Teilchen und für $\Phi = 45^\circ$ als Funktion der Teilchengröße D angegeben.

$\frac{D}{\lambda_M}$	0,01	0,02	0,04	0,06	0,08	0,10	0,12	0,14	0,16	0,18
X	1,001	1,002	1,009	1,020	1,037	1,058	1,084	1,117	1,156	1,202
$\frac{D}{\lambda_M}$	0,20	0,22	0,24	0,26	0,28	0,30	0,32	0,34	0,36	0,38
X	1,257	1,320	1,395	1,481	1,582	1,700	1,838	2,000	2,192	2,420
$\frac{D}{\lambda_M}$	0,40	0,42	0,44	0,46	0,48	0,50	0,52	0,54	0,56	0,58
X	2,692	3,021	3,420	3,912	4,522	5,292	6,276	7,599	9,266	11,59

Tabelle Pol.1: Asymmetriefaktor $X = \frac{S(45^\circ)}{S(135^\circ)}$ für kugelförmige Teilchen als Funktion von $\frac{D}{\lambda_M}$. Dabei ist λ_M die Lichtwellenlänge im Medium, in welchem sich die Teilchen befinden.

²Die Streuebene wird aufgespannt durch die Einfalls- und die Beobachtungsrichtung.

4. Fragen zur Vorbereitung

1. Erklären Sie, wie durch Reflexion, Brechung, Doppelbrechung und Streuung Licht polarisiert werden kann! Wie funktioniert ein Polarisationsfilter? Was versteht man unter dem Polarisationsgrad?
2. Wie hängt die Lichtintensität I mit dem elektrischen Feld \vec{E} zusammen? Welches von beiden ist hier im Versuch die Messgröße?
3. Diskutieren Sie die Fresnelschen Formeln für die Spezialfälle $\varphi = 0$ und $\varphi + \psi = 90^\circ$! Erklären Sie anschaulich das Brewstersche Gesetz aus der Abstrahlcharakteristik der atomaren Dipole. Wozu kann man Brewsterflächen verwenden?
Wie hängen reflektierte und transmittierte Intensität für die beiden Polarisationsrichtungen E_{\parallel} und E_{\perp} vom Einfallswinkel φ für $n_2 < n_1$ und $n_1 < n_2$ ab? Skizzieren!
4. Wie hängt die Intensität der Streustrahlung von der Frequenz und vom induzierten Dipolmoment ab? Warum erscheint der Himmel in Beobachtungsrichtungen, aus denen kein direktes Licht kommt, hellblau?
5. Diskutieren Sie die Winkelabhängigkeit der Intensität der Rayleigh–Streuustrahlung anhand von Gl. (7) für die Fälle, dass die Polarisation des einfallenden Lichtes parallel bzw. senkrecht zur Streuebene ist! Zeichnen Sie das zugehörige Polardiagramm. Wie verhält sich die Rückwärts- zur Vorwärtsstreuung?
Zeigen Sie, dass dieses Ergebnis bis auf $F(\Phi)$ mit den Gln. (8) und (9) identisch ist!
6. Erklären Sie das Zustandekommen der starken Vorwärtsstreuung bei der Miestreuung! Berechnen Sie hierzu den Gangunterschied Δ (für Vorwärts- und Rückwärtsstreuung) zweier interferierender Streuwellen, die von 2 Atomen im Abstand D abgestrahlt werden, wenn die Einstrahlrichtung entlang der Verbindungsline der beiden Atome liegt. Diskutieren Sie ihr Ergebnis für $D \ll \lambda$ und $D \approx \lambda$ und zeichnen Sie ein Polardiagramm!

5. Versuchsaufbau und Messtechniken

Der Versuchsaufbau ist in Abb. Pol.1(a) schematisch gezeigt. Das monochromatische parallele Lichtbündel eines Helium–Neon–Lasers kann mit einem um die Strahlachse drehbaren Polarisationsfilter P linear polarisiert werden (vertikal polarisiert: 0° –Markierung oben). In der Mitte einer horizontalen Metallscheibe mit Gradeinteilung können über eine magnetische Fixierung verschiedene Proben S im Strahlengang platziert werden. Die Proben sind definiert um den Mittelpunkt der Metallscheibe drehbar. Zur winkelabhängigen Messung der Intensität steht eine schwenkbare Fotodiode F zur Verfügung, welche über einen Verstärker V an ein Spannungsmessgerät DMM angeschlossen ist. Der Drehwinkel kann auf der Skala der Metallscheibe abgelesen werden. Der Laserstrahl ist auf die Mitte der Metallscheibe und auf die 0° –Marke der Skala vorjustiert.

Im ersten Versuchsteil wird zur Untersuchung der Fresnelschen Formeln im Zentrum der Metallscheibe als Probe eine Glasscheibe positioniert (vgl. Abb. Pol.1a).

Im zweiten Versuchsteil wird mit Hilfe der Miestreuung die Größe von Polystyrolteilchen in Wasser bestimmt. Dazu gibt es drei Streuküvetten. Zwei davon sind mit einem Polystyrol–Wasser–Gemisch (Probe 1 und 2) und eine ist zur Nullpunktskorrektur nur

mit Wasser gefüllt (Leerprobe, ohne Aufschrift). Diese Streuküvetten können in die zentrale Bohrung eines Kunststoffblocks eingesetzt werden, welcher der Unterdrückung von störenden Reflexen dient. Seine seitliche Öffnung lässt Messungen im Streuwinkelbereich $30^\circ < \alpha < 150^\circ$ zu. Der Kunststoffblock wiederum wird in einen zylindrischen Glastopf eingesetzt, der mit demineralisiertem Wasser (VE-Wasser) gefüllt wird. Dadurch wird eine gewisse Anpassung der Brechungsindizes innerhalb und außerhalb der Streuzelle erreicht und der Streuuntergrund somit verringert. Der Glastopf wird durch einen magnetisch gehaltenen Teller auf der Metallscheibe zentriert. Die Anordnung ist in Abb. Pol.1(b) skizziert.

Für die Präparation der Proben stehen desweiteren ein großes Becherglas, VE-Wasser, Ethanol und eine kleine Glaspipette zur Verfügung (siehe auch Aufgabe 6.2). Außerdem kann eine Kollimatorhülse vor die Fotodiode geschraubt werden, um zusätzlich störende Streustrahlung zu minimieren.

6. Aufgaben

Gefährdungspotentiale: Schauen Sie niemals direkt in den Laserstrahl! Direkte Reflexe über Schmuck, Uhren oder Ähnlichem sind ebenfalls zu vermeiden. Durch die Abdunklung im Raum besteht erhöhte Stolpergefahr.

Der Laser braucht etwa 30 Minuten, bis er stabil läuft!

Schätzen Sie aufgrund der Schwankungen am DMM den Fehler für I ab!

Messen Sie alle Winkelabhängigkeiten in Schritten von 5° .

6.1 Fresnelsche Formeln: Reflexion an Glas

Bestimmen Sie den Brechungsindex von Glas, indem sie den Brewsterwinkel messen, und überprüfen Sie die Richtigkeit der Fresnelschen Formeln!

Hinweise zur Versuchsdurchführung

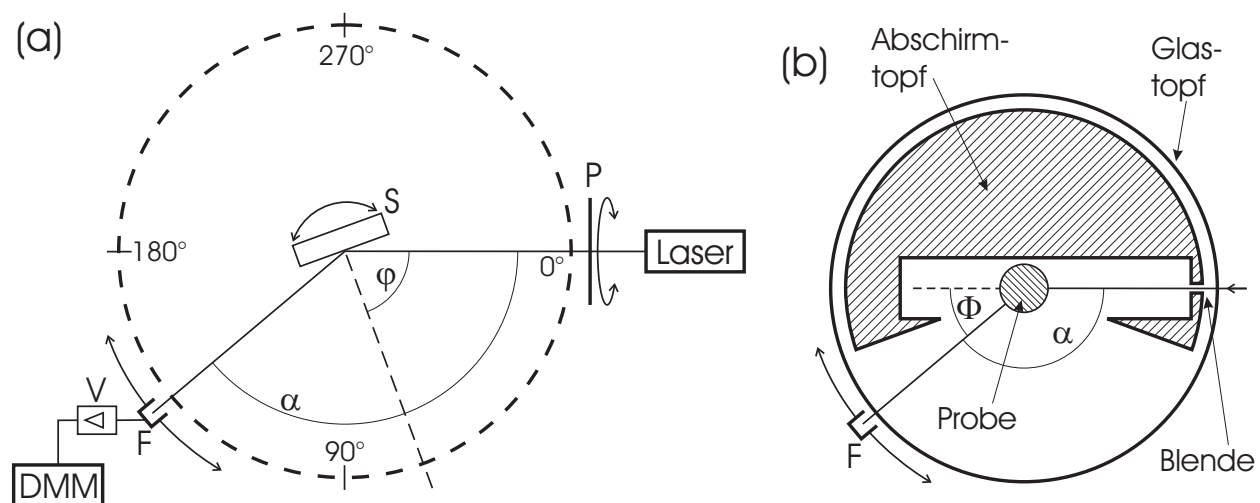


Abbildung Pol.1: (a) Schematische Skizze des Versuchsaufbaus. (b) Vorrichtung zur Streumessung. Vor die Fotodiode kann eine Kollimatorhülse geschraubt werden.

Überprüfen Sie vor der Messung den 0° -Punkt der Winkelskala für φ durch Rückreflexion des einfallenden Strahls an der Glasplatte. Überlegen Sie sich, welche besonderen Eigenschaften bei Reflexion von Licht unter dem Brewsterwinkel vorliegen. Wie muss man ihn folglich bestimmen? Messen Sie desweiteren $\frac{I_{r,\parallel}}{I_{e,\parallel}}$ und $\frac{I_{r,\perp}}{I_{e,\perp}}$ als Funktion des Winkels für die Glasplatte. $I_{e,\parallel}$ und $I_{e,\perp}$ werden ohne Glasplatte gemessen. Da die Intensität des einfallenden Strahls abhängig von der Stellung des Polarisators ist, sollten Sie I_e und I_r messen, ohne zwischendurch den Polarisator zu verdrehen!

Auswertung

Berechnen Sie aus dem gemessenen Brewsterwinkel den Brechungsindex von Glas und bestimmen Sie damit die theoretischen Abhängigkeiten $\frac{E_{r,\parallel}}{E_{e,\parallel}}$ und $\frac{E_{r,\perp}}{E_{e,\perp}}$ mit Hilfe der Fresnelschen Formeln. Berechnen Sie aus den gemessenen Werten $\frac{I_{r,\parallel}}{I_{e,\parallel}}$ und $\frac{I_{r,\perp}}{I_{e,\perp}}$ die Werte $\frac{E_{r,\parallel}}{E_{e,\parallel}}$ und $\frac{E_{r,\perp}}{E_{e,\perp}}$ und vergleichen Sie diese mit den theoretisch berechneten Werten, indem sie beide in ein Diagramm eintragen! Woher kommen mögliche Abweichungen?

6.2 Miestreueung an kugelförmigen Polystyrol-Teilchen in Wasser

Bestimmen Sie den Durchmesser der Polystyrolteilchen in den beiden Proben 1 und 2, indem Sie S_{\parallel} und S_{\perp} für die Miestreueung winkelabhängig vermessen und daraus den Asymmetriefaktor bestimmen!

Hinweise zur Versuchsdurchführung

Für die Präparation der Proben steht ein großes Becherglas zur Verfügung, das mit VE-Wasser gefüllt ist. Reinigen Sie ihren Glastopf zuerst mit etwas Ethanol innen und außen und spülen Sie ihn dann mit viel VE-Wasser gründlich ab (nicht abtrocknen!). Fassen Sie den Glastopf ab jetzt nur noch oben an und tauchen sie ihn blasenfrei in das große Becherglas. Spülen Sie den Kunststoffblock ebenfalls mit VE-Wasser aus/ab (auch nicht abtrocknen!) und geben Sie ihn zum Glastopf in das Becherglas. Bauen Sie den Kunststoffblock unter Wasser in den Glastopf ein und beseitigen Sie noch unter Wasser mögliche Blasen. Nehmen Sie anschließend beides miteinander heraus und tupfen Sie den Glastopf an der Außenseite ab. Setzen Sie nun den gesamten Glastopf auf den Magnetteller. Spülen Sie die Streuküvetten auch mit VE-Wasser ab, bevor Sie sie langsam (damit kein Wasser herausspritzt) in den Kunststoffblock einführen. Entfernen Sie vorher mit der kleinen Pipette so viel Wasser aus dem Innern des Glastopfes, bis Sie die Streuküvette einsetzen können, ohne dabei Wasser herauszudrücken. Die Streuküvetten sind verschlossen und dürfen nicht geöffnet und nur oben am Stopfenbereich angefasst werden.

Messen Sie S_{\parallel} und S_{\perp} für Probe 1, Probe 2 und für die Leerprobe im Winkelbereich $30^\circ < \alpha < 150^\circ$. Messen Sie zuerst alle Proben mit senkrechter Polarisation, ohne zwischendurch den Polarisator zu verstellen. Wozu misst man S_{leer} ?

Auswertung

Streumessungen sollten sinnvollerweise immer in Abhängigkeit des Streuwinkels Φ ausgewertet und diskutiert werden (s. Abb. Pol.1b). Berechnen Sie $(S_{P1} - S_{\text{leer}})_{\perp}$, $(S_{P1} - S_{\text{leer}})_{\parallel}$ und $(S_{P2} - S_{\text{leer}})_{\perp}$, $(S_{P2} - S_{\text{leer}})_{\parallel}$ und tragen Sie die Ergebnisse in einem Diagramm gegen Φ auf. Warum sind die Kurven nicht symmetrisch? Berechnen Sie den Polarisationsgrad

P als Funktion von Φ für Probe 1 und Probe 2 gemäß

$$P = \frac{(S_{P1,2} - S_{\text{leer}})_{\perp} - (S_{P1,2} - S_{\text{leer}})_{\parallel}}{(S_{P1,2} - S_{\text{leer}})_{\perp} + (S_{P1,2} - S_{\text{leer}})_{\parallel}} \quad (11)$$

und tragen Sie ihn graphisch auf! Was ist der Unterschied zur Rayleighstreuung?

Berechnen Sie die Asymmetriefaktoren beider Proben für $\Phi = 45^\circ$. Mit Hilfe von Tab. Pol.1 können Sie die Teilchengröße bestimmen. Beachten Sie, dass für die Lichtwellenlänge im Wasser gilt: $\lambda_W = \frac{\lambda_0}{n_W}$. Dabei ist $\lambda_0 = 632,8 \text{ nm}$ die Laserwellenlänge im Vakuum und $n_W = 1,33$ der Brechungsindex von Wasser.

Versuch SP: Das Spektrometer

1. Motivation und Versuchsziel

Mit einem Spektrometer kann die Intensität einer elektromagnetischen Welle als Funktion der Wellenlänge bzw. als Funktion der Frequenz oder Energie gemessen werden. Bei den optischen Spektrometern erfolgt die Unterscheidung der Wellenlängen der zu analysierenden Strahlung oft durch Richtungsablenkung mittels Brechung in einem Prisma oder durch Beugung an einem Gitter (vgl. Versuch Beu). Es ist auch möglich, die Frequenzanteile in einem Interferometer anhand einer Fourieranalyse zu bestimmen (FTIR-Spektrometer).

Ziel dieses Versuches ist es, ein Gitterspektrometer sowie dessen Funktionsweise und Leistungsfähigkeit näher kennenzulernen. Hierzu werden Sie beispielhaft die Transmissionseigenschaften verschiedener Filtergläser bestimmen und Messungen an den Emissionslinien einer Quecksilberdampf Lampe durchführen. Dabei lernen Sie verschiedene Methoden zur Bestimmung des Auflösungsvermögens des Spektrometers kennen.

2. Literatur

Zur Vorbereitung muss mindestens eine der folgenden Quellen gelesen werden:

BS-3, Abschnitte 2.10 und 3.8–3.10

Gerthsen, Abschnitte 11.1, 14.3.1 und 14.3.2

sowie Vorbereitung zu Versuch Beu

3. Theoretischer Hintergrund

Das in diesem Versuch verwendete Spektrometer benutzt einen so genannten *Czerny-Turner*-Aufbau (vgl. innerer Teil von Abb. SP.1). Das zu untersuchende Licht tritt durch einen Eintrittsspalt E ein, wird von einem Hohlspiegel H_1 parallelisiert und an einem optischen Gitter G in seine spektralen Komponenten zerlegt. Diese werden mit Hilfe des Hohlspiegels H_2 auf einen Austrittsspalt A fokussiert, wo dann das je nach Gitterstellung austretende Licht detektiert werden kann. Der Teil zwischen Ein- und Austrittsspalt wird auch *Monochromator* genannt. Genaueres zum Aufbau finden Sie in Abschnitt 5.

Im Gegensatz zu einem Transmissionsgitter, wie Sie es im Versuch Beu kennengelernt haben, verwendet man im Monochromator ein Reflexionsgitter, und zwar ein so genanntes *Blazegitter*. Dessen Spalten sind so geneigt, dass sie möglichst viel Licht in die erste Beugungsordnung reflektieren.

Eine wichtige Kenngröße des Spektrometers ist die *spektrale Auflösung* $\frac{\lambda}{\Delta\lambda}$ und damit die Wellenlängendifferenz $\Delta\lambda$, welche mit einem Gittermonochromator gerade noch unterschieden werden kann. Diese hängt sowohl von mechanischen Eigenschaften des Aufbaus, also z.B. wie fein das Gitter verdreht werden kann oder wie lang der Monochromator ist, als auch von rein optischen Begrenzungen, wie den Ein- und Austrittsspalten oder der Zahl der beleuchteten Gitterlinien, ab.

Bevor Sie weiterlesen, machen Sie sich unbedingt anhand der angegebenen Literatur die Bedeutung von $\Delta\lambda$ klar!

3.1 Auflösung aufgrund des Gitters

Nimmt man Ein- und Austrittsspalt als unendlich schmal an und beschränkt die Betrachtung auf monochromatisches Licht der Wellenlänge λ , so ergibt sich

$$\Delta\lambda_G = \frac{\lambda}{kN} \quad (1)$$

für die beobachtete Linienbreite $\Delta\lambda_G$ aufgrund der Begrenzung durch das Gitter. Dabei ist N die Anzahl der kohärent beleuchteten Gitterlinien und k die Beugungsordnung.

3.2 Auflösung aufgrund der Spalte

Nimmt man die Breite s_e des Eintrittsspalts als vernachlässigbar klein, also $s_e \rightarrow 0$, und die untersuchte Linie wieder als unendlich schmal an, so misst man hinter dem Austrittsspalt eine Linienbreite $\Delta\lambda_a$ die linear von der Breite s_a des Austrittsspalts abhängt:

$$\Delta\lambda_a = \frac{b}{f} s_a \quad (2)$$

Dabei ist b die Gitterkonstante und f die Hohlspiegelbrennweite. Analog gilt für den Einfluss des Eintrittsspalt

$$\Delta\lambda_e = \frac{b}{f} s_e \quad (3)$$

Da die beiden Hohlspiegel eine Abbildung des Eintrittsspalt auf den Austrittsspalt erzeugen, wird mit dem sich drehenden Gitter das Bild des Eintrittsspalt über den Austrittsspalt geschoben. Die hinter dem Austrittsspalt gemessene Intensität entspricht dann der Faltung der beiden rechteckigen Spalte. Die resultierende spektrale Breite $\Delta\lambda_S$ für endliche Werte von s_e und s_a ist im allgemeinen Fall:

$$\Delta\lambda_S = \text{Max}(\Delta\lambda_e, \Delta\lambda_a) \quad (4)$$

Aufgrund von Beugungseffekten ist die Intensitätsverteilung am Spalt für Spaltbreiten kleiner als etwa $200\text{ }\mu\text{m}$ jedoch nicht mehr nahezu rechteckig, sondern überwiegend gaußförmig. Die minimale spektrale Breite aufgrund der endlichen Spaltbreiten ist dann

$$\Delta\lambda_S = \sqrt{(\Delta\lambda_e)^2 + (\Delta\lambda_a)^2} \quad (5)$$

Im Bereich zwischen $s \approx 200\text{ }\mu\text{m}$ und $s \approx 800\text{ }\mu\text{m}$ findet ein stetiger Übergang zwischen annähernd rechteckigem und etwa gaußförmigem Intensitätsprofil statt.

3.3 Das Auflösungsvermögen des Monochromators

Die Auflösung des Monochromators ergibt sich aus den Beiträgen von Gitter und Spalten. Die beobachtete Linienbreite ist in der Näherung gaußförmiger Intensitätsprofile durch

$$\Delta\lambda_M = \sqrt{(\Delta\lambda_S)^2 + (\Delta\lambda_G)^2} \quad (6)$$

gegeben. Bei der Beleuchtung des Monochromators mit nicht streng monochromatischem Licht, wie es in der Realität der Fall ist, und in der Näherung eines gaußförmigen Linienprofils der Spektralline¹ mit der Breite $\Delta\lambda_L$ ergibt sich dann die gemessene *Halbwertsbreite*², also die gemessene Breite der Linie bei ihrer halben Höhe, zu

¹Solche Linienprofile findet man relativ häufig.

²Auch FWHM genannt, von ‘full width at half maximum’.

$$\Delta\lambda = \sqrt{(\Delta\lambda_S)^2 + (\Delta\lambda_G)^2 + (\Delta\lambda_L)^2} \quad (7)$$

So kann also unter der Voraussetzung, dass die Spaltbreiten und das Gitter genügend genau bekannt sind, auch noch die wahre Linienbreite $\Delta\lambda_L$ bestimmt werden, obwohl die gemessene spektrale Breite $\Delta\lambda$ nur geringfügig größer ist als die apparativ bedingte, minimale Breite $\Delta\lambda_M$.

4. Fragen zur Vorbereitung

1. Skizzieren Sie das elektromagnetische Spektrum. Erläutern Sie die einzelnen Bereiche und nennen Sie für jeden Bereich ein Beispiel für Erzeugung und Detektion!
2. Was sind Spektrallinien? Wie kommen sie zustande und was versteht man unter der natürlichen Linienbreite?
3. Wie funktioniert eine Quecksilberdampfampe? Recherchieren Sie deren 7 hellsten Spektrallinien im Bereich von 300 bis 900 nm.
4. Betrachten Sie den Versuchsaufbau in Abb. SP.1. Wie weit müssen die Hohlspiegel von den Spalten entfernt sein und wie weit die Sammellinse vom Eintrittsspalt?
5. Berechnen Sie das Auflösungsvermögen des verwendeten Monochromators (s. nächstes Kapitel) bei einer Ein- und Austrittsspaltöffnung von je $20\text{ }\mu\text{m}$ und einer Wellenlänge von 546 nm (grüne Hg-Linie)! Wie signifikant ist der Beitrag des Gitters?
6. Berechnen Sie die Faltung zweier Rechtecksfunktionen. Interpretieren Sie das Ergebnis in Bezug auf unterschiedliche Breiten von Ein- und Austrittsspalt am Monochromator!

5. Versuchsaufbau und Messtechniken

Der Aufbau des in diesem Versuch verwendeten Spektrometers ist schematisch in Abb. SP.1 dargestellt. Das von einer auswechselbaren Lichtquelle Q ausgestrahlte Licht wird von ei-

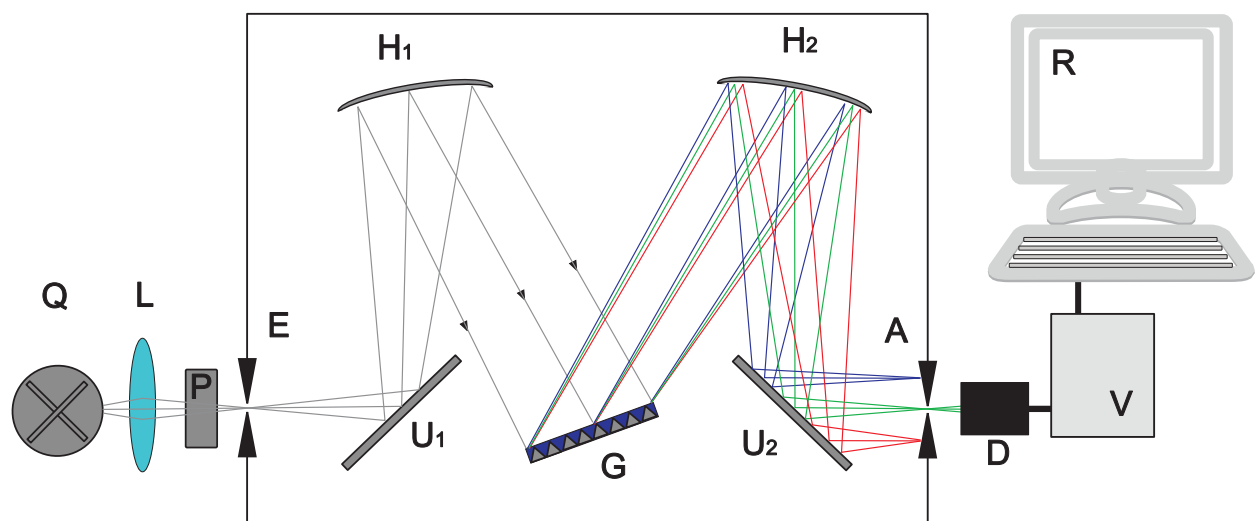


Abbildung SP.1: Schematische Darstellung des Versuchsaufbaus. Q Lichtquelle, L Sammellinse, P Probe, E Eintrittsspalt, U₁ Umlenkspiegel, H₁ Hohlspiegel, G Gitter, H₂ Hohlspiegel, U₂ Umlenkspiegel, A Austrittsspalt, D Detektor, V Verstärker, R Rechner.

ner Sammellinse L mit der Brennweite $f_L = 80 \text{ mm}$ in den Eintrittsspalt E fokussiert, so dass eine möglichst hohe Lichtintensität in den Monochromator gelangt. Zwischen Linse und Monochromator befindet sich eine Halterung P, in die verschiedene Filtergläser oder Proben eingesetzt werden können. Im Monochromator wird das Bild des Eintrittsspaltess vom ersten Hohlspiegel H_1 mit der Brennweite $f_H = 250 \text{ mm}$ ins Unendliche abgebildet und so eine ebene Wellenfront erzeugt, mit der das Reflexionsgitter G (Breite 58 mm mit $1200 \frac{\text{Linien}}{\text{mm}}$) ausgeleuchtet wird. Je nach Stellung des Gitters wird nur ein bestimmter Spektralbereich des Lichtes vom zweiten Hohlspiegel H_2 (Brennweite ebenfalls $f_H = 250 \text{ mm}$) in den Austrittsspalt abgebildet und gelangt so in den Detektor D. Das elektrische Signal des Detektors gelangt über einen einstellbaren Verstärker V in den Messrechner R. Die Spiegel U_1 und U_2 dienen lediglich der Umlenkung des Lichtes und haben keine weitere optische Bedeutung.

- Als Lichtquellen stehen eine Halogenlampe und eine Quecksilberdampflampe (Hg-Lampe) zur Verfügung.
- Ein- und Austrittsspalt sind variabel von 0 bis 2 mm einstellbar. Die Zahlenangaben am Einstellring entsprechen mm, die kleinen Skalenstriche stellen jeweils $20 \mu\text{m}$ dar.
- Die zu untersuchende Wellenlänge wird mit einem rechnergesteuerten Schrittmotor eingestellt, der über eine Mechanik das Gitter verdreht. Die übrige Optik bleibt fest. Näheres zur Rechnersteuerung s. unten in Abschnitt 6.
- Wie Sie gesehen haben, ist das Auflösungsvermögen umso besser, je kleiner die Spaltbreiten sind. Mit sinkender Spaltbreite gelangt jedoch auch weniger Intensität in den Monochromator und letztendlich an den Detektor. Versuchen Sie bei Ihren Messungen daher stets einen guten Kompromiss aus Auflösungsvermögen und Intensität zu finden. Ein Richtwert ist $60 \mu\text{m}$ bei einer Verstärkung von 3000.
- Eine unerwünschte Sättigung des Verstärkers wird durch die gelbe Leuchtdiode am Gerät angezeigt.
- Es steht ein gelber Kantenfilter oder *Langpassfilter* zur Verfügung. Dieser blockiert Wellenlängen kleiner als 490 nm.

6. Aufgaben

Gefährdungspotentiale:

Bananenstecker (4 mm-Federstecker) dürfen auf keinen Fall in die Steckdose gesteckt werden! Durch die Abdunklung im Raum besteht erhöhte Stolpergefahr.

Allgemeine Hinweise:

Beachten Sie, dass am Gitter auch Beugungen höherer Ordnung auftreten! Spektrallinien erscheinen also auch bei einem ganzzahligen Vielfachen ihrer eigentlichen Wellenlänge.

Wichtig: Schalten Sie **erst** denn Verstärker ein (grüne Kontrollleuchte!) und starten Sie **dann** das Messprogramm "Spektrometer".

Die Einstellung der Wellenlänge und die Erfassung der Messdaten erfolgt mit einem PC. Im Messprogramm wird zur Kalibrierung die aktuelle Wellenlänge eingegeben, welche Sie an der Vorderseite des Monochromators (in Ångström) ablesen können. Anschließend

kann zur Aufnahme des Spektrums eine Start- und Stoppwellenlänge sowie die Schrittweite vorgegeben und die Messung gestartet werden. Es besteht die Möglichkeit, die Messdaten wie auch die Spektren vor Ort auszudrucken, oder Sie können die Daten auf einem mitgebrachten USB-Stick speichern und mitnehmen. Eine ausführlichere Anleitung der benutzten Software liegt im Praktikumsraum aus.

Es wird empfohlen, vor einer feinen Messung zunächst ein Spektrum mit größerer Schrittweite aufzunehmen. Damit können Sie sich einen schnellen Überblick verschaffen und z.B. die Verstärkung optimieren.

Vorsicht: Die verwendete Halogenlampe wird sehr heiß! Lassen Sie diese einige Minuten abkühlen, bevor Sie sie gegen die Hg-Lampe austauschen.

6.1 Justieren des Spektrometers

Verwenden Sie die Halogenlampe um den Strahlengang zu justieren. Benutzen Sie die in den Fragen zur Vorbereitung errechneten Abstandswerte als Anhaltspunkte. Die Ausleuchtung des Gitters sollte dann möglichst homogen sein.

Vor weiteren Arbeiten sollte der fertig justierte Strahlengang dem Betreuer gezeigt werden.

6.2 Messungen mit der Quecksilberdampfampe

Achtung: Nach Inbetriebnahme der Hg-Lampe benötigt diese etwas Zeit zum Aufwärmen und erreicht erst nach etwa 5 Minuten ihre volle Intensität.

Versuchsdurchführung

1. Nehmen Sie das Spektrum der Hg-Lampe im Bereich von 300 bis 900 nm auf! Nehmen Sie das Spektrum erneut mit dem gelben Kantenfilter im Strahlengang auf, um echte Linien von Interferenzmaxima höherer Beugungsordnungen zu unterscheiden.
2. Nehmen sie mindestens 5 Hg-Einzellinien bei möglichst kleiner Spaltbreite auf!
Wichtig: Zum Aufnehmen einzelner Spektrallinien müssen Sie das Spektrometer zu genügend kleinen Wellenlängen zurückfahren, da die Spindel, welche den Spiegel antreibt, ein gewisses Spiel hat. Probieren Sie dies aus!
3. Zur Bestimmung des Auflösungsvermögens eines Spektrometers kann man zwei eng benachbarte Spektrallinien verwenden. Messen Sie die gelbe Hg-Doppellinie bei drei (oder mehr, je nach Zeit!) unterschiedlichen Spaltbreiten im Bereich von 100 μm bis 1 mm!
4. Eine weitere Möglichkeit zum Bestimmen des Auflösungsvermögens ist das Vermessen einer Linie, deren Breite weit kleiner ist als das erreichbare Auflösungsvermögen. Vermessen Sie die grüne Hg-Linie bei 10 unterschiedlichen Spaltbreiten zwischen 100 μm und 2 mm!
5. Vermessen Sie die grüne Hg-Linie mit drei (oder mehr, je nach Zeit!) unterschiedlichen Ein- und Austrittsspalten!

Auswertung

1. Diskutieren Sie das Spektrum und identifizieren Sie alle gemessenen Linien! Geben Sie an, welche Linien von der ersten und welche von der zweiten Ordnung des Spektrometers kommen und erklären Sie die physikalische Bedeutung dieser Beobachtungen.
2. Vergleichen Sie die Positionen der gemessenen Linien mit den aus der Literatur bekannten und berechnen Sie die jeweiligen Differenzen! Erstellen Sie ein Diagramm, welches die Differenz als Funktion der gemessenen Wellenlänge zeigt und berechnen Sie eine Regressionsgerade. Woher kommen die beobachteten Abweichungen?
3. Bei welcher Spaltbreite sind die Linien gerade noch zu trennen? Berechnen Sie für diese Spaltbreite die Auflösung $\Delta\lambda_M$ des Spektrometers! Ist das Ergebnis sinnvoll?
4. Erstellen Sie ein Diagramm, das die gemessene Linienbreite als Funktion der Spaltbreite zeigt! Vergleichen Sie die gemessenen Breiten mit den berechneten spektralen Breiten $\Delta\lambda_M$ und tragen Sie die errechneten Linienbreiten ins Diagramm mit ein. Bestimmen Sie die "wahre" Linienbreite und tragen auch diese mit ins Diagramm ein. Was beobachten Sie?
5. Vergleichen Sie das resultierende Spektrum qualitativ und quantitativ mit ihrem Ergebnis zu Frage 6 aus der Vorbereitung, insbesondere auch Form und Breite betreffend!

6.3 Freiwillige Zusatzaufgabe für Forscher:

Transmissionsspektren verschiedener Filtergläser

Messen Sie mit der Halogenlampe die Transmissionsspektren der Filtergläser im Bereich von 300 bis 900 nm und bewerten Sie diese!

Hinweise zur Versuchsdurchführung

Die verwendete Halogenlampe hat keine gleichmäßige Intensitätsverteilung. Nehmen Sie daher zunächst ein Spektrum nur der Lampe auf und dividieren Sie die folgenden Messungen durch dieses Spektrum. So erhalten Sie ein lampenunabhängiges Transmissionspektrum.

Vorsicht: Im Bereich kleiner Lampenintensitäten können durch dieses Verfahren Messartefakte auftreten (Division durch Null, bzw. kleine Zahlen!).

Auswertung

Diskutieren Sie Ihre Messungen! Welcher Filter könnte sich für welchen Zweck eignen?

Bestimmen Sie die Temperatur der Halogenlampe unter der Annahme, dass die Lampe einen schwarzen Strahler darstellt!

Versuch Kre: Der Kreisel

1. Motivation und Versuchsziel

Wenn ein starrer Körper um eine beliebige körperfeste Achse rotiert, deren Lage im Raum beibehalten werden soll, so muss diese Achse i.Allg. in zwei Punkten durch Lager unterstützt werden. Aufgrund der Zentrifugalkräfte werden diese Lager normalerweise auch dann beansprucht, wenn keine äußeren Kräfte wirken. Ist die Rotationsachse kräfte- und momentenfrei, so spricht man von einem Kreisel. Dieser Fall ist wichtig für alle Maschinen mit rotierenden Teilen, mit vielen Anwendungen in der Technik und im täglichen Leben. Die Form des Kreisels kann beliebig sein. Einfacher zu behandeln sind jedoch symmetrische Kreisel, bei denen es sich um rotationssymmetrische Körper handelt. Die Symmetrieachse wird hier auch Figurenachse genannt. Ist dies die Achse des größten Trägheitsmomentes, so spricht man von einem abgeplatteten Kreisel, ist sie die des kleinsten Trägheitsmomentes, so handelt es sich um einen länglichen Kreisel. Alle durch den Schwerpunkt verlaufenden Achsen, welche senkrecht zur Figurenachse sind, sind gleichberechtigt und haben auch das gleiche Trägheitsmoment.

An einem luftgelagerten, symmetrischen Kreisel ohne wesentliche Reibung werden Sie qualitativ verschiedene Kreiselmotionen sowie die Reaktion des Kreisels auf äußere Kräfte beobachten. Dabei wird die Unterscheidung zwischen Figurenachse, Drehimpulsachse und momentaner Drehachse klar werden. Weiterhin führen Sie quantitative Untersuchungen zur Nutation und zur Präzession des Kreisels durch.

2. Literatur

Zur Vorbereitung muss mindestens eine der folgenden Quellen gelesen werden:

BS-1, Abschnitte 8.1–8.3 und 8.5

Gerthsen, Abschnitt 2

Berkeley 1, Abschnitt 8

Tipler, Abschnitte 9 und 10

3. Theoretischer Hintergrund

3.1 Der Drehimpuls und die Eulerschen Gleichungen

Betrachtet man die Rotation eines starren Körpers in einem rechtwinkligen, aber ansonsten beliebigen Koordinatensystem, so gilt für den Zusammenhang zwischen dem Drehimpulsvektor \vec{L} und dem Vektor der Winkelgeschwindigkeit $\vec{\omega}$

$$\vec{L} = \mathbf{J} \vec{\omega} \quad (1)$$

Dabei ist \mathbf{J} der *Trägheitstensor* des Körpers bezogen auf das betrachtete Koordinatensystem. \mathbf{J} ist symmetrisch und hat damit 6 unabhängige Komponenten. Nur im so genannten *Hauptachsensystem*, wenn also die Koordinatenachsen mit den *Hauptträgheitsachsen* zusammenfallen, nimmt er Diagonalgestalt an mit nur noch 3 Komponenten.

Es ist offensichtlich, dass \vec{L} und $\vec{\omega}$ i.Allg. nicht parallel zueinander sind. Soll die Drehachse raumfest sein, so ist weiterhin klar, dass sie normalerweise in zwei Punkten festgehalten werden muss, da aufgrund des nicht konstanten Drehimpulses Momente auf diese Achse

wirken. Lediglich bei Rotation um eine der Hauptträgheitsachsen sind \vec{L} und $\vec{\omega}$ parallel, und die Achse muss nur noch in einem Punkt unterstützt werden. Eine durch den Schwerpunkt verlaufende Hauptträgheitsachse ist eine *freie Achse*, da sie bei einer Rotation gar nicht belastet wird. Man spricht in diesem Fall auch von einem *freien Kreisel*.

Im Hauptachsensystem des Kreisels (mit den Hauptträgheitsachsen 1, 2 und 3) gelten nach Gl. (1) einfache Zusammenhänge zwischen den Komponenten von \vec{L} und $\vec{\omega}$:

$$L_1 = J_1 \omega_1, \quad L_2 = J_2 \omega_2, \quad L_3 = J_3 \omega_3 \quad (2)$$

Die J_i sind dabei die Trägheitsmomente bezogen auf die Hauptträgheitsachsen. Diese Achsen definieren Koordinaten, welche fest mit dem Körper verbunden sind, so dass die jeweiligen Gleichungen im System des Kreisels gelten. Bezogen auf das Laborsystem ist das dann ein bewegtes Koordinatensystem.

Wirkt im Laborsystem ein Drehmoment \vec{M} auf den Körper, so gilt für die zeitliche Änderung des Drehimpulses $\vec{M} = (\dot{\vec{L}})_L$. Bezogen auf das Kreiselssystem wird daraus¹

$$\vec{M} = \left(\frac{d\vec{L}}{dt} \right)_L = \left(\frac{d\vec{L}}{dt} + \vec{\omega} \times \vec{L} \right)_K \quad (3)$$

Mit Hilfe von Gl. (2) kann man im Hauptachsensystem also komponentenweise schreiben:

$$M_1 = J_1 \dot{\omega}_1 + \omega_2 \omega_3 (J_3 - J_2) \quad (4)$$

$$M_2 = J_2 \dot{\omega}_2 + \omega_1 \omega_3 (J_1 - J_3) \quad (5)$$

$$M_3 = J_3 \dot{\omega}_3 + \omega_1 \omega_2 (J_2 - J_1) \quad (6)$$

Dies sind die *Eulerschen Gleichungen* für die Bewegung eines starren Körpers.

3.2 Der momentenfreie, symmetrische Kreisel: Nutation

Im Folgenden wird nur noch ein symmetrischer Kreisel mit $J_1 = J_2$ und $J_3 < J_1$ betrachtet, wie er auch hier im Versuch verwendet wird. Die Trägheitsmomente beziehen sich auf das Hauptachsensystem im Schwerpunkt, und die Figurenachse 3 ist die Achse mit dem kleinsten Trägheitsmoment. Wirkt auf den Kreisel kein äußeres Moment ($\vec{M} = 0$ in den Gln. 3, 4–6), so vereinfachen sich die Gln. (4)–(6) zu

$$\dot{\omega}_1 = -\omega_n \omega_2 \quad (7)$$

$$\dot{\omega}_2 = \omega_n \omega_1 \quad (8)$$

$$\dot{\omega}_3 = 0 \quad (9)$$

$$\text{mit} \quad \omega_n = \frac{J_3 - J_1}{J_1} \cdot \omega_3 = \text{konstant} \quad (10)$$

Dies sind die *Eulergleichungen für den momentenfreien, symmetrischen Kreisel*. Aus Gl. (9) folgt sofort, dass die Komponente ω_3 der Bewegung, also die Rotation um die Figurenachse, zeitlich konstant ist.

Für $\omega_1 = \omega_2 = 0$ handelt es sich um eine reine Rotation des Kreisels um seine Figurenachse, so dass \vec{L} und $\vec{\omega}$ parallel zueinander sind. Ist dies nicht der Fall, so sind Drehimpuls-, Figuren- und momentane Drehachse getrennt, und ω_1 und ω_2 müssen die gekoppelten Differentialgleichungen (7) und (8) erfüllen. Als Lösung ergibt sich offenbar

¹Die Indices L und K bezeichnen die Verhältnisse im Labor- und im Kreiselssystem.

$$\omega_1 = A \cos(\omega_n t) \quad \text{und} \quad \omega_2 = A \sin(\omega_n t) \quad (11)$$

Damit ist $\omega_1^2 + \omega_2^2 = A^2$ konstant. Die Projektion von $\vec{\omega}$ auf die zu ω_3 senkrechte Ebene bewegt sich also im System des Kreisels, d.h. beim Mitrotieren auf Achse 3, mit der konstanten Winkelgeschwindigkeit ω_n um Achse 3. Diese Bewegung wird *Nutation* genannt. Der Vektor $\vec{\omega}$ beschreibt die Bewegung der momentanen Drehachse in Bezug auf die Figurenachse. Der Drehimpulsvektor \vec{L} bewegt sich im Kreiselsystem ebenfalls, muss aber natürlich im Laborsystem konstant sein.

3.3 Der Kreisel mit äußerem Moment: Präzession

Wirkt ein äußeres Moment auf den Kreisel, so bleibt der Drehimpulsvektor \vec{L} nicht mehr raumfest. Ist bei einem symmetrischen Kreisel, welcher nutationsfrei mit ω_3 um seine horizontale Figurenachse rotiert (wie Abb. Kre.1, jedoch mit horizontal liegender Achse 3), im Abstand l vom Schwerpunkt eine Zusatzmasse m angebracht, so übt diese ein Moment $M = mgl$ auf den Kreisel aus. Dadurch dreht sich der Kreisel zusätzlich zu seiner Eigenrotation mit der konstanten Winkelgeschwindigkeit

$$\omega_p = \frac{mgl}{J_3 \omega_3} \quad (12)$$

um eine vertikal durch den Schwerpunkt verlaufende Achse. Diese Bewegung wird *Präzession* genannt, und ω_p ist die *Präzessionsfrequenz*.

4. Fragen zur Vorbereitung

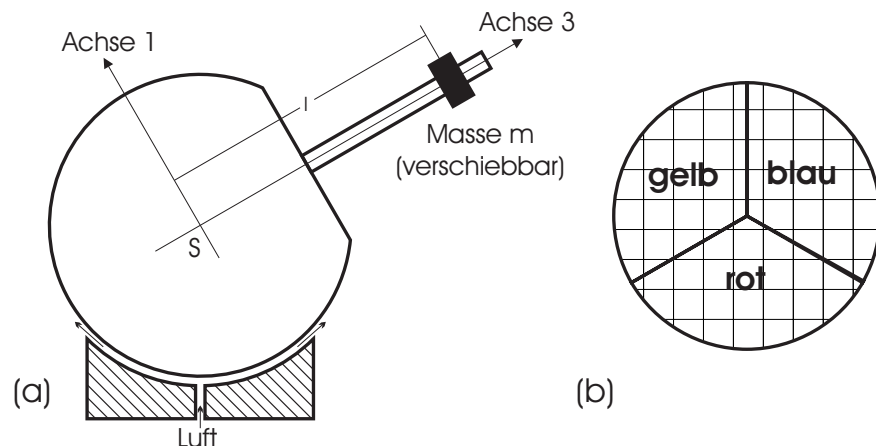
1. Wodurch wird das Trägheitsmoment eines Körpers anschaulich festgelegt?
2. Der Drehimpuls eines Punktes der Masse m mit Ortsvektor \vec{r} und Geschwindigkeit \vec{v} bezogen auf den Koordinatenursprung ist gegeben durch $\vec{L} = m \vec{r} \times \vec{v}$. Der Drehimpuls eines rotierenden starren Körpers kann durch Summation über viele kleine Massenelemente ausgedrückt werden. Bestimmen Sie durch komponentenweisen Vergleich dieses Ausdrucks mit Gl. (1) die Komponenten des Trägheitstensors **J**! Was drücken die Diagonalelemente aus?
3. Welche Gestalt hat der Trägheitstensor eines Rades bei Rotation um seine Achse qualitativ, wenn das Rad nicht ausgewuchtet ist, und was hat dies zur Folge? Was passiert beim Auswuchten des Rades?
4. Beschreiben Sie anhand von Skizzen die Rotationsverhältnisse und die Lage der verschiedenen Achsen bei der Nutation des momentenfreien Kreisels!
5. Zeigen Sie, dass die Präzessionsfrequenz durch Gl. (12) gegeben ist! Wie hängt diese vom Winkel zwischen der Figurenachse und der Horizontalen ab? Wie hängt die Präzessionsrichtung von der Drehrichtung des Kreisels ab?
6. Erklären Sie das Funktionsprinzip eines Kreiselkompasses!
7. Wirft man einen Bierfilz schräg nach oben, und gibt ihm gleichzeitig eine Drehung um seine Figurenachse wie einem Diskus, so richtet er sich senkrecht auf (Probieren Sie es ruhig aus!). Warum? In welche Richtung geschieht das Aufrichten und wie rotiert der senkrecht stehende Bierfilz? Warum passiert dies nicht beim Diskus?

5. Versuchsaufbau und Messtechniken

5.1 Der Kreisel und seine Lagerung

Der benutzte Kreisel besteht aus einer Stahlkugel, von der ein Kugelsegment abgeschliffen wurde. In der Mitte der so entstandenen Kreisfläche sitzt eine Gewindestange, die radial nach außen zeigt. Diese ist so bemessen, dass der Schwerpunkt S der Anordnung wieder genau im Schwerpunkt (also im Mittelpunkt) der unabgeschliffenen Kugel liegt. Auf die Gewindestange können kleine Zusatzgewichte aufgeschraubt werden, welche dann ein bekanntes Moment auf den Kreisel ausüben. Abbildung Kre.1(a) zeigt einen Querschnitt der Anordnung. Es handelt sich um einen symmetrischen Kreisel, bei dem die Achse 3 (die Figurenachse) die Achse mit dem kleinsten Trägheitsmoment ist: $J_3 < J_1 = J_2$.

Abbildung Kre.1:
(a) Querschnitt des verwendeten Kreisels mit Luftlagerung.
(b) Draufsicht auf die abgeschliffene Kreisfläche.



Die abgeschnittene Kreisfläche ist in drei gleich große Sektoren unterteilt, welche unterschiedlich eingefärbt und mit einem quadratischen Linienmuster überzogen sind (s. Abb. Kre.1b; die Reihenfolge der Farben variiert von Kreisel zu Kreisel). Hiermit kann die momentane Drehachse und ihre Bewegung relativ zur Figurenachse sichtbar gemacht werden. Der Kreisel ruht in einer kugelförmigen Pfanne, welche auf einer Grundplatte montiert ist. Er wird durch Druckluft von unten luftgelagert, so dass er sich nahezu reibungsfrei bewegt (s. Abb. Kre.1a). Mit Hilfe einer seitlichen Luftdüse und eines fein regulierbaren Nadelventils kann der Kreisel kontrolliert angetrieben und damit entweder auf eine höhere Umdrehungszahl gebracht oder auf konstanter Geschwindigkeit gehalten werden. Mit Hilfe einer Feststellvorrichtung lässt sich der Kreisel in der Horizontalen festhalten.

Zur Verfügung stehen außerdem eine Waage, eine Stoppuhr und zwei Messschieber.

5.2 Messung der Rotationsfrequenz und der Nutation

Die Rotationsfrequenz des Kreisels kann mit Hilfe eines Stroboskops mit Frequenzanzeige eingestellt und gemessen werden. Hierzu wird die Farbscheibe der Abb. Kre.1(b) durch stroboskopische Beleuchtung zum scheinbaren Stehen gebracht und durch Regeln der seitlichen Luftdüse in diesem Zustand gehalten. Der Gerätefehler der Frequenzanzeige ist kleiner als die Anzeigegenauigkeit.

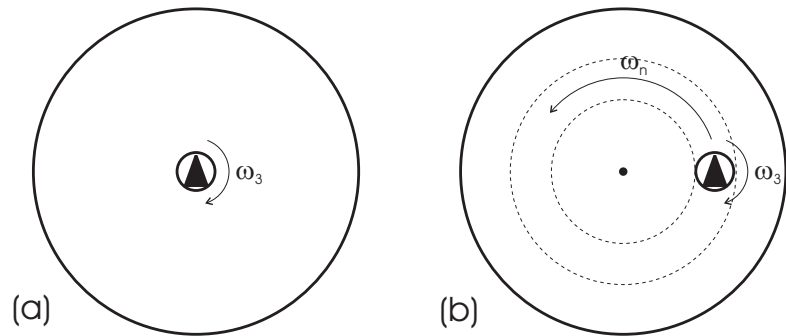
Vorsicht: Achten Sie beim Umgang mit dem Stroboskop darauf, kein ganzzahliges Verhältnis der tatsächlichen Frequenz zu registrieren! Erklären Sie wie das passieren kann!

Zur Messung der Nutationsfrequenz muss die Kreiselrotation (Frequenz ω_3 um die Figurenachse) von der Nutationsbewegung getrennt werden, was am Einfachsten durch "Mit-

fahren" im Kreiselssystem geschieht. Hierzu ist am Ende der Gewindestange eine Pfeilmarkierung angebracht. Diese wird mit Hilfe des Stroboskops raumfest gehalten, wodurch gleichzeitig ω_3 gemessen wird. Ohne Nutation ruht der Pfeil im Zentrum der abgeschliffenen Kreisscheibe, andernfalls wandert der stehende Pfeil mit der Nutationsfrequenz ω_n um die momentane Drehachse (s. Abb. Kre.2). ω_n wird mit der Stoppuhr gemessen.

Abbildung Kre.2:

Stroboskopische Beleuchtung (mit f_3) des mit ω_3 rotierenden Kreisels. (a) Ohne Nutation ruht der Pfeil im Kreismittelpunkt. (b) Mit Nutation wandert der stehende Pfeil mit ω_n um die momentane Drehachse.



6. Aufgaben

Gefährdungspotentiale: Die verwendete Druckluft erzeugt eine hohe Lärmbelastung, weshalb der bereitgestellte Gehörschutz zu tragen ist. Das Stroboskoplicht kann zur Auslösung eines epileptischen Anfalls führen. Sollten Sie unter Epilepsie leiden, geben Sie dies bitte rechtzeitig dem Praktikumsleiter bekannt. Die sehr schweren Kreisel können bei unsachgemäßer Behandlung zu Quetschungen (Finger, Zehen) und Sachschäden führen. Durch die Abdunklung im Raum besteht erhöhte Stolpergefahr.

6.1 Qualitative Beobachtung verschiedener Kreiselbewegungen

Üben Sie bei verschiedenen Drehzahlen mit den Fingern Kräfte auf die Figurenachse des nutationsfrei rotierenden Kreisels aus und beobachten Sie seine Reaktion!

Versetzen Sie der Gewindestange einen Stoß mit der Hand. Dadurch werden Figurenachse, Drehimpulsvektor und momentane Drehachse voneinander getrennt, und es kommt zur Nutation. Wie hängt das Verhalten von der Rotationsfrequenz des Kreisels ab? Beobachten Sie die verschiedenen Achsen, insbesondere die momentane Drehachse und deren Bewegung in Bezug auf die Figurenachse! Erklären Sie dabei auch wie das geht.

Beobachten Sie ohne und mit geeignet eingestelltem Stroboskop!

Auswertung

Diskutieren Sie Ihre Beobachtungen mit und ohne Stroboskop!

Wie bewegt sich bei der Nutation die Figurenachse im Laborsystem, und was passiert mit der Drehimpulsachse? Stimmt die Bewegungsrichtung der momentanen Drehachse mit Ihren Erwartungen überein?

Bei dem hier verwendeten Kreisel ist $J_1 \approx J_3$. Was hat dies zur Folge?

6.2 Nutation

Bestimmen Sie die Nutationsfrequenz des momentenfreien Kreisels als Funktion von ω_3 !

Hinweise zur Versuchsdurchführung

Bringen Sie den rotierenden Kreisel mit einem leichten Stoß zur Nutation und messen Sie wie unter 5.2 beschrieben das Umlaufen der Figurenachse um die momentane Drehachse und damit die Nutationsfrequenz ω_n . Es ist wichtig, während der Messung die Drehzahl des Kreisels konstant zu halten. Dies wird mit dem Stroboskop kontrolliert und durch Antreiben mit der Luftdüse und gegebenenfalls gleichzeitiges Abbremsen mit dem Finger erreicht und erfordert einige Übung. Hieraus erhalten Sie die Rotationsfrequenz ω_3 .

Messen sie die Nutation für 11 Frequenzen zwischen 10 und 20 Hz für jeweils 10 Umläufe der Figurenachse! Führen Sie diese Messreihe mindestens 2 Mal durch!

Auswertung

Berechnen Sie für jede Frequenz die Größe $\frac{\omega_n}{\omega_3} = \frac{J_3 - J_1}{J_1}$ und tragen Sie diese gegen ω_3 auf!

6.3 Präzession

Messen Sie mit Hilfe der Zusatzgewichte die Präzessionsfrequenz als Funktion von ω_3 !

Hinweise zur Versuchsdurchführung

Hierzu werden die beiden Gewichte in einem bekannten Abstand vom Schwerpunkt auf die Gewindestange geschraubt und gegeneinander fixiert. Die Figurenachse wird in die Feststellvorrichtung eingespannt und der Kreisel dann auf eine hohe Drehzahl ($\approx 900 \dots 1200$ Umdrehungen pro Minute) gebracht. Nach dem Aushängen aus der Vorrichtung präzediert der Kreisel um eine vertikale Achse. Messen Sie an einer festgelegten Stelle (Strichmarkierung auf der Grundplatte) mit dem Stroboskop die Kreiselfrequenz und dann die Zeit für einen Umlauf. Wiederholen Sie dies mindestens 10 Mal, wobei Sie bei jedem Umlauf aufgrund der Luftreibung die Kreiselfrequenz neu messen müssen. Verwenden Sie für die Umlaufzeit die Zwischenzeitfunktion der Stoppuhr.

Führen Sie die komplette Messung 2 Mal durch! Überlegen Sie sich genau, welche geometrischen Größen Sie für die Auswertung benötigen.

Auswertung

Berechnen Sie für jede Frequenz die Größe $\omega_3 \cdot \omega_p$ und tragen Sie diese gegen ω_3 auf! Wie erhalten Sie jeweils ω_3 ?

Berechnen Sie nun mit Hilfe von Gl. (12) das Trägheitsmoment J_3 , wobei Sie den Einfluss der Zusatzgewichte auf J_3 vernachlässigen können! Bestimmen Sie mit Hilfe des Ergebnisses aus Aufgabe 6.2 auch J_1 ! Stimmen die Größenordnungen von J_1 und J_3 mit Ihren Erwartungen überein?